Издательство «Учитель»

МАТЕМАТИКА
СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ К ЕГЭ

(пособие для учителя)

Автор-составитель **В. Н. Студенецкая**

Волгоград

УДК 373.57
ББК 74.262.21
М34

Автор-составитель В. Н. Студенецкая

Математика. Система подготовки учащихся к ЕГЭ: Пособие для учителя / Сост. В. Н. Студенецкая. – Волгоград:
М34 Учитель, 2004. – 112 с.
ISBN 5-7057-0501-8

Данное пособие является продолжением серии брошюр, выпущенных издательством «Учитель» под общим названием «Готовимся к единому государственному экзамену».

Содержит методические рекомендации и алгоритмы решения тестовых (типовых и нестандартных) задач по всему курсу математики, что позволяет использовать его и для эффективной подготовки к вступительным экзаменам в вузы и сузы.

Настоящее пособие адресовано учителям математики, оно поможет сориентироваться при организации работы по подготовке к ЕГЭ, а также может быть полезно ученикам 11 классов и их родителям.

УДК 373.57
ББК 74.262.21

ISBN 5-7057-0501-8

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ЕДИНОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ ЭКЗАМЕНЕ (ЕГЭ)

1. ЕГЭ – ЧТО ЭТО ЗА ЭКЗАМЕН И ЗАЧЕМ ОН ВВОДИТСЯ.

ЕГЭ – это экзамен по отдельным предметам школьной программы, который сдают выпускники по окончании средней школы, а также абитуриенты, которые закончили школу в предыдущие годы. Есть предметы, которые сдаются в обязательном порядке (математика и русский язык), и предметы по выбору. В настоящее время ЕГЭ проводится в порядке эксперимента, то есть не во всех регионах и не по всем предметам. В каждом регионе набор экзаменов по ЕГЭ может быть особым. Однако и число регионов, где введен ЕГЭ, и число предметов, по которым сдаются ЕГЭ, растет. Введение ЕГЭ в обязательном порядке планируется в 2005 году.

Основная цель ЕГЭ – обеспечить равные условия при поступлении в вузы и устранить субъективность в оценке знаний выпускников школ. При проведении ЕГЭ по всей России применяются однотипные задания и единая шкала отметок. Главная особенность ЕГЭ – его результаты учитываются сразу и в аттестате об окончании школы, и при поступлении в вуз. При этом абитуриент может подавать свои документы в любой вуз России.

2. КТО СДАЕТ ЕГЭ.

Все выпускники регионов, где проводится ЕГЭ, независимо от их успеваемости, включая и тех, кто претендует на золотые и серебряные медали. Отказаться от участия в ЕГЭ нельзя.

ЕГЭ, но уже позже школьников, могут сдавать и те, кто закончил школу в прошлые годы и поступает в вуз.

3. ВИДЫ ЗАДАНИЙ ПО ЕГЭ.

Задания делятся на три группы:

А) Задания с выбором предложенного ответа из нескольких возможных. Это наиболее легкая часть. За выполнение только этой группы можно получить тройку.

В) Задания с кратким свободным ответом (одним словом или числом). Например, дается формула, в ней надо поставить какое-то число и записать ответ. За выполнение этих заданий можно получить уже четверку.

С) Это задания с развернутым свободным ответом (включающим словесное обоснование, математический вывод и т. п.). Это уже более сложные и творческие задания. За их выполнение можно получить пятерку.

Общее число заданий в экзаменационных вариантах – от 30 (математика) до 80 (география). При этом заданий типа А больше, чем заданий типа В, а заданий типа В больше или столько же, сколько типа С.

4. Невозможность угадать задания по ЕГЭ. Как готовиться к ЕГЭ.

Система разработки заданий, а также система их распределения по регионам и школам разработана так, что угадать, какое задание достанется вам, практически невозможно. Поэтому всякого рода предложения по поводу того, чтобы продать «нужный» вариант решения (через интернет или любым другим путем) является заведомым обманом. Дело в том, что число заданий по каждому предмету очень велико. Например, по математике примерно 10 тысяч. И из этой массы сложным путем выбираются задания для ЕГЭ, а затем тасуются по регионам, причем делается это совсем незадолго до проведения экзамена. Поэтому наиболее простой путь – готовиться к экзамену, решать аналогичные задания, учить формулы, правила и прочую школьную премудрость.

Главные советы по подготовки к ЕГЭ даны в наших пособиях. Но суть их заключаются в следующем.

Систематическая учеба в школе – это лучшая возможность усвоить знания. Но нужна и дополнительная целенаправленная работа. При этом важно помнить, что требуется тренировка не только для того, чтобы уметь решать или применять правила, а и для того, чтобы не запутаться в самом экзаменационном бланке, не сомневаться в том, куда что вписывать, в какую колонку помещать, «не напрягаться», разбираясь с формулировками заданий и т. п. Если учащийся или абитуриент имеет такую тренировку, он чувствует себя намного свободнее и увереннее, у него будет гораздо больше времени для решения задания, поэтому наши пособия будут полезны при подготовке к ЕГЭ.

5. Как оценивается ЕГЭ.

Результаты сдачи ЕГЭ подсчитываются по стобалльной системе. Но в школьный аттестат этот результат переводится в обычную пятибалльную систему. Пока нет твердой шкалы оценки решения каждого задания. Это определяют специалисты Министерства образования по результатам проведенного по стране экзамена. Но решения заданий типа С дает намного больше баллов, чем решения заданий типа В и тем более А. Для получения четверки, например, по математике, в предшествующие годы надо было набрать 45–50 баллов из ста, для получения пятерки – 70 баллов. Правильность ответов заданий А и В определяет компьютер. Задания части С оценивают эксперты.

6. Некоторые правила при проведении ЕГЭ.

На выполнение ЕГЭ школьникам дается от 3 до 4 часов в зависимости от предмета.

ЕГЭ проводится не в вашей, а в базовой школе, которая выбирается специальной комиссией. Проводят экзамен преподаватели, которые не работают в базовых школах и не являются специалистами по данному предмету. За одним столом разрешается сидеть только одному учащемуся. По отдельным предметам учащимся разрешается пользоваться необходимыми инструментами и справочниками. Например, таблицей Менделеева на химии, калькуляторами на химии и физике, но не на математике. За шпаргалки ученик может быть выдворен из аудитории. ЕГЭ проводится в мае, июне. Кроме того, в июле вузы проводят ЕГЭ с аналогичной процедурой и материалами для тех, кто давно закончил школу, а решил поступать сейчас. Пересдавать ЕГЭ можно только на основании врачебной справки. Если результаты ЕГЭ Вас не удовлетворяют, вы можете пересдать его, но только через год уже как вступительный экзамен в вуз.

Срок свидетельства о ЕГЭ действует до 31 декабря текущего года. Следовательно, если вы будете поступать в вуз через год, вам придется снова сдавать этот экзамен. Результаты ЕГЭ можно опротестовать. Апелляции по процедуре и результатам ЕГЭ рассматриваются в установленном порядке в соответствии с Положением о конфликтной комиссии субъекта Федерации.

После того, как школьники написали экзамен и сдали работы, пакеты с бланками (фамилия ученика указывается только на одном из них, остальные связаны с ним лишь опознавательным штрихкодом) доставляются в райцентр. Там бланки с заданиями типа А и В раскрываются в присутствии наблюдателей, сканируются и в электронном виде пересылаются в региональный центр субъекта федерации, где опять-таки в электронном виде посылаются в Москву. Пакет с заданием С в нераспечатанном виде доставляется в столицу субъекта федерации, там вскрывается на следующий день и раздается экспертам. Шкала баллов и оценки даются на пятый день после экзамена.

При расхождении балла ЕГЭ (по пятибалльной шкале) и годовой оценки на один балл в аттестат идет более высокий, при расхождении в два балла – средний.

7. ЕГЭ И ПОСТУПЛЕНИЕ В ВУЗЫ.

В будущем все вузы обязаны будут принимать во внимание результаты ЕГЭ. Сейчас только некоторые вузы засчитывают результаты ЕГЭ. Они обязаны принимать до 50 % студентов по своим специальностям с учетом результатов ЕГЭ. Но их число быстро растет. Речь идет о ЕГЭ, который сдается в июне. Здесь не имеет значения, где сдавался экзамен (в школе, в вузе, в который вы поступаете, или в другом вузе). Результаты июльского ЕГЭ засчитываются только в том вузе, в котором он сдается.

Чтобы узнать, какие именно факультеты принимают экзамены в форме ЕГЭ, лучше всего обращаться в приемные комиссии конкретных вузов. При подаче заявления о приеме в ВУЗ поступающие, сдававшие ЕГЭ, кроме установленного перечня документов, представляют по своему усмотрению оригинал или заверенную в установленном порядке копию свидетельства.

Свидетельство о результатах экзамена учащийся (абитуриент) направляет в приемную комиссию интересующего его вуза (или нескольких вузов). Это можно сделать и по почте. Приемные комиссии обязаны рассмотреть все присланные свидетельства и сообщить каждому абитуриенту, приславшему заявку (свидетельства), попадает ли он со своей суммой баллов (по предметам, утвержденным в этом вузе на данную специальность) на бесплатный факультет.

Подробнее о ЕГЭ вы можете узнать из материалов официального сайта http://www.ege.edu.ru.

СПЕЦИФИКАЦИЯ
экзаменационной работы по математике для выпускников 11 класса средней (полной) общеобразовательной школы 2003 г.

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) призван заменить собой два экзамена – выпускной за среднюю школу и вступительный в высшие учебные заведения (вузы), которые проводятся с разными целями и соответственно имеют значительные различия в содержании проверяемого учебного материала. Таким образом, функцией ЕГЭ является как обеспечение итоговой аттестации выпускников средней школы, с целью которой проводится выпускной экзамен, так и отбор учащихся, наиболее подготовленных к обучению в вузах, с целью которого проводится вступительный экзамен. В связи с этим в рамках ЕГЭ осуществляется проверка овладения материалом курса алгебры и начал анализа 10–11 классов, усвоение которого проверяется на выпускном экзамене за среднюю школу, а также материалом некоторых тем курсов алгебры основной школы и геометрии основной и средней школы, которые традиционно контролируются на вступительных экзаменах в вузы. При этом в содержание проверки включаются только те вопросы, которые входят в основной нормативный документ – **минимум содержания основной и средней школы по математике**.

1. Назначение работы – дифференцировать выпускников общеобразовательной средней (полной) школы по уровню подготовки по математике с целью итоговой аттестации и отбора для поступления в вузы.

2. Документы, определяющие содержание экзаменационной работы:

– Обязательный минимум содержания основного общего образования по предмету (Приказ МО от 19.05.98 № 1276);

– Обязательный минимум содержания среднего (полного) общего образования по предмету (Приказ МО от 30.06.99 № 56).

Учитываются также требования к подготовке выпускников основной и средней (полной) школы, представленные в рекомендованных МО РФ документах:

– Программы для общеобразовательных учреждений: школ, гимназий, лицеев: Математика. 5–11 кл. / Сост. Г. М. Кузнецова, Н. Т. Миндюк. – М.: Дрофа, 2000.

– Оценка качества подготовки выпускников основной школы по математике / Г. В. Дорофеев и др. – М.: Дрофа, 2000.

– Оценка качества подготовки выпускников средней (полной) школы по математике / Г. В. Дорофеев и др. – М.: Дрофа, 2002.

– Дорофеев Г. В., Муравин Г. К., Седова Е. А. Математика. Сборник заданий для подготовки и проведения письменного экзамена по математике (курс А) и алгебре и началам анализа (курс В) за курс средней школы, 11 класс: Пособие. 3-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2000. – 160 с.

3. Условия применения.

Работа рассчитана на выпускников средних общеобразовательных учреждений (школ, гимназий, лицеев), изучивших курс математики, отвечающий обязательному минимуму содержания среднего (полного) общего образования по математике в объеме курса В.

4. Структура экзаменационной работы.

Структура работы отвечает двоякой цели ЕГЭ – обеспечивать аттестацию выпускников и их отбор в вузы. Работа содержит 30 заданий, распределенных на 3 части (1, 2, 3), различающиеся по назначению, а также по содержанию, сложности, числу и форме включаемых в них заданий.

Часть 1 содержит 16 алгебраических заданий базового уровня, соответствующих минимуму содержания курса «Алгебра и начала анализа 10–11 классов» (курс В), обеспечивающих достаточную полноту проверки овладения соответствующим материалом. При выполнении этих заданий от учащегося требуется применить свои знания в знакомой ситуации.

Часть 2 включает 10 заданий повышенного (по сравнению с базовым) уровня, при решении которых от учащегося требуется применить свои знания в измененной ситуации, используя при этом методы, известные ему из школьного курса. Содержание этих заданий отвечает как минимуму содержания средней (полной) школы, так и содержанию, предлагаемому на вступительных экзаменах в вузы. Поэтому в эту часть работы включаются задания как по курсу алгебры и начал анализа 10–11 классов, так и по некоторым вопросам курса математики основной школы и по курсу геометрии основной и средней (полной) школы.

Часть 3 включает самые сложные алгебраические и геометрические задания, которые можно сравнить с наиболее сложными заданиями традиционных письменных экзаменационных работ по курсу алгебры и начал анализа, предлагаемых в последние годы

МО РФ на выпускных экзаменах в общеобразовательной средней (полной) школе, а также со сложными алгебраическими и геометрическими заданиями, предлагаемыми на вступительных экзаменах в большинстве вузов. Эти задания позволяют выявить и дифференцировать учащихся, имеющих высокий уровень математической подготовки.

Выполнение заданий Части 1 позволяет зафиксировать достижение выпускником уровня обязательной подготовки по курсу алгебры и начал анализа 10–11 классов, наличие которой принято оценивать положительной отметкой «3». Выполнение заданий Частей 2 и 3 позволяет осуществить последующую более тонкую дифференциацию учащихся по уровню математической подготовки и на этой основе выставить более высокие аттестационные отметки («4» н «5»).

В работе используются три типа заданий: с выбором ответа (тип А), с кратким свободным ответом в виде некоторого числа (тип В), с полным развернутым ответом (тип С – запись полного решения, обоснование полученного ответа).

Задания с выбором ответа используются только в первой части работы для проверки знания и понимания основных математических понятий и умения применять стандартные алгоритмы в знакомой ситуации. К каждому из таких заданий предлагается 4 варианта ответа, из которых только один верный. Задание считается выполненным верно, если выбран верный ответ. За верное выполнение задания дается 1 балл.

Задания с кратким ответом в виде некоторого целого числа используются только во второй части работы для проверки овладения широким кругом понятий и умения применять изученные математические методы в измененной ситуации. При их выполнении надо только записать нужное число, не приводя при этом соответствующего решения или обоснования. За верное выполнение задания дается 1 балл.

Задания с развернутым свободным ответом используются только в третьей части работы для проверки состояния более сложных интеллектуальных и предметных умений – анализировать ситуацию, разрабатывать способ решения, проводить логически и математически грамотные рассуждения, обоснования, доказательства своих действий и грамотно записывать их. В зависимости от полноты и правильности за приведенное решение дается от 0 до 4 баллов максимально.

Структура работы и типы заданий представлены в следующей таблице.

Таблица 1

Распределение заданий по частям экзаменационной работы

№	Части работы	Тип заданий	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данной части от максимального первичного балла за всю работу, равного 42
1	Часть 1	с выбором ответа	16	16	38 %
2	Часть 2	с кратким ответом	10	10	24 %
3	Часть 3	с развернутым ответом	4	16	38 %
	Итого		30	42	(100 %)

5. Распределение заданий экзаменационной работы по содержанию.

Назначение единого государственного экзамена определяет специфику содержания экзаменационной работы. Аттестация выпускников школы по курсу алгебры и начал анализа 10–11 классов и требования вступительных экзаменов в вузы обусловливают необходимость включения в работу достаточно представительного числа алгебраических заданий, отвечающих материалу, изучаемому в данном курсе. Кроме того, требования вступительных экзаменов в вузы определяют необходимость включения в работу алгебраических заданий, составленных на материале некоторых разделов курса алгебры основной школы, а также геометрических заданий по материалу курсов геометрии основной и средней (полной) школы. То есть проверке подлежит материал всех блоков, на которые распределено содержание школьного курса математики: «Выражения и преобразования», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Числа и вычисления», «Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин». При этом в соответствии со спецификой математики уделяется основное внимание проверке овладения практической составляющей курса математики, но наряду с этим осуществляется и непосредственная проверка овладения его теоретической частью.

Соотношение между числом алгебраических и геометрических заданий в работе примерно отвечает соотношению, принятому на вступительных экзаменах в вузы. Отражение в варианте работы содержания трех первых блоков («Выражения и преобразования», «Уравнения и неравенства», «Функции») отвечает особенностям и значимости материала, включенного в эти блоки. Небольшое число заданий, составленных на материале блока «Числа и вычисления», объясняется тем, что овладение этим материалом проверяется при выполнении заданий, составленных на материале трех первых блоков.

Распределение заданий работы по основным блокам содержания приведено в следующей таблице.

Таблица 2

Распределение заданий по основным блокам содержания школьного курса математики

Блоки содержания	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного блока содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 42
Выражения и их преобразования	6	6	14 %
Уравнения и неравенства	9	15	36 %
Функции	11	14	33 %
Числа и вычисления	1	1	3 %
Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	3	6	14 %
Итого	30	42	100 %

6. Распределение заданий работы по уровню сложности.

В соответствии с принятой структурой и содержанием работы Часть 1 включает 16 алгебраических заданий, составленных на материале курса алгебры и начал анализа 10–11 классов и соответствующих уровню базовой подготовки (курс В). Эти задания посильны для учащихся, подготовка которых отвечает этому уровню. Планируемые показатели трудности этих заданий (процент верных ответов) находятся в промежутке от 70 % до 90 %.

Часть 2 включает 10 заданий повышенного уровня сложности, 8 из которых – алгебраические и 2 – геометрические, одно – по планиметрии и другое – по стереометрии. Они составлены на материале, предлагаемом как на выпускном экзамене в школе, так и на вступительных экзаменах в вузы, и отвечают минимуму содержания основной и средней (полной) школы. При их выполнении от учащихся требуется применить в несколько измененной ситуации знание конкретных математических методов, известных им из школьного курса. Планируемые показатели трудности этих заданий находятся в пределах от 20 % до 60 %.

Часть 3 включает 4 задания высокого уровня сложности, требующие записи развернутого ответа (решения, обоснования). Три задания – алгебраические. При их выполнении выпускники должны разработать способ решения, используя в новой ситуации знания из различных разделов курса алгебры и начал анализа 10–11 классов. Четвертое задание – стереометрическая задача на комбинацию геометрических тел, при решении которой выпускники должны в новой ситуации применить знания из разных разделов курса геометрии основной и средней школы, правильно построить чертеж, привести аргументированное решение. Планируемая трудность двух первых алгебраических заданий около 10 % –15 %, третьего задания (последнего в работе) – около 1 % – 2 %, геометрического задания – 2 % – 3 %.

В следующих таблицах дается распределение заданий работы по видам проверяемой деятельности и уровню сложности.

Таблица 3

Распределение заданий по видам проверяемой деятельности

Виды деятельности	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного вида деятельности от максимального первичного балла за всю работу, равного 42
Знать и понимать	4	4	9 %
Применять знания и умения в знакомой ситуации	13	13	31 %
Применять знания и умения в измененной ситуации	10	13	31 %
Применять знания и умения в новой ситуации	3	12	29 %
Итого	30	42	100 %

Таблица 4

Распределение заданий по уровню сложности

Уровень сложности заданий	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу, равного 42
Базовый	16	16	38 %
Повышенный	11	14	33 %
Высокий	3	12	29 %
Итого	30	42	100 %

7. Время выполнения работы.

На выполнение экзаменационной работы отводится 240 минут (4 часа).

Часть 1 включает 16 заданий с выбором ответа обязательного уровня сложности. Эти задания составляют самую легкую часть работы. На их выполнение ориентировочно отводится 45 минут. Часть 2 содержит 10 заданий повышенного уровня сложности, доступных для более подготовленных учащихся. Ориентировочное время их выполнения – 90 минут. Часть 3 содержит задания высокого уровня сложности. которые рассчитаны на самых подготовленных выпускников. На выполнение этих заданий отводится ориентировочно 105 минут.

8. План экзаменационной работы.

Варианты экзаменационной работы 2003 г. составляются на основе пяти планов, которые являются вариантами общего плана (см. Приложение. с. 17–20).

Параллельность вариантов обеспечивается как на этапе разработки экзаменационной работы, так и при доработке ее после апробации. В процессе разработки параллельность вариантов достигается за счет:

– отбора в каждую из трех частей работы заданий, содержание, уровень сложности и тип которых определяется планом работы;

– включения взаимозаменяемых, однотипных, примерно одинаковых по уровню сложности заданий, расположенных на одних и тех же местах во всех вариантах работы.

На этапе обработки результатов ЕГЭ количественные показатели, которые характеризуют выполнение работы выпускниками – первичные баллы за выполненные задания, полученные при выполнении различных вариантов, приводятся к единой системе подсчета баллов (по 100-балльной шкале), учитывающей реальное различие трудности разработанных вариантов работы. Это позволяет сопоставлять результаты учащихся, выполнявших разные варианты

9. Система оценивания отдельных заданий и работы в целом.

Проверка ответов учащихся к заданиям Частей 1 и 2 выполняется с помощью компьютера. Ответы к заданиям Части 3 проверяются экспертной комиссией, в состав которой входят работники вузов, методисты и опытные учителя.

Задание с выбором ответа (тип А) считается выполненным верно, если в «бланке ответов» отмечена цифра, которой обозначен верный ответ на данное задание. Задание с кратким ответом в виде некоторого целого числа (тип В) считается выполненным верно, если в «бланке ответов» записано именно это число. За верное выполнение задания типа А и В выставляется 1 балл.

Ответы на задания с развернутыми ответами (форма С) проверяются экспертной комиссией. Однозначность и объективность оценки выполнения таких заданий обеспечивается соответствующими рекомендациями для экспертов. Для этого разработаны общие критерии оценки их выполнения. Затем на их основе для каждого такого задания разрабатываются конкретные критерии, оценивающие полноту и правильность ответа именно на данное задание. За выполнение задания можно получить от 0 до 4 баллов максимально. Ниже в таблице приведены общие критерии оценки выполнения математических заданий с развернутыми ответами.

Оценка в баллах	Общие критерии оценки выполнения математических заданий с развернутыми ответами
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех моментов решения[1]. Необходимые для решения чертежи, рисунки, схемы выполнены безошибочно. Правильно выполнены все преобразования и вычисления, получен верный ответ

[1] В критериях, разработанных для конкретного задания, перечисляются эти моменты решения.

Окончание табл.

1	2
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения[2]. Необходимые для решения чертежи, рисунки, схемы выполнены безошибочно. Возможны одна описка или негрубая вычислительная ошибка, не влияющая на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой ошибки может быть получен неверный ответ
2	Приведена в целом верная, но, возможно, неполная последовательность шагов решения. Обоснована только часть ключевых моментов решения. Необходимые для решения чертежи, рисунки, схемы выполнены безошибочно. Возможны 1–2 негрубые ошибки или описки в вычислениях или преобразованиях, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ
1	Общая идея, способ решения верные, но не выполнены некоторые промежуточные этапы решения или решение не завершено[3]. Большинство ключевых моментов не обосновано или имеются неверные обоснования. Возможны негрубые ошибки в чертежах, рисунках, схемах, приведенных в решении. Имеются негрубые ошибки в вычислениях или преобразованиях. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла

Таким образом, за верное выполнение всех заданий работы можно максимально получить 42 балла (26 заданий из Частей 1 и 2 – 26 баллов, 4 задания Части 3 – $4 \times 4 = 16$ баллов).

Оценка результатов выполнения работы с целью **аттестации выпускников школы** и определения готовности экзаменуемого к **продолжению обучения** в вузах проводится **раздельно**.

Оценка, которая фиксируется в сертификате для поступления в вузы, подсчитывается по **100**-балльной шкале на основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы.

Аттестационная оценка выпускника школы за освоение **курса алгебры и начал анализа 10–11 классов** определяется **по 5-**

[2] В критериях, разработанных для конкретного задания, перечисляются все ключевые моменты решения.

[3] В критериях, разработанных для конкретного задания, указаны те действия, которые необходимо выполнить, чтобы можно было судить о том, что ученик продемонстрировал идею правильного метода решения.

балльной шкале на основе числа верно выполненных заданий. При этом учитывается выполнение **25 заданий**, составленных на материале этого курса, и не принимается во внимание выполнение 5 оставшихся заданий, составленных на материале курса алгебры основной школы (см. задания B7 и B8 в общем плане работы) и курсов геометрии основной и средней школы (задания B9, B10 и C3).

10. Дополнительные материалы и оборудование.

Не используются. Использование калькуляторов не разрешается.

11. Условия проведения и проверки экзамена (требования к специалистам).

На экзамене в аудиторию не допускаются специалисты по предмету, по которому проводится экзамен. Использование единой инструкции по проведению экзамена позволяет обеспечить соблюдение единых условий без привлечения лиц со специальным образованием по данному предмету.

Проверку экзаменационных работ (заданий с открытыми развернутыми ответами) осуществляют специалисты-предметники.

12. Рекомендации по подготовке к экзамену.

К экзамену можно готовиться по учебникам, имеющим гриф Минобразования РФ.

Приложение

План экзаменационной работы по математике для выпускников средней (полной) общеобразовательной школы 2003 г.

Порядковый номер задания	Обозначение задания в работе[1]	Проверяемые элементы содержания и виды деятельности	Коды проверяемых элементов содержания	Уровень сложности задания[2]	Тип задания[3]	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания, мин
1	2	3	4	5	6	7	8
1	А1	Умение выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений и находить их значение	1.4.2–1.4.5	Б	ВО	1	3
2	А2	Умение выполнять тождественные преобразования степенных выражений	1.2.2	Б	ВО	1	3
3	А3	Умение выполнять тождественные преобразования иррациональных выражений	1.1.2	Б	ВО	1	3
4	А4	Умение выполнять тождественные преобразования логарифмических выражений и находить их значение	1.3.2–1.3.3	Б	ВО	1	3
5	А5	Умение решать тригонометрические уравнения (общая формула решения уравнений sinx = a, cosx = a, tgx = a)	2.4.1.4 1.4.2–1.4.5	Б	ВО	1	3

[1] Обозначение заданий в работе и «бланке ответов»: А – задания с выбором ответа, В – задания с кратким ответом, С – задания с развернутым ответом.

[2] Уровни сложности задания: Б – базовый, П – повышенный, В – высокий.

[3] Тип задания (обозначение в бланке заданий ЕГЭ): ВО – задание с выбором ответа; КО – задание с кратким открытым ответом; РО – задание с развернутым открытым ответом.

Э/с № 6

Продолжение табл.

1	2	3	4	5	6	7	8
6	А6	Умение решать логарифмические уравнения	2.4.1.3; 1.3.2–1.3.3	Б	ВО	1	3
7	А7	Умение решать показательные неравенства	2.6.2	Б	ВО	1	3
8	А8	Умение решать дробно-рациональные неравенства	2.6.1	Б	ВО	1	3
9	А9	Умение решать иррациональные уравнения	2.4.1.1	Б	ВО	1	3
10	А10	Умение читать графики и иллюстрировать с помощью графика основные свойства функции	3.1.11	Б	ВО	1	2
11	А11	Умение находить область определения логарифмической или показательной функции	3.1.1.2–3.1.1.3	Б	ВО	1	3
12	А12	Умение находить множество значений тригонометрической, логарифмической или показательной функции	3.1.2.1–3.1.2.3	Б	ВО	1	2
13	А13	Умение соотносить формулу заданной функции с ее графиком	3.1.11	Б	ВО	1	2
14	А14	Умение находить производную функции	3.2.3–3.2.7	Б	ВО	1	3
15	А15	Умение находить первообразную суммы функций и произведение функции на число	3.4.1–3.4.2	Б	ВО	1	3
16	А16	Понимать и использовать геометрический и физический смысл производной	3.2.1–3.2.2	Б	ВО	1	3

Продолжение табл.

1	2	3	4	5	6	7	8
17	B1	Умение решать системы, содержащие одно или два иррациональных уравнения	2.5.1	П	КО	1	12
18	B2	Умение применять производную для исследования функции	3.3.1–3.3.2; 3.2.1	П	КО	1	4
19	B3	Умение выполнять тождественные преобразования логарифмических выражений и находить их значение	1.3.4	П	КО	1	5
20	B4	Умение находить наибольшее (наименьшее) значение сложной функции	3.1.13** 3.1.8	П	КО	1	5
21	B5	Умение решать тригонометрические уравнения (с отбором корней)	2.4.2.2**	П	КО	1	9
22	B6	Умение находить максимум (минимум) сложной функции (с параметром)	3.3.2	П	КО	1	10
23	B7	Умение решать текстовые задачи	4.1.1*; 4.3**	П	КО	1	10
24	B8	Умение решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии	1.5.1.1*; 1.5.2.1*	П	КО	1	5
25	B9	Умение решать стереометрические задачи на вычисление геометрических величин	5.5.1* – 5.5.3*; 5.6.1* – 5.6.2*	П	КО	1	15

* Знак * отмечает элемент содержания, используемый при составлении заданий, выполнение которых не принимается во внимание при выставлении аттестационной оценки овладения курсом алгебры и начал анализа 10–11 классов, но учитывается при подсчете баллов, фиксируемых в сертификате для поступления в вузы.

** Знак ** отмечает элемент содержания, который традиционно используется при составлении более сложных заданий, предлагаемых на выпускных экзаменах в школе или на вступительных экзаменах в вузы.

Окончание табл.

1	2	3	4	5	6	7	8
26	B10	Умение решать планиметрические задачи на вычисление геометрических величин	5.1*; 5.5.2*; 5.3*	П	КО	1	15
27	C1	Умение решать комбинированные уравнения. Умение использовать несколько приемов при решении различных уравнений	2.4.2**; 2.4.3**	В	РО	4	20
28	C2	Умение решать уравнения (с параметром), используя свойства функций, или при помощи построения графиков функций	2.3.4	П	РО	4	15
29	C3	Умение вычислять геометрические величины в стереометрических задачах, связанных с комбинациями многогранников и/или тел вращения или с конусом и сечениями его плоскостью	5.7* 5.6.2*	В	РО	4	30
30	C4	Умение находить область определения сложной функции (с параметром)	3.1.1.2–3.1.1.3 2.6.6**	В	РО	4	30
ИТОГО							
30	A–16 B–10 C–4			Б–16 П–11 В–3	ВО–16 КО–10 ГО–4	42	Общее время выполнения работы – 240 мин

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант 2003 г.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). В работе 30 заданий. Они распределены на 3 части.

Часть 1 содержит 16 заданий (А1–А16) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10–11 классов. К каждому из них даны 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении задания в «бланке ответов» надо указать номер выбранного ответа.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (В1–В10) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10–11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. При их выполнении в «бланке ответов» надо записать только полученный ответ.

Часть 3 содержит 3 самых сложных алгебраических задания (С1, С2, С4) и одно – геометрическое (С3), при выполнении которых требуется записать полное решение.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у вас останется время, то можно вернуться к пропущенным заданиям.

Для получения отметки «3» достаточно верно выполнить любые 8 заданий из Части 1 или из всей работы.

Для получения отметки «4» достаточно верно выполнить определенное число заданий из Частей 1 и 2. Для получения отметки «4» недостаточно верно выполнить даже все задания (А1–А16) только Части 1.

Для получения отметки «5» необходимо выполнить определенное число заданий из Частей 1, 2 и 3. Не требуется решить все задания работы, но среди верно выполненных Вами заданий должно быть хотя бы одно из Части 3. При этом для получения отметки «5» недостаточно верно выполнить даже все задания (С1–С4) только Части 3.

За верное выполнение различных по сложности заданий дается один или более баллов. Баллы, полученные Вами за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно большее количество баллов.

Часть 1

При выполнении заданий этой части укажите в бланке ответов цифру, которая обозначает выбранный Вами ответ, поставив знак «×» в соответствующей клеточке бланка для каждого задания А1–А16.

A1 Найдите значение выражения

$2\sin^2 2\alpha + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + 2\cos^2 2\alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

1) 0 2) $2+\sqrt{3}$ 3) 3 4) $2-\sqrt{3}$.

A2 Упростите выражение $\dfrac{9m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{3\frac{1}{2}}}{m^{-3}}$.

1) $9m^7$ 2) $9m$ 3) 9 4) $\dfrac{9}{m^6}$.

A3 Сократите дробь $\dfrac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}}$.

1) $\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}$ 2) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}}$ 3) $\dfrac{1}{x-y}$ 4) $x + y$.

A4 Найдите значение $\log_3(9b)$, если $\log_3 b = 5$.

1) –8 2) 10 3) 7 4) 25.

A5 Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $(-1)^{n-1}\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$

3) $(-1)^{n-1}\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$ 4) $(-1)^{n}\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z$.

A6 Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_2(x + 1) = \log_2(3x)$.

1) $(-\infty; -1)$ 2) $(-1; 0)$ 3) $[-1; 0]$ 4) $(0; +\infty)$.

A7 Решите неравенство $5^{2-3x} - 1 \ge 0$.

1) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ 2) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$ 3) $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ 4) $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

A8 Решите неравенство $\frac{x(x+3)}{2-x} \geq 0$.

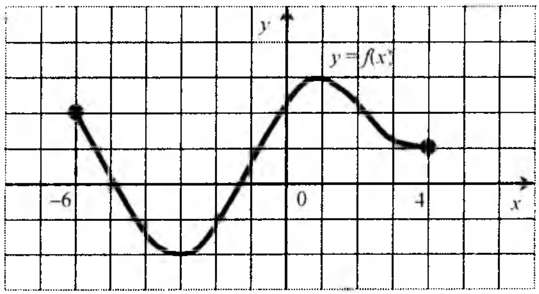
1) $(-\infty;-3]\cup(2;+\infty)$ 2) $[-3;2)$
3) $(-\infty;-3)\cup[0;2)$ 4) $(-\infty;-3]\cup[0;2)$.

A9 Укажите промежуток, которому принадлежат нули функции $f(x)=\sqrt{4-3x^2}-x$.

1) $[-1;1)$ 2) $[1;\sqrt{2}]$ 3) $\left[-\frac{4}{3};1\right)$ 4) $(\sqrt{2};2]$.

A10 Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-6; 4]$. Укажите промежуток, которому принадлежат все точки экстремума.

1) $[-6; 0]$
2) $[0; 4]$
3) $[-2; 3]$
4) $[-3; 1]$.



A11 Найдите область определения функции $y = \log_{0,3}(x - x^2)$.

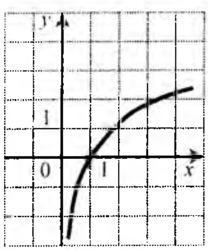
1) $[0; 1]$ 2) $(0; 1)$
3) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

A12 Найдите множество значений функции $y = \sin x + 2$.

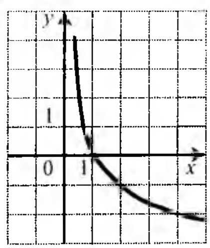
1) $[-1; 1]$ 2) $[0; 2]$ 3) $[1; 3]$ 4) $[2; 3]$.

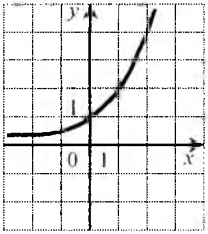
A13 Укажите график функции, заданной формулой $y = 0,5^x$.

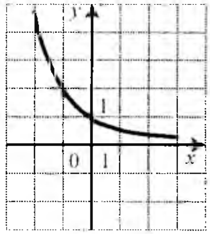
1)



2)



3) 

4) 

A14 Найдите значение производной функции $y = x \cdot e^x$ в точке $x_0 = 1$.

1) $2e$ 2) e 3) $1 + e$ 4) $2 + e$.

A15 Для функции $y = 2\cos x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{2}; 24\right)$.

1) $Y = 2\sin x + 24$ 2) $Y = 2\sin x + 22$
3) $Y = -2\sin x + 26$ 4) $Y = 2\cos x + 22$.

A16 При движении тела по прямой расстояние S (в метрах) от начальной точки движения изменяется по закону

$S(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + t - 1$ (t – время движения в секундах). Найдите скорость тела (м/с) через 4 секунды после начала движения.

1) 1,75 2) 7,5 3) 3 4) 9.

Часть 2

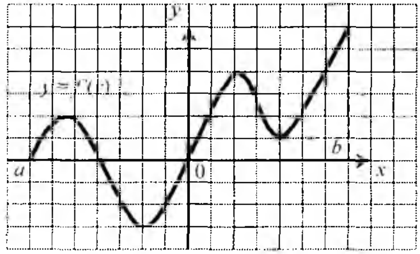
Ответом на каждое задание этой части будет некоторое число. Это число надо записать в бланк ответов рядом с номером задания (B1–B10), начиная с первой клеточки. Каждую цифру и знак минус отрицательного числа пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно. Если ответ получился в виде дроби, то ее надо округлить до ближайшего целого числа.

B1 Пусть$(x_0; y_0)$ – решение системы $\begin{cases} \sqrt{25 - 10x + x^2} + y = 4, \\ y - 3x + 11 = 0. \end{cases}$

Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$.

B2 Функция $y = f(x)$ задана на отрезке [a; b]. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Исследуйте на монотонность функцию $y = f(x)$.

В ответе укажите количество промежутков, на которых функция возрастает.



B3 Найдите значение выражения

$$\log_{\pi^2}\left(\frac{a^2b}{\pi^3}\right), \text{если } \log_\pi \sqrt{a} = 3,\ \log_\pi b = 5.$$

B4 Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt[3]{\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x - 7}.$$

B5 Пусть x_0 – наименьший положительный корень уравнения $\cos^2 x - 5\sin x \cdot \cos x + 2 = 0$. Найдите $\operatorname{tg} x_0$.

B6 При каком значении a функция $y = \dfrac{2^{ax+7}}{2^{x^2}}$ имеет максимум при $x = 4$?

B7 Владелец дискотеки имел стабильный доход. В погоне за увеличением прибыли он повысил цену на билеты на 25 %. Количество посетителей резко уменьшилось, и он стал нести убытки. Тогда он вернулся к первоначальной цене билетов. На сколько процентов владелец дискотеки снизил новую цену билетов, чтобы она стала равна первоначальной? (Знак % в ответе **не пишите**).

B8 Студенческая бригада подрядилась выложить керамической плиткой пол в зале молодежного клуба площадью 288 м^2. Приобретая опыт, студенты в каждый последующий день, начиная со второго, выкладывали на 2 м^2 больше, чем в предыдущий, и запасов плитки им хватило ровно на 11 дней работы. Планируя, что производительность труда будет увеличиваться таким же образом, бригадир определил, что для завершения работы понадобится еще 5 дней. Сколько коробок с плитками ему над заказать, если 1 коробки хватает на 1,2 м^2 пола, а для замены некачественных плиток понадобится 3 коробки.

B9 Дана призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$ в основании которой лежит квадрат, а боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом в 60°. Отрезок D_1A перпендикулярен плоскости основания. Найдите длину этого отрезка, если площадь боковой поверхности призмы равна $6\left(\sqrt{3}+2\right)$.

B10 Площадь треугольника ABC равна $20\sqrt{3}$. Найдите AC, если сторона AB равна 8 и она больше половины стороны AC, а медиана BM равна 5.

Часть 3

Для записи ответов на задания этой части (С1–С4) используйте специальный бланк. Запишите сначала номер задания (С1 и т. д.), а затем полное решение.

C1 Решите уравнение $2\log_{12}\left(x+\frac{6}{x-5}\right)=\log_{12}\left(\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-3}\right)+3$.

C2 При каких значениях параметра n уравнение $15\cdot10^x-20=$ $=n-n\cdot10^{x+1}$ **не имеет** корней?

C3 Основание пирамиды $MABCD$ – ромб $ABCD$, в котором $\angle A=$ $=60°$. Все двугранные углы при ребрах основания пирамиды равны. Плоскость α, параллельная плоскости основания пирамиды, пересекает высоту MO пирамиды в точке P так, что $MP : PO = 2 : 3$. В образовавшуюся усеченную пирамиду вписан цилиндр, ось которого лежит на высоте пирамиды, а верхнее основание вписано в сечение пирамиды плоскостью α. Найдите объем пирамиды, если объем цилиндра равен $9\pi\sqrt{3}$.

C4 Найдите все положительные значения параметра a, при которых в области определения функции $y=\left(a^x-a^{ax+2}\right)^{-0,5}$ есть двузначные натуральные числа, но нет ни одного трехзначного натурального числа.

Ответы к заданиям Части 1

Задание	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
Номер ответа	3	1	2	3	3	4	2	4	2	4	2	3	4	1	2	4

Ответы к заданиям Части 2

Задание	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
Ответ	20	2	7	–2	1	8	20	124	3	14

Ответы к заданиям Части 3

Задание	C1	C2	C3	C4
Ответ	6; 11	[–20; –1,5]	250	(0,8; 0,98]

За выполнение каждого задания Части 3 можно получить от 0 до 4 баллов. (Критерии оценки см. с. 14–15.)

В Законе Российской Федерации «Об образовании» под образованием понимается целенаправленный процесс обучения и воспитания в интересах личности, государства, сопровождающийся констатацией достижения гражданином (обучающимся) определенных государством образовательных уровней (образовательных цензов). В соответствующих статьях этого закона уточняется, что образовательные уровни определяются на основе разрабатываемых и вводимых государственных образовательных стандартов, а констатация опирается на результаты аттестационных мероприятий. Таким образом, образовательные стандарты и способы оценки их достижения являются ключевыми моментами, определяющими качество образования и процедуры его оценки.

Сведения о качестве знаний учащихся поступают из различных источников. Эти источники можно условно разделить на объективные и субъективные. К субъективным источникам, например, относятся школьные оценки учащихся, так как в основе этой информации лежит мнение преподавателя о знаниях его собственных учеников.

Основная задача массовых измерений – служить объективным источником информации о знаниях учащихся.

Существующая ныне система образования предполагает, что учитель обучает, контролирует процесс и оценивает результат обученности в форме оценки знаний учащихся.

Задача состоит в разделении этих трех функций. Только при этом условии можно надеяться на получение объективной и надежной информации об уровне обученности выпускников школы.

Экзамены должны отражать реальный уровень образования и давать объективную информацию для принятия решений на различных уровнях. Родители и выпускники заинтересованы в объективной оценке уровня обученности, чтобы принять решение о дальнейшем образовании. Учитель желает знать реальную картину уровня обученности учеников для сравнения своих результатов с результатами коллег, а также для коррекции своей деятельности.

Администрации школы необходима объективность для контроля и справедливой оценки деятельности учителя. Администрация района, области должна иметь объективную картину уровня обученности школьников для сравнения результатов работы отдельных образовательных учреждений, районов, принятия управленческих решений в рамках образовательной политики региона.

Данные материалы являются частью серии брошюр, составленных по результатам эксперимента по применению КИМов для оценки уровня обученности выпускников школ.

Эти материалы могут быть использованы как отдельными учителями, так и методическим объединением учителей в разных целях: как образец новой технологии оценки уровня обученности, как конкретный материал для сравнения своих подходов к измерению результатов обученности.

Главная задача любого образовательного учреждения – обеспечение более высокого качества образования.

Контролировать качество образования и управлять им возможно лишь при наличии оперативной, адекватной и достоверной информации как о процессе, так и о результатах образования. Проблемы контроля, выявления уровня развития достижений побуждают педагогов искать новые подходы к проверке знаний и умений учащихся.

Среди результатов образовательного процесса особо важное место занимают знания и умения учащихся. При этом следует иметь в виду, что в ходе образовательной деятельности могут получиться самые различные результаты. Эти результаты зависят не только от содержания образования, но и от внутренних мотивов учащегося, его интересов, склонностей и способностей.

Очевидно, что на различных этапах обучения каждый ученик может достичь того уровня, который предопределен его личными способностями, склонностями, его высокой или низкой степенью мотивации.

Задача учителя заключается в том, чтобы зафиксировать этот уровень и спланировать дальнейшую педагогическую деятельность по его развитию.

Субъективная локальная оценка учителя и объективная независимая итоговая оценка по ЕГЭ являются неразрывными частями единой системы контроля и оценки знаний.

Оценка, как производная от соотнесения результата измерения с «нормой», предполагает умение учителя пользоваться соответствующим инструментарием. Поэтому очень важно каждому учителю овладеть методами и приемами объективного измерения.

Инструментом, позволяющим получить необходимую качественную информацию об уровне обученности выпускников, является контрольно-измерительный материал (КИМ), составленный профессиональными тестологами Центра тестирования Министерства образования РФ.

Выполняя свои многогранные функции (контролирующую, диагностическую, обучающую, прогностическую), тестовый контроль повышает эффективность и продуктивность учебного процесса. Являясь неотъемлемой частью системы контроля, тестирование наряду с традиционными методами контроля можно использовать в целях и внешнего, и внутреннего мониторинга. В зависимости от целей определяется вид тестового контроля.

Для внутришкольных целей необходимо использовать тематические, диагностические тесты. Учитель в текущей работе может использовать базовые локальные тесты. Для внешнего контроля используются итоговые и рубежные тесты.

В результате тестирования учащихся учитель получает оперативную и объективную информацию о причинах того или иного достижения. Являясь составной частью системы обучения, тестовый контроль содействует не только выявлению уровня учебных достижений, но и эффективному научному управлению учебно-познавательной деятельностью учащихся.

Технологией тестирования должны овладеть и учителя и ученики. Данная технология облегчает работу педагога: он имеет оперативную информацию и корректирует пробелы в знаниях, стимулирует интерес к учению, обучает школьника выбирать правильную «стратегию тестирования», готовит выпускника психологически к итоговому тестированию на ЕГЭ.

Надлежащая работа над тестами выявит у учащихся пробелы в знаниях, обнаружит «провальные темы», поможет правильно спланировать подготовку к экзамену и, стало быть, обрести уверенность в готовности к ЕГЭ.

Тестирование – специфический метод контроля. Тест – проверка не только знаний, но и скорости мышления, сообразительности, быстроты реакций.

Необходимая для тестирования сноровка достигается упражнениями

Предлагая **тест** учащимся, учитель должен объяснить четко и подробно цель тестирования, тип теста, его размер, время тестирования, уровни сложности и систему оценивания (правило подсчета баллов). Обучая тестированию, необходимо учить ребят тактике:

– решать задачи в удобной для вас последовательности;

– работать без излишней торопливости: лучше сделать медленно, но правильно;

– если ваш ответ не совпадает ни с одним из указанных, ищите ошибку в решении;

– не пытайтесь угадывать ответ;

– внимательно прочитайте задание еще раз после того, как решили, только тогда записывайте ответ;

– помните правило: поспешай не торопясь;

– оставьте время для проверки своей работы.

Подведение итогов дает учителю три списка задач:

а) задачи, которые решили все;

б) задачи, которые не решил никто;

в) остальные.

Разбор задач надо начинать со списка *б*). Подробные решения этих задач проводит учитель. Для разбора задачи из списка *в*) нужно вызвать к доске одного из школьников, решивших ее. Учителю важна статистика неверных ответов на задачу. Нужно иметь в виду, что каждый указанный неверный ответ – это стандартная ошибка в решении.

Если тестирование дало плохой результат – повторите его. Результат повторного тестирования, как правило, уже сильно отличается от первоначального.

Не сомневаюсь, что данный материал поможет ученику проверить свои знания, прибавит уверенности в собственных силах, даст необходимую при подготовке к ЕГЭ практику решения тестовых заданий.

Результаты ЕГЭ в 2003 году представлялись в двух системах оценивания: в виде аттестационных отметок по пятибалльной шкале (по алгебре и началам анализа) и в баллах, выставленных по стобалльной шкале (оценивались дополнительно задачи по геометрии и «текстовые» задачи).

Соответствие оценок в двух системах определялось после пересчета первичных («сырых») баллов на одну шкалу, позволяющую сравнивать с достаточной точностью подготовку выпускников, выполнявших разные варианты. Установление соответствия школьных отметок и тестовых баллов осуществлялось на основе анализа статистических данных специальной комиссией.

19 июня 2003 года первый заместитель Министра образования В. А. Болотов подписал Распоряжение № 779-13 «Об установлении шкалы перевода баллов в отметки при проведении единого государственного экзамена по математике».

Перевод первичных баллов в пятибалльную систему установлен таким образом:

от 0 до 4 баллов – отметка «2»;
от 5 до 11 баллов – отметка «3»;
от 12 до 19 баллов – отметка «4»;
от 20 до 34 баллов – отметка «5».

Приемным комиссиям образовательных учреждений высшего и среднего профессионального образования рекомендована следующая шкала перевода баллов в отметки:

от 0 до 31 балла – отметка «2»;
от 32 до 50 баллов – отметка «3»;
от 51 до 70 баллов – отметка «4»;
от 71 и более – отметка «5».

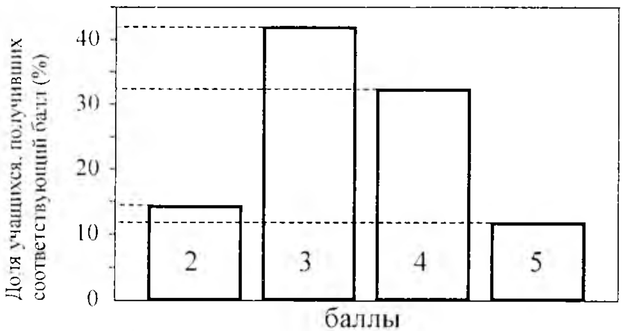
Проведение ЕГЭ в июне 2003 года позволило получить в целом объективную картину состояния общеобразовательной подготовки выпускников средней школы по математике. В таблице даны статистические результаты единого государственного экзамена по пятибалльной шкале (по России).

Таблица

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА
РОССИЯ 624 908 ЧЕЛОВЕК

Баллы

2		3		4		5	
чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
88 111	14,1	262 614	42,0	202 319	32,4	72 051	11,5



Результаты экзаменов 2003 года подтвердили возможность использования единого государственного экзамена (в рамках концепции КИМ) для осуществления итоговой аттестации выпускников средней школы и их отбора в вузы.

Данные о состоянии общеобразовательной подготовки выпускников средней школы в Российской Федерации по математике явно свидетельствуют о необходимости корректировки образовательных стандартов общего среднего образования (уточнения содержания образования и требований к уровню подготовки с учетом реального состояния обучения, выявленного в ходе единого государственного экзамена, ориентации системы оценивания достижения образовательных стандартов на складывающуюся систему ЕГЭ).

Трехлетний опыт проведения ЕГЭ убедительно свидетельствует о необходимости **предварительной** подготовки учащихся к особой форме контроля, которая отличает этот экзамен от традиционных выпускных и вступительных экзаменов.

В этой связи представляется целесообразным в процессе преподавания наряду с традиционными методами и формами проверки знаний учащихся **органично включать тестовые формы контроля**, используя разнообразные виды заданий (с выбором ответа, с кратким ответом или с развернутым ответом).

Результаты ЕГЭ 2003 года требуют всестороннего и тщательного изучения и осмысления. Анализ итогов ЕГЭ 2003 г. позволяет высказать только некоторые общие соображения, направленные на совершенствование процесса преподавания и подготовку учащихся образовательных учреждений к сдаче единого экзамена.

Повышению уровня математической подготовки выпускников средней школы будут способствовать:

– корректировка стандарта школьного математического образования с учетом значимости каждого включаемого элемента содержания и требования к его усвоению для обеспечения успешной адаптации в современном обществе и продолжения образования выпускником средней школы;

– эффективная реализация принципа уровневой дифференциации в процессе преподавания в классе любого профиля, которая призвана способствовать достижению уровня обязательной подготовки, отвечающей профилю класса, учащимся, не ориентированным на более глубокое изучение математики, а также продвижению учащихся, имеющих возможности и желание усваивать математику на более высоком уровне;

– существенное изменение отношения к преподаванию геометрии в средней школе, где в настоящее время не предусматривается обязательный выпускной экзамен по курсам основной и средней школы, усвоение которых контролируется в рамках ЕГЭ.

Изучение опыта подготовки и проведения ЕГЭ 2003 года позволяет высказать некоторые рекомендации по совершенствованию технологии подготовки и инструментария ЕГЭ.

Анализ отзывов членов региональных экспертных комиссий на КИМы 2003 года, наблюдения за учащимися при подготовке и сдаче ЕГЭ и беседы с ними, работа с экспертами в регионе (проверка части С осуществляется в регионах) позволили получить предварительную оценку общественного мнения относительно содержания и структуры КИМов и на этой основе сформулировать ряд предложений по совершенствованию КИМов 2004 года.

В целом мнения достаточно положительные. Отмечаются:

– удачная структура КИМ 2003 года (три части с заданиями различной сложности, которая обеспечивает возможность достаточно тонкой дифференциации выпускников по уровню математической подготовки);

– удачная последовательность расположения заданий в экзаменационной работе по тематике и сложности;

– разумное различие по сложности заданий с развернутыми ответами, предназначенными для более тонкой дифференциации учащихся с высоким уровнем математической подготовки;

– корректная формулировка заданий.

Среди высказанных замечаний следует выделить следующие:

– не включать в КИМы одинаковых заданий (несколько одинаковых заданий повторилось в 50 вариантах);

– выделять (любым способом) «конкурсные задания», которые не учитываются при подсчете «школьного» балла.

Центру тестирования:

– особенно тщательно выверять «ключи» к ответам на задания части I (в 2003 году была допущена ошибка в «ключе» к А13).

КОГДА И КАК ГОТОВИТЬСЯ К ЕГЭ?

Подготовка выпускников к единому государственному экзамену по математике осуществляется в течение **всего** периода их обучения в средней школе.

Культуре вычислений обучают школьников в 5–6 классах, и если он обучен рациональным приемам вычислений, умеет устно и оперативно считать, то это залог успеха и на ЕГЭ.

Однако нельзя отрицать, что от целенаправленной подготовки выпускников к этому ответственному экзамену на завершающей стадии их обучения зависит очень многое.

Периодом целенаправленной подготовки выпускников, на наш взгляд, является последний год их обучения. Этот период можно условно разделить на две части.

Первая часть – до выхода двух основных документов: *Спецификации* экзаменационной работы по математике для выпускников 11 класса средней (полной) общеобразовательной школы на текущий год и *демонстрационного* варианта экзаменационной работы на текущий год (иногда говорят «демоверсия»).

Вторая часть – после опубликования этих двух важных документов.

Первую часть подготовки целесообразно осуществлять, основываясь на материалах ЕГЭ прошлых лет. Во второй части подготовка должна быть более целенаправленной и ее следует ориентировать в соответствии с двумя вышеназванными документами.

Изучив «План экзаменационной работы» и «Спецификацию», приступайте к изучению основных характеристик заданий по карточке с **А1** по **С4**, составленным к ЕГЭ 2003 года. Проверяемые элементы содержания подсказывают Вам, какую конкретно по этому заданию нужно повторить **теорию**. Выполняйте после устных упражнений пропедевтического содержания по данной теории серию тренировочных упражнений. Подбирайте аналогичные задания и для домашней работы. Задания ЕГЭ 2003 года подробнейшим образом анализируйте и решайте на доске. Учите школьников рациональным записям решения (ведь на экзамене задания части I и II на черновиках **не проверяются**, важен верный ответ, а не то, как ты к нему пришел).

Такие тренировки в выполнении тестовых заданий позволят реально повысить тестовый балл. Зная типовые инструкции тестовых заданий, ученик практически не будет тратить время на понимание инструкции. Во время таких тренировок формируются соответствующие психотехнические навыки саморегуляции и самоконтроля.

При этом основную часть подготовительной работы желательно проводить заранее, отрабатывая отдельные детали при сдаче каких-нибудь зачетов, в проверочных работах, т. е. в случаях не столь эмоционально напряженных.

Ученые считают, что психотехнические навыки сдачи экзаменов не только повышают эффективность подготовки к экзаменам, позволяют более успешно вести себя во время экзамена, но и вообще способствуют развитию навыков мыслительной работы, умению мобилизовать себя в решающей ситуации овладевать собственными эмоциями. Ведь не секрет, что успешность сдачи экзамена во многом зависит от настроя.

Считаем полезным проведение зачетной итоговой работы по алгебре и началам анализа по форме ЕГЭ в 10 классе. Оценивать такую работу легко. Задания составлены так, что все ученики, справившиеся с разделом А, имеют только базовые знания, решившие задания из раздела В – имеют хорошие знания, могут решать задания повышенной сложности.

Справившиеся с заданиями С (или частью таких заданий) могут получить отличную оценку за работу.

Систему оценивания учитель может определить самостоятельно в зависимости от уровня подготовленности класса.

Приводим пример такой работы, составленной для обучающихся по учебнику «Алгебра и начала анализа. 10–11», автор Алимов Ш. А. Итоговая работа рассчитана на 4 урока по 40 минут, для зачетной работы достаточно 120 минут. Работа завершается составлением матрицы ответов, куда записывают номер выбранного ответа из раздела А, краткий ответ на задания из раздела В и ответы на решенные задания из раздела С.

ЗАЧЕТНАЯ РАБОТА ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА ЗА I ПОЛУГОДИЕ 2002/2003 УЧЕБНОГО ГОДА

(10 класс, 2 часа)

A1. Упростите выражение

$$\sqrt[3]{9a^2b}\cdot\sqrt{3ab^2}-3a\sqrt[6]{3ab^8}\text{ , если } a>0;\ b>0.$$

1) 1 2) 0 3) $3\sqrt[3]{ab}$ 4) $\sqrt[3]{3ab}$.

A2. Найдите значение выражения

$$3^2\cdot\frac{\left(7^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2}}{7^3}.$$

1) $\frac{3}{7^3}$ 2) 441 3) $9\cdot 7^4$ 4) $\frac{9}{49}$.

A3. Вычислите значение выражения

$$(0{,}3)^{\log_{0,3}^{30}+\log_{5}^{0,2}}.$$

1) 60 2) $103\frac{1}{3}$ 3) 30 4) 100.

A4. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$4\cdot 0{,}5^{x+1}-0{,}5^{x}+0{,}5^{x-2}=20.$$

1) $[-3;-1]$ 2) $[0;1]$ 3) $[2;4)$ 4) $[4;8]$.

A5. Найдите сумму корней уравнения

$$\log_3 x=\log_5^2 x-2.$$

1) −24,8 2) 24,8 3) 25,2 4) −1,8.

B1. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\log_{\frac{1}{2}}(8+2x)\le -4.$$

B2. Вычислите:

$$36^{0,5-\log_6\sqrt{5}}-\frac{4}{15}\cdot\log_{0,09}\sqrt{0{,}027}.$$

B3. Найдите значение выражения

$$\log_5\left(\sqrt{5}a^4\right),\text{ если } \log_5 a=-2.$$

B4. Найдите произведение корней уравнения

$$\log_2 4\cdot\log_3^2 x-\log_3 x=0.$$

B5. Пусть (x_0, y_0) решение системы

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(2-x)-y=0, \\ |x-1|-y=2. \end{cases}$$

Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$.

C1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^{-x}\cdot 2^{y}=1152, \\ \log_{\sqrt{5}}(x+y)=2. \end{cases}$$

C2. Найдите область определения функции

$$y=\frac{\sqrt{9-x^2}}{\log_7(2-x)}.$$

C3. Постройте график функции

$$y=|\log_3 x|.$$

C4. Решите неравенство

$$\frac{3x-4}{\log_{\frac{1}{2}} x}<0.$$

C5. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\sqrt{x^2-x-2}>x+2.$$

ИТОГОВЫЙ ЭКЗАМЕН ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА

(10 класс, 4 часа)

Вариант I

A1. Упростите выражение

$$\sqrt[3]{81}-\sqrt{49}\cdot\sqrt[3]{24}.$$

1) $14\sqrt[3]{3}$ 2) $3\sqrt[3]{3}$ 3) $-11\sqrt{3}$ 4) -11.

A2. Упростите выражение

$$\frac{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{4}}-n^{\frac{1}{4}}}-2n^{\frac{1}{4}}.$$

1) $m^{\frac{1}{4}}+3n^{\frac{1}{4}}$ 2) $m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}$ 3) $m^{\frac{1}{4}}+n^{\frac{1}{4}}$ 4) $m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}-2n^{\frac{1}{4}}$.

А3. Вычислите значение выражения

$$\operatorname{tg}\frac{7}{4}\pi - 2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \cos 3\pi.$$

1) $\sqrt{3}$ 2) 1 3) $\sqrt{3}-2$ 4) $-\sqrt{3}$.

А4. Упростите выражение

$$2^{\log_2^3} + \log_7^2 - \log_7^{14}.$$

1) 2 2) $\frac{3}{7}$ 3) $\frac{6}{7}$ 4) 84.

А5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$2^{x-1} + 2^{x+1} = 20.$$

1) (4; 5) 2) [3; 4] 3) (2; 3) 4) [1; 2].

А6. Найдите решение $(x_0; y_0)$ системы уравнений $\begin{cases} x + y = 2, \\ 7^{x+2y-1} = 1 \end{cases}$

и вычислите $x_0 \cdot y_0$.

1) –2 2) 2 3) –3 4) 3.

А7. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения

$$\log_{0,5}(x-9) = 1 - \log_{0,5}5.$$

1) (11; 13) 2) (2; 11) 3) (–12; –10) 4) [–10; –9].

А8. Найдите решение $(x_0; y_0)$ системы уравнений

$\begin{cases} \operatorname{Ln}(x-4y) = 0, \\ \operatorname{Lg}2x + \lg y = 1 \end{cases}$ и вычислите значение разности $x_0 - y_0$.

1) 3 2) 4 3) 1 4) 0.

А9. Найдите число корней уравнения $\operatorname{tg}^2 x + 3 = 2\sqrt{3}\,\frac{\sin x}{\cos x}$ на $[0; 2\pi]$.

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

А10. Найдите сумму корней уравнения

$$x + 1 = \sqrt{7x-5}.$$

1) –1 2) 1 3) 4 4) 5.

В1. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{11}\right)^{0.5x-7}}.$$

B2. Найдите область значений функции $y(x) = 2\sin x - 1$

B3. Найдите наименьшее значение функции $y(x) = \log_3(16 - x^2)$ на промежутке $[0; \sqrt{7}]$.

B4. Решите неравенство $\dfrac{x+4}{x(3-x)} \le 0$.

B5. Найдите число целых решений неравенства

$$\left(\cos\frac{\pi}{4}\right)^{x^2+2x} \ge 2^{1,5x-3}.$$

B6. Найдите число решений уравнения $3\cos^2 x - \sin^2 x = \sin 2x$, принадлежащих промежутку $[0; 2\pi]$.

C1. Решите уравнение

$$5\log_4\left(\frac{9}{x+8} - x\right) = 3\log_4\left(\frac{9}{1-x} - \frac{1}{x+9}\right) + 16.$$

C2. Найдите a, при которых неравенство $x - 4x + \log_{\frac{1}{3}}(a-2)^2 > 0$

выполняется при любых x.

C3. Найдите координаты точек пересечения графиков функции $y = \sqrt{2x^2 + 6x - 4}$ *и* $y = \sqrt{x^2 + 3x - 16} + \sqrt{x^2 + 3x}$.

C4. Решите уравнение $3^{16+x} \cdot 4^{4+x} \cdot 5^{3x} = 540^{8-x}$.

Вариант II

A1. Упростите выражение

$$\sqrt{125} \cdot \sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}.$$

1) $9\sqrt{5}$ 2) $10\sqrt{10} - \sqrt{5}$ 3) $11\sqrt{5}$ 4) 9.

A2. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[6]{y^2} - 4}{\sqrt[6]{y} + 2} + 2$.

1) $y^{\frac{1}{6}}$ 2) $y^{\frac{1}{6}+4}$ 3) $y^{\frac{1}{3}}$ 4) y.

A3. Вычислите: $\dfrac{6\sin 15^0 \cos 15^0}{2\cos^2 15 - 1}$.

1) $3\sqrt{3}$ 2) 3 3) $1,5\sqrt{2}$ 4) $\sqrt{3}$.

А4. Упростите выражение $\log_3 15 - \log_3 5 + 3^{\log^{\frac{5}{3}}}$.

1) $5^{\log^{\frac{5}{3}}}$ 2) $\log_3 15$ 3) 6 4) 5.

А5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $4^{x+1} - 2^{2x} = 24$.

1) (2; 4) 2) [1; 2] 3) (0; 1) 4) [4; 6].

А6. Найдите решение $(x_0; y_0)$ системы уравнений.

$\begin{cases} 2y - x + 4 = 0, \\ 5^{x-y+2} = 125 \end{cases}$ и вычислите значение произведения $x_0 \cdot y_0$.

1) 6 2) 3 3) –6 4) –2.

А7. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения $\log_4(4 - x) - \log_4 x = 1$.

1) (–3; –1) 2) (0; 2) 3) [2; 3] 4) [4; 8].

А8. Найдите решение $(x_0; y_0)$ системы уравнений

$\begin{cases} 3^{x+y} = 1 \backslash 9, \\ \lg(x - 2y) = \lg(2y + 5) \end{cases}$ и вычислите значение суммы $x_0 + y_0$

1) 2 2) –2 3) –1 4) –8.

А9. Найдите число корней уравнения $\cos^2 x - 2\cos x = 3$ на промежутке $[-5\pi; 8\pi]$.

1) 12π 2) 9π 3) 7π 4) 21π.

А10. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\sqrt{x^2 + 5x + 5} = x + 2$.

1) [3; 5] 2) (1; 3) 3) [0; 2] 4) (–2; 0).

В1. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-7} - 1}.$$

В2. Найдите область значений функции $y(x) = 3\cos x + 1$.

В3. Найдите наибольшее значение функции $y = \log_{0,5}(x^2 - 9)$ на промежутке [5; 7].

В4. Решите неравенство $\dfrac{x(5 - x)}{3 + x} \le 0$.

В5. Найдите число целых решений неравенства

$$6^{\sqrt{x-2}} - 2 < 24 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{\sqrt{x-2}}.$$

В6. Найдите число корней уравнения $\cos x - 2\sqrt{3}\sin^2 x = \cos 3x$, принадлежащих промежутку $[0; 2\pi]$.

С1. Решите уравнение

$$2\log_{12}\left(x + \frac{6}{x-5}\right) = \log_{12}\left(\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-3}\right) + 3.$$

С2. Найдите a, при которых множество решений неравенства $3x^2 + ax - 5 < 0$ есть интервал длиной, равной 8\3.

С3. Найдите координаты точек пересечения графиков функции

$$y = \sqrt{6x - 4 + 2x^2}$$

и $$y = \sqrt{3x + x^2} + \sqrt{3x + x^2 - 16}.$$

С4. Решите уравнение: $2^{9x+9} \cdot 3^{7x+3} \cdot 5^{6x} = 720^{x+3}$.

Изучив подробно важнейшие документы, опубликованные к предстоящему ЕГЭ, учитель составляет для себя карточки с $\boxed{\text{А1}}$ по $\boxed{\text{С4}}$ (см. Карточки), в которые заносит из «Плана экзаменационной работы» все необходимые сведения.

Расшифровав коды проверяемых элементов содержания, учитель намечает, в какой последовательности осуществить повторение теории (формул) и подбирает систему упражнений, обеспечивающих отработку и закрепление твердых навыков применения теории (формул).

Обращаем Ваше внимание, что карточки $\boxed{\text{А1}}$ – $\boxed{\text{С4}}$ подготовлены по плану ЕГЭ 2003 г., и систему упражнений подобрали из КИМ 2003 года в нескольких вариантах.

Задания в вариантах 2003 подобраны «калиброванные», т. е. задания варианта 35 $\boxed{\text{А1}}$ и варианта 17 $\boxed{\text{А1}}$ одного уровня сложности $\boxed{\text{Б}}$ базового.

В каком порядке работать с карточками, учитель определит самостоятельно.

КАРТОЧКИ И ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ИЗ КИМ 2003

$\boxed{\text{А1}}$ $\boxed{\text{Б}}$

Умение выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений и находить их значение

Коды проверяемых элементов содержания 1.4.2–1.4.5

1.4.2		*Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента*
	1.4.2.1	Основное тригонометрическое тождество

	1.4.2.2	Произведение тангенса и котангенса одного и того же аргумента
	1.4.2.3	Зависимость между тангенсом и косинусом одного и того же аргумента
	1.4.2.4	Зависимость между котангенсом и синусом одного и того же аргумента
	1.4.2.5	Другие комбинации соотношений между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента
1.4.3		*Формулы сложения*
	1.4.3.1	Синус суммы и разности
	1.4.3.2	Косинус суммы и разности
	1.4.3.3	Тангенс суммы и разности
1.4.4		*Следствия из формул сложения*
	1.4.4.1	Синус двойного угла
	1.4.4.2	Косинус двойного угла
	1.4.4.3	Тангенс двойного угла
1.4.5		*Формулы приведения*

ДВ Найдите значение выражения

$$2\sin^2 2\alpha + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + 2\cos^2 2\alpha \text{ при } \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

1) 0 2) $2 + \sqrt{3}$ 3) 3 4) $2 - \sqrt{3}$.

Примеры заданий $\boxed{\text{A1}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{A1}}$ Упростите выражение $\dfrac{6\sin^2\alpha}{3(1-\cos^2\alpha)}$.

1) 2 2) 3 3) $-2 + \cos\alpha$ 4) $3 + 3\cos\alpha$.

Вариант II

$\boxed{\text{A1}}$ Упростите выражение $2\cos^2\alpha + 3\sin^2\alpha - 2$.

1) $\sin^2\alpha$ 2) -1 3) $5\sin^2\alpha$ 4) 3.

Вариант III

$\boxed{\text{A1}}$ Упростите выражение $-4\sin^2\alpha + 5 - 4\cos^2\alpha$.

1) $1 + 8\cos^2\alpha$ 2) 9 3) 1 4) $1 + 8\sin^2\alpha$.

A2 **Б**

Умение выполнять тождественные преобразования степенных выражений

Коды проверяемых элементов содержания 1.2.2

1.2.2		*Свойства степени с рациональным показателем*
	1.2.2.1	Произведение степеней с одинаковыми основаниями
	1.2.2.2	Частное степеней с одинаковыми основаниями
	1.2.2.3	Степень степени
	1.2.2.4	Степень произведения и частного
	1.2.2.5	Сравнение степеней с различными основаниями
	1.2.2.6	Сравнение различных степеней с одинаковыми основаниями
	1.2.2.7	Произведение и частное степеней с одинаковыми основаниями
	1.2.2.8	Другие комбинации свойств степеней

ДВ Упростите выражение $\dfrac{9m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{3\frac{1}{2}}}{m^{-3}}$.

1) $9m^7$ 2) $9m$ 3) 9 4) $\dfrac{9}{m^6}$.

Примеры заданий A2 из КИМ 2003

Вариант I

A2 Упростите выражение $a^{0,75} : a^{-\frac{1}{6}}$.

1) $a^{\frac{11}{12}}$ 2) $a^{\frac{7}{12}}$ 3) $a^{-\frac{9}{2}}$ 4) $a^{-\frac{11}{12}}$.

Вариант II

A2 Упростите выражение $a^{\frac{1}{3}} : a^{-\frac{2}{5}}$.

1) $a^{\frac{11}{15}}$ 2) $a^{-\frac{5}{6}}$ 3) $a^{\frac{7}{15}}$ 4) $a^{-\frac{1}{15}}$.

Вариант III

A2 Упростите выражение $a^{-\frac{16}{9}} : a^{-\frac{4}{3}}$.

1) $a^{\frac{4}{3}}$ 2) $a^{\frac{4}{9}}$ 3) $a^{-\frac{4}{9}}$ 4) $a^{-\frac{28}{9}}$.

A3		**Б**

Умение выполнять тождественные преобразования иррациональных выражений

Коды проверяемых элементов содержания 1.1.2

1.1.2		*Свойства корня степени n*
	1.1.2.1	Корень из произведения и произведение корней
	1.1.2.2	Корень из частного и частное корней
	1.1.2.3	Корень из степени и степень корня
	1.1.2.4	Корень степени m из корня степени n
	1.1.2.5	Корень из произведения и частного степеней
	1.1.2.6	Корень из произведения и частного корней
	1.1.2.7	Другие комбинации свойств корней степени n

ДВ Сократите дробь $\dfrac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{y^2}}$.

1) $\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}$ 2) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}$ 3) $\dfrac{1}{x-y}$ 4) $x+y$.

Примеры заданий A3 из КИМ 2003

Вариант I

A3 Вычислите: $\sqrt[4]{48}\cdot\sqrt[4]{162}$.

1) $24\sqrt[4]{6}$ 2) $6\sqrt[4]{6}$ 3) $12\sqrt[4]{3}$ 4) $24\sqrt{6}$.

Вариант II

A3 Вычислите: $\sqrt[4]{16\cdot 81}$.

1) 48 2) 36 3) 6 4) 5.

Вариант III

A3 Вычислите: $\dfrac{1}{4}\sqrt[4]{12}\cdot\sqrt[4]{108}$.

1) $1\dfrac{1}{2}$ 2) $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$ 3) 3 4) $\dfrac{1}{2}\sqrt[4]{27}$.

А4 **Б**

Умение выполнять тождественные преобразования логарифмических выражений и находить их значение

Коды проверяемых элементов содержания 1.3.2–1.3.3

1.3.2		*Свойства логарифмов*
	1.3.2.1	Логарифм произведения и сумма логарифмов
	1.3.2.2	Логарифм частного и разность логарифмов
	1.3.2.3	Логарифм степени и произведение числа и логарифма
	1.3.2.4	Формула перехода от одного основания логарифма к другому
	1.3.2.5	Логарифм произведения и частного степеней, сумма и разность логарифмов с одинаковыми основаниями
	1.3.2.6	Сумма и разность логарифмов с различными основаниями
	1.3.2.7	Основное логарифмическое тождество
	1.3.2.8	Другие комбинации свойств логарифмов
	1.3.3	Десятичные и натуральные логарифмы

ДВ Найдите значение $\log_3(9b)$, если $\log_3 b = 5$.

1) –8 2) 10 3) 7 4) 25.

Примеры заданий А4 из КИМ 2003

Вариант I

А4 Вычислите: $\log_5^{10} + \log_5^{\frac{1}{1250}}$.

1) 1 2) 2 3) –3 4) 6.

Вариант II

А4 Вычислите значение выражения $\log_5(5ab)$, если $\log_5 ab = 0{,}7$.

1) 3,5 2) 5,7 3) 4 4) 1,7.

Вариант III

А4 Вычислите значение выражения $\lg 2a + \lg 5b$, если $\lg ab = 3$.

1) 4 2) 1,5 3) 6 4) 3.

A5		**Б**

Умение решать тригонометрические уравнения (обшая формула решения уравнений sinx=a, cosx=a, tgx=a)

Коды проверяемых элементов содержания 2.4.1.4; 1.4.2–1.4.5

	2.4.1.4	Решение тригонометрических уравнений: общая формула решения уравнений sinx=a cosx=a, tgx=a
1.4.2		*Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента*
	1.4.2.1	Основное тригонометрическое тождество
	1.4.2.2	Произведение тангенса и котангенса одного и того же аргумента
	1.4.2.3	Зависимость между тангенсом и косинусом одного и того же аргумента
	1.4.2.4	Зависимость между котангенсом и синусом одного и того же аргумента
	1.4.2.5	Другие комбинации соотношений между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента
1.4.3		*Формулы сложения*
	1.4.3.1	Синус суммы и разности
	1.4.3.2	Косинус суммы и разности
	1.4.3.3	Тангенс суммы и разности
1.4.4		*Следствия из формул сложения*
	1.4.4.1	Синус двойного угла
	1.4.4.2	Косинус двойного угла
	1.4.4.3	Тангенс двойного угла
1.4.5		*Формулы приведения*

ДВ Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $(-1)^{n-1}\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

3) $(-1)^{n-1}\frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in Z$ 4) $(-1)^{n}\frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in Z$.

Примеры заданий A5 из КИМ 2003

Вариант I

A5 Найдите все решения уравнения $\operatorname{ctg}^2 x=\frac{1}{\sin^2 x}-1+\cos x$.

1) $\pi n,\ n\in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

3) $\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$ 4) $\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$.

Вариант II

$\boxed{\text{A5}}$ Найдите все решения уравнения $\frac{1}{\sin^2 x}=\left(1+\operatorname{ctg}^2 x\right)\cdot\sin x$.

1) $\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$ 2) $2\pi n, n\in Z$

3) $\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$ 4) $-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$.

Вариант III

$\boxed{\text{A5}}$ Найдите все решения уравнения $\frac{1}{\cos x}+\frac{1}{\cos^2 x}=3+\operatorname{tg}^2 x$.

1) $(-1)^n\frac{\pi}{3}+\pi n, n\in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$

3) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$ 4) $\pi n, n\in Z$.

$\boxed{\text{A6}}$ $\boxed{\text{Б}}$

Умение решать логарифмические уравнения

Коды проверяемых элементов содержания 2.4.1.3; 1.3.2–1.3.3

	2.4.1.3	Решение логарифмических уравнений
1.3.2		*Свойства логарифмов*
	1.3.2.1	Логарифм произведения и сумма логарифмов
	1.3.2.2	Логарифм частного и разность логарифмов
	1.3.2.3	Логарифм степени и произведение числа и логарифма
	1.3.2.4	Формула перехода от одного основания логарифма к другому
	1.3.2.5	Логарифм произведения и частного степеней, сумма и разность логарифмов с одинаковыми основаниями
	1.3.2.6	Сумма и разность логарифмов с различными основаниями
	1.3.2.7	Основное логарифмическое тождество
	1.3.2.8	Другие комбинации свойств логарифмов
1.3.3		*Десятичные и натуральные логарифмы*

ДВ Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_2(x+1) = \log_2(3x)$.

1) $(-\infty; -1)$ 2) $(-1; 0)$ 3) $[-1; 0]$ 4) $(0; +\infty)$.

Примеры заданий $\boxed{\text{A6}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{A6}}$ Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $1-\log_5(x+3)=\log_5^2$.

1) $[-4; 0]$ 2) $(-\infty; -4)$ 3) $(0; 3]$ 4) $(3; +\infty)$.

Вариант II

$\boxed{\text{A6}}$ Укажите промежуток, содержащий корень уравнения

$\log_\pi^2+\log_\pi(7x-21)=\log_\pi(4x-6)$.

1) $(3; 4)$ 2) $[4; -\infty)$ 3) $(-\infty; 2)$ 4) $[2; 3]$.

Вариант III

$\boxed{\text{A6}}$ Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $1-\log_5(x+3)=\log_5^2$.

1) $(0; 3]$ 2) $(3; +\infty)$ 3) $[-4; 0]$ 4) $(-\infty; -4)$.

$\boxed{\text{A7}}$ $\boxed{\text{Б}}$

Умение решать показательные неравенства

Коды проверяемых элементов содержания 2.6.2

	2.6.2	Показательные неравенства

ДВ Решите неравенство $5^{2-3x} - 1 \ge 0$.

1) $\left(-\infty; \dfrac{2}{3}\right)$ 2) $\left(-\infty; \dfrac{2}{3}\right]$ 3) $\left(\dfrac{2}{3}; +\infty\right)$ 4) $\left[\dfrac{2}{3}; +\infty\right)$.

Пример задания $\boxed{\text{A7}}$ из КИМ 2003

Найдите область определения функции $y=\sqrt{\left(\dfrac{1}{3}\right)^{1-2x}-3}$.

1) $(1; \infty)$ 2) $[1; \infty)$ 3) $(-\infty; 1]$ 4) $[0; \infty)$.

Это задание было предложено во всех вариантах КИМ.

A8		Б
Умение решать дробно-рациональные неравенства		
Коды проверяемых элементов содержания 2.6.1		
	2.6.1	Рациональные неравенства

ДВ Решите неравенство $\frac{x(x+3)}{2-x} \geq 0$.

1) $(-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$ 2) $[-3; 2)$
3) $(-\infty; -3) \cup [0; 2)$ 4) $(-\infty; -3] \cup [0; 2)$.

Примеры заданий A8 из КИМ 2003

Вариант I

A8 Сколько целых неотрицательных решений имеет неравенство

$$\frac{x-1}{(4x+12)(6-x)} \geq 0.$$

1) 4 2) бесконечно много 3) 6 4) 5.

Вариант II

A8 Решите неравенство $\frac{4x-3}{(2-3x)(x-1)} \geq 0$.

1) $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right) \cup \left[\frac{2}{3}; 1\right)$ 2) $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right] \cup (1; \infty)$
3) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup \left[\frac{3}{4}; 1\right)$ 4) $\left(-\frac{3}{4}; \frac{2}{3}\right] \cup (1; +\infty)$.

Вариант III

A8 Решите неравенство $\frac{2}{x} - 10 \geq 0$.

1) $(0; 5]$ 2) $(-\infty; 0,2]$ 3) $[-0,2; 0)$ 4) $(0; 0,2]$.

A9		Б
Умение решать иррациональные уравнения		
Коды проверяемых элементов содержания 2.4.1.1		
	2.4.1.1	Решение иррациональных уравнений

ДВ Укажите промежуток, которому принадлежат нули функции
$f(x)=\sqrt{4-3x^2}-x$.

1) $[-1;\ 1)$ 2) $[1;\sqrt{2}\,]$ 3) $\left[-\frac{4}{3};1\right)$ 4) $(\sqrt{2};2\,]$.

Примеры заданий $\boxed{\text{А9}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{А9}}$ Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения
$x-\sqrt{2x^2-2x-4}=2$.

1) $[-12;\ 0]$ 2) $[5;\infty)$ 3) $[4;\ 5)$ 4) $[2;\ 4)$.

Вариант II

$\boxed{\text{А9}}$ Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения
$\sqrt{4-3x}=x$.

1) $(-\infty;\ -4)$ 2) $(4;\infty)$ 3) $(-1;\ \infty)$ 4) $(-\infty;\ -1)$.

Вариант III

$\boxed{\text{А9}}$ Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения
$\sqrt{2x^2-2x-20}-x=1$.

1) $[2;\ \infty)$ 2) $(-\infty;\ -2]$ 3) $(-2;\ 1]$ 4) $[1;\ 2)$.

$\boxed{\text{А10}}$ $\boxed{\text{Б}}$

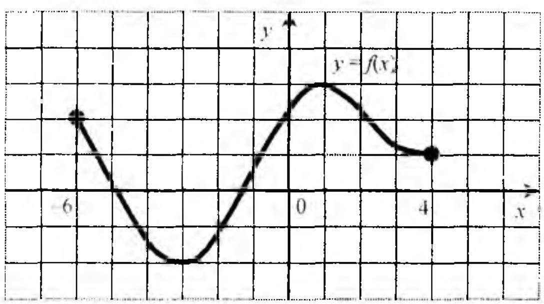
Умение читать графики и иллюстрировать с помощью графика основные свойства функции

Коды проверяемых элементов содержания 3.1.11

	3.1.11	Связь между свойствами функции и ее графиком

ДВ Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-6;\ 4]$. Укажите промежуток, которому принадлежат все точки экстремума.

1) $[-6;\ 0]$
2) $[0;\ 4]$
3) $[-2;\ 3]$
4) $[-3;\ 1]$.

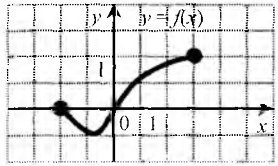


Примеры заданий $\boxed{A10}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{A10}$ Функция $y = f(x)$ задана графиком. Найдите область определения этой функции.

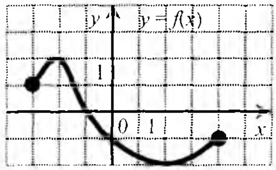
1) [–2; 2]
2) [–1; 2]
3) [–2; 3]
4) [–1; 3].



Вариант II

$\boxed{A10}$ Функция $y = f(x)$ задана графиком. Укажите область определения этой функции.

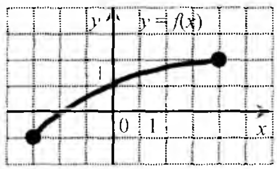
1) [–3; –1)
2) [–2; 2]
3) (–1; 4]
4) [–3; 4].



Вариант III

$\boxed{A10}$ Функция $y = f(x)$ задана графиком. Укажите область определения этой функции.

1) [–3; 4]
2) [–2; 4]
3) [0; 2]
4) [–1; 2].



$\boxed{A11}$ $\boxed{Б}$

Умение находить область определения логарифмической или показательной функции

Коды проверяемых элементов содержания 3.1.1.2–3.1.1.3

3.1.1		*Область определения функции:*
	3.1.1.2	Показательной
	3.1.1.3	Логарифмической

ДВ Найдите область определения функции $y = \log_{0,3}(x - x^2)$.

1) [0; 1]
2) (0; 1)
3) $(-\infty; 0)\cup(1; +\infty)$
4) $(-\infty; 0)\cup[1; +\infty)$.

Примеры заданий $\boxed{\text{A11}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{A11}}$ Найдите область определения функции $y = \log_{0,12}(144 - x^2)$.

1) $(-12; 12)$ 2) $(0; 12)$

3) $(-\infty; 0)\cup(12; \infty)$ 4) $[-12; 12]$.

Вариант II

$\boxed{\text{A11}}$ Найдите область определения функции $y = \lg(3x - x^2)$.

1) $[0; 3]$ 2) $(0; 3)$

3) $(-\infty; 0)\cup[3; \infty)$ 4) $(-\infty; 0)\cup(3; \infty)$.

Вариант III

$\boxed{\text{A11}}$ Найдите область определения функции $y = \log_{0,3}(x^2 - 4x)$.

1) $(0; 4)$ 2) $(-\infty; 0)\cup(4; \infty)$

3) $(-\infty; 0)\cup[4; \infty)$ 4) $[0; 4]$.

$\boxed{\text{A12}}$ $\boxed{\text{Б}}$

Умение находить множество значений тригонометрической, логарифмической или показательной функции

Коды проверяемых элементов содержания 3.1.2.1–3.1.2.3

3.1.2		*Множество значений функции:*
	3.1.2.1	Тригонометрической
	3.1.2.2	Показательной
	3.1.2.3	Логарифмической

ДВ Найдите множество значений функции $y = \sin x + 2$.

1) $[-1; 1]$ 2) $[0; 2]$ 3) $[1; 3]$ 4) $[2; 3]$.

Примеры заданий $\boxed{\text{A12}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{A12}}$ Найдите множество значений функции $y = -\frac{3}{2}\sin x$.

1) $[0; 3]$ 2) $(-\infty; \infty)$ 3) $[-1,5; 1,5]$ 4) $(-1,5; 1,5)$.

Вариант II

$\boxed{\text{A12}}$ Найдите множество значений функции $y = 4 - \sin x$.

1) $[3; 4]$ 2) $[3; 5]$ 3) $(-\infty; \infty)$ 4) $[-4; 4]$.

Примеры заданий $\boxed{\text{A11}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{A11}}$ Найдите область определения функции $y = \log_{0,12}(144 - x^2)$.

1) $(-12; 12)$ 2) $(0; 12)$
3) $(-\infty; 0)\cup(12; \infty)$ 4) $[-12; 12]$.

Вариант II

$\boxed{\text{A11}}$ Найдите область определения функции $y = \lg(3x - x^2)$.

1) $[0; 3]$ 2) $(0; 3)$
3) $(-\infty; 0)\cup[3; \infty)$ 4) $(-\infty; 0)\cup(3; \infty)$.

Вариант III

$\boxed{\text{A11}}$ Найдите область определения функции $y = \log_{0,3}(x^2 - 4x)$.

1) $(0; 4)$ 2) $(-\infty; 0)\cup(4; \infty)$
3) $(-\infty; 0)\cup[4; \infty)$ 4) $[0; 4]$.

$\boxed{\text{A12}}$ $\boxed{\text{Б}}$

Умение находить множество значений тригонометрической, логарифмической или показательной функции

Коды проверяемых элементов содержания 3.1.2.1–3.1.2.3

3.1.2		*Множество значений функции:*
	3.1.2.1	Тригонометрической
	3.1.2.2	Показательной
	3.1.2.3	Логарифмической

ДВ Найдите множество значений функции $y = \sin x + 2$.
1) $[-1; 1]$ 2) $[0; 2]$ 3) $[1; 3]$ 4) $[2; 3]$.

Примеры заданий $\boxed{\text{A12}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{A12}}$ Найдите множество значений функции $y = -\frac{3}{2}\sin x$.

1) $[0; 3]$ 2) $(-\infty; \infty)$ 3) $[-1,5; 1,5]$ 4) $(-1,5; 1,5)$.

Вариант II

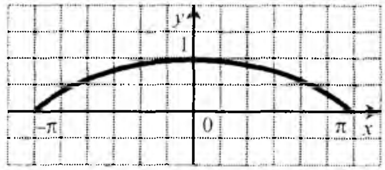
$\boxed{\text{A12}}$ Найдите множество значений функции $y = 4 - \sin x$.
1) $[3; 4]$ 2) $[3; 5]$ 3) $(-\infty; \infty)$ 4) $[-4; 4]$.

Вариант II

A13 График какой из перечисленных функций изображен на рисунке?

1) $f(x)=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 2) $f(x)=\dfrac{1}{2}\cos x$

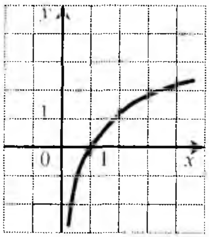
3) $f(x) = \cos 2x$ 4) $f(x)=\cos\dfrac{x}{2}$.



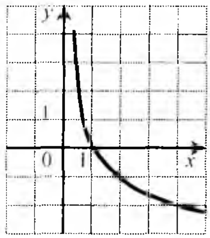
Вариант III

A13 На одном из рисунков изображен график функции $y = \ln x$. Укажите этот рисунок.

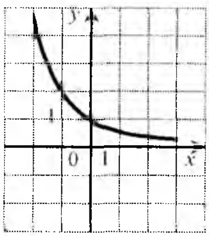
1)



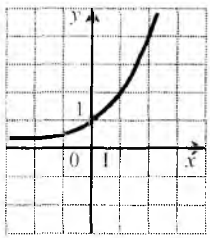
2)



3)



4)



A14 **Б**

Умение находить производную функции

Коды проверяемых элементов содержания 3.2.3–3.2.7

3.2.3		*Таблица производных:*
	3.2.3.1	Тригонометрические функции
	3.2.3.2	Показательная функция
	3.2.3.3	Логарифмическая функция
3.2.4		Производная суммы двух функций
3.2.5		Производная произведения двух функций
3.2.6		Производная частного двух функций
3.2.7		Производная функции вида y = f(ax + b)

ДВ Найдите значение производной функции $y = x \cdot e^x$ в точке $x_0 = 1$.

1) $2e$ 2) e 3) $1 + e$ 4) $2 + e$.

Примеры заданий $\boxed{\text{А14}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{А14}}$ Найдите производную функции $f(x) = x^6 + \cos x$.

1) $f'(x) = \frac{x^7}{7} - \sin x$ 2) $f'(x) = 6x^5 + \sin x$

3) $f'(x) = \frac{x^7}{7} + \sin x$ 4) $f'(x) = 6x^5 - \sin x$.

Вариант II

$\boxed{\text{А14}}$ Найдите производную функции $f(x) = -\sin x + x^7$.

1) $f'(x) = \cos x + \frac{x^8}{8}$ 2) $f'(x) = \cos x + 7x^6$

3) $f'(x) = -\cos x + 7\cos x^6$ 4) $f'(x) = \cos x + \frac{x^8}{8}$.

Вариант III

$\boxed{\text{А14}}$ Найдите производную функции $y = x^{12} + \sin x$.

1) $y' = 12x'' - \cos x$ 2) $y' = 12x + \cos x$

3) $y' = \frac{x^{13}}{13} - \cos x$ 4) $y' = 12x'' + \cos x$.

$\boxed{\text{А15}}$ $\boxed{\text{Б}}$

Умение находить первообразную суммы функций и произведения функции на число

Коды проверяемых элементов содержания 3.4.1–3.4.2

3.4		*Первообразная*
	3.4.1	Первообразная суммы функций
	3.4.2	Первообразная произведения функции на число

ДВ Для функции $y = 2\cos x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{2}; 24\right)$.

1) $Y = 2\sin x + 24$ 2) $Y = 2\sin x + 22$

3) $Y = -2\sin x + 26$ 4) $Y = 2\cos x + 22$.

Пример задания $\boxed{\text{A15}}$ из КИМ 2003

$\boxed{\text{A15}}$ Укажите первообразную функции $y = 2\sin 2x$.

1) $Y = 4\cos x + 1$
2) $Y = -\cos 2x - 2$
3) $Y = 2\cos x$
4) $Y = 2\sin 2x + 2$.

Это задание было предложено во всех вариантах КИМ, присланных в регион.

$\boxed{\text{A16}}$ $\boxed{\text{Б}}$

Понимать и использовать геометрический и физический смысл производной

Коды проверяемых элементов содержания 3.2.1–3.2.2

3.2.		*Производная функции*
	3.2.1	Геометрический смысл производной
	3.2.2	Физический смысл производной

ДВ При движении тела по прямой расстояние S (в метрах) от начальной точки движения изменяется по закону $S(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + t - 1$ (t – время движения в секундах). Найдите скорость тела (м/с) через 4 секунды после начала движения.

1) 1,75
2) 7,5
3) 3
4) 9.

Примеры заданий $\boxed{\text{A16}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{A16}}$ Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x - 3\ln x$ в его точке с абсциссой $x_0 = 3$.

1) –6
2) 2
3) –7
4) 0.

Вариант II

$\boxed{\text{A16}}$ Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 5 + 3x - 2x^4$ в его точке с абсциссой $x_0 = -2$.

1) 19
2) –61
3) 67
4) 72.

Вариант III

$\boxed{\text{A16}}$ Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2 - 2\ln y$ в его точке с абсциссой $x_0 = 2$.

1) 4,5
2) 5
3) 3,5
4) 3.

В1	**П**

Умение решать системы, содержащие одно или два иррациональных уравнения

Коды проверяемых элементов содержания 2.5.1

2.5		*Системы уравнений с двумя переменными*
	2.5.1	Системы, содержащие одно или два иррациональных уравнения

ДВ Пусть$(x_0; y_0)$ – решение системы $\begin{cases}\sqrt{25-10x+x^2}+y=4,\\ y-3x+11=0.\end{cases}$

Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$.

Пример задания В1 из КИМ 2003

Все варианты КИМ имели одинаковое задание.

В1 Пусть $(x_0; y_0)$ – решение системы $\begin{cases}\sqrt{x-1}-y=0,\\ y-|x-5|=2.\end{cases}$

Найдите разность $x_0 - y_0$.

В2	**П**

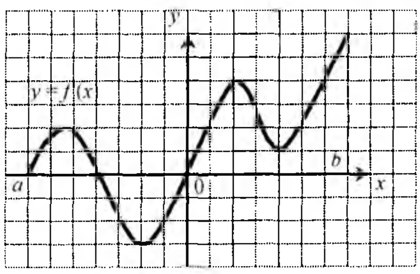
Умение применять производную для исследования функции

Коды проверяемых элементов содержания 3.3.1–3.3.2; 3.2.1

3.3.		*Исследование функций с помощью производной*
	3.3.1	Нахождение промежутков монотонности
	3.3.2	Нахождение экстремумов функции
3.2		*Производная функции*
	3.2.1	Геометрический смысл производной

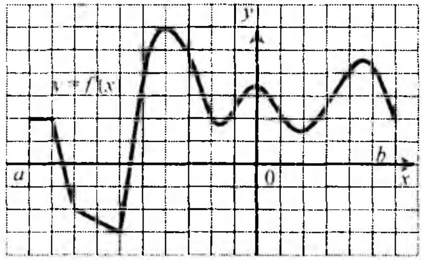
ДВ Функция $y = f(x)$ задана на отрезке [a; b]. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Исследуйте на монотонность функцию $y = f(x)$.

В ответе укажите количество промежутков, на которых функция возрастает.



Примеры заданий $\boxed{\text{B2}}$ из КИМ 2003

$\boxed{\text{B2}}$ На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на отрезке [a; b]. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и в ответе укажите число промежутков убывания.



$\boxed{\text{B3}}$ $\boxed{\text{П}}$

Умение выполнять тождественные преобразования логарифмических выражений и находить их значение

Коды проверяемых элементов содержания 1.3.4

	1.3.4	Тождественные преобразования логарифмических выражений

ДВ Найдите значение выражения

$$\log_{\pi}\left(\frac{a^2 b}{\pi^3}\right), \text{если } \log_{\pi}\sqrt{a} = 3,\ \log_{\pi} b = 5.$$

Примеры заданий $\boxed{\text{B3}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{B3}}$ Вычислите значение выражения

$$\log_6 3 + \log_6 72 + \log_4 7 \cdot \log_{\sqrt{7}} 2 + 5^{\log_5 3}.$$

Вариант II

$\boxed{\text{B3}}$ Вычислите:

$$5 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 81 + 15^{\log_{15} 7}.$$

Вариант III

$\boxed{\text{B3}}$ Найдите значение выражения

$$\left(\left(1 - \log_2^2 6\right)\log_{12}^2 + \log_2 6\right) \cdot 3^{\log_3 7}.$$

Вариант IV

$\boxed{\text{B3}}$ Найдите значение выражения

$$\left(3\log_8 3{,}5 - \log_2 7 - 1\right) \cdot 5^{4\log_5 2}.$$

Вариант V

B3 Найдите значение выражения

$\left(\log_3 15 + \left(1 - \log_3^2 15\right) \cdot \log_{45}^3\right) \cdot 7^{\log_7^5}$.

B4 **П**

Умение находить наибольшее (наименьшее) значение сложной функции

Коды проверяемых элементов содержания 3.1.13**[4/]3.1.8

	3.1.13**	Свойства (3.1.1.–3.1.10) сложных функций
3.1.1		*Область определения функции:*
	3.1.1.1	Тригонометрической
	3.1.1.2	Показательной
	3.1.1.3	Логарифмической
3.1.2		*Множество значений функции:*
	3.1.2.1	Тригонометрической
	3.1.2.2	Показательной
	3.1.2.3	Логарифмической
3.1.3		*Непрерывность функции*
3.1.4		*Периодичность функции:*
	3.1.4.1	Синуса
	3.1.4.2	Косинуса
	3.1.4.3	Тангенса
	3.1.4.4	Котангенса
3.1.5		*Четность (нечетность) функции*
3.1.6		*Возрастание (убывание) функции:*
	3.1.6.1	Тригонометрической
	3.1.6.2	Показательной
	3.1.6.3	Логарифмической
3.1.7		*Экстремумы функции*
3.1.8		*Наибольшее (наименьшее) значение функции:*
	3.1.8.1	Тригонометрической
	3.1.8.2	Показательной
	3.1.8.3	Логарифмической
3.1.9		*Ограниченность функции:*
	3.1.9.1	Тригонометрической
	3.1.9.2	Показательной
	3.1.9.3	Логарифмической
3.1.10		*Сохранение знака функции:*
	3.1.10.1	Тригонометрической
	3.1.10.2	Показательной
	3.1.10.3	Логарифмической

ДВ Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt[3]{\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x - 7}.$$

Примеры заданий $\boxed{\text{B4}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{B4}}$ Найдите наименьшее целое значение функции

$$y = \frac{9}{5}\sqrt{28\cos^2 x - 3\cos 2x + 6}\,.$$

Вариант II

$\boxed{\text{B4}}$ Найдите наибольшее целое значение функции

$$y = \frac{7}{5}\sqrt{19(\cos x + \sin x)^2 + 11}\,.$$

Вариант III

$\boxed{\text{B4}}$ Найдите наибольшее целое значение функции

$$y = \frac{5}{2}\sqrt{40 + 9\cos^2 x - 9\cos 2x}\,.$$

Вариант IV

$\boxed{\text{B4}}$ Сколько целых значений на всей области определения принимает функция

$$y = \frac{7}{2}\sqrt{65\sin^2 2x + 16}\,.$$

Вариант V

$\boxed{\text{B4}}$ Найдите наименьшее целое значение функции

$$y = \frac{7}{2}\sqrt{(\sin x + \cos x)^2 + 1}\,.$$

$\boxed{\text{B5}}$ $\boxed{\text{П}}$

Умение решать тригонометрические уравнения (с отбором корней)

Коды проверяемых элементов содержания 2.4.2.2**

	2.4.2.2**	Использование нескольких приемов при решении тригонометрических уравнений

ДВ Пусть x_0 – наименьший положительный корень уравнения $\cos^2 x - 5\sin x \cdot \cos x + 2 = 0$. Найдите $\operatorname{tg} x_0$.

Примеры заданий $\boxed{\text{B5}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{B5}}$ Найдите число корней уравнения
$\mathrm{tg}3x \cdot \sin 6x + \cos 6x - \cos 12x = 0$ на промежутке $[0; 2\pi]$.

Вариант II

$\boxed{\text{B5}}$ Определите число корней уравнения
$\mathrm{ctg}2x \cos x + \sin x = \cos x$ на отрезке $[-\pi; 2\pi]$.

Вариант III

$\boxed{\text{B5}}$ Укажите число корней уравнения
$\mathrm{ctg}2x \cdot \sin 4x - \cos 4x - \cos 8x = 0$ на промежутке $[0; 2\pi]$.

Вариант IV

$\boxed{\text{B5}}$ Найдите число корней уравнения

$\mathrm{tg}x \cdot \cos 3x + \sin 3x = \sin 4x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$.

Вариант V

$\boxed{\text{B5}}$ Определите число корней уравнения

$\mathrm{tg}x\cos 5x + \sin 5x = \sin 6x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right]$.

$\boxed{\text{B6}}$ $\boxed{\text{П}}$

Умение находить максимум (минимум) сложной функции (с параметром)

Коды проверяемых элементов содержания 3.3.2

	3.3.2	Нахождение экстремумов функции

ДВ При каком значении a функция $y = \frac{2^{ax+7}}{2^{x^2}}$ имеет максимум при $x = 4$?

Примеры заданий $\boxed{\text{B6}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{B6}}$ Найдите все значения a, при которых функция $y = \sqrt[7]{2x^2 - (11a+1)x - 2 + a}$ имеет минимум в точке $x_0 = 3$.

Вариант II

$\boxed{\text{B6}}$ При каком значении ρ функция $y = \sqrt[13]{7 + \rho x - 6x^2}$ имеет максимум в точке $x_0 = -3{,}5$?

Вариант III

B6 Найдите все значения a, при которых функция $y=\sqrt[3]{4x^2-ax-3+5a}$ имеет минимум в точке $x_0=-1{,}5$.

Вариант IV

B6 При каком значении c функция $y=\sqrt[13]{1+18x+cx^2}$ имеет максимум в точке $x_0=-2{,}25$?

Вариант V

B6 Найдите все значения a, при которых функция $y=\sqrt[5]{6x^2-3ax+1-a}$ имеет минимум в точке $x_0=-2{,}5$.

B7 **П**

Умение решать текстовые задачи

Коды проверяемых элементов содержания 4.1.1*[5]; 4.3**

4.1		*Проценты*
	4.1.1*	Основные задачи на проценты
	4.3**	Решение текстовых задач

ДВ Владелец дискотеки имел стабильный доход. В погоне за увеличением прибыли он повысил цену на билеты на 25 %. Количество посетителей резко уменьшилось, и он стал нести убытки. Тогда он вернулся к первоначальной цене билетов. На сколько процентов владелец дискотеки снизил новую цену билетов, чтобы она стала равна первоначальной?

(Знак % в ответе **не пишите**).

Примеры заданий B7 из КИМ 2003

Вариант I

B7 За первый год предприятие увеличило выпуск продукции на 8 %. В следующем году выпуск увеличился на 25 %. На сколько процентов вырос выпуск продукции по сравнению с первоначальным?

Вариант II

B7 Кусок сплава меди с оловом массой 15 кг содержит 20 % меди. Сколько чистой меди необходимо добавить к этому сплаву, чтобы новый сплав содержал 40 % олова?

Вариант III

B7 Взяли одинаковые массы ягод и сиропа. Известно, что в ягодах содержится 60 % воды, а в сиропе содержится 15 % воды. Ягоды залили сиропом. Сколько процентов воды содержится в смеси ягод в сиропе?

$\boxed{B8}$ $\boxed{П}$

Умение решать задачи
на арифметическую и геометрическую прогрессии

Коды проверяемых элементов содержания 1.5.1.1*;1.5.2.1*

1.5		*Прогрессии*
1.5.1		Арифметическая прогрессия
	1.5.1.1*	Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии
1.5.2		Геометрическая прогрессия
	1.5.2.1*	Формулы общего члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии

ДВ Студенческая бригада подрядилась выложить керамической плиткой пол в зале молодежного клуба площадью 288 м^2. Приобретая опыт, студенты в каждый последующий день, начиная со второго, выкладывали на 2 м^2 больше, чем в предыдущий, и запасов плитки им хватило ровно на 11 дней работы. Планируя, что производительность труда будет увеличиваться таким же образом, бригадир определил, что для завершения работы понадобится еще 5 дней. Сколько коробок с плитками ему над заказать, если 1 коробки хватает на 1,2 м^2 пола, а для замены некачественных плиток понадобится 3 коробки?

Примеры заданий $\boxed{B8}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{B8}$ В арифметической прогрессии третий член равен 5, а сумма второго и шестого членов равна 18. Вычислите сумму первых девяти членов прогрессии.

Вариант II

$\boxed{B8}$ В арифметической прогрессии произведение второго и пятого членов равно 45, а сумма первых пяти членов равна 35. Найдите разность прогрессии, если известно, что она положительная.

Вариант III

$\boxed{B8}$ Сумма четырех первых членов арифметической прогрессии равна 56. Сумма четырех последних членов равна 112. Найдите число членов прогрессии, если ее первый член равен 11.

Вариант IV

$\boxed{\text{B8}}$ Десятый член арифметической прогрессии равен –29, а сумма первых одиннадцати членов равна –187. Найдите сумму девятого, одиннадцатого и восемнадцатого членов этой прогрессии.

$\boxed{\text{B9}}$ $\boxed{\text{П}}$

Умение решать стереометрические задачи на вычисление геометрических величин

Коды проверяемых элементов содержания 5.5.1–5.5.3; 5.6.1–5.6.2

5.5.1		Призма. Сечение призмы плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности призмы. Объем призмы
	5.5.2	Пирамида. Сечение пирамиды плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности пирамиды. Объем пирамиды
	5.5.3	Правильные многогранники. Сечение плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности. Объем
5.6.1		Прямой круговой цилиндр, сечение цилиндра плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности цилиндра. Объем цилиндра
	5.6.2	Прямой круговой конус, сечение конуса плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности конуса. Объем конуса

ДВ Дана призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в основании которой лежит квадрат, а боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом в 60°. Отрезок D_1A перпендикулярен плоскости основания. Найдите длину этого отрезка, если площадь боковой поверхности призмы равна $6(\sqrt{3}+2)$.

Ответ: 3.

Примеры заданий $\boxed{\text{B9}}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{\text{B9}}$ Основание пирамиды – треугольник, две стороны которого равны $\sqrt{2}$ и 2 и образуют угол в 45°. Боковые ребра наклонены к плоскости основания под одинаковым углом. Найдите объем пирамиды, если боковое ребро равно $\sqrt{10}$.

Вариант II

$\boxed{\text{B9}}$ В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 и 15. Все двугранные углы пирамиды при сторонах основания равны. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если высота пирамиды равна $3\sqrt{3}$.

Вариант III

B9 Основание пирамиды – равнобедренный треугольник, боковые стороны которого равны $\sqrt{2}$ и образуют угол, равный 120°. Боковые ребра наклонены к плоскости основания пирамиды под одинаковым углом. Найдите объем пирамиды, если боковое ребро равно $\sqrt{110}$.

B10 **П**

Умение решать планиметрические задачи на вычисление геометрических величин

Коды проверяемых элементов содержания 5.1–5.3

5.1		Признаки равенства и подобие треугольников. Решение треугольников. (Сумма углов треугольника. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Теорема синусов и теорема косинусов.) Площадь треугольника
5.2	5.2.1	Многоугольники. Параллелограмм и его свойства. Площадь параллелограмма
	5.2.2	Трапеция. Площадь трапеции
	5.2.3	Правильные многоугольники
5.3		Касательная к окружности и ее свойства. Центральный и вписанный углы. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Длина окружности. Площадь круга

ДВ Площадь треугольника ABC равна $20\sqrt{3}$. Найдите AC, если сторона AB равна 8 и она больше половины стороны AC, а медиана BM равна 5.

Ответ: 14.

Примеры заданий B10 из КИМ 2003

Вариант I

B10 Точка M лежит внутри равнобедренного треугольника ABC с основанием AC на расстоянии 6 от боковых сторон и на расстоянии $\sqrt{3}$ от основания. Найдите основание треугольника, если угол B равен 120°.

Вариант II

B10 Точка К лежит на стороне BC треугольника ABC, $BK = 1$, $KC = 15$, $\angle BAK = \angle ACK$, $\angle B = 30°$. Найдите площадь треугольника BAK.

Вариант III

B10 На стороне НК треугольника НКО отмечена точка С так, что НС = 6, СК = 12, $\angle COH = \angle OKH$. Найдите площадь треугольника ОНС, если $\angle H = 60°$.

C1 **B**

Умение решать комбинированные уравнения.
Умение использовать несколько приемов
при решении различных уравнений

Коды проверяемых элементов содержания 2.4.2** ; 2.4.3**

2.4.2		Использование нескольких приемов при решении уравнений
	2.4.2.1**	Использование нескольких приемов при решении иррациональных уравнений
	2.4.2.2**	Использование нескольких приемов при решении тригонометрических уравнений
	2.4.2.3**	Использование нескольких приемов при решении показательных уравнений
	2.4.2.4**	Использование нескольких приемов при решении логарифмических уравнений
	2.4.3**	Решение комбинированных уравнений (например, показательно-логарифмических, показательно-тригонометрических)

ДВ Решите уравнение $2\log_{12}\left(x+\dfrac{6}{x-5}\right)=\log_{12}\left(\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{2}{x-3}\right)+3.$

Примеры заданий C1 из КИМ 2003

Вариант I

C1 Решите уравнение $\sqrt{9-\dfrac{24}{\log_x 4}}=5\log_4\left(2^{\frac{4}{5}}\left(\dfrac{2}{x}\right)^{0,4}\right).$

Ответ: $\dfrac{1}{64}$.

Вариант II

C1 Решите уравнение $\sqrt{4-\dfrac{30}{\log_x 7}}=4\log_7\left(\sqrt[4]{\dfrac{1}{7}}\cdot\left(\dfrac{7}{x}\right)^{0,75}\right).$

Ответ: $\dfrac{1}{49}$.

Вариант III

С1 Решите уравнение $\sqrt{16-\frac{9}{\log_x^3}} = 5\log_3\left(\sqrt[5]{27}\cdot\left(\frac{3}{x}\right)^{0,2}\right)$.

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Вариант IV

С1 Решите уравнение $\sqrt{25-\frac{48}{\log_x^2}} = 4\log_2\left(\sqrt{2}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^{0,75}\right)$.

Ответ: $\frac{1}{4} = 0,25$.

Вариант V

С1 Решите уравнение $\sqrt{1-\frac{16}{\log_x^5}} = 8\log_5\left(5^{-0,125}\cdot\left(\frac{5}{x}\right)^{0,25}\right)$.

Ответ: 0,008.

С2 П

Умение решать уравнения (с параметром), используя свойства функций, или при помощи построения графиков функций

Коды проверяемых элементов содержания 2.4.3**

	2.4.3**	Решение комбинированных уравнений (например, показательно-логарифмических, показательно-тригонометрических)

ДВ При каких значениях параметра n уравнение $15\cdot 10^x - 20 = n - n\cdot 10^{x+1}$ **не имеет** корней?

Примеры заданий С2 из КИМ 2003

Вариант I

С2 Найдите все значения ρ, при которых уравнение $7 - 4\cos x = \rho(1 + \mathrm{tg}^2 x)$ **имеет** хотя бы **один корень**.

Ответ: (0; 11).

Вариант II

С2 Найдите все значения ρ, при которых уравнение $4\cos^3 x + \rho = 3\cos 2x$ **не имеет** корней.

Ответ: $(-\infty; -3)\cup(7; \infty)$.

Вариант III

$\boxed{C2}$ Найдите все значения ρ, при которых уравнение $8\cos^3 x + \rho = 7\cos 2x$ **не имеет** решений.

Ответ: $(-\infty; -7)\cup(15; \infty)$.

$\boxed{C3}$ $\boxed{B}$

Умение вычислять геометрические величины в стереометрических задачах, связанных с комбинациями многогранников и/или тел вращения или с конусом и сечениями его плоскостью

Коды проверяемых элементов содержания 5.6.2 и 5.7

	5.6.2	Прямой круговой конус, сечение конуса плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности цилиндра. Объем цилиндра
5.7		*Комбинации многогранников и/или тел вращения*

ДВ Основание пирамиды MABCD – ромб $ABCD$, в котором $\angle A = 60°$. Все двугранные углы при ребрах основания пирамиды равны. Плоскость α, параллельная плоскости основания пирамиды, пересекает высоту MO пирамиды в точке P так, что $MP : PO = 2 : 3$. В образовавшуюся усеченную пирамиду вписан цилиндр, ось которого лежит на высоте пирамиды, а верхнее основание вписано в сечение пирамиды плоскостью α. Найдите объем пирамиды, если объем цилиндра равен $9\pi\sqrt{3}$.

Ответ: 250.

Примеры заданий $\boxed{C3}$ из КИМ 2003

Вариант I

$\boxed{C3}$ Около правильной треугольной призмы, объем которой равен 63, описан цилиндр. Расстояние между осью цилиндра и диагональю боковой грани призмы равно $2\sqrt{3}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Ответ: 14π.

Вариант II

$\boxed{C3}$ В прямую призму, в основании которой лежит ромб с углом 60°, вписан цилиндр. Расстояние между осью цилиндра и диагональю боковой грани призмы равно $5\sqrt{3}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если объем призмы равен 100.

Ответ: 100.

C4 **B**

Умение находить область определения сложной функции (с параметром)

Коды проверяемых элементов содержания 3.1.1.2–3.1.1.3

3.1.1		*Область определения функции:*
	3.1.1.2	Показательной
	3.1.1.3	Логарифмической
	2.6.6	Неравенства с параметром

ДВ Найдите все положительные значения параметра a, при которых в области определения функции $y=\left(a^x - a^{ax+2}\right)^{-0,5}$ есть двузначные натуральные числа, но нет ни одного трехзначного натурального числа.

Примеры заданий **C4** из КИМ 2003

Вариант I

C4 Найдите все положительные, не равные 1, значения a, при которых область определения функции

$y=\left(a^{x+3}\cdot a^2 + a^{3+5\log_a x} - x^{5+\log_x a} - \left(\sqrt{a}\right)^{16}\right)^{0,5}$ **не содержит** двузначных натуральных чисел.

Ответ: (1; 10).

Вариант II

C4 Найдите все значения a, при которых область определения функции $y=\left(\left(\sqrt{a}\right)^{2x+10} + \left(x^2\cdot\sqrt{x}\right)^2\cdot a^3 - x^{5+\log_x a} - \left(a^2\right)^{\log_2 16}\right)^{-0,5}$ содержит ровно одно двузначное натуральное число.

Ответ: (10; 11].

Вариант III

C4 Найдите все значения a, при которых область определения функции $y=\left(a^{x+2}\cdot x^{3\log_x a} + a^3x^5 - \left(\sqrt{x}\right)^{10+2x\log_x a} - \left(\sqrt{a^4}\right)^4\right)^{-0,5}$ содержит ровно одно целое число.

Ответ: (1; 2)∪(4; 5].

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ЗАДАНИЙ C1 – C4 ЧАСТИ III

Переходим к проблеме, которая всегда волнует учителей, – так называемому «оформлению решений», а точнее критериям оценивания решений задач раздела С.

Хороший учитель старается разнообразить методы решения и даже в однотипных упражнениях идти по возможности разными путями, проводя попутно сравнительный анализ различных способов решения одной задачи. Это позволяет выпускнику не только видеть «панораму» методов, но и самому пробовать найти возможные способы решения того или иного задания. Задача учителя не навязывать ученику метод решения и стиль оформления, а помочь ему подобрать по его «вкусу» тот или иной стиль оформления – литературный или формальный, лаконичный или развернутый. Точнее говоря, речь идет о том, как должно быть записано решение в бланке 2, чтобы его можно было признать логически полным и грамотным, т. е. какие детали рассуждений в решении являются существенными, а какие можно опустить.

Вопрос оформления решения имеет, как минимум, три аспекта – логический, языковой и коммуникативный. Первый аспект никаких вопросов вызвать не может: ясно, что текст решения должен удовлетворять определенным логическим требованиям, т. е. представлять собой достаточно логически строгое и достаточно полное доказательное рассуждение.

В то же время текст, предъявляемый учеником на ЕГЭ, пишется на обычном языке, хотя и с применением математической символики, и поэтому должен удовлетворять определенным языковым требованиям – быть логично построенным, последовательным, связным и т. д. В языковом аспекте текст решения должен быть «мини-сочинением», безусловно, грамотным с точки зрения орфографии, синтаксиса, пунктуации и даже стилистики. Это вовсе не означает, что он должен быть сверхподробным или многословным: напротив, достоинством математического текста является его ясность и краткость, в частности, умелое использование символики.

Наконец, с точки зрения коммуникации, общения, ученик создает текст решения **не для себя**, а **для проверяющих**, что требует выполнения определенных правил вежливости: текст должен быть «прозрачным» т. е. легко восприниматься проверяющим, в частности, должен быть аккуратно записан. Текст решения, безусловно, должен быть достаточно подробным и не должен заставлять проверяющего напрягать фантазию для реконструкции логики рассуждений ученика или проверять на «бумажке» вычисления и преобразования, проведенные учеником устно.

К требованиям коммуникативного характера относятся также наличие в Бланке 2 (в чистовом решении) иллюстраций (скажем, при решении неравенств методом интервалов) и традиция в явном виде выписывать ответ, даже в случаях, когда он совершенно очевиден из представленного решения. Ни отсутствие числовой оси, ни отсутствие ответа в решении не являются математической ошибкой, но пренебрежение этим невежливо по отношению к эксперту, который проверяет работу.

Естественно, при оценке решения логический аспект является основным, в особенности, если речь идет о задачах высокого уровня сложности, но если, скажем, ученик записал решение отвратительным почерком, сделал много исправлений и написал, «по теореме Пефагора», то эксперт имеет полное право возмущаться и негодовать, и, самое главное, снизить оценку на целый балл.

Эксперты (приглашенные из вузов) имеют полное право «дифференцировать» учащихся и по общекультурным параметрам, которые в действительности достаточно значимы с точки зрения оценки перспектив усвоения высшей математики в вузе.

Поэтому вполне логично предъявлять соответствующие требования к текстам решений задач, не предусматриваемых стандартом, и на всякого рода тренировочных тестированиях.

Предлагаемые задания с подробными решениями и критериями оценивания помогут Вам при подготовке к факультативным занятиям или спецкурсу.

Эти задания можно предлагать только тем учащимся, которые проявляют интерес к предмету, любознательные, трудолюбивые и целеустремленные. Необходимо знакомить их с заданиями разноплановыми, чтобы на ЕГЭ они без особого труда выбрали то, что смогут решить **наверняка** с достаточными и ясными пояснениями.

Уравнения и неравенства – наиболее распространенные типы задач, решаемых учащимися в школе. По сложившейся традиции эти задания всегда предлагаются на ЕГЭ. Однако практика показывает, что, несмотря на массовость этих задач, оформление их решений и у учащихся и у учителей вызывает определенные затруднения, связанные, в частности, с многообразием «стилей» оформления решения.

Рассмотрим «решение с оформлением» четырех уравнений. Критерии оценивания должны быть знакомы выпускнику. Приведенные примеры обоснованных решений уравнений не являются эталоном.

Как нам кажется, не может существовать эталонного уровня подробности и краткости изложения. Словесные объяснения в ученических работах, скорее всего, будут более краткими или, наоборот, будут заменены всякого рода значками, стрелками, аббревиатурами и т. п.

Члены региональных экспертных комиссий при оценке конкретных заданий принимают самостоятельное решение и дают оценку в соответствии со своим высоким уровнем профессиональных знаний.

Надеемся, что настоящие рекомендации послужат учителю надежным ориентиром.

Задания С1

Вариант 1. Решите уравнение: $2^{5x-1}\cdot 3^{4x+1}\cdot 7^{3x+3} = 504^{x-2}$.

Решение:

1. Представим обе части уравнения в виде произведения степеней с основаниями 2, 3 и 7:

$2^{5x-1}\cdot 3^{4x+1}\cdot 7^{3x+3} = (2^3\cdot 3^2\cdot 7)^{x-2}$.

Применив свойства степеней, получаем: $2^{5x-1}\cdot 3^{4x+1}\cdot 7^{3x+3} = 2^{3x-6}\cdot 3^{2x-4}\cdot 7^{x-2}$.

2. Так как по свойству показательной функции

$2^{3x-6}\cdot 3^{2x-4}\cdot 7^{x-2}\neq 0$, то, разделив обе части уравнения на это произведение степеней, получаем:

$2^{5x-1}\cdot 3^{4x+1}\cdot 7^{3x+3} = 1$ или $(2^3\cdot 3^2\cdot 7)^{x-2} = 1$.

Отсюда следует: $2x+5=0$; $x=-2{,}5$.

3. Так как все преобразования были равносильными, то ответом является $x=-2{,}5$.

Ответ: $-2{,}5$.

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) приведение обеих частей уравнения к одному основанию; 2) переход от показательного уравнения к линейному; 3) решение линейного уравнения. Имеется обоснование деления обеих частей уравнения на выражение с переменной. Все тождественные преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ

1	2
3	Приведена верная последовательность всех выделенных шагов решения. Имеется обоснование деления обеих частей уравнения на выражение с переменой. Все тождественные преобразования выполнены верно. Допустимы одна описка или негрубая вычислительная ошибка. В результате описки или ошибки возможен неверный ответ
2	Приведена верная, но, возможно, неполная последовательность шагов решения. Например, решение доведено только до получения линейного уравнения. Обоснование правомерности деления обеих частей уравнения на выражение с переменой отсутствует. Допустимы описка или одна-две негрубые вычислительные ошибки, не влияющие на правильность хода решения. В результате этих ошибок возможен неверный ответ
1	Общие идея и способ решения верные, но не выполнены некоторые этапы решения: получено только показательное уравнение вида $f(t) = 1$. Обоснование правомерности деления обеих частей уравнения на выражение с переменой отсутствует. При получении показательного уравнения $f(t) = 1$ допущены ошибки. В результате возможен неверный ответ
0	Все прочие случаи, не соответствующие вышеуказанным критериям выставления оценок в 1,2, 3,4 балла

Вариант 3. Решите уравнение: $3+\sqrt{16x|x-2|+9} = 4x$.

Р е ш е н и е:

1. Данное уравнение равносильно уравнению

$\sqrt{16x|x-2|+9} = 4x-3$.

По определению модуля получаем:

$$\begin{cases} x \ge 2, \\ \sqrt{16x(x-2)+9} = 4x-3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 2, \\ \sqrt{16x(2-x)+9} = 4x-3. \end{cases}$$

2. Решим первую систему:

$$\begin{cases} 16x^2-32x+9 = 16x^2+24x+9, \\ x \ge 2; \end{cases} \text{ отсюда получаем: } \begin{cases} x = 0, \\ x \ge 2. \end{cases}$$

Нет решений.

3. Решим вторую систему:

$$\begin{cases} 32x-16x^2+9 = 16x^2-24x+9, \\ x < 2; \end{cases} \text{ отсюда получаем:}$$

$$\begin{cases} 32x\left(x-\frac{7}{4}\right)=0, \\ x<2; \end{cases} \text{ т. е. } \begin{cases} x=0 \text{ или } x=\frac{7}{4}, \\ x<2. \end{cases}$$

Решением системы является только число $\frac{7}{4}$.

Проверка:

$$3+\sqrt{16\cdot\frac{7}{4}\left|\frac{7}{4}-2\right|+9}=3+\sqrt{7|7-8|+9}=3+\sqrt{16}=3+4=7;\ 4\cdot\frac{7}{4}=7.$$

Итак, $\frac{7}{4}$ – корень.

Ответ: $\frac{7}{4}$.

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) раскрытие модуля; 2) замена иррациональных уравнений линейным и квадратным уравнениями; 3) решение систем и проверка корней уравнения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения: а) раскрытие модуля; б) отбор корней (проведена проверка или прослежена равносильность уравнений). Все тождественные преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ
3	Приведена верная последовательность всех выделенных шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения. Все тождественные преобразования выполнены верно. Допустимы одна описка или негрубая вычислительная ошибка. В результате описки или ошибки возможен неверный ответ
2	Приведена верная, но, возможно, неполная последовательность шагов решения. Обоснован только частично ключевой момент решения: например, обосновано раскрытие модуля, но не обоснован отбор корней. Все тождественные преобразования выполнены верно. Допустимы одна-две негрубые вычислительные ошибки, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих ошибок возможен неверный ответ

1	2
1	Общие идея и способ решения верные: верно раскрыт модуль, обе части, верно решены полученные иррациональные уравнения, но отбор корней не проведен. *Не обоснован ни один из ключевых моментов решения или обоснования неверны.* Допустимы негрубые ошибки в вычислениях или в преобразованиях. В результате возможен неверный ответ
0	Все прочие случаи, не соответствующие вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла

Вариант 5. Решите уравнение: $7\text{tg}x + \cos^2 x + 3\sin 2x = 1$.

Решение:

1. Перенесем $\cos^2 x$ в правую часть и используем основное тригонометрическое тождество:

$7\text{tg}x + \cos^2 x + 3\sin 2x = 1$; $7\text{tg}x + 3\sin 2x + = 1 - \cos^2 x$;

$7\text{tg}x + 3\sin 2x = \sin^2 x$.

2. Если $\sin x = 0$, то обе части последнего уравнения равны 0, значит, $\sin x = 0$ дает решение: $x = \pi n$, где $n \in Z$.

3. Если $\sin x \neq 0$, то, разделив обе части уравнения на $\sin x$, получаем:

$$\frac{7}{\cos x} + 6\cos x = \sin x. \begin{cases} 7 + 6\cos^2 x = \sin x \cos x, \\ \cos x \neq 0. \end{cases}$$

Полученное уравнение, используя формулу синуса двойного аргумента, приведем к виду: $7 + 6\cos^2 x = 0{,}5\sin 2x$.

Т. к. $0 \le \cos^2 x \ge 1$, $|\sin 2x| \le 1$, то $7 + 6\cos^2 x \ge 7$, $|0{,}5\sin 2x| \le 0{,}5$.

Следовательно, уравнение решений не имеет.

Итак, решениями заданного уравнения являются только числа вида πn, где $n \in Z$.

Ответ: πn, где $n \in Z$.

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) замена уравнения совокупностью двух уравнений; 2) решение полученных совокупностей уравнений. Имеются верные обоснования ключевых моментов решения: а) замены данного уравнения совокупностью двух уравнений; б) отсутствия корней у одного из полученных уравнений. Все тождественные преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ

Окончание табл.

1	2
3	Приведена верная последовательность всех выделенных шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов. Все тождественные преобразования выполнены верно. Допустима одна описка или негрубая вычислительная ошибка. В результате этой описки получен неверный ответ
2	Приведена верная последовательность всех выделенных шагов решения. Обоснован только один момент решения. Все тождественные преобразования выполнены верно. Допустимы одна-две негрубые вычислительные ошибки, не влияющие на правильность хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ
1	Общие идея и способ решения верные, но решено только одно из полученных уравнений совокупности. Не обоснованы оба ключевых момента решения или обоснования неверны. Допустимы негрубые ошибки в вычислениях или в преобразованиях. В результате возможен неверный ответ
0	Все прочие случаи, не соответствующие вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла

Вариант 6. Решите уравнение:

$$3\log_6\left(3-\frac{3}{2x+3}\right)=4\log_6\left(2+\frac{1}{x+1}\right)+3\,.$$

Решение:

1. Выполняя тождественные преобразования, получаем:

$$3\log_6\left(\frac{6(x+1)}{2x+3}\right)=4\log_6\left(\frac{2x+3}{x+1}\right)+3\,;$$

$$\log_6\left(\frac{6(x+1)}{2x+3}\right)^3-\log_6\left(\frac{2x+3}{x+1}\right)^4=3\,;$$

$$\log_6 6^3\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)+\log\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)^4=3;\ \log_6 6^3\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)^7=3.$$

2. По определению логарифма

$$6^3\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)^7=6^3,\ \text{т. е.}\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)^7=1,$$

следовательно, $\dfrac{x+1}{2x+3}=1\,.$

3. Решим полученное уравнение:

$$\frac{x+1}{2x+3}-1=0;\quad \frac{-(x+2)}{2x+3}=0;\quad \begin{cases} x=-2, \\ x\neq -1{,}5. \end{cases}$$

Итак, $x=-2$.

4. Проверим найденный корень подстановкой в исходное уравнение: $3\log_6\left(3-\frac{3}{2\cdot(-2)+3}\right)=4\log_6\left(2+\frac{3}{-2+1}\right)+3$;

$3\log_6 6 = 4\log_6 1 + 3$; $3=3$ – верно.

т. е. $x=-2$ – корень исходного уравнения.

Ответ: –2.

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) преобразование логарифмических выражений; 2) замена логарифмического уравнения дробно-линейным или линейным уравнением; 3) решение линейного уравнения и проверка корня. Имеются верные обоснования ключевых моментов решения: а) замены логарифмического уравнения дробно-линейным или линейным; б) корень обоснован проверкой или указанием равносильных переходов. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ
3	Приведена верная последовательность всех выделенных шагов решения. Имеются верные обоснования обоих ключевых моментов решения. Все тождественные преобразования выполнены верно. Допустима одна описка или негрубая вычислительная ошибка. В результате этой описки или ошибки возможен неверный ответ
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Приведено обоснование только одного ключевого момента решения. Допустимы одна-две негрубые вычислительные ошибки, не влияющие на правильность хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ
1	Общие идея и способ решения верные. Не обоснован ни один из ключевых моментов решения или обоснования неверны. Возможны одна-две негрубые ошибки в преобразованиях логарифмических выражений или при решении алгебраического уравнения. В результате возможен неверный ответ
0	Все прочие случаи, не соответствующие вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла

Задания С2

ПРИВОДИМ ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ С ПАРАМЕТРАМИ (С2), ПРИ РЕШЕНИИ КОТОРЫХ УЧАЩИЕСЯ ИСПЫТЫВАЮТ НАИБОЛЬШИЕ ЗАТРУДНЕНИЯ

Вариант 5. При каких значениях a выражение $2 + \cos x\,(5\cos x + a\sin x)$ будет равно единице хотя бы при одном значении x?

Решение:

1. Выражение $2 + \cos x\,(5\cos x + a\sin x)$ будет равно единице хотя бы при одном значении x тогда и только тогда, когда уравнение

$$1 + \cos x\,(5\cos x + a\sin x) = 0$$

имеет корни. Если $\cos x = 0$, то в левой части стоит 1, а в правой 0. Значит, такие x не являются корнями.

2. Для $\cos x \neq 0$ разделим обе части на $\cos^2 x$ и перейдем к $\operatorname{tg} x$.

$$\frac{1}{\cos^2 x} + 5 + a\frac{\sin x}{\cos x} = 0,\quad 1 + \operatorname{tg}^2 x + 5 + a\operatorname{tg} x = 0,\quad \operatorname{tg}^2 x + a\operatorname{tg} x + 6 = 0.$$

Получили квадратное уравнение относительно $t = \operatorname{tg} x$. Оно имеет корни в том и только том случае, когда его дискриминант неотрицателен.

$$D = a^2 - 24 \geq 0,\ a^2 \geq 24,\ |a| \geq \sqrt{24},\ |a| \geq 2\sqrt{6}.$$

3. Уравнение $\operatorname{tg} x = t$ имеет решения при всех значениях t. Если t – корень уравнения $t^2 + at + 6 = 0$, то, решив уравнение $\operatorname{tg} x = t$, найдем корни исходного уравнения $1 + \cos x\,(5\cos x + a\sin x) = 0$.

Ответ: $(-\infty; -2\sqrt{6}\,] \cup [\,2\sqrt{6}\,; +\infty)$.

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) сведение задания к решению тригонометрического уравнения с параметром; 2) составление квадратного уравнения с параметром относительно $t = \operatorname{tg} x$; получение и решение неравенства относительно параметра; 3) переход от корней уравнения относительно t к корням исходного уравнения. Имеются обоснования всех ключевых моментов решения: а) возможность рассмотрения только случая $\cos x \neq 0$; б) есть ссылка на неотрицательность дискриминанта; в) использована разрешимость уравнения $\operatorname{tg} x = t$ для всех t. Правильно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ

1	2
3	Приведена верная последовательность основных шагов решения, но, возможно, не рассмотрен шаг 3). Имеются обоснования ключевых моментов решения (см. выше). Получен верный ответ
2	Приведена в целом верная последовательность шагов решения. Не рассмотрен шаг 3). Имеются обоснования ключевых моментов решения. Имеются одна-две негрубые ошибки или описки в вычислениях или преобразованиях, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ
1	Верен общий ход решения, но не выполнены некоторые промежуточные шаги решения или решение не завершено. Составлено верное квадратное уравнение с параметром относительно $t = \operatorname{tg} x$, использована неотрицательность дискриминанта. Возможно, не рассмотрен случай $\cos x = 0$. Имеются негрубые ошибки в вычислениях или преобразованиях. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла

Вариант 3. При каких значениях a сумма $\log_a\left(\dfrac{3+2x^2}{1+x^2}\right)$ и $\log_a\left(\dfrac{5+4x^2}{1+x^2}\right)$ будет больше единицы при всех x?

Решение:

1. Выделим целые части в выражениях, стоящих под знаком логарифма

$$\frac{3+2x^2}{1+x^2}=\frac{2\left(1+x^2\right)+1}{1+x^2}=2+\frac{1}{1+x^2};\ \frac{5+4x^2}{1+x^2}=\frac{4\left(1+x^2\right)+1}{1+x^2}=4+\frac{1}{1+x^2}.$$

Оба логарифмических выражения определены при всех x. По свойствам логарифмов $\log_a(2+t)+\log_a(4+t)=\log_a(2+t)(4+t)$, $t=\dfrac{1}{1+x^2}$.

2. Функция $t=\dfrac{1}{1+x^2}$ непрерывна, четна, убывает к нулю при неограниченном возрастании $|x|$, а ее наибольшее значение достигается при $x = 0$ и равно 1. Значит, множество значений функции $t=\dfrac{1}{1+x^2}$ есть промежуток $(0:1]$. Квадратичная функция

$(2 + t) \cdot (4 + t) = t^2 + 6t + 8$ возрастает на (0; 1], так как ветви направлены вверх и абсцисса вершины отрицательна (равна –3). Поэтому множество значений выражения $(2 + t)(4 + t)$ является промежутком (8;15].

3. При $0 < a < 1$ по свойствам логарифмической функции получаем, что выражение $\log_a\left(2+\frac{1}{1+x^2}\right)\left(4+\frac{1}{1+x^2}\right)$ принимает только отрицательные значения, т. е. такие a не удовлетворяют условию задачи.

При $a > 1$ логарифмическая функция с основанием a возрастает. Значит, множеством значений выражения

$\log_a\left(2+\frac{1}{1+x^2}\right)\left(4+\frac{1}{1+x^2}\right)$ является промежуток $(\log_a 8; \log_a 15]$.

Все числа из него больше 1, только если $1 \le \log_a 8$; $\log_a a \le \log_a 8$. Отсюда и из условия $a > 1$ получаем $1 < a \le 8$.

Ответ: (1; 8].

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) преобразования подлогарифмических выражений и введение новой переменной t; 2) исследование зависимости t от x и нахождение множеств значений функций $f(x)$ и $(2 + t)(4 + t)$; 3) разбор случаев $0 < a < 1$ и $a > 1$; выражение множества значений исходной суммы через параметр a; решение неравенства $1 \le \log_a 8$. Имеются обоснования всех ключевых моментов решения: а) в преобразованиях имеются указания на свойства логарифмов; б) множество значений $t(x)$ найдено с использованием монотонности, четности и непрерывности; множество значений выражения $(2 + t)(4 + t)$ найдено с использованием свойств квадратичных функций; в) разбор случаев $0 < a < 1$ и $a > 1$ произведен с использованием свойств логарифмической функции. Правильно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются обоснования ключевых моментов решения (см. выше), кроме а) и, возможно, непрерывности в б). В заключительной части (см. 3)) решения возможна описка или негрубая вычислительная ошибка (например, характер неравенства), в результате которой может быть получен неверный ответ

1	2
2	Приведена в целом верная, но, возможно, неполная последовательность шагов решения. В шаге 2) приведены верные ответы для множеств значений, но обоснования для $(2+t)(4+t)$ отсутствуют. В шаге 3) не рассмотрен или рассмотрен неверно случай $0 < a < 1$. Возможны 1–2 негрубые ошибки или описки в вычислениях или преобразованиях, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ
1	Верен общий ход решения, но не выполнены некоторые промежуточные шаги решения или решение не завершено. Верно произведены тождественные преобразования и введена новая переменная. Приведены верные ответы для множеств значений t и $(2+t)(4+t)$, но обоснования отсутствуют
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла

ЭТИ ЗАДАНИЯ (С2) БЫЛИ ПРЕДЛОЖЕНЫ НА ЕГЭ 2002 ГОДА. ПОЯВЛЕНИЕ ЗНАКА МОДУЛЯ «ОТПУГИВАЕТ» ВЫПУСКНИКОВ ОТ РЕШЕНИЯ ПОДОБНЫХ ЗАДАНИЙ. ПОДРОБНО ПРОАНАЛИЗИРУЙТЕ ЕГО, И «СТРАХ» ПРОЙДЕТ, МНОГИЕ БУДУТ ПРОБОВАТЬ РЕШАТЬ АНАЛОГИЧНЫЕ ЗАДАНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНО.

Вариант 1. Найдите множество значений функции $y=\frac{5x}{|x|}+3^{|x|}$, если $x \geq -1$.

Решение:

1. Функция определена на множестве $[-1;0)\cup(0;+\infty)$.

По определению модуля при положительных x функция имеет вид $y = 5 + 3^x$. Из свойств показательной функции с основанием большим единицы следует, что $y = 5 + 3^x$ – возрастающая функция, которая стремится к $+\infty$ при стремлении аргумента к $+\infty$, и стремится к 6 при стремлении аргумента к 0.

Из непрерывности функции следует, что $E(y) = (6; +\infty)$ на промежутке $(0; +\infty)$.

2. При $-1 \leq x < 0$ функция имеет вид $y = -5 + \left(\frac{1}{3}\right)^x$. Из свойств показательной функции с основанием меньшим единицы следует, что $y = -5 + \left(\frac{1}{3}\right)^x$ – убывающая функция на $[-1; 0)$, значения которой стремятся к –4 при стремлении аргумента к 0, и стремятся к –2 при

стремлении аргумента к -1. Поэтому из непрерывности функции $y=-5+\left(\frac{1}{3}\right)^x$ следует, что $E(y)=(-4;-2]$ на промежутке $[-1; 0)$.

3. Таким образом, множество значений данной функции на промежутке $[-1; 0)\cup(0; +\infty)$ есть множество $(-4; -2]\cup(6; +\infty)$.

Ответ: $(-4; -2]\cup(6; +\infty)$.

Замечание. Каждый из шагов решения может быть проиллюстрирован, но не заменен эскизами графиков.

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) найдено множество значений функции для положительных значений аргумента; 2) найдено множество значений функции при $-1 \le x < 0$; 3) найдено множество значений исходной функции. Имеются верные обоснования ключевых моментов решения: объяснен характер монотонности и поведение функции на концах лучей – областей определения – а) при $x > 0$, б) при $x < 0$. Правильно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения: верно обоснованы оба ключевых момента решения; правильно выполнены все преобразования и вычисления. Допустима одна описка, например, в записи ответа «забыт» минус, переставлены местами концы интервалов. В результате этих ошибок возможен неверный ответ
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Отсутствует обоснование одного из указанных ключевых моментов решения. Допустимы одна–две описки или негрубые вычислительные ошибки, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате может быть получен неверный ответ
1	Приведена верная, но неполная последовательность шагов решения: например, найдено множество значений функции только для $x > 0$. Обоснования ключевых моментов решения отсутствуют или неверны. Допустимы негрубые ошибки, в результате которых может быть получен неверный ответ
0	Все случаи, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 и 4 балла

ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ВЫПУСКНИКИ НАХОДЯТ БЕЗ ЗАТРУДНЕНИЙ, А ВОТ МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ – НЕ БОЛЕЕ 5 % ВЫПУСКНИКОВ. ПОЗНАКОМЬТЕ УЧАЩИХСЯ С МЕТОДАМИ РЕШЕНИЯ ПОДОБНЫХ ЗАДАНИЙ.

Вариант 1. Найдите множество значений функции $y = \cos 2x$, заданной на отрезке $[-\arcsin 0{,}4; \arccos 0{,}4]$.

Решение:

1. По условию $-2\arcsin\frac{2}{5} \le 2x \le 2\arccos\frac{2}{5}$.

2. Из определения арксинуса и арккосинуса и свойств синуса и косинуса следуют неравенства: $-\frac{\pi}{6} < -\arcsin\frac{2}{5} < 0$ и $\frac{\pi}{3} < \arccos\frac{2}{5} < \frac{\pi}{2}$.

Отсюда получаем: $-\frac{\pi}{3} < -2\arcsin\frac{2}{5} \le 2x \le 2\arccos\frac{2}{5} < \pi$.

3. Из полученного неравенства следует, что функция $y = \cos 2x$ на отрезке $\left[-2\arcsin\frac{2}{5};\ 2\arccos\frac{2}{5}\right]$ принимает наибольшее значение, равное 1, в точке $x = 0$.

4. Сравним значения функции $y = \cos 2x$ на концах данного отрезка. Имеем:

$$\cos\left(-2\arcsin\frac{2}{5}\right) = 1 - 2\sin^2\left(-\arcsin\frac{2}{5}\right) = 1 - 2\cdot\frac{4}{25} = 0{,}68.$$

$$\cos\left(2\arccos\frac{2}{5}\right) = 2\cos^2\left(\arccos\frac{2}{5}\right) - 1 = 2\cdot\frac{4}{25} - 1 = -0{,}68.$$

5. Так как функция $y = \cos 2x$ непрерывна на всей области определения, то ее множество значений на заданном отрезке есть отрезок $[-0{,}68; 1]$.

Ответ: $[-0{,}68; 1]$.

Вариант 2. Найдите множество значений функции

$$y = \log_{0,25}\left(\frac{30 + \sqrt{4 + \log_4^2 x}}{2}\right).$$

Решение:

1. Из свойств логарифмической функции следует, что при $x > 0$ $E(\log_4 x) = (-\infty; +\infty)$, поэтому $E(\log_4^2 x) = [0; +\infty)$ и $E(4 + \log_4^2 x) = [4; +\infty)$.

2. Из свойства функции $s(t)=\sqrt{t}$ следует, что на множестве $[4;+\infty)$ $E(s(t))=[2;+\infty)$.

Отсюда находим $E\left(\sqrt{4+\log_4^2 x}\right)=[2;+\infty)$. Следовательно,

$$E\left(\frac{30+\sqrt{4+\log_4^2 x}}{2}\right)=[16;+\infty).$$

3. Поскольку логарифмическая функция $y(z)=\log_{0,25}z$ монотонно убывает на $(0;+\infty)$ и принимает все значения из $(-\infty;+\infty)$, то ее множество значений на луче $[16;+\infty)$ есть луч $(-\infty;\log_{0,25}16]=$ $=(-\infty;-2]$.

4. Значит, $E\left(\log_{0,25}\frac{30+\sqrt{4+\log_4^2 x}}{2}\right)=(-\infty;-2]$.

Ответ: $(-\infty;-2]$.

Критерии проверки и оценки выполнения подобных заданий составьте самостоятельно.

Задания С3

ТОЛЬКО 2–3 % ВЫПУСКНИКОВ ПРИСТУПАЕТ К РЕШЕНИЮ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА КОМБИНАЦИЮ ТЕЛ. НА РЕШЕНИЕ, АНАЛИЗ ЗАДАНИЯ С3 И ПОДОБНЫХ ЗАДАЧ ОТВОДИТЕ ОТДЕЛЬНЫЙ УРОК (ИЛИ ФАКУЛЬТАТИВ).

Вариант 1. Объём треугольной пирамиды равен 270. Точки пересечения медиан всех её граней являются вершинами второй пирамиды. Найдите её объём.

Решение:

1. Пусть DM, DK и DP – медианы боковых граней, DO – высота пирамиды, а точка O_1 делит ее в отношении 2 : 1, считая от вершины D.

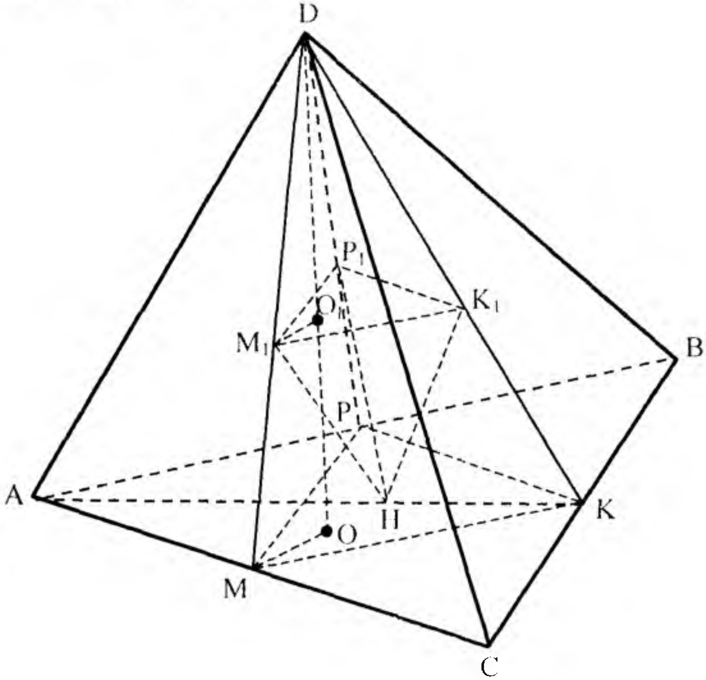
Рассмотрим плоскость, параллельную плоскости ABC и проходящую через точку O_1.

По свойству параллельных плоскостей $M_1K_1 \parallel MK$, $M_1P_1 \parallel MP$, $P_1K_1 \parallel PK$ $O_1M_1 \parallel OM$, откуда следует, что $\Delta DM_1K_1 \sim \Delta DMK$, $\Delta DP_1K_1 \sim \Delta DPK$, $\Delta DM_1P_1 \sim \Delta DMP$, $\Delta DO_1M_1 \sim \Delta DOM$, $\Delta M_1K_1P_1 \sim \Delta MKP$.

Из подобия треугольников следует:

$$\frac{DM_1}{DM}=\frac{DO_1}{DO}=\frac{2}{3} \quad (1), \qquad \frac{DM_1}{DM}=\frac{DP_1}{DP}=\frac{DK_1}{DK}=\frac{2}{3} \quad (2)$$

и $\frac{M_1K_1}{MK}=\frac{M_1P_1}{MP}=\frac{P_1K_1}{PK}=\frac{2}{3}$ (3).



Используя (1), найдем отношение высот данной и построенной пирамид. Поскольку отрезок DO перпендикулярен плоскости ABC, а плоскость $M_1K_1P_1$ параллельна плоскости ABC, то отрезок OO_1 – высота второй пирамиды, и так как $\frac{OO_1}{DO}=\frac{1}{3}$, то $OO_1=\frac{1}{3}DO$.

Из (2) следует, что M_1, P_1 и K_1 являются точками пересечения медиан боковых граней данной пирамиды, то есть $HM_1K_1P_1$ – вторая пирамида.

Используя (3), найдем отношение площадей треугольников $M_1P_1K_1$ и MPK, которое равно квадрату коэффициента подобия:

$\frac{S_{M_1P_1K_1}}{S_{MPK}}=\frac{4}{9}$, откуда $S_{M_1P_1K_1}=\frac{4}{9}S_{MPK}$.

2. Так как ΔMPK образован средними линиями треугольника ABC, то он подобен треугольнику ABC с коэффициентом подобия, равным $\frac{1}{2}$. Поэтому $S_{MPK}=\frac{1}{4}S_{ABC}$.

Откуда $S_{M_1P_1K_1} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{1}{9} S_{ABC}$.

3. Найдем объем пирамиды $HM_1P_1K_1$:

$$V_{HM_1P_1K_1} = \frac{1}{3} OO_1 \cdot S_{M_1P_1K_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{DO}{3} \cdot \frac{S_{ABC}}{3} S_{ABC} = \frac{1}{27} V_{DABC} = 10.$$

Ответ: 10.

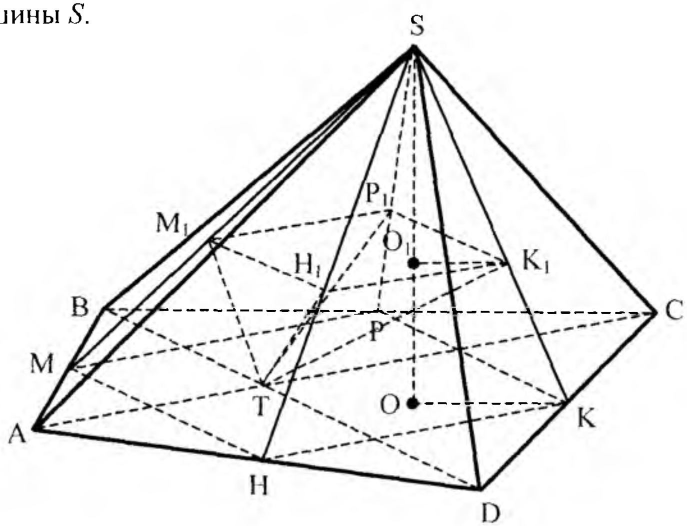
Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения: а) обосновано соотношение между высотами первой и второй пирамид; б) обосновано соотношение между площадями оснований первой и второй пирамид. Найдены верные соотношения между высотами пирамид и между площадями их оснований. Все преобразования и вычисления выполнены правильно. Получен верный ответ
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения, указанных выше. Найдены верные соотношения между площадями оснований пирамид и соотношение между их высотами. Допустима одна описка и/или негрубая ошибка в преобразованиях или вычислениях, не влияющая на правильность хода решения. В результате этой описки и/или ошибки возможен неверный ответ
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Обоснован только один из двух ключевых моментов решения. Найдены верные соотношения между высотами пирамид и площадями их оснований. Допустимы одна-две негрубые ошибки и/или описки в преобразованиях и/или вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этого возможен неверный ответ
1	Общая идея и способ решения – верные. Найдены верные соотношения между высотами пирамид или между площадями их оснований. Ключевые моменты решения не обоснованы или имеются неверные обоснования. Возможны ошибки в вычислениях и/или в преобразованиях. В результате этого возможен неверный ответ
0	Все случаи, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 и 4 балла

Вариант 2. В основании первой пирамиды лежит выпуклый четырёхугольник. Точки пересечения медиан всех её боковых граней и точка пересечения диагоналей её основания являются вершинами второй пирамиды, объём которой равен 20. Найдите объём первой пирамиды.

Решение:

1. Пусть SH, SM, SK и SP – медианы боковых граней, SO – высота пирамиды, а точка O_1 делит ее в отношении 2 : 1, считая от вершины S.



Рассмотрим плоскость, параллельную плоскости ABC и проходящую через точку O_1. По свойству параллельных плоскостей, $M_1H_1 \parallel MH$, $M_1P_1 \parallel MP$, $P_1K_1 \parallel PK$, $H_1K_1 \parallel HK$, $O_1K_1 \parallel OK$, откуда следует, что $\Delta SM_1H_1 \sim \Delta SMH$, $\Delta SM_1P_1 \sim \Delta SMP$, $\Delta SP_1K_1 \sim \Delta SPK$, $\Delta SH_1K_1 \sim \Delta SHK$, $\Delta SO_1K_1 \sim \Delta SOK$.

Из подобия треугольников следует: $\dfrac{SK_1}{SK} = \dfrac{SO_1}{SO} = \dfrac{2}{3}$ (1),

$$\frac{SM_1}{SM} = \frac{SP_1}{SP} = \frac{SK_1}{SK} = \frac{SH_1}{SH} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

и $\dfrac{M_1H_1}{MH} = \dfrac{M_1P_1}{MP} = \dfrac{P_1K_1}{PK} = \dfrac{K_1H_1}{KH} = \dfrac{2}{3}$ (3).

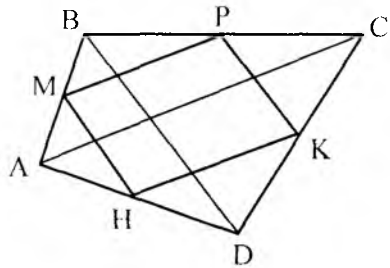
Используя (1), найдем отношение высот данной и построенной пирамид: $\dfrac{OO_1}{SO} = \dfrac{1}{3}$, откуда $SO = 3OO_1$.

Из (2) следует, что M_1, H_1, P_1 и K_1 являются точками пересечения медиан боковых граней данной пирамиды. Поэтому $TM_1H_1P_1K_1$ – вторая пирамида.

Используя (3), найдем отношение площадей подобных четырехугольников $M_1H_1P_1K_1$ и $MPKH$ равное квадрату коэффициента подобия:

$$\frac{S_{M_1P_1K_1H_1}}{S_{MPKH}} = \frac{4}{9}, \text{ откуда } S_{MPKH} = \frac{9}{4}S_{M_1P_1K_1H_1}.$$

2. Рассмотрим четырехугольник $ABCD$.



Так как MP, PK, MH, KH – средние линии треугольников ABC, BCD, ABD и ACD, то $S_{BMP} = 0{,}25S_{ABC}$, $S_{DHK} = 0{,}25S_{ADC}$, $S_{BMP} + S_{DHK} = 0{,}25S_{ABCD}$.

Аналогично, $S_{AMH} + S_{CPK} = 0{,}25S_{ABCD}$. Откуда следует, что площадь четырехугольника $MPKH$ составляет половину площади основания пирамиды:

$$S_{MPKH} = \frac{1}{2}S_{ABCD}.$$

Тогда $S_{ABCD} = 2 \cdot S_{MPKH} = 2 \cdot \frac{9}{4}S_{M_1P_1K_1H_1} = \frac{9}{2}S_{M_1P_1K_1H_1}$.

3. Найдем объем данной пирамиды:

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO_1 \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3SO \cdot \frac{9}{2}S_{M_1P_1K_1H_1} = \frac{27}{2}V_{M_1P_1K_1H_1} = 270.$$

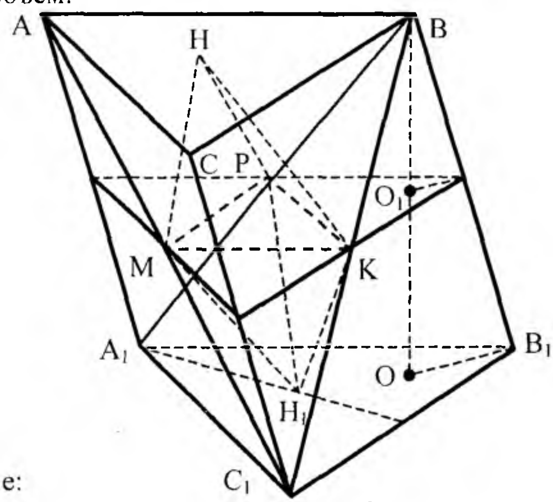
Ответ: 270.

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения: а) обосновано соотношение между высотами первой и второй пирамид; б) обосновано соотношение между площадями оснований первой и второй пирамид. Найдены верные соотношения между высотами пирамид и между площадями их оснований. Все преобразования и вычисления выполнены правильно. Получен верный ответ

1	2
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения, указанных выше. Найдены верные соотношения между площадями оснований пирамид и соотношение между их высотами. Допустима одна описка и/или негрубая ошибка в преобразованиях или вычислениях, не влияющая на правильность хода решения. В результате этой описки и/или ошибки возможен неверный ответ
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Обоснован только один из двух ключевых моментов решения. Найдены верные соотношения между высотами пирамид и площадями их оснований. Допустимы одна-две негрубые ошибки и/или описки в преобразованиях и/или вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этого возможен неверный ответ
1	Общая идея и способ решения – верные. Найдены верные соотношения между высотами пирамид или между площадями их оснований. Ключевые моменты решения не обоснованы или имеются неверные обоснования. Возможны ошибки в вычислениях и/или в преобразованиях. В результате этого возможен неверный ответ
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 и 4 балла

Вариант 3. Объём треугольной наклонной призмы равен 60. Точки пересечения диагоналей её боковых граней и точки пересечения медиан её оснований являются вершинами шестигранника. Найдите его объём.



Решение:

1. Пусть BO – высота призмы, а точка O_1 делит ее пополам.

Рассмотрим плоскость α, параллельную плоскости ABC и проходящую через точку O_1.

По свойству параллельных плоскостей плоскость α пересечет плоскость OBB_1 по параллельным прямым OB_1 и O_1T. Тогда, по теореме Фалеса, $BT = B_1T$.

Кроме того, плоскость α пересечет боковые грани призмы по прямым, параллельным сторонам оснований. Эти прямые, по теореме Фалеса, пересекут диагонали боковых граней в их серединах, то есть в точках M, P и K, которые являются точками пересечения диагоналей боковых граней.

Треугольник, полученный в сечении призмы плоскостью, параллельной основаниям, равен основаниям, так как его стороны и соответствующие стороны основания являются противоположными сторонами параллелограммов. Треугольник MPK образован средними линиями сечения, значит, его площадь составляет четверть площади сечения, то есть

$$S_{MPK} = \frac{1}{4}S_{ABC}.$$

2. Две пирамиды, составляющие шестигранник, имеют общее основание и равные высоты, значит, их объемы равны. Если обозначить эти объемы V_1 и V_2, а объем призмы – V, то получим:

$V_1 = V_2 = \frac{1}{3}OO_1 \cdot S_{MPK} = \frac{1}{3}\cdot\frac{BO}{2}\cdot\frac{S_{ABC}}{4} = \frac{V}{24}$, тогда объем шестигранника равен $2\cdot\frac{60}{24} = 5$.

Ответ: 5.

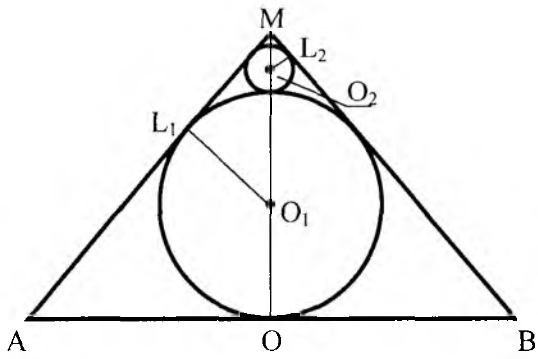
Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения: а) обосновано соотношение между высотами призмы и пирамид, составляющих шестигранник; б) обосновано соотношение между площадью основания призмы и площадью основания пирамид. Соотношения между площадями оснований призмы и пирамид и соотношение между их высотами найдены верно Использован тот факт, что объем данного шестигранника равен сумме объемов двух треугольных пирамид. Все преобразования и вычисления выполнены правильно. Получен верный ответ

1	2
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения, указанных выше. Соотношения между площадями оснований призмы и пирамид и соотношение между их высотами найдены верно Использован тот факт, что объем данного шестигранника равен сумме объемов двух треугольных пирамид. Допустима описка и/или негрубая вычислительная ошибка, не влияющая на правильность хода решения. В результате этого возможен неверный ответ
2	Приведена в целом верная последовательность шагов решения. Обоснован только один из двух ключевых моментов решения. Верно найдены соотношения между площадями оснований призмы и пирамид и соотношение между их высотами. Допустимы одна-две негрубые ошибки или описки в преобразованиях или вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этого возможен неверный ответ
1	Общая идея, способ решения верные. Верно найдены соотношения между площадями оснований призмы и пирамид и/или соотношение между их высотами. Ключевые моменты не обоснованы или имеются неверные обоснования. Допустимы ошибки в вычислениях и/или в преобразованиях. Допустимо, что решение не завершено или получен неверный ответ
0	Все случаи, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 и 4 балла

Вариант 4. Осевое сечение конуса – прямоугольный треугольник. В конус вписан шар. Второй шар, центр которого лежит на оси конуса, касается первого шара и боковой поверхности конуса. Найдите объём конуса, если объём второго шара равен 1.

Решение:



1. Рассмотрим осевое сечение MAB конуса. Треугольник MAB – равнобедренный и $\angle M = 90°$. Пусть O – центр основания конуса, а его радиус равен R. Тогда, по свойству прямоугольного равнобедренного треугольника, $OM = OA = OB = R$.

2. Пусть O_1 и O_2 – центры вписанных шаров, радиусы которых равны r_1 и r_2; точки L_1, L_2 – точки касания шаров с боковой поверхностью конуса. Тогда треугольники O_1L_1M и O_2L_2M также прямоугольные и равнобедренные, поскольку в них угол M равен 45°.

Отсюда, по свойству равнобедренного прямоугольного треугольника, получаем: $O_1M = r_1\sqrt{2}$ и $O_2M = r_2\sqrt{2}$.

3. Так как $O_1M = O_1O_2 + O_2M$, то $r_1\sqrt{2} = r_1 + r_2 + r_2\sqrt{2}$. Отсюда находим $r_1\left(\sqrt{2}-1\right) = r_2\left(\sqrt{2}+1\right) \Leftrightarrow r_1 = r_2\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \Leftrightarrow r_1 = \left(\sqrt{2}+1\right)^2$.

4. Аналогично, из равенства $OM = OO_1 + O_1M$, находим:
$R = r_1\left(1+\sqrt{2}\right)$.

Отсюда, подставив значение r_1, получаем: $R = r_2\left(1+\sqrt{2}\right)^3$.

5. По условию, объём шара с центром O_2 равен 1. Следовательно, $\dfrac{4}{3}\pi r_2^3 = 1$ и поэтому $r_2^3 = \dfrac{3}{4\pi}$.

6. Объём конуса: $V_{кон} = \dfrac{\pi}{3}R^3$.

Подставим значение $R = r_2\left(1+\sqrt{2}\right)^3$:

$$V_{кон} = \frac{\pi}{3}\left(r_2\left(1+\sqrt{2}\right)^3\right)^3 = \frac{\pi r_2^3}{3}\left(1+\sqrt{2}\right)^9.$$

Следовательно, $V_{кон} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3}{4}\left(1+\sqrt{2}\right)^9 = \dfrac{\left(1+\sqrt{2}\right)^9}{4}$.

О т в е т: $\dfrac{\left(1+\sqrt{2}\right)^9}{4}$.

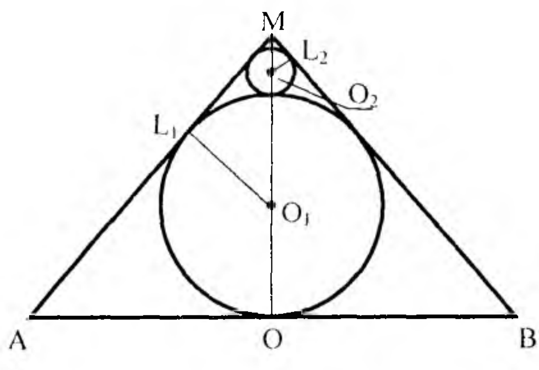
Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения: а) соотношения между высотой и радиусом основания конуса; б) соотношения между радиусами шаров; в) соотношения между радиусом конуса и радиусом второго шара. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ

1	2
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения. Допустима одна описка или негрубая ошибка, не влияющая на правильность хода рассуждений. В результате этого может быть получен неверный ответ
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Обоснован один или два ключевых момента решения. Допустимы одна-две негрубые ошибки в преобразованиях и/или вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этого может быть получен неверный ответ
1	Способ решения верный, но решение не завершено. Получены верные соотношения между высотой конуса и его радиусом, или между радиусами шаров, или между радиусом второго шара и радиусом конуса. При этом допустимы негрубые ошибки в вычислениях и/или преобразованиях. В результате этого может быть получен неверный ответ
0	Все случаи решения, которые не соответствуют указанным критериям при выставлении оценки 1

Вариант 5. Осевое сечение конуса – прямоугольный треугольник. В конус вписан шар. Второй шар, центр которого лежит на оси конуса, касается первого шара и боковой поверхности конуса. Найдите объём второго шара, если объём конуса равен 1.

Решение:



1. Рассмотрим осевое сечение MAB конуса. Треугольник MAB – равнобедренный и $\angle M = 90°$. Пусть O – центр основания конуса, а его радиус равен R. Тогда, по свойству прямоугольного равнобедренного треугольника, $OM = OA = OB = R$.

2. Пусть O_1 и O_2 – центры первого и второго шаров, их радиусы равны r_1 и r_2, а точки L_1, L_2 – точки касания шаров с боковой поверхностью конуса. Тогда треугольники O_1L_1M и O_2L_2M также прямоугольные и равнобедренные, поскольку в них угол M равен 45°.

Отсюда, по свойству равнобедренного прямоугольного треугольника, получаем: $O_1M = r_1\sqrt{2}$ и $O_2M = r_2\sqrt{2}$.

3. Так как $O_1M = O_1O_2 + O_2M$, то $r_1\sqrt{2} = r_1 + r_2 + r_2\sqrt{2}$. Отсюда находим $r_1\left(\sqrt{2}-1\right) = r_2\left(\sqrt{2}+1\right) \Leftrightarrow r_2 = r_1 \cdot \left(\sqrt{2}-1\right)^2$.

4. Аналогично, из равенства $OM = OO_1 + O_1M$, находим:
$r_1 = R\left(\sqrt{2}-1\right)$.

Отсюда, подставив значение r_1, получаем: $r_2 = R\left(\sqrt{2}-1\right)^3$.

5. Объём второго шара $V_{шар} = \frac{4\pi}{3} r_2^3$. Подставим значение r_2:

$$V_{шап} = \frac{4\pi}{3}\left(R\left(\sqrt{2}-1\right)^3 \right)^3 = \frac{4\pi R^3}{3}\left(\sqrt{2}-1\right)^9 .$$

6. По условию, объём конуса равен 1. Следовательно, $\frac{\pi}{3}R^3 = 1$ и поэтому $R^3 = \frac{3}{\pi}$. Следовательно,

$$V_{шар} = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{3}{\pi}\left(\sqrt{2}-1\right)^9 = 4\left(\sqrt{2}-1\right)^9$$

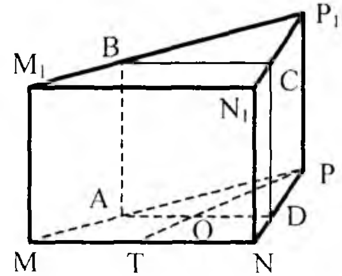
О т в е т: $4\left(\sqrt{2}-1\right)^9$.

Критерии оценки данного задания аналогичны критериям оценивания задания С3 варианта 4, с. 92–93.

Вариант 6. Ребро основания правильной треугольной призмы $MNPM_1N_1P_1$ равно 6. Сечение призмы, проходящее через точку пересечения медиан её основания, параллельно грани MM_1N_1N, является квадратом $ABCD$. В призме расположен цилиндр так, что одно его основание вписано в квадрат $ABCD$, а другое основание лежит в грани MM_1N_1N. Найдите объём цилиндра.

Р е ш е н и е:

1. Рассмотрим правильную призму $MNPM_1N_1P_1$ и ее сечение $ABCD$ – квадрат, проходящее через точку O пересечения медиан основания призмы. $MN = 6$.



2. Так как основание цилиндра вписано в квадрат $ABCD$, то $R = \frac{AB}{2}$, где R -- радиус конуса.

3. Поскольку, по условию, плоскости ABC и MNN_1 параллельны, то $AD||MN$, как линии пересечения параллельных плоскостей третьей плоскостью. Отсюда следует, что $\Delta APD \sim \Delta MPN$. При этом, по свойству медиан треугольника, коэффициент подобия k равен $\frac{PO}{PT} = \frac{2}{3}$. Следовательно, $AB = AD = \frac{2}{3}MN = 4$ и радиус цилиндра $R = 2$.

4. Основания цилиндра лежат в параллельных плоскостях ABC и MNN_1. Поэтому высотой цилиндра является расстояние между этими плоскостями. Так как призма прямая и $PO \perp MN$, то отрезок $OT = \frac{1}{3}PT$ будет высотой H цилиндра. Так как треугольник MNP правильный, то $PT = \frac{MN\sqrt{3}}{2}$. Отсюда $OT = \frac{MN\sqrt{3}}{6}$. По условию $MN = 6$, значит, $OT = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$, поэтому высота цилиндра $H = \sqrt{3}$.

5. Находим объём цилиндра: $V = \pi R^2 H = \pi \cdot 2^2\sqrt{3} = 4\pi\sqrt{3}$.

Ответ: $4\pi\sqrt{3}$.

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения: а) соотношения между радиусом цилиндра и стороной квадрата; б) соотношения между стороной квадрата и стороной основания призмы; в) соотношения между высотой цилиндра и стороной основания призмы. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются верные обоснования всех ключевых моментов решения. При выполнении преобразований или вычислений допустима одна описка и/или негрубая ошибка, не влияющая на правильность хода рассуждений. В результате этого может быть получен неверный ответ

1	2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Обоснованы один или два ключевых момента решения. Допустимы негрубые ошибки в преобразованиях и/или вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этого может быть получен неверный ответ
1	Способ решения верный, но решение не завершено. Получены верные соотношения между радиусом цилиндра и стороной основания призмы, или между высотой цилиндра и стороной основания призмы, или между стороной основания квадрата и стороной основания призмы. При этом допустимы негрубые ошибки в вычислениях и/или преобразованиях. В результате этого может быть получен неверный ответ
0	Все случаи решения, которые не соответствуют указанным критериям при выставлении оценки 1

Задание С4

ЭТО ОЧЕНЬ НЕСТАНДАРТНАЯ ЗАДАЧА, НО ПОСЛЕ РАЗБОРА И АНАЛИЗА РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЯ С4 С ВЫПУСКНИКАМИ, АНАЛОГИЧНЫЕ ПРИМЕРЫ СДАРЕННЫЕ ШКОЛЬНИКИ РЕШАЮТ ЛЕГКО И ПРОСТО.

Вариант 1. При каком целом положительном x значение выражения $\sqrt{\dfrac{x-5}{x+2}}\cdot\dfrac{x^2+(2-x)\sqrt{x^2-3x-10}-4}{x^2-(x+5)\sqrt{x^2-3x-10}-25}$ ближе всего к $-0{,}7$?

Решение:

1. ОДЗ выражения $\sqrt{\dfrac{x-5}{x+2}}$ есть множество $(-\infty; -2)\text{Y}[5; +\infty)$. По условию $x > 0$, поэтому можно считать, что $x \geq 5$. При $x = 5$ знаменатель второго сомножителя обращается в нуль. Значит, $x > 5$.

Преобразуем числитель второго сомножителя

$$x^2+(2-x)\sqrt{x^2-3x-10}-4=(x-2)(x+2)-(x-2)\sqrt{(x+2)(x-5)}=$$
$$=(x-2)\sqrt{x+2}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-5}\right).$$

Так же преобразуем знаменатель второго сомножителя и получим, что $\sqrt{\dfrac{x-5}{x+2}}\cdot\dfrac{x^2+(2-x)\sqrt{x^2-3x-10}-4}{x^2-(x+5)\sqrt{x^2-3x-10}-25}=$

$$=\sqrt{\frac{x-5}{x+2}}\cdot\frac{(x-2)\sqrt{x+2}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-5}\right)}{(x+5)\sqrt{x-5}\left(\sqrt{x-5}-\sqrt{x+2}\right)}=\frac{2-x}{x+5}=-1+\frac{7}{x+5}.$$

2. При положительных x функция $y=-1+\dfrac{7}{x+5}$ монотонно убывает, т. к. ее производная $y'=-7(x+5)^{-2}$ отрицательна.

Кроме того, $y=-0{,}7 \Leftrightarrow \dfrac{7}{x+5}=0{,}3 \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{0{,}3}-5=\dfrac{70}{3}-5=$ $=\dfrac{55}{3}\in(18,19)$. Из монотонности следует, что –0,7 ближе всего или к $y(18)$ или к $y(19)$.

3. Вычислим расстояние между –0,7 и $y(18)$:

$$|y(18)-(-0{,}7)|=\left|-1+\frac{7}{23}-(-0{,}7)\right|=\left|-\frac{3}{10}+\frac{7}{23}\right|=\frac{-69+70}{230}=\frac{1}{230}.$$

Так же вычислим расстояние между –0,7 и $y(19)$:

$$|y(19)-(-0{,}7)|=\left|-\frac{3}{10}+\frac{7}{24}\right|=\left|\frac{-72+70}{240}\right|=\frac{2}{240}>\frac{1}{230}.$$

Ответ: 18.

Критерии проверки и оценки выполнения задания

Оценка в баллах	Критерии оценки
1	2
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) упрощение данного выражения к дробно-линейному; 2) исследование полученного дробно-линейного выражения; 3) отбор наименьшего из расстояний между –0,7 и $y(18)$ и $y(19)$. Имеются обоснования всех ключевых моментов решения: а) упрощения произведены со ссылкой на найденную ОДЗ выражения; б) монотонность дробно-линейной функции выведена с использованием производной (вариант – по эскизу графика гиперболы); в) выбор из чисел 18 или 19 использует монотонность функции; г) отбор числа 18 основан на приведенных вычислениях (вариант – с использованием выпуклости гиперболы). Правильно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Имеются обоснования ключевых моментов решения (см. выше), кроме а). В заключительной части (см. 3) решения возможна описка или негрубая вычислительная ошибка, в результате которой может быть получен неверный ответ

1	2
2	Приведена в целом верная, но, возможно, неполная последовательность шагов решения. Верно получена дробно-линейная функция. Произведен, но не обоснован полностью, выбор из чисел 18 и 19. Возможны 1–2 негрубые ошибки или описки в вычислениях или преобразованиях, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ
1	Верен общий ход решения, но не выполнены некоторые промежуточные шаги решения или решение не завершено. Верно произведены все тождественные преобразования. Имеется верный ответ 18, но он обоснован только тем, что 55/3 = 18,333... ближе к 18, чем к 19
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 и 4 балла

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ 2003 г.

Тренировочный вариант № 1

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). В работе 30 заданий. Они распределены на 3 части.

Часть 1 содержит 16 заданий (А1–А16) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10–11 классов. К каждому из них даны 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении задания в «бланке ответов» надо указать номер выбранного ответа.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (В1–В10) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10–11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. При их выполнении в «бланке ответов» надо записать только полученный ответ.

Часть 3 содержит 3 самых сложных алгебраических задания (С1, С2, С4) и одно – геометрическое (С3), при выполнении которых требуется записать полное решение.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у вас останется время, то можно вернуться к пропущенным заданиям.

Для получения отметки «3» достаточно верно выполнить любые 8 заданий из Части 1 или из всей работы.

Для получения отметки «4» достаточно верно выполнить определенное число заданий из Частей 1 и 2. Для получения отметки «4» недостаточно верно выполнить даже все задания (A1–A16) только Части 1.

Для получения отметки «5» необходимо выполнить определенное число заданий из Частей 1, 2 и 3. Не требуется решить все задания работы, но среди верно выполненных Вами заданий должно быть хотя бы одно из Части 3. При этом для получения отметки «5» недостаточно верно выполнить даже все задания (C1–C4) только Части 3.

За верное выполнение различных по сложности заданий дается один или более баллов. Баллы, полученные Вами за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно большее количество баллов.

Желаем вам успеха!

Часть 1

При выполнении заданий этой части укажите в бланке ответов цифру, которая обозначает выбранный Вами ответ, поставив знак «х» в соответствующей клеточке бланка для каждого задания A1–A16.

A1 Найдите значение выражения

$$3\sin^2 4\alpha + 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 3\cos^2 4\alpha \text{ при } \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

1) 3 2) $\sqrt{2} - 3$ 3) $3 + \sqrt{2}$ 4) $3 - \sqrt{2}$.

A2 Упростите выражение $\dfrac{5\sqrt[7]{b^2} \cdot b^{2\frac{5}{7}}}{b^{-2}}$.

1) $5b$ 2) $\dfrac{5}{b}$ 3) $5b^{-2}$ 4) $5b^5$.

A3 Сократите дробь $\dfrac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}$.

1) $x - y$ 2) $x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}$ 3) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}$ 4) $x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}$.

A4 Найдите значение $\log_3(81n^5)$, если $\log_3 n = 3$.

1) 19 2) −11 3) 7 4) 18.

A5 Решите уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{2}$.

1) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$ 2) $(-1)^{k-1}\frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$

3) $\pm\frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in Z$ 4) $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in Z$.

A6 Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_5(3x + 2) = \log_5(7x - 4)$.

1) $(0; \infty)$ 2) $[0; 1)$ 3) $(-1; 0)$ 4) $(-\infty; 0)$.

A7 Решите неравенство $(0{,}3)^{7x-11} \le 0{,}027$.

1) $(-\infty; 2)$ 2) $(2; \infty)$ 3) $[2; \infty)$ 4) $(-\infty; 2]$.

A8 Решите неравенство $\frac{2x(3-x)}{5+x} \ge 0$.

1) $(-\infty; -5]\cup[0; 3]$ 2) $(-5; 0]\cup[3; \infty)$

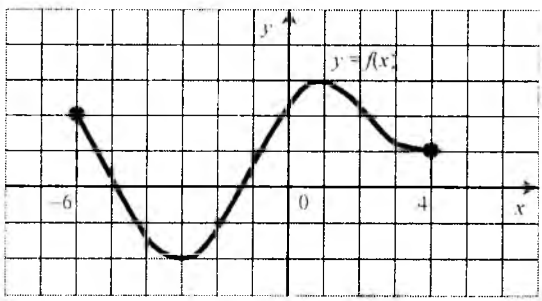
3) $(-\infty; -5)\cup[0; 3]$ 4) $[0; 3]$.

A9 Укажите промежуток, которому принадлежат нули функции $f(x) = \sqrt{7 - 4x^2} - \sqrt{3}\cdot x$.

1) $[-1; 1)$ 2) $[1; \sqrt{2}]$ 3) $[\sqrt{2}; \sqrt{3}]$ 4) $(0; 1)$.

A10 Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-6; 4]$. Укажите количество точек экстремума функции на промежутке $[-6; 0]$.

1) 2
2) 0
3) 1
4) 3.



A11 Найдите область определения функции $y = \log_{\frac{1}{\pi^2}}\left(4x - x^2\right)$.

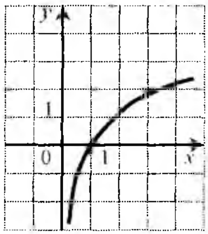
1) $[0; 4]$ 2) $(0; 4)$

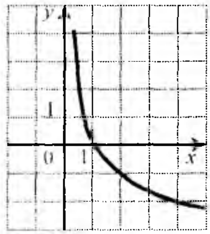
3) $(-\infty; 0) \cup (0; 4)$ 4) $(4; \infty)$.

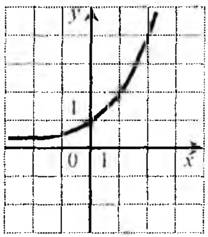
A12 Найдите множество значений функции $y = 2\cos 5x + 1$.

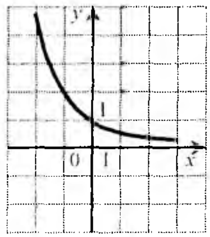
1) $[-1; 3]$ 2) $[-2; 2]$ 3) $(-1; 1)$ 4) $(-1; 3)$.

A13 Укажите график функции, заданной формулой $y = 2^x$.

1)


2)


3)


4)


A14 Найдите значение производной функции $y = x^3 \cdot e^x$ в точке $x_0 = 1$.

1) $4e^3$ 2) $4e$ 3) $4 + e$ 4) $3 + e$.

A15 Для функции $f(x) = \sin 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{2}; 5\right)$.

1) $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + 0{,}5$ 2) $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + 4{,}5$

3) $F(x) = \cos 2x + 0{,}5$ 4) $F(x) = -\sin 2x + 4{,}5$.

A16 При движении тела по прямой расстояние S (в метрах) от начальной точки движения изменяется по закону

$S(t) = \frac{t^4}{4} - \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} + 12t + 5{,}6$ (t – время движения в секундах).

Найдите скорость тела (м/с) через 2 секунды после начала движения.

1) 12 2) 8 3) 14 4) 4.

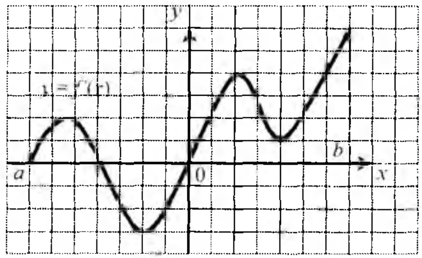
Ответом на каждое задание этой части будет некоторое число. Это число надо записать в бланк ответов рядом с номером задачия (B1–B10), начиная с первой клеточки. Каждую цифру и знак минус отрицательного числа пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно. Если ответ получился в виде дроби, то ее надо округлить до ближайшего целого числа.

B1 Пусть $(x_0; y_0)$ – решение системы $\begin{cases} y - x^3 = 1, \\ y - \log_2(4 - x) = -1. \end{cases}$

Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$.

B2 Функция $y = f(x)$ задана на отрезке [a; b]. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Исследуйте на монотонность функцию $y = f(x)$.

В ответе укажите количество промежутков, на которых функция убывает.



B3 Найдите значение выражения

$2^{2-\log_2 5} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 5}$.

B4 Найдите наименьшее значение функции

$y = \sqrt[5]{\cos 5x \cos 3x + \sin 5x \sin 3x - 31}$.

B5 Пусть x_0 – наименьший положительный корень уравнения $3\sin^2 x + \sin 2x - \cos^2 x = 2$. Найдите $\operatorname{tg} x_0$.

B6 При каком значении a функция $y = \dfrac{7^{ax-3}}{7^{x^2}}$ имеет максимум при $x = 5$?

B7 Стоимость пакета акций некоторой компании возрастала в течение трёх лет. За первый год – на 200 у. е., за второй год – на α %, за третий год – на 2α %. В результате за 3 года в целом стоимость пакета акций возросла с 800 до 1320 у. е. На сколько процентов увеличилась стоимость пакета акций за второй год ? (Знак % в ответе **не пишите**).

B8 На автомобильном заводе проводили испытания экспериментального образца машины новой марки. В первый день испытатель проехал на ней 20 км, а затем ежедневно увеличивал пробег в 1,5 раза. Сколько всего километров прошёл автомобиль за неделю?

B9 Основанием наклонного параллелепипеда служит ромб со стороной 2 см и острым углом, равным 60°. Боковое ребро параллелепипеда, исходящее из вершины угла в 60°, равно 2 см и образует со сторонами основания углы, также равные 60°. Найдите объём данного наклонного параллелепипеда.

B10 Точка пересечения диагоналей трапеции делит одну из диагоналей на отрезки 9 см и 15 см. Найдите сумму длин оснований трапеции, если одно из них на 12 см больше другого.

Часть 3

Для записи ответов на задания этой части (С1–С4) используйте специальный бланк. Запишите сначала номер задания (С1 и т. д.), а затем полное решение.

C1 Решите уравнение $\lg\frac{2x^2+1}{x+1}+\lg\frac{x+1}{3x+10}=0$.

C2 При каких значениях параметра a уравнение $4^x-(5a-3)\cdot 2^x+$ $+4a^2-3a=0$ **имеет** единственное решение?

C3 Основанием пирамиды является прямоугольник с углом α между диагоналями, а боковые рёбра пирамиды образуют с плоскостью основания угол φ. Найдите объём пирамиды, если радиус шара, описанного около пирамиды, равен R.

C4 Найдите все значения параметра k, при каждом из которых следующее уравнение не имеет решений:

$$4^{\sqrt{1-x^2}}-k\cdot 2^{\sqrt{1-x^2}}+2k-1=0.$$

Ответы к заданиям Части 1

Задание	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
Номер ответа	4	4	3	1	2	1	3	3	2	3	2	1	3	2	2	3

Ответы к заданиям Части 2

Задание	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
Ответ	0	1	1	–2	1	10	10	640	6	48

Ответы к заданиям Части 3

Задание	C1	C2	C3	C4
Ответ	3	$(0; 0.75]\cup 1$	$V=\frac{4}{3}R^3\sin^2 2\varphi\sin^2\varphi\sin\alpha$	$(0; \infty)$

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ 2003 г.

Тренировочный вариант № 2

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). В работе 30 заданий. Они распределены на 3 части.

Часть 1 содержит 16 заданий (A1–A16) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10–11 классов. К каждому из них даны 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении задания в «бланке ответов» надо указать номер выбранного ответа.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B1–B10) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10–11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. При их выполнении в «бланке ответов» надо записать только полученный ответ.

Часть 3 содержит 3 самых сложных алгебраических задания (C1, C2, C4) и одно – геометрическое (C3), при выполнении которых требуется записать полное решение.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у вас останется время, то можно вернуться к пропущенным заданиям.

Для получения отметки «3» достаточно верно выполнить любые 8 заданий из Части 1 или из всей работы.

Для получения отметки «4» достаточно верно выполнить определенное число заданий из Частей 1 и 2. Для получения отметки «4» недостаточно верно выполнить даже все задания (A1–A16) только Части 1.

Для получения отметки «5» необходимо выполнить определенное число заданий из Частей 1, 2 и 3. Не требуется решить все задания работы, но среди верно выполненных Вами заданий должно быть хотя бы одно из Части 3. При этом для получения отметки «5» недостаточно верно выполнить даже все задания (С1–С4) только Части 3.

За верное выполнение различных по сложности заданий дается один или более баллов. Баллы, полученные Вами за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно большее количество баллов.

Желаем вам успеха!

Часть 1

При выполнении заданий этой части укажите в бланке ответов цифру, которая обозначает выбранный Вами ответ, поставив знак «×» в соответствующей клеточке бланка для каждого задания А1–А16.

А1 Найдите значение выражения

$$5\cos^2\frac{\alpha}{2} - 2\cos(\pi - \alpha) + 5\sin^2\frac{\alpha}{2} \text{ при } \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

1) 5 2) $\sqrt{2}+5$ 3) $\sqrt{2}-5$ 4) $5-\sqrt{2}$.

А2 Упростите выражение $\dfrac{7\sqrt[3]{a}\cdot a^{3\frac{2}{3}}}{a^{-5}}$.

1) $7a$ 2) $7a^9$ 3) $\dfrac{7}{a^9}$ 4) 7.

А3 Сократите дробь $\dfrac{\sqrt[5]{m^2}-\sqrt[5]{n^2}}{\sqrt[5]{m}-\sqrt[5]{n}}$.

1) $\dfrac{1}{m^{\frac{1}{5}}+n^{\frac{1}{5}}}$ 2) $m-n$ 3) $m^{\frac{1}{5}}+n^{\frac{1}{5}}$ 4) $\sqrt[5]{m}-\sqrt[5]{n}$.

А4 Найдите значение $\log_7(49m^3)$, если $\log_7 m = 3$.

1) 7 2) 11 3) 9 4) –7.

А5 Решите уравнение $\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $(-1)^{k+1}\dfrac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$ 2) $\pm\dfrac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in Z$

3) $\pm\dfrac{5}{6}\pi+2\pi k,\ k\in Z$ 4) $(-1)^k\dfrac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in Z$.

A6 Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_3(2x + 1) = \log_3(5x)$.

1) $(-\infty; 0)$ 2) $(-1; 0)$ 3) $[-1; 0]$ 4) $(0; \infty)$.

A7 Решите неравенство $(0{,}2)^{3x-8} > 0{,}0016$.

1) $[0; 4]$ 2) $(-\infty; 4]$ 3) $(4; \infty)$ 4) $(-\infty; 4)$.

A8 Решите неравенство $\dfrac{5x(7-x)}{3+x} \le 0$.

1) $(-\infty; -3)\cup(0; 7)$ 2) $(0; 3)\cup(7; 8)$

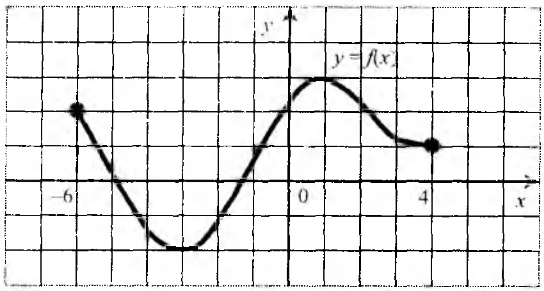
3) $(-3; 0]\cup[7; \infty)$ 4) $[0; 7]$.

A9 Укажите промежуток, которому принадлежат нули функции $f(x) = \sqrt{5-3x^2} - \sqrt{2}\cdot x$.

1) $\left[1; \sqrt{3}\right]$ 2) $(0; 1)$ 3) $\left[\dfrac{2}{3}; 1\right)$ 4) $\left(1; \dfrac{3}{2}\right]$.

A10 Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-6; 4]$. Укажите количество точек экстремума на промежутке $[-1; 4]$.

1) 2
2) 0
3) 3
4) 1.



A11 Найдите область определения функции $y = \log_{\frac{1}{\pi^2}}\left(3x - x^2\right)$.

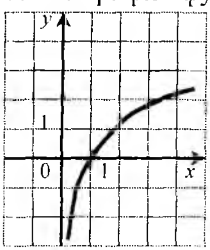
1) $[0; 3]$ 2) $(0; 3)$

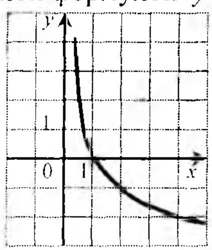
3) $(-\infty; 0) \cup (0; 3)$ 4) $(3; \infty)$.

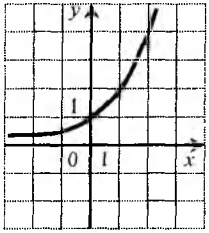
A12 Найдите множество значений функции $y = 2\sin 3x - 1$.

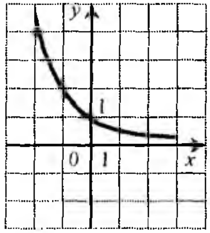
1) $(-1; 1)$ 2) $(-2; 2)$. 3) $[-3; 1]$ 4) $(1; 3]$.

A13 Укажите график функции, заданной формулой $y = \log_{0,5} x$.

1) 

2) 

3) 

4) 

A14 Найдите значение производной функции $y = e^x \cdot x^5$ в точке $x_0 = 1$.

1) $6 + e$ 2) $5 + e$ 3) $6e$ 4) $5e^4$.

A15 Для функции $f(x) = \cos 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$.

1) $F(x) = 0{,}5\sin 2x + 0{,}5$ 2) $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}$

3) $F(x) = \frac{1}{2}\cos 2x - 1$ 4) $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + 0{,}5$.

A16 При движении тела по прямой расстояние S (в метрах) от начальной точки движения изменяется по закону

$S(t) = \frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{4}t^2 - 8t - 1\frac{1}{4}$ (t – время движения в секундах).

Найдите скорость тела (м/с) через 4 секунды после начала движения.

1) 32 2) 14 3) 46 4) 18.

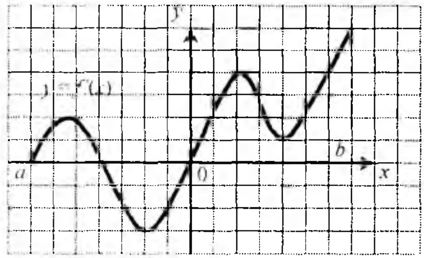
Часть 2

Ответом на каждое задание этой части будет некоторое число. Это число надо записать в бланк ответов рядом с номером задания (В1–В10), начиная с первой клеточки. Каждую цифру и знак минус отрицательного числа пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно. Если ответ получился в виде дроби, то ее надо округлить до ближайшего целого числа.

B1 Пусть $(x_0; y_0)$ – решение системы $\begin{cases} y - 3 = |x - 2|, \\ y = 2^{x-1}. \end{cases}$

Найдите разность $x_0 - y_0$.

B2 Функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Исследуйте на монотонность функцию $y = f(x)$.
В ответе укажите количество промежутков, на которых функция возрастает.



B3 Найдите значение выражения
$$\frac{10^{2-\lg 2} - 25^{\log_5 7}}{2\lg 0{,}5 + \lg 40}.$$

B4 Найдите наименьшее значение функции
$y = \sqrt[3]{\sin 5x \cos 2x + \cos 5x \sin 2x - 26}$.

B5 Пусть x_0 – наименьший положительный корень уравнения
$6\sin^2 x + \dfrac{3}{2}\sin 2x - 5\cos^2 x = 2$. Найдите $\operatorname{tg} x_0$.

B6 При каком значении a функция $y = \dfrac{9^{ax-11}}{9^{x^2}}$ имеет максимум при $x = 2$?

B7 Предприниматель понизил цену на некоторый товар на $0{,}5\alpha$ % и обнаружил, что количество этого товара, реализуемое в среднем за один день, увеличилось на α %. Кроме того, средняя дневная выручка предпринимателя от продажи этого товара увеличилась с 12000 до 12540 руб. На сколько процентов изменилось количество товара, реализуемое в среднем за один день?
(Знак % в ответе **не пишите**).

B8 Телефонистке поручено передать важное сообщение трём другим телефонисткам. Каждая из них, в свою очередь, должна передать это сообщение ещё трём телефонисткам, и т. д. На выполнение поручения у каждой телефонистки уходит 6 минут. Сколько телефонисток будут знать содержание сообщения через полчаса?

B9 Основанием наклонного параллелепипеда является квадрат со стороной 2 дм. Одно из его боковых рёбер, равных 2 дм, образует со смежными сторонами основания углы в 60°. Найдите объём этого наклонного параллелепипеда.

B10 Точка пересечения диагоналей трапеции делит одну из них на отрезки 11 дм и 14 дм. Найдите большее основание трапеции, если её средняя линия равна 25 дм.

Часть 3

Для записи ответов на задания этой части (C1–C4) используйте специальный бланк. Запишите сначала номер задания (C1 и т. д.), а затем полное решение.

C1 Решите уравнение $\lg\frac{2x^2+3}{3x+1} = \lg\frac{3x+1}{3x+5} = 0.$

C2 При каких значениях параметра b уравнение $9^x - 2\cdot(3b-2)\cdot 3^x + 5b^2 - 4b = 0$ **имеет** два различных решения?

C3 В цилиндр вписан прямоугольный параллелепипед, диагональ которого равна d и образует с меньшей боковой гранью угол β. Найдите объём цилиндра, если известно, что диагональ основания параллелепипеда составляет с большей стороной основания угол α.

C4 Найдите все значения параметра k, при каждом из которых следующее уравнение не имеет решений:

$$16^{\sqrt{2x-x^2}} - k\cdot 4^{\sqrt{2x-x^2}} + k + 2 = 0\,.$$

Ответы к заданиям Части 1

Задание	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
Номер ответа	2	2	3	2	3	4	4	3	1	4	2	3	2	3	2	4

Ответы к заданиям Части 2

Задание	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
Ответ	–1	2	1	–3	1	4	10	364	6	28

Ответы к заданиям Части 3

Задание	C1	C2	C3
Ответ	2	(0,8; 1)∪(1; ∞)	$V = \frac{\pi d^3 \sin^2\beta\cdot\sqrt{\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}}{4\cos^3\alpha}$

Задание	C4
Ответ	$\left(-\infty; 2+2\sqrt{3}\right)$

ЛИТЕРАТУРА

1. Денищева Л. О., Глазков Ю. А., Краснянская К. А. Единый государственный экзамен 2002: Контрольно-измерительные материалы. – М.: Просвещение, 2003.

2. Денищева Л. О., Глазков Ю. А., Краснянская К. А. и др. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. Математика. – М.: Интеллект-Центр, 2003.

3. Дорофеев Г. В., Муравин Г. К., Седова Е. А. Подготовка к письменному экзамену за курс средней школы. – М.: Дрофа, 2000.

4. Лысенко Ф. Ф., Калашников В. Ю., Клово Г. Г. и др. Подготовка к ЕГЭ по математике. – Ростов-на-Дону: Ростиздат, 2002.

5. Соболь Б. В., Виноградова И. Ю., Рашидова Е. В. Пособие для подготовки к единому государственному экзамену и централизованному тестированию по математике. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2003.

6. Федоров Е. Б. Тесты. Алгебра. – М.: Матезис, 2000.

Содержание

МАТЕМАТИКА
Система подготовки учащихся к ЕГЭ
(пособие для учителя), 2004

Автор-составитель **В. Н. Студенецкая**

Ответственные за выпуск
Л. Е. Гринин, А. В. Перепелкина
Редактор **А. В. Перепелкина**
Технический редактор **Л. В. Иванова**
Корректор **Н. М. Болдырева**

Издательство «Учитель»
400067, Волгоград, п/о 67, а/я 32

Подписано в печать 30.01.04. Формат 60×90/16.
Бумага газетная. Гарнитура Тип Таймс.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,0. Тираж 10 000 экз. Заказ № 12840.

Диапозитивы предоставлены издательством.

Государственное унитарное предприятие ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Министерства Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. 410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59.