Р.Яркулов, А.Хўжаев, Б.Эргашева

Математикадан тарқатма материаллар тўплами 1-қисм

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ТОШКЕНТ ТЎҚИМАЧИЛИК ВА ЕНГИЛ САНОАТ ИНСТИТУТИ

НИЗОМИЙ НОМИДАГИ
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ПЕДАГОГИКА УНИВЕРСИТЕТИ

Р.Яркулов, А.Хўжаев, Б.Эргашева

Математикадан тарқатма материаллар тўплами
1-қисм

Тошкент-2017 й.

Ушбу «Математикадан таркатма материаллар тўплами» техника олий таълим муассасаларининг бакалавриат таълим йўналишларида таълим олаётган талабалар учун мўлжалланган.

Мазкур таркатма материалларда талабаларга аудитория ва аудиториядан ташқарида мустақил мисол ва масалаларни бажариш учун тавсиялар келтирилган.

Тузувчилар:

Тошкент Тўқимачилик ва енгил саноат институти "Олий математика" кафедраси мудири, техника фанлари номзоди, профессор Рауф Ярқулов;

Низомий номидаги Тошкент давлат педагогика университети "Умумий математика" кафедраси катта ўқитувчили Алижон Хўжаев;

Низомий номидаги Тошкент давлат педагогика университети "Математика ўқитиш методикаси" таълим йўналиши 3 курс талабаси Бахтигул Эргашева.

Тақризчилар:

Тошкент Тўқимачилик ва енгил саноат институти "Олий математика" кафедраси катта ўкитувчиси Ғ.Х.Джумабоев;

Низомий номидаги ТДПУ "Математика ўқитиш методикаси" кафедраси доценти, ф.-м.ф.н. Д.Э.Давлетов

Низомий номидаги Тошкент давлат педагогика университет ўқув-услубий кенгашида муҳокама этилган ва нашрга тавсия қилинган.
(*2017* йил *18* майдаги *10* - сонли баённома)

Талабаларга аудитория ва аудиториядан ташқарида тарқатма материаллар тўпламини бажариш учун методик тавсиялар

Техника олий таълим муассасаларининг бакалавриат таълим йўналишларида таълим олаётган талабалар мазкур тарқатма материаллар тўпламида қуйидаги мавзулар бўйича ёзадилар:

1. Аналитик геометрия элементлари.
2. Фазода аналитик геометрия элементлари.
3. Функция ва унинг лимити.
4. Бир аргументли функциянинг дифференциал ҳисоби.

Назарий ва амалий билимларни мустаҳкамлаш ва назарий ишни бажариш жараёнида пайдо бўладиган тушунмовчиликларни бартараф этиш учун мазкур тўплам охирида кўрсатилган адабиётлардан ва талабалар томонидан ёзилган маърузалардан топиш мумкин.

Тарқатма материаллардаги топшириқ (мисол ва масала)ларни бажаришда қуйидагиларга эътибор бериш лозим.

1. Дафтарлар устида талабаларнинг фамилияси, исми, отасининг исми, рейтинг дафтарчасининг номери ва бажариладиган топшириқ ишининг номери аниқ ёзилиши керак.
2. Битта дафтарда фақат битта топшириқ иши ёзилиши керак.
3. Мисол ва масалалар қисқача изоҳлар билан асослаб ечилиши ва сўзлар қисқартирмасдан ёзилиши лозим.
4. Вариантлар қуйидагича танланади: рейтинг дафтарчасининг номеридан охирги рақами 1, 2, 3, ……9, 0 бўлган талабалар мос равишда 1, 2, 3, ……, 21, 22, ……, 30 – вариантлардаги кўрсатилган мисол ва масалаларни ечадилар. Агар рейтинг дафтарчасининг номеридаги охирги рақами 31, 32, ……, 40 бўлса, у ҳолда 31-рақамли 1 – вариантдаги 32-рақамли 2 – вариантдаги, 40-рақамдаги 10 – вариантдаги мисол ва масалаларни ечадилар.
5. Агар топшириқ ишларига боғлиқ тушунмовчиликлар ва саволлар туғилса, талаба кафедра профессор-ўқитувчиларидан бевосита маслаҳат олишлари мумкин.

Топшириқ иши учун масалалар.

Вариант номери	1- топшириқ иш	1- топшириқ иш	1- топшириқ иш
1	11 60 75 101	16	26 45 90 116
2	12 59 76 102	17	27 44 61 117
3	13 58 77 103	18	28 43 62 118
4	14 57 78 104	19	29 42 63 119
5	15 56 79 105	20	30 41 64 120
6	16 55 80 106	21	1 40 65 91
7	17 54 81 107	22	2 39 66 92
8	18 53 82 108	23	3 38 67 93
9	19 52 83 109	24	4 37 68 94
10	20 51 84 110	25	5 36 69 95
11	21 50 85 111	26	6 35 70 96
12	22 49 86 112	27	7 34 71 97
13	23 48 87 113	28	8 33 72 98
14	24 47 88 114	29	9 32 73 99
15	25 46 89 115	30	10 31 74 100

I. **Аналитик геометрия элементлари**.

Адаб: [1] 1 боб, 3 боб § 1-7.

Икки ва уч номаълумли чизиқли тенгламалар системаси.

Крамер қоидаси.

Икки номаълумли иккита чизиқли тенгламалар системаси

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

нинг бош детерминанти $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$ бўлганда, ягона ечимга эга ва

Крамер қоидаси бўйидаги формулалар билан ҳисобланади:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \qquad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta},$$

бу ерда

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \ \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}.$$

Агар $\Delta = 0$ ва шу билан бирга $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}$ лардан ақалли биттаси нолга тенг бўлмаса, система ечимга эга эмас.

Агар $\Delta = \Delta_{x_1} = \Delta_{x_2} = 0$ бўлса, у ҳолда берилган система чексиз кўп ечимга эга бўлади.

Уч номаълумли учта чизиқли тенгламалар системаси

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

нинг бош детерминанти

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

бўлганда ягона ечимга эга бўлиб, бу ечим Крамер формулалари билан ҳисобланади:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta},$$

бунда

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

Агар $\Delta = 0$ ва $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}$ детерминантлардан ақалли биттаси нолдан фарқли бўлса, у ҳолда берилган система ечимга эга бўлмайди ва бу система *биргаликда бўлмаган система* деб аталади. Камида бита ечимга эга бўлган система *биргаликдаги* система деб аталади.

1 – мисол. Чизиқли тенгламалар системасини ечинг:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -4; \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 8; \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -6. \end{cases}$$

Ечиш. Детерминантларни топамиз:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 8 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & -4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 4.$$

Детерминант $\Delta = 4 \neq 0$ бўлгани учун система ягона ечимга эга ва Крамер формуласини қўллаб, уни топамиз:

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 8 & 2 & -1 \\ -6 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 3 & 8 & -1 \\ 2 & -6 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 0 & 20 & -4 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 & -4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 8;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 3 & 2 & 8 \\ 2 & -3 & -6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & 8 & 20 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 20 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -4.$$

$$x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = 1,\ x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = 2,\ x_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta} = -1.$$

I.1. **Координаталар методи**

Тўғри чизиқда координаталар методи.

Агар l тўғри чизиқда:

1) мусбат йўналиш;
2) O нуқта – координаталар боши;
3) Узунликларни ўлчаш учун чизиқли бирлик кўрсатилган бўлса, l тўғри чизиқда координаталар системаси берилган дейилади.

l тўғри чизиқдаги ихтиёрий M нуқтанинг координатаси де, OM кесманинг координаталар боши O дан M нуқтага томон йўналиш тўғри чизиқдаги мусбат йўналиш билан бир хил бўлса, «мусбат» ишора билан, аксинча бўлганда эса «манфий» ишора билан олинадиган узунлигига тенг бўлган x сонга айтилади. M нуқтанинг координатаси x деган фикр M(x) кўринишда ёзилади.

1. $A(x_A)$ ва $B(x_B)$ нуқталар орасидаги AB масофа ушбу формула ёрдамида ҳисобланади.

$$AB = |x_A - x_B|. \quad (1)$$

2. AB кесмани $\lambda \geq 0$ нисбатда бўлувчи N нуқтанинг (яъни N нуқта $\frac{AN}{NB} = \lambda$) муносабатни қаноатлантиради x_N координатаси.

$$x_N = \frac{x_A + \lambda x_B}{1+\lambda} \quad (2)$$

формула бўйича топилади.

Жумладан, кесмани тенг иккига бўлишда, яъни $\lambda = 1$ бўлганда кесма ўртасининг координатасини топиш формуласини ҳосил қиламиз.

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} \quad (3)$$

Текисликда координаталар методи.

Агар текисликда:

1) Ҳар бирида мусбат йўналиш танлаб олинган иккита ўзаро перпендикуляр тўғри чизиқ, яъни координата ўқлари кўрсатилган бўлса (ўқлардан биринчиси абсциссалар ўқи, иккинчиси ординаталар ўқи дейилади, координата ўқларининг кесишган нуқтаси O координата боши дейилади);

2) Узунликларни ўлчаш учун чизиқли бирлик кўрсатилган бўлса, у ҳолда текисликда координаларнинг тўғри бурчакли Декарт системаси берилган дейилади.

Текисликнинг ихтиёрий нуқтаси M нинг тўғри бурчакли Декарт координаталари деб, x ва y сонларнинг тартибланган жуфтига айтилади, бу ерда x–M нуқтанинг абсциссалар ўқига проекциясининг координатаси, y эса M нуқтанинг ординаталар ўқига проекциясининг координатасидир. M нуқта x ва y координаталарга эга деган фикр M(x, y) каби ёзилади.

ИККИТА НУҚТА ОРАСИДАГИ МАСОФА

$A(x_A; y_A)$ ва $B(x_B; y_B)$ нуқталар орасидаги масофа

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \quad (1)$$

формула бўйича ҳисобланади.

Хусусий ҳолда А нуқтадан координаталар боши О гача бўлган масофа қуйидагича топилади.

$$OA=\sqrt{x_A^2+y_A^2} \quad (2)$$

формула ёрдамида ҳисобланади.

1. A(-2; 7) ва B(13; -1) нуқталар орасидаги масофани аниқланг.

Ечилиши. АВ кесманинг узунлигини (1) формула бўйича ҳисоблаймиз.

$$AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}=\sqrt{(-2-13)^2+(7+1)^2}=17$$

2. Агар: 1) А(3; -4), В(6, -8); 2) А(10; 0), В(2; -6); 3) А(-11; -4), В(1; -9); 4) А(8; -4).

В(-2; 1) бўлса, А ва В нуқталар орасидаги масофани топинг.

КЕСМАНИ БЕРИЛГАН НИСБАТДА БЎЛИШ

АВ кесмани л нисбатда бўлувча N нуқтанинг (яъни N нуқта $\frac{AN}{NB}=\lambda$ шартни қаноатлаитирадн) координаталари

$$x_M=\frac{x_A+\lambda x_B}{1+\lambda},\quad y_M=\frac{y_A+\lambda y_B}{1+\lambda} \quad (1)$$

формулалар бўйича топилади.

Хусусий ҳолда, кесмани тенг иккига бўлишда, яъни л=1 бўлганида кесма ўртасининг координаталарини топиш формуласини ҳосил қиламиз:

$$x=\frac{x_A+x_B}{2},\quad y=\frac{y_A+y_B}{2} \quad (2)$$

А (1; 4) ва В (4; 14) нуқталар билан чега-раланган кесма учта тенг бўлакка бўлинган. С ва D бўлиш нуқталарининг координаталарини топинг.

Ечилиши. С нуқта АВ кесмани $\lambda=\frac{AC}{CB}=\frac{1}{2}$ нибатда бўлади. Бинобарин, (1) формулага кўра:

$$x_C=\frac{x_A+\lambda x_B}{1+\lambda}=\frac{1+\frac{1}{2}\cdot 4}{1+\frac{1}{2}}=2$$

$$y_C = \frac{y_A + \lambda y_B}{1+\lambda} = \frac{4 + \frac{1}{2}\cdot(-14)}{1+\frac{1}{2}} = -2$$

Шундай қилиб, C(2; -2).

D нуқта AB кесмани $\lambda = \frac{AD}{DB} = \frac{2}{1} = 2$ нисбатда бўлади. Бу ерда лади. Бу ердан

$$x_D = \frac{x_A + \lambda x_B}{1+\lambda} = \frac{1+2\cdot 4}{1+2} = 3,$$

$$y_D = \frac{y_A + \lambda y_B}{1+\lambda} = \frac{4+2\cdot(-14)}{1+2} = -8$$

Демак, D (3; -8).

ЧИЗИҚ ТЕНГЛАМАСИ

Иккита x ва y ўзгарувчини боғловчи ҳар қандай тенглама умуман айтганда чизиқни, яъни текисликнинг координаталари шу теигламани қаноатлантирувчи нуқталарининг геометрик ўрнини ифодалайди.

Тескари тасдиқ ҳам ўриалидир. Текисликдаги ҳар бар чизаққа иккита x ва y ўзгарувчили тенглама мос келади, яъни шундай тенгламаки, уни бу чизиққа тегишли бўлган ихтиёрий нуқтанинг координаталари қаноатлантириб, бу чизиққа тегишли бўлмаган ҳеч қайси нуқтанинг координаталара қаноатлантирмайди.

Аналитик геометриянинг асосий масалаларидан бири агар чизиқнинг ҳосил бўлиш қонуни берилган бўлса, унинг тенгламасини тузишдан иборатдир.

Бунда қуйидаги планга амал қилиш мақсадга мувофиқдир:

1) координаталар системаси мос қилиб танланади»;

2) берилган нуқталарнинг геометрик ўрнига тегишли ихтиёрий M(x; y) нуқта олинади;

3) геометрик ўринни аниқловчи хоссадан фойдаланиб, x ва y ўзгарувчи координаталар орасидаги муносабат тузилади;

4) x ва y орасидагн ҳосил қилинган муносабат ҳақикатан ҳам берилгаи чизиқнинг тенгламаси эканлиги текшириб кўрилади, яъни координаталари ҳосил қилинган тенгламани қаноатлантирадиган ихтиёрий нуқта берилган чизиққа тегишли эканлиги, координаталари бу тенгламани қаноатлантнрмайдиган ихтиёрий иуқта чизиққа тегишли эмаслигига ишонч ҳоснл қилинади.

$y = 2x^3 - 1$ тенглама билан аниқланадиган L чизиққа ушбу нуқталар тегишлп еки.тешшли эмасли эмаслини текшириб кўринг:

1) A (-1; -3); 2) B(2; 1).

Ечилиши. Агар М нуқтанинг коорднаталари L чизиқнинг тенгламасини қаноатлантирса, бу иуқта берилган L чизиққа тегишли бўлади; акс ҳолда М нуқта L чизиққа тегишли бўлмайди.

1) А нуқтанинг $x = -1$, $y = -3$ координаталарини $y = 2x^3 - 1$ тенгламага қўйиб, натижада $-3 = 2(-1)^3 - 1$ ёки $-3 = -3$ айний тенгликни ҳосил қиламиз. Бу А нуқта L чизиққа тегишли эканлигини билдиради.

2) В нуқтанинг $x = 2$; $y = 1$ координаталари $y = 2x^3 - 1$ тенгламани қаноатлантирмайдн, чунки $1 \neq 2\ 2^3 - 1$. Демак, В (2; 1) нуқта L чизиққа тегишли эмас.

ЧИЗИҚНИНГ ПАРАМЕТРИК ТЕНГЛАМАЛАРИ

Ушбу

$$x = \varphi(t),$$

$$y = \varphi(t) \qquad (1)$$

иккита тенглама (бу ерда t — ёрдамчи ўзгарувча) Декарт координаталар системасида бирорта L чизиқнн аниқлайди. Бунда x ва y миқдорлар t нинг ҳар қайси қиймати учун бу чизиққа тегишли бўлган нуқтанинг координаталари сифатида қаралади.

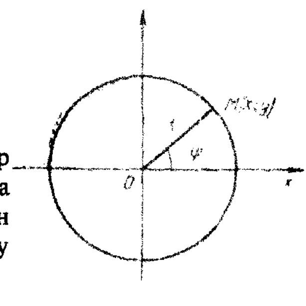
(1) тенгликлар L чизиқнинг параметрик тенгламалари, t эса ўзгарувчи параметри, дейилади.

Агар (1) тенгламадардан t параметр йўқотилса, шу L чизиқнинг тенгламаси F (x; y) = 0 кўринишда ёзилади.

Радиуси r, маркази координаталар бошида бўлган айлананинг параметрик тенгламаларини тузинг.

Ечилиши. Айланада ётувчи М нуқтанинг x ва y ўзгарувчи координаталари Ох ўқ ва ОМ радиус орасидаги φ бурчакнинг функциялари бўлади (чизма). Шунинг учун φ бурчакни ўзгарувчан параметр сифатида қабул қиламиз. x ва y ўзгарувчи координаталарни φ параметр орқали ифодалаймиз:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases},$$



Бу тенгликлар айлананинг параметрик тенгламаларидир.

Ҳосил қилинган тенгламаларнинг ҳар бирини квадратга кўтариб, ҳадма-ҳад қўшилса (бу билан φ параметрнинг тенгламалардан йўқотилишига эришилади), у ҳолда шу айлана тенгламаси ушбу кўринишда ёзилади:

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

ТЎҒРИ ЧИЗИҚНИНГ УМУМИЙ ТЕНГЛАМАСИ

Агар текисликда ихтиёрий Декарт координаталар системаси олинган бўлса, у ҳолда х ва у ўзгарувчн координаталарга нисбатан биринчи даражали ҳар қандай

$$Ax + By + C=0 \qquad (1)$$

тенглама координаталар састемасида тўғри чизиқни анақлайда, бу ерда A ва B лар бир вақтда нолга тенг эмас.

Тескари тасдиқ ҳам ўринли: Декарт координаталар системасида ҳар қандай тўғри чизақ (1) кўринишдаги биринча даражали тенглама орқали тасвирланиши мумкин.

(1) тенглама тўғра чизиқнинг умумий тенгламаси дейилади

I.2. Берилган икки $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ нуқтадан ўтувчи тўғри чизиқ тенгламаси

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1} \quad (2)$$

кўринишда ёзилади.

$Ax + By + C=0$ тогри чизиқ коеффисентларига боглиқ ҳолда координаталари системасига нисбатан куйидаги ҳолатларда жойлашади.

	Коэффициентларнинг кийматлари	Тўғри чизиқ тенгламаси	Тўғри чизиқ ҳолати
1.	$C=0$	$Ax + By = 0$	Тўғри чизикқ координата бошидан ўтади
2.	$A = 0$	$y=b$, бу ерда $d=-\frac{C}{B}$	Тўғри чизиқ Ох ўққа параллел
3.	$B = 0$	$x=a$, бу ерда	Тўғри чизиқ Оу ўққа параллел
4.	$A=C=0$	$a=-C/A$	Тўғри чизиқ Ох ўқ билан устма уст тушади
5.	$B = C = 0$	$y = 0$ $x = 0$	Тўғри чизиқ Оу ўқ билан устма-уст тушади.

I.3. Соат стрелкасига тескари йўналишда ҳисобланувчи $y = k_1x + b_1$ тўғри чизиқдан $y = k_2x + b_2$ тўғри чизиққача бўлган α бурчак

$$tg\alpha = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \qquad (3)$$

формула ёрдамида топилади. Бундан параллеллик шарти $k_1 = k_2$ перпендикулярлик шарти эса $k_1 \cdot k_2 = -1$

I.4. Берилган $M(x_0, y_0)$ нуқтадан ўтувчи ва бурчак коэффиценти k га тенг бўлган тўғри чизиқ тенгламаси

$$y - y_0 = k(x - x_0) \qquad (4)$$

кўринишда бўлади.

1-масала. Учлари *A(4;1). B(16;-9). C(14;6)* нуқталарда бўлган *ABC* учбурчакда:

1) *AB* томоннинг узунлигини топинг:
2) *AB* ва *BC* томонларнинг тенгламасини тузинг.
3) *B* бурчакни радианларда ҳисобланг:
4) Учбурчакнинг *C* учидан утиб *AB* томонига параллел, перпендикуляр бўлган тўғри чизиқ тенгламаларини тузинг.
5) Шаклини чизинг.

Ечиш. 1) (1) – формулага кўра AB томоннинг узунлигини топамиз.

$$|AB| = \sqrt{(16-4)^2 + (-8-1)^2} = \sqrt{225} = 15.$$

демак $|AB| = 15.$

2) (2) –формулага кўра *AB* ва *BC* томонларнинг тенгламаларини тузамиз.

а) $x_1 = 4; y_1 = 1$ ва $x_2 = 16; y_2 = -8$

$$\frac{x-4}{16-4} = \frac{y-1}{-8-1}; \quad \frac{x-4}{12} = \frac{y-1}{-9}; \quad 3x + 4y - 16 = 0$$

ёки $y = -\dfrac{3}{4}x + 4$

Бу *AB* томоннинг тенгламасидир.

б) $x_1 = 16; \qquad y_1 = -8; \qquad x_2 = 14; \qquad y_2 = 6.$

$$\frac{x-16}{14-16} = \frac{y-(-8)}{6-(-8)}; \qquad \frac{x-16}{-2} = \frac{y+8}{14}$$

$7x + y - 104 = 0$ ёки $y = -7x + 104$

Бу эса *BC* томоннинг тенгламасидир.

3) *AB*, *BC* томоннинг тенгламаларига ва (3) –формулага кўра $\hat{B}$ бурчакни ҳисоблаймиз:

$$tg\hat{B} = -\frac{-\frac{3}{4} - (-7)}{1 + (-\frac{3}{4}) \cdot (-7)} = \frac{\frac{-3+28}{4}}{\frac{25}{4}} = 1$$

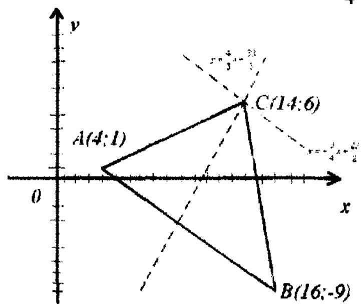
Демак $\hat{B} = 45^0$ экан.

4) (4) – формула ёрдамида учбурчакнинг C учидан ўтиб параллел ва перпендикуляр бўлган тўғри чизиқ тенгламаларини тузамиз.

а) шартга кўра $x_0 = 14; y_0 = 6$ ва AB томоннинг тенгламасидан $k = -\frac{3}{4}$

демак $y - 6 = -\frac{3}{4}(x - 14)$ C нуқтадан ўтувчи AB томонга параллел тўғри чизиқ тенгламаси экан.

б) перпендикулярлик шартига кўра $k = \frac{4}{3}$ бўлиши керак. Демак, $y = \frac{4}{3}(x - 14) + 6$ C нуқтадан ўтиб АВ томонга перпендикуляр тўғри чизиқ тенгламасидир.



5) Юқоридаги тенгламаларни эътиборга олиб берилган учбурчакни унинг С учидан ўтиб AB томонга параллел ва перпендикуляр бўлган тўғри чизиқларини чизамиз.

2. Фазодаги аналитик геометрия элементлари

Текислик тенгламаси. Фазода тўғри чизиқ.

Адаб: [8] § 3: 266-291 мисоллар.

2.1. Текисликнинг умумий тенгламаси.

$$Ax + By + Cz + D = 0 \qquad (5)$$

кўринишда бўлади. Бу ерда A, B, C, D лар хақиқий сонлар ва

$$A^2+B^2+C^2>0$$

2.2. $M(x_0, y_0, z_0)$ нуқтадан ўтувчи $N = A\vec{i} + B\vec{j} + Ck$ векторга перпендикуляр бўлган текислик тенгламаси $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ (6) кўринишда бўлади.

2.3. Текисликнинг кесмалар бўйича тенгламаси

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (7) кўринишда бўлади.

2.4. Икки текислик орасидаги бурчак

$$Cos\varphi=\frac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$$ (8) формула ёрдамида топилади.

Бундан икки текисликнинг $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$ (9)

паралеллик ва $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$ (10) перпендикулярлик шарти келиб чиқади.

2.5. Берилган $M(x_0,y_0,z_0)$ нуқтадан $Ax+By+Cz+D=0$ текисликкача бўлган масофа $d=\frac{|Ax_0+Bx_0+Cx_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ (11) формула ёрдамида ҳисобланади.

2.6. Бир тўғри чизиқда ётмаган учта $A(x_1,y_1,z_1)$, $A(x_2,y_2,z_2)$, $C(x_3,y_3,z_3)$ нуқталардан ўтувчи текислик тенгламаси қуйидагича бўлади.

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0 \quad (12)$$

2.7. Фазода иккита $A(x_1,y_1,z_1)$, $B(x_2,y_2,z_2)$ нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқ тенгламаси

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1} \quad (13)$$

кўринишда бўлади.

2.8. Фазода икки тўғри чизиқ орасидаги бурчак

$$Cos\alpha=\frac{\ell_1\ell_2+m_1m_2+n_1n_2}{\sqrt{\ell_1^2+m_1^2+n_1^2}\sqrt{\ell_2^2+m_2^2+n_2^2}} \quad (14)$$

формула ёрдамида топилади.

Бу ерда $\frac{x-x_1}{\ell_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$; $\frac{x-x_2}{\ell_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$ лар берилган тўғри чизиқлар. Бундан фазода икки тўғри чизиқнинг $\frac{\ell_1}{\ell_2}=\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}$ (15) паралеллик ва $\ell_1\ell_2+m_1m_2+n_1n_2=0$ (16) перпендикулярлик шартлари келиб чиқади.

2-масала: $M_1(3,-4,5)$ ва $M_2(-1,2,8)$ нуқталар орқали ўтган тўғри чизиқ тенгламасини ёзинг.

Ечиш. Берилган координаталарни (13) формулага қўйиб

$\frac{x-3}{-1-3}=\frac{y+4}{z+4}=\frac{z-5}{c-5}$ ёки $\frac{x-3}{-4}=\frac{y+4}{6}=\frac{z-5}{-6}$ тенгламани ҳосил қиламиз.

2-масала. Учта $M_1(2;3;0), M_2(2;0;-5), M_3(0;3;-5)$ нуқталаридан ўтувчи текислик тенгламасини тузинг.

Ечиш. Берилган нуқталарнинг координаталарини (12) формулага қўйиб

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z \\ 0 & -3 & -5 \\ -2 & 0 & -5 \end{vmatrix}=0$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Бундан $15x+10y-6z-60=0$ Бу изланган текислик тенгламасидир.

3-масала. $M(2;3;-5)$ нуқтадан $4x-2y+5z-12=0$ текисликка туширилган перпендикуляр узунлигини топинг. Ечиш. (11) –формулага кўра:

$$d=\frac{|4\cdot 2-2\cdot 3+5(-5)-12|}{\sqrt{4^2+(-2)^2+5^2}}=\frac{35}{3\sqrt{5}}=\frac{7\sqrt{5}}{3}$$

3. Функция ва унинг лимити

Адаб: [1] 2-боб.

3.1. Агар $\{x_n\}$ ва $\{y_n\}$ кетма-кетликлар яқинлашувчи бўлса, у ҳолда:

$$\lim_{n\to\infty}(x_n \pm y_n)=\lim_{n\to\infty}\pm\lim_{n\to\infty} y_n.$$

3.2. Агар $\{x_n\}$ ва $\{y_n\}$ кетма-кетликлар яқинлашувчи бўлса, у ҳолда:

$$\lim_{n\to\infty}(x_n \cdot y_n)=\lim_{n\to\infty}\cdot\lim_{n\to\infty} y_n.$$

3.3. Агар $\{x_n\}$ ва $\{y_n\}$ кетма-кетликлар яқинлашувчи бўлса ва $\{y_n\}$ кетма-кетликнинг лимити нолдан фарқли бўлса; у ҳолда:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x_n}{y_n}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty} x_n}{\lim\limits_{x\to\infty} y_n}$$

3.4. Ўзгармас кўпайтувчини лимит белгиси олдига чиқариш мумкин: $C=Const$

$$\lim_{n\to\infty}(cx_n)=c\lim_{n\to\infty} x_n$$

3.5. Агар $x\to\alpha$ да $f(x)$ ва $\varphi(x)$ функциялар лимитга эга бўлса, у ҳолда:

$$\lim_{x\to\alpha}(f(x)\pm\varphi(x))=\lim_{x\to\alpha} f(x)\pm\lim_{x\to\alpha}\varphi(x)$$

3.6. Агар $x \to \alpha$ да $f(x)$ ва $\varphi(x)$ функцияларнинг лимитлари мавжуд бўлса, у ҳолда:

$$\lim_{x\to\alpha}(f(x)\cdot\varphi(x)) = \lim_{x\to\alpha} f(x)\lim_{x\to\alpha}\varphi(x)$$

3.7. Агар $x \to \alpha$ да $f(x)$ ва $\varphi(x)$ функцияларнинг лимитлари мавжуд бўлиб, $\varphi(x)$ нинг лимити нолдан фарқли бўлса, у ҳолда

$$\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \frac{\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)}{\lim\limits_{x\to\alpha}\varphi(x)}$$

3.8. Ўзгармас кўпайтирувчини лимит белгиси олдига чиқариш мумкин:

$C = Const$: $\quad \lim\limits_{x\to\alpha}(C\cdot f(x)) = C\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)$

3.9. Агар n натурал сон бўлса, у ҳолда $\lim\limits_{x\to\alpha} x^n = a^n$

3.6. а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$ $\qquad$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = 1$

в) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x = \lim\limits_{x\to n}(1+\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} = e$ $\qquad e \approx 2{,}71828$

І-13 мисоллар юқоридаги формулалардан фойдаланиб изоҳсиз ечиб кўрсатилган.

1. $\lim\limits_{x\to 2}(5x^3 - 6x^2 + x - 5) = \lim\limits_{x\to 2} 5x^3 - \lim\limits_{x\to 2} 6x^2 + \lim\limits_{x\to 2} x - 5 = 5\lim\limits_{x\to 2} x^3 - 6\lim\limits_{x\to 2} x^2 + \lim\limits_{x\to 2} x - 5 =$
$= 5\cdot 2^3 - 6\cdot 2^2 + 2 - 5 = 13$

2. $$\lim_{x\to 3}\frac{x^2 - x + 1}{x - 5} = \frac{\lim\limits_{x\to 3}(x^2 - x + 1)}{\lim\limits_{x\to 3}(x-5)} = \frac{\lim\limits_{x\to 3} x^2 - \lim\limits_{x\to 3} x + 1}{\lim\limits_{x\to 3} x - 5} = -\frac{7}{2}.$$

3. $$\lim_{x\to 0}\frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x} = \lim_{x\to 0}\frac{x(3x-2)}{x(2x-5)} = \lim_{x\to 0}\frac{3x-2}{2x-5} = \frac{3\lim\limits_{x\to 0} - 2}{2\lim\limits_{x\to 0} - 5} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}.$$

4. $$\lim_{x\to 2}\frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8} = \lim_{x\to 2}\frac{3(x-2)(x-\frac{2}{3})}{5(x-2)(x-\frac{4}{5})} = \lim_{x\to 2}\frac{3x-2}{5x-4} = \frac{3\cdot 2 - 2}{5\cdot 2 - 4} = \frac{2}{3}.$$

5. $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}\cdot\frac{\sqrt{x+4}+2}{\sqrt{x+4}+2} = \lim_{x\to 0}\frac{x+4-4}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x\to 0}\frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} =$$
$$= \lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}.$$

6. $$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x - \cos x}{tgx - 1} = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x - \cos x}{\frac{\sin x}{\cos x} - 1} = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x - \cos x}{\frac{\sin x - \cos x}{\cos x}} = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

7) $$\lim_{x\to\infty}(x^3 - 6x^2 + 5x - 1) = \lim_{x\to\infty} x^3(1 - \frac{6}{x} + \frac{5}{x^2} - \frac{1}{x^2}) = \lim_{x\to\infty} x^3(1 - \frac{6}{x} + \frac{5}{x^2} - \frac{1}{x^2}) = \infty$$

8) $$\lim_{x\to\infty}\frac{2x+3}{5x+1} = \lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{3}{x}}{5+\frac{1}{x}} = \frac{2+0}{5+0} = \frac{2}{5};$$

9)
$$\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2-5x}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x-\sqrt{x^2-5x}\right)\left(x+\sqrt{x^2-5x}\right)}{x+\sqrt{x^2-5x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x^2+5x}{x+\sqrt{x^2-5x}}=$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{5x}{x\left(1+\sqrt{1-\frac{5}{x}}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{5}{1+\sqrt{1-\frac{5}{x}}}=\frac{5}{2}.$$

12) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin 6x}{3x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2\cdot\sin 6x}{2\cdot 3x}=2\lim_{x\to\infty}\frac{\sin 6x}{6x}=2.$$

11) $$\lim_{x\to\infty}\frac{tg3x}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{\sin 3x}{\cos 3x}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sin 3x}{x}\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\cos 3x}=3.$$

12) $$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{x}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x}{4}}\right)^{\frac{x}{4}\cdot 4}=\left[\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x}{4}}\right)^{\frac{x}{4}}\right]^4=\ell^4;$$

13) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{-x}=\left[\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right]^{-1}=\ell^{-1}=\frac{1}{\ell}.$$

4. Бир аргументли функциянинг дефференциал ҳисоби.

Адаб.: [1] 3 боб.

Фунциянинг ўзгариш тезлиги.

x ва y ўзгарувчлар орасидаги боғланиш кўринишда тасвирланиши мумкин бўлган турли хил физикавий жараёнлар умумий кўринишда

$y = f(x)$

функция билан ёзилади ва бу муносабат ўзгарувчи микдор y нинг x ўзгарувчининг ўзгаришига боғлиқ ҳолда ўзгариш жараёнини ифодалайди.

Функциянинг ўзгариш тезлигини ҳисоблаш қуйидаги умумий қоида бўйича бажарилади.

I. x аргументи бирор Δx катталикка ўзгариши y функцияни Δy катталикка ўзгаришига олиб келади, яъни

$$y+\Delta y = f(x+\Delta x)$$

II. Функциянинг аргументнинг Δx орттирмасига мос келган Δy орттирмаси топилди:

$$\begin{array}{l} -\, y+\Delta y = f(x+\Delta x) \\ \underline{\;y = f(x)\qquad\qquad\quad} \\ \Delta y = F(x+\Delta x) - f(x) \end{array}$$

III. y функциянинг аргумент қийматининг x дан $x+\Delta x$ гача ўзгариши оралиғи учун ўзгаришнинг ўртача тезлиги

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

муносабат билан ифодаланади.

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ нисбат аргумент орттирмаси бирлигига функция орттирмасининг нечта бирлиги тўғри келишини кўрсатади.

IV. x нинг берилган қийматида функция ўзгаришининг оний ёки ҳақиқий υ тезлиги x аргуметнинг x дан $x+\Delta x$ гача ўзгариш орлиғида ўртача тезлик $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ нинг $\Delta x \to 0$ да интиладиган лимитдир, яъни

$$\upsilon = \lim_{\Delta x \to 0} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$y = kx + b$ чизиқли функция учун ўртача тезлик $\upsilon_{ўр} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k$ ва хақиқий тезлик $\upsilon = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = k$ катталиги бўйича бир ҳил ва ҳақиқий тезликнинг сон қиймати k коффициентга тенг.

Ҳосила.

4.1. $y = f(x)$ функциянинг ҳосиласи деб, функция орттирмаси Δy ни аргументнинг мос орттирмаси Δx га нисбатининг $\Delta x \to 0$ даги лимитга айтилади.

$y = f(x)$ функциянинг ҳосиласи қуйидагича белгиланади:

$$y',\ y'_x,\ \frac{dy}{dx} \text{ ёки } f'(x), \frac{df(x)}{dx}$$

$y = f(x)$ функциянинг ҳосиласини ҳисоблаш дифференциаллашнинг умумий қоидаси бўйича тўрт босқичда амалга оширилади.

I. x аргументга Δx орттирма берамиз ва функцияга x аргументнинг ўрнига $x+\Delta x$ орттирилган қийматни қўйиб, функциянинг орттирилган қийматини ҳосил қиламиз

$$y+\Delta y=f(x+\Delta x)$$

II. Функциянинг орттирилган қийматидан унинг дастлабки қийматини айриб, функция орттирмасини ҳосил қламиз:

$$\Delta y+f(x+\Delta x)-f(x)$$

III. Функциянинг орттирмаси Δyни аргументнинг орттирмаси Δx га бўламиз, яъни куйидаги нисбатни тузамиз:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

IV. Бу нисбатнинг $\Delta x\to 0$даги лимитини топамиз:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

топилган лимит $y=f(x)$ функциянинг ҳосиласидир. Ҳосилани топиш дифференциялаш амали дейилади.

Ҳосилани дифференциялашнинг умумий қоидаси бўйича топинг.

$y=2x^2-3x$. Ҳосиланинг $x=3$даги хусусий кийматини топинг.

Е ч и л и ш и.

I. $y+\Delta y=2(x+\Delta x)^2-3(x+\Delta x)=2x^2+4x\Delta x+2(\Delta x)^2-3x-3\Delta x;$

II.
$$\begin{array}{r} -\begin{array}{l} y+\Delta y=2x^2+4x\Delta x+2(\Delta x)^2-3x-3\Delta x \\ y=2x^2-3x \end{array} \\ \hline \Delta y=4\Delta x+2(\Delta x)^2-3\Delta x \end{array}$$

$$III.\ \frac{\Delta y}{\Delta x}=4x+2\Delta x-3;$$

IV. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(4x+2\Delta x-3)=4x-3;\ \ y'=4x-3.$

Ҳосиланинг $y'=3$ даги қийматни топамиз:

$$y'_{x=3}=4\cdot 3-3=9$$

4.2. Дифференциаллаш қоидалари.

1. $[f(x)\pm g(x)]'=f'(x)\pm g'(x)$
2. $[c\,f(x)]'=c\,f'(x)$

3. $[f(x)\cdot g(x)]' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

4. $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{g(x)}$ бўлса, $g(x)\neq 0$

5. $\left[\frac{f(x)}{c}\right]' = \frac{1}{c}f'(x)$

6. $\left[\frac{c}{g(x)}\right]' = -\frac{cg'(x)}{g^2(x)}, \qquad g(x)\neq 0$

4.3 Асосий элементар функцияларнинг ҳосилалари жадвали.

1. $(c)' = 0$, бу ерда $c = const$
2. $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$
3. $(a^x)' = a^x \ln a$
4. $(e^x)' = e^x$
5. $(\log a^x)' = \frac{1}{x\log e^x}$
6. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
7. $(\cos x)' = -\sin x$
8. $(\sin x)' = \cos x$
9. $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
10. $(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
11. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
12. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
13. $(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$
14. $(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$
15. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

4.4 Мураккаб функциянинг ҳосиласи.
Агар *y=f(u)* бўлиб, u=*y(x)* бўлса, у холда:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx} \quad \text{ёки } y' = f'(u)\cdot u'(x)$$

Агар u=*y(x)* мураккаб функция бўлса, 4.3. бўлимдаги жадвалда берилган формулаларни куйидагича ёзиш мумкин:

1. $(u^{\alpha})' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$;
2. $(\sin u)' = (\cos u) \cdot u'$;
3. $(\cos u)' = (-\sin u)' \cdot u'$;
4. $(tgu)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$
5. $(ctgu)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$
6. $(e^u)' = e^u \cdot u'$
7. $(a^u)' = a^u \cdot U' \cdot \ln a$
8. $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$
9. $(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
10. $(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
11. $(arctgu)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$
12. $(arcctgu)' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$

4.5. Фараз қилайлик x нинг функцияси y ушбу

$$\begin{cases} x = \gamma(t) \\ y = \Psi(t) \end{cases} \quad t_0 \le t \le T$$ параметрик тенгламалар билан берилган бўлса,

у ҳолда $y'x = \frac{\Psi'(t)}{\gamma'(t)}$ ёки $y'x = \frac{y'(t)}{x'(t)}$ бўлади.

4.6. $x = \gamma(t)$ бу функция $y=f(x)$ функция учун тескари функция дейилади.

$$f'(x) = \frac{1}{\gamma'(y)} \qquad \text{ёки} \qquad y'(x) = \frac{1}{x'y}$$

Мисоллар 1. Ҳосиланинг таърифидан фойдаланиб $y=x^2$ функция ҳосиласини топинг.

1. $y + \Delta y = (x + \Delta x)^2$
2. $\Delta y = (x + \Delta x)^2 - y = x^2 + 2\Delta x \cdot x + (\Delta x)^2 - x^2 = 2x\Delta x + (\Delta x)$
3. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$
4. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{x \to 0}(2x + \Delta x) = 2x$

$y' = 2x$

1- Топшириқ

1. Аналитик геометрия элементлари.

1-30 масалаларда ABC учбурчак учларининг координаталари берилган. ABC учбурчакда.

1) AB томоннинг узунлигини топинг:

2) AB ва BC томонларнинг тенгламасини тузинг.

3) B бурчакни радиалларга ҳисобланг.

4) Учбурчакнинг C учидан ўтиб AB томонга параллел, перпендикуляр бўлган тўғри чизиқ тенгламасини тузинг.

5) Шаклини чизинг.

1. $A(-6;\ 4),\ B(2;\ -1),\ C(-4;\ 3)$.

2. $A(3;\ 2),\ B(6;\ 5),\ C(9;\ 1)$

3. $A(-3;\ 2),\ B(1;\ 2),\ C(5;\ 0)$

4. $A(-2;\ 6),\ B(8;\ 4),\ C(4;\ 0)$

5. $A(-2;\ 4),\ B(3;\ 5),\ C(7;\ 2)$

6. $A(2;\ 5),\ B(7;\ 5),\ C(7;\ -2)$

7. $A(3;\ 5),\ B(2;\ 4),\ C(8;\ -5)$

8. $A(-3;\ 6),\ B(4;\ 5),\ C(7;\ -3)$

9. $A(-4;\ 2),\ B(4;\ 5),\ C(6;\ -5)$

10. $A(-3;\ 3),\ B(4;\ -2),\ C(4;\ -7)$

11. $A(-3;\ 1),\ B(6;\ 3),\ C(4;\ -4)$

12. $A(-4;\ 2)$, $B(5;\ -1)$, $C(6;\ -4)$

13. $A(-3;\ 4)$, $B(2;\ 5)$, $C(6;\ -4)$

14. $A(-8;\ -3)$, $B(8;\ 10)$, $C(4;\ -12)$

15. $A(-5;\ 7)$, $B(11;\ 20)$, $C(7;\ -2)$

16. $A(-12;\ -1)$, $B(4;\ 12)$, $C(0;\ -10)$

17. $A(0;\ 2)$, $B(16;\ 15)$, $C(12;\ 7)$

18. $A(1;\ 0)$, $B(17;\ 13)$, $C(13;\ -9)$

19. $A(2;\ 5)$, $B(7;\ 7)$, $C(14;\ -4)$

20. $A(-1;\ 4)$, $B(1;\ 7)$, $C(1;\ -5)$

21. $A(3;\ 6)$, $B(9;\ -1)$, $C(3;\ 1)$

22. $A(0;\ 3)$, $B(10;\ 8)$, $C(12;\ -6)$

23. $A(-5;\ 9)$, $B(5;\ 14)$, $C(7;\ 0)$

24. $A(-7;\ 4)$, $B(3;\ 9)$, $C(5;\ -5)$

25. $A(4;\ 1)$, $B(14;\ 6)$, $C(16;\ -8)$

26. $A(-3;\ 10)$, $B(7;\ 15)$, $C(9;\ 1)$

27. $A(-4;\ 12)$, $B(6;\ 17)$, $C(8;\ 3)$

28. $A(3;\ 6)$, $B(6;\ 3)$, $C(0;\ 0)$

29. $A(1;\ 9)$, $B(6;\ 6)$, $C(2;\ 2)$

30. $A(0;\ 0)$, $B(0;\ 4)$, $C(4;\ 4)$

31. $M(-2;3;4)$ нуқтадан ўтувчи ва $x+2y-3z+4=0$ текисликка параллел бўлган текисликнинг тенгламасини тузинг.

32. $M(-1;-1;2)$ нуқтадан ўтувчи ва $x+2y-2z+4=0$ текисликка перпендикуляр бўлган текисликнинг тенгламасини тузинг.

33. $2x+3y+4z-1=0$ ва $3x+4y+z+3=0$ текисликлар орасидаги ўткир бурчакни топинг.

34. $M(1;2;2)$ нуқтадан ўтувчи ва $2x+5y+6z=0$ текисликка параллел бўлган текисликнинг тенгламасини тузинг.

35. $x+y+z+1=0$ ва $2x+3y+z-3=0$ текисликлар орасидаги ўткир бурчакни топинг.

36. $A(2;3;4)$ нуқтанинг $4x+3y+12x-15=0$ текисликкача бўлган масофани топинг.

37. $A(1;2;1)$ нуқтанинг $10x+2y+11z-10=0$ текисликкача бўлган масофани топинг.

38. $2x-3y+6z+28=0$ ва $2x-3y+6z+14=0$ параллел текисликлар орасидаги масофани топинг.

39. $M(3;0;-2)$ нуқтадан ўтувчи ва $\vec{g}(2;1;1)$ векторга параллел бўлган

тўғри чизиқнинг тенгламасини тузинг.

40. $A(1;-2;-1)$ ва $B(3;0;4)$ нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқнинг тенгламалариини тузинг.

41. $A(-2;-1;-3)$ ва $B(0;2;1)$ нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқнинг тенгламалариини тузинг.

42. $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{6}$ тўғри чизиқнинг координата ўқлари билан ташкил этган бурчакларни ҳисобланг.

43. $\frac{x-1}{3}=\frac{a-4}{1}=\frac{z-2}{12}$ тўғри чизиқнинг координата ўқлари билан ташкил этган бурчакларни ҳисобланг.

44. $\frac{x-3}{4}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{3}$ тўғри чизиқнинг координата ўқлари билан ҳосил қилинган бурчакларни ҳисобланг.

45. $A(-3;\ -1;\ -2)$ ва $K(5;\ 4;\ 1)$ нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқ тенгламасини тузинг.

46. Берилган ва икки тўғри чизиқ орасидаги ўткир бурчакни ҳисобланг.

47. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-2}{4}$ ва $\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+1}{-2}$ икки тўғри чизиқ орасидаги ўткир бурчакни ҳисобланг.

48. $M(1;\ 3;\ 2)$ нуқтадан $x+2y+2z-3=0$ текисликка перпендикуляр тўғри чизиқ ўтказинг ва йўналтирувчи косинусларни ҳисобланг.

49. $M(1;\ 2;\ 4)$ нуқтадан $2x+3y+z\cdot 4=0$ текисликка перпендикуляр

равишда тўғри чизиқ ўтказинг ва йўналтирувчи косинусларни топинг.

50. Берилган $A(4;6;5)$, $A(6;8;4)$ ва $A(2;10;1)$ нуқталардан ўтувчи текисликнинг тенгламасини ёзинг.

51. Берилган $A(-2;8;2)$, $A(6;8;9)$ ва $A(7;10;3)$ нуқталардан ўтувчи текисликнинг тенгламасини ёзинг.

52. Берилган $x-y+z-7=0$, текисликнинг тенгламасини нормал кўринишга келтиринг.

53. Берилган $5x-2y+23z-1=0$, текисликнинг тенгламасини нормал кўринишга келтиринг.

54. Берилган $2x-2y+z-5=0$, текисликнинг тенгламасини кесмалар бўйича тенглама кўринишга келтиринг.

55. Берилган $x-5y+z+2=0$, текисликнинг тенгламасини кесмалар бўйича тенглама кўринишга келтиринг.

56. Берилган $2x-y+4z-20=0$, текисликнинг Декарт координаталар системасида чизмани чизинг.

57. Берилган $4x+5y+10=0$, текисликнинг Декарт координаталар системасида чизмани чизинг.

58. $4x+y+3z+1=0$, текислик қуйидаги нуқталардан бирортасидан ўтадими? $A(0;0;0)$, $B(1;-2;1)$ ва $C(1;0;0)$

59. $2x-3y-z+12=0$, текисликнинг координата ўқларидан кесган кесмаларини топинг.

60. $x-y-z+1=0$, текисликнинг координата ўқларидан кесган кесмаларини топинг.

Функция ва унинг лимити
61-90 мисолларда кўрсатилган лимитларни ҳисобланг.

61. а) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-1}{3x^2+x+4}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctg2x}{4x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-3}{2x+5}\right)^{x-1}$;

62. а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{4x^2+x-5}$; б) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sqrt{1-x}-2}{4-\sqrt{1-5x}}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 2x}{x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to -2}(2x+5)^x$;

63. а) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x^2+3x-2}{(x+2)^2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}(2x-\sqrt{4x^2+3x})$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{4x}{arctg2x}$; г) $\lim\limits_{x\to -1}(2x+3)^x$

64. а) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{2x^2+5x-3}{3x^2+11x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2-25}{\sqrt{2x-1}-3}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg3x}{\sin 3x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(7-x)^{\frac{1}{x}}$

65. а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2+x-3}{x^2-2x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{9x^2+4x}-3x)$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{3x}$; г) $\lim\limits_{x\to 2}(5-2x)^{\frac{x}{2}}$

66. а) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-6x+9}{x^3-27}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-x+2}{\sqrt{4x+1}-3}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to 1}(4-3x)^{\frac{x}{3}}$

67. а) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{(x-5)^2}{x^2-3x-10}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{tgx}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{1}{3x-2})^{6x+1}$

68. а) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2-7x+10}{x^2-10x+25}$; б) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x+1}{\sqrt{3x+7}-2}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}x\cdot ctg4x$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{4}{4x+1})^{2x}$

69. а) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^3+8}{x^3-x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-6x+8}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg^2x}{5x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{2}{2x+5})^{-3x}$

70. а) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x+3}-3}{x^2-9}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctg3x}{6x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{2}{\sqrt{x-3}})^{4x}$

71. а) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x^2-6x+9}$; б) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2-4}{\sqrt{1-4x}-3}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{xtgx}{1-\cos 4x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x+4})^{-2x}$

72. а) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+2x-8}{8-x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-3x+4}{2x^3+5x-1}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\sin 3x : ctg5x$; г) $\lim(\frac{x+2}{x+3})^{4x}$

73. а) $\lim\limits_{x\to -5}\frac{2x^2+15x+25}{5-4x-x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2-2x+1}{2x^2+x-3}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{2\arcsin 2x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{3x+2}{3x-4})^{x}$

74. а) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{4x^2+7x+3}{2x^2+x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3-2x-x^2}{x^2+4x+1}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin 2x}{4x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{4x+3}{4x-1})^{2x-3}$

75. а) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x^2+9x+9}{x^2+5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2-5x+4}{x^3-x+1}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{tg5x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{2x+5}{2x-1})^{5-x}$

76. а) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{-x^2+5x+4}{x^2-2x-8}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2+x-4}{-4x^2+x+3}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg^2x}{\sin 2x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{5x-1}{5x+1})^{5x}$

77. а) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2-2x-8}{2x^2+5x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-7x+1}{-3x^3+x+3}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx-\sin x}{x^3}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{3x-1}{-3x-4})^{x}$

78. а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{x^2+4x+3}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+5x+4}{2x^2-x+1}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 3x}{tg^2 2x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{2x-7}{2x-3})^{2x}$

79. а) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{6-x-x^2}{3x^2+8x+3}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3-2x+1}{3x^3+4x+2}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x}{\arcsin 6x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{4x+1}{4x-3})^{4x}$

80. а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-1}{5x^2+4x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5-2x+2x^2}{x^2+x+3}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{x\sin 3x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{5x-2}{5x+3})^{5x}$

81. а) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4x-4}{x^2-4}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-5x+8}{2x^2+6x-9}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin ax}{tg5x}$ г) $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{2x+2}{2x})^{\frac{2}{x}}$

82. а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x-2)^2}{x^2+8x-9}$ в) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x-4}{x})^{4x}$ г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

83. а) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-10x+11}{x^2-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-10x+11}{(x+2)^2}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg^2x}{x\sin 2x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{3x-4}{3x})^{8x}$

84. а) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^3+8}{x^2+x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x+2}{x-2})^2$ в) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{9x+10}{9x})^{-x}$ г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 3x}{4x}$

85. а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin mx}{\sin nx}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+1{,}5x^2+15x^3}{3x^3-1{,}5x^2-15}$ в) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+5x+6}{x-2}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{8x-5}{8x})^{-x}$

86. а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2x+3}{x^2+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^3+x-1}{x^4+2x}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x^2-1}{x^2})^{x^4}$

87. а) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^4-6x+8}{x^2+5x+4}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+2x+3}{x^3+7x-1}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{4x})^{4x+5}$

88. а) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2+7x+10}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$ в) $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x}{1+x})^x$ г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{-\sin 6x}{\sin 7x}$

89. а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-7x+6}{x^2+5x+4}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 5x}{x^2}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{3}{x})^x$

90. а) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-3x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$ в) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{tg2x}{x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{4}{x})^{2x}$

91-120 мисолларнинг а) да ҳосила таърифидан фойдаланиб, б), в) ларида эса дифференциаллашнинг умумий қоидаларидан фойдаланиб $y=f(x)$ функциянинг ҳосиласини топинг

91. а) $y=3x^2-tgx$ б) $y=5x^{\sin x}+x\ln x^2$ в) $y=arcctg(1-x)$

92. а) $y=6x^3-\frac{\cos x}{tgx}$ б) $y=e^{4\cos x}-tgx\cdot\ln x$ в) $y=arcctg(x-1)$

93. а) $y=4x^3-ctgx$ б) $y=(x^3+2)^{\sin x}$ в) $y=\ln tg\frac{1}{\sqrt{x}}$

94. а) $y=\cos 4x-x$ б) $y=\cos 4x-5\sin x$ в) $y=\frac{x+3}{\sqrt{x^3-6x-9}}$

95. а) $y=\frac{1}{x}-2$ б) $y=\ln\sqrt{\frac{x^3+3}{x^3+9x}}$ в) $y=(5^{tg2x}-x^2)^3$

96 а) $y=\sin 5x-x$ б) $y=2^{\arcsin x}-\ell^{3x}$ в) $y=arctg5x-\frac{1}{x}$

97. а) $y=x^3-\sin x$ б) $y=5^{\cos\sqrt{x}}-x^2$ в) $y=\ell^{\ell nx}-3$

98. а) $y=a^x-2$ б) $y=arctg\frac{1}{\sqrt{x}}$ в) $y=4^{e^x}-\ell nx$

99. а) $y=(4x-1)^2$ б) $\begin{cases}x=t-\ell^t\\ y=4\sin t,\end{cases}$ $\frac{dt}{dx}-?$ в) $y=\arccos(\sqrt{x}-4)$

100. а) $y=3x^2-4$ б) $\begin{cases}x=9\cos t\\ y=6\sin t,\end{cases}$ $y'_x=\frac{dy}{dx}-?$ в) $y=\ell n(x^2-2)$

101. а) $y=\cos x-5$ б) $\begin{cases}x=\ell^t\sin t\\ y=\ell^t\cos t,\end{cases}$ $y'_x=\frac{dy}{dx}-?$ в) $y=3^{\ln x}+arctgx$

102. а) $y=tgx-2x$ б) $\begin{cases}x=t^2\\ y=2t,\end{cases}$ $y'_x=\frac{dy}{dx}-?$ в) $y=\log_x\ell$

103. а) $y=\sqrt{x}-2$ б) $\begin{cases}x=a\cos\vartheta\\ y=a\sin\vartheta,\end{cases}$ $\frac{dy}{dx}-?$ в) $y=\arcsin(\ln x)$

104. а) $y = 2x^2 - x - 2$ б) $y = x^{\frac{2}{3}}$ ҳосиласини тескари функция ҳосиласидан фойдаланиб топинг. в) $y = \sin^2 x - 2^{3x}$

105. а) $y = x^3 - 2x$ б) $y = arctg\frac{a}{x} - \ell^{4x}$ в) $y = \ln\frac{1-x^2}{1+x^2}$

106. а) $y = x^2 - \frac{1}{x}$ б) $y = a(1-\cos x) - 2{,}7$ в) $y = \sqrt{\ln^2 x - 4}$

107. а) $y = x^2 - \sin x$ б) $y = x^{\ell} + x^2 - 2$ в) $y = \log_5 x + \arcsin\sqrt{x}$

108. а) $y = 8x^3 - 4$ б) $y = \frac{arctgx}{1+x^2}$ в) $y = \ln(\ln x^2)$

109. а) $y = \cos 2x$ б) $y = x^3 \cdot \arcsin x + 2$ в) $y = x^n \ell^{\sin x}$

110. а) $y = \sin 2x$ б) $y = \left(\frac{x}{a}\right)^a - arcctgx$ в) $y = \ln tg\frac{1}{\sqrt{x}}$

111. а) $y = tg2x - 2$ б) $y = \left(5^{\sin^2 x} - \cos 2x\right)^3$ в) $y = \sqrt{x\sqrt{x}}$

112. а) $y = ctg2x - 2$ б) $y = \ln\sqrt[3]{\frac{10-x^3}{x^3-10x}}$ в) $y = arctg(\ln x) + \ln(arctgx)$

113. а) $y = \sqrt{x} - 2x$ б) $y = \ln\arccos\frac{1}{x}$ в) $y = \ell^{arctg\sqrt{x}} + 5^{x^2}$

114. а) $y = x - \sqrt{x}$ б) $y = \ln\frac{4x+1}{\sqrt{x^2-2}}$ в) $y = \left(4^{tg\sqrt{x}} + \sqrt{x}\right)^2$

115. а) $y = x^2 - \frac{1}{x}$ б) $y = \ell^{arctg\sqrt{x}} - \sqrt{x^2-1}$ в) $y = 5^{\arcsin x} - 2$

116. а) $y=2\cos x-x^2$ б) $y=10^x+\ln\cos x$ в) $y=\sin x^2+\sin^2 x$

117. а) $y=\frac{1}{x^2}+10x$ б) $y=x^{\frac{4}{3}}+\frac{x^2}{\sin x}$ в) $y=\frac{x}{\ln x}+\arcsin x$

118. а) $y=x^3-\frac{1}{x}$ б) $y=\arccos(\cos x)$ в) $y=x^3+\ln \ell^x$

119. а) $y=\frac{2}{x^2}-4x$ б) $y=\frac{5-e^x}{\arccos x}$ в) $y=\lg\sqrt{x^2-4}+5^x$

120. а) $y=3x^2-2x+1$ б) $y=arctg\sqrt{6x}+\frac{1}{10x}$ в) $y=5e^{x^2}+\ln(\log x^4)$

Адабиётлар рўйхати:

1. Олий математика. Ё.У. Соатов. 1- қисм Т. «Ўқитувчи» 1992.
2. Олий математика. Ё.У. Соатов. 1- қисм Т. «Ўқитувчи» 19942.
3. Высшая математика. Г.Н.Яковлев тахрири остида. М., «Просвещение» 1988.
4. Олий математика қисқа курси. В.Е.Шнейдер, А.И.Слуцкий, А.С.Жуков. 1-2 том. Т. «Ўқитувчи» 1987.
5. Олий математика мисоллар ечиш бўйича қўлланма. Б.Абдалимов ва бошқалар. Т. «Ўқитувчи» 1988.
6. Краткий курс высшей математики. В.А.Кудрявцев, В.П.Демидович. М. «Наука» 1969.
7. Олий математика қисқа курси. Б.Абдалимов, Солихов Ш. Т. «Ўқитувчи» 1988.
8. Математический анализ. А.Мардкович. А.С.Саладовников. «Высшая математика» 1990.
9. Олий математикадан мисол ва масалалар тўплами. В.П.Минорский. М. «Наука» 1969.
10. Высшая математика в упражнениях и в задачах. А.Е.Данко, А.Г.Попов, часть 1. М., «Высшая математика» 1974.

Адади 50 нусха. Ҳажми 2 б/т. Бичими 60х84 1/16

"Times New Roman" гарнитураси. Офсет усулида босилди.

Низомий номидаги ТДПУ босмахонасида нашр қилинди.

Тошкент, Юсуф Хос Ҳожиб 103