О. В. МАНТУРОВ, Ю. К. СОЛНЦЕВ,
Ю. И. СОРКИН, Н. Г. ФЕДИН

МАТЕМАТИКА ТЕРМИНЛАРИНИНГ русча-ўзбекча ИЗОҲЛИ ЛУҒАТИ

ЎҚИТУВЧИЛАР
УЧУН ҚЎЛЛАНМА

Проф. В. А. ДИТКИН
таҳрири остида

«ЎҚИТУВЧИ» НАШРИЁТИ
Тошкент — 1974

Китобнинг қўл ёзмаси РСФСР Маориф министрлиги Ўқув-методика советининг математика секциясида муҳокама қилинди. Қўл ёзмани физ.-мат. фанлари доктори С. П. Пулькин, физ.-мат. фанлари кандидати В. А. Кондратьев, педагогика фанлари кандидати В. И. Мишин, ўқитувчилардан И. Б. Вейцман, Е. Г. Крейдлин ва А. М. Пишкалюлар тақриз қилдилар.

0—7—1—5 30
———————— 265-73
М. М. 353. 06. 74.

СЎЗ БОШИ

Китобхонга ва аввало совет ўқитувчисига тақдим этилаётган бу китоб кўп ва энг муҳим математик терминларни тўплаш ва уларнинг замонавий мазмунини очиб бериш масаласини ўз олдига мақсад қилиб қўйган.

Илгари нашр қилинган терминологик луғатлар терминларининг таркиби жиҳатидан ҳам, уларнинг талқин этилиши жиҳатидан ҳам эскириб қолган бўлиши билан бирга камёб ҳам бўлиб қолган. Фикримизча, бу масала жуда муҳимдир ва айниқса, математик методлар фаннинг турли-туман бўлимларига кириб бораётган ҳамда халқ хўжалигида кенг қўлланаётган ҳозирги замонда бу масала алоҳида аҳамият касб этади. Шу муносабат билан мактаб программасига олий математика элементлари киритилаётир. Мактаб математикаси сифат томондан ўзгармоқда. Янги программалар ўқитувчидан олий математикани анча кенг билишни ва математика тараққиётининг бош йўналишларини тасаввур қила билишни талаб этади.

Китобни ёзишда диққатни элементар математикадан олий математикага ўтишда юз берадиган принципиал янги жиҳатларга қаратишга интилдик. Математика терминлари педагогика институтлари физика-математика факультетлари программасида кўзда тутилгандан бирмунча кенгроқ баён қилинди. Учраб турадиган тушунча, теорема, методларни уларнинг мантиқий томонига эътибор бериб талқин қилишга интилдик. Табиий, терминлар ҳажм жиҳатидан нотекис ёзилган.

Одатда фанда қулай танлаб олинган термин ёки белги (символ) фаннинг қаралаётган соҳасидаги бирор бўлимнинг ўзлаштирилишини тезлаштиради ва осонлаштиради, ноқулай ўйлаб топилган термин ёки белги эса назариянинг ўзлаштирилишини қийинлаштириб юборади. Фан ва жамиятнинг тараққий этиши билан терминларнинг бир қисми эскиради, шаклини ўзгартиради ёки қўлланмай қолиб бутунлай йўқолиб кетади (масалан, нисбий сонлар, вариаита, тўпламлар кўпайтмаси ва бошқалар): айни вақтда бошқа янги терминлар пайдо бўлади.

Фаннинг турли соҳалари бўйича терминология устида СССРда ҳам ва чет элларда ҳам иш олиб борилмоқда.

Бу луғатга 1800 га яқин математика термини киритилган. Бу терминологик луғат бўлиб, этимологик луғат эмас эканини уқдириб ўтамиз; унда терминларнинг талқини, маънолари очиб берилган бўлиб, уларнинг этимологияси (келиб чиқиши) қаралмайди.

Терминлар, шу жумладан бир неча сўзлардан иборат бўлган терминлар ҳам луғатда алфавит тартиби билан жойлаштирилди. Лекин луғатдан фойдаланишни қулайлаштириш учун кўп сўзли терминларда, масалан, «нуқта», «теорема», «метод» сўзлари қатнашган терминларда бу сўзлар терминнинг охирига қўйилди.

Луғатнинг сўзлиги, унинг алоҳида мақолалари математик жамоатчилик, «Просвещение» нашриётининг Математика редакцияси, бир неча педагогика институтлари ва Россия федерациясининг ўқитувчилар малакасини ошириш институтлари ҳамда ўрта мактабларнинг кўпгина ўқитувчилари ва математик методистлар томонидан бир неча бор муҳокама қилинди. Ўрта мактаб ва пединститутларнинг луғат билан муфассал танишиб чиққан ўқитувчиларининг тақризлари ва билдирган истаклари авторлар коллективи томонидан имконият борича ҳисобга олинди.

Алгебра, сонлар назарияси, группалар назариясига доир терминларни Ю. И. Соркин, тригонометрия, элементар, аналитик, проектив геометриялар, геометрия асослари ҳамда математика методикасига доир терминларни Н. Г. Федин, математик анализ, тўпламлар назарияси, дифференциал геометрия ва бошқа бўлимларга доир терминларни О. В. Мантуров ва Ю. К. Солнцевлар ёздилар.

Китобни яхшилашга ёрдам берган қимматбаҳо кўрсатмалари учун авторлар коллективи С. П. Пулькин, Е. Г. Шульгейфер, В. А. Кондратьев, В. И. Мишин, Б. А. Розенфельд, В. И. Левин, И. Б. Вейцман, Е. Г. Крейдлин, Э. Е. Евзерихина, Т. Н. Фиделли, Г. Г. Бунатян, Н. С. Авраменко ва бошқа ўртоқларга ташаккур изҳор қилади.

Авторлар

А

АБАК—АБАК — қадимги юнон ва римликларнинг ҳисоб тахтаси, кейинчалик эса у ўрта аср Ғарбий Европасида ҳам қўлланган. А. нинг конструкциялари турли хил бўлиб, ундан арифметик ҳисоблаш ишларида фойдаланилган. Дастлабки А. устига қум сепилган ва йўл-йўл қилиб ажратилган текис тахта бўлиб, бу йўллар бўйича ҳисоблаш белгилари (тошча, суякча. тангалар) сурилган. Кейинчалик бу ҳисоблаш белгилари симга тизилган ва А. симлар тортилган рамка бўлиб қолган. А. баъзи шарқ халқларида, масалан, Хитойда ҳозир ҳам учраб туради. Россияда арифметик ҳисоблаш учун узоқ замонлардан бери чўт ишлатиб келинган. Номографияда А. сўзи махсус ҳисоблаш номограммаларига татбиқ этилади.

АБАЦИСТЫ — АБАКЧИЛАР — ҳисоб ишларида абакдан (қ.) фойдаланган ўрта аср математиклари. А. алгоритмчилар билан, яъни ҳисоблаш ишларини алгоритмлаштиришни ёқловчилар (маълум умумий қоида бўйича ёзма ҳисобловчилар) билан кураш олиб боришган (қ. Алгоритм).

АБЕЛЕВА ГРУППА — АБЕЛЬ ГРУППАСИ — коммутативлик (ўрин алмаштириш) қонунига (қ. Закон коммутативности), яъни $ab = ba$ қонунга бўйсунувчи группа (қ.). Масалан, 1 нинг n-даражали комплекс илдизлари группаси кўпайтириш амалига нисбатан Абель группасидир, n- даражали ўрнига қўйишлар группаси эса Абель группаси эмас (қ. Симметрическая группа). А. г. норвегиялик математик Абель номи билан аталган.

АБЕЛЯ ТЕОРЕМЫ — АБЕЛЬ ТЕОРЕМАЛАРИ — қаторлар назариясидаги муҳим теоремалар. Булардан бири қуйидагича: агар

$$p(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$$

даражали қатор бирор z_0 нуқтада яқинлашса, бу қатор ҳар бир $|z| \leqslant R < z_0$ ёпиқ доирада текис яқинлашувчи бўлади. Бундан ташқари, $z \to z_0$ да $\lim\limits_{z \to z_0} p(z)$ мавжуд ва $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_0 z_0^n$ га тенг, z эса $\arg z = \arg z_0$ ярим тўғри чизиқ бўйича ўзгаради. Руффини — Абель теоремасига ҳам қаранг.

АБРИС — АБРИС — шакл проекциясининг контури, тасвири. Масалан, ортогонал проекцияда шарнинг абриси айланадир, ихтиёрий параллел проекцияда шарнинг абриси эллипсдир (қ.).

Нем. Abriβ — контур, тасвир.

АБСОЛЮТ — АБСОЛЮТ — 2- тартибли эгри чизиқ бўлиб, унга нисбатан проектив текисликда (кесма ва бурчакларнинг) проектив метрикаси ўрнатилган бўлади.

АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА — АБСОЛЮТ МИҚДОР. Ҳақиқий x сонининг абсолют миқдори ($|x|$ билан белгиланади) манфий бўлмаган сон бўлиб, қуйидагича аниқланади: агар $x \geqslant 0$ бўлса, у ҳолда $|x| = x$, агар $x < 0$ бўлса, у ҳолда $|x| = -x$.

Абсолют миқдор таърифидан қуйидаги муносабатлар келиб чиқади:

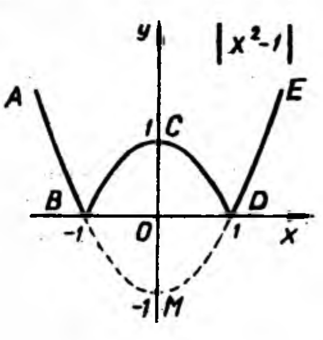
$$|a| = |-a|;\ |a|^2 = |a^2| = a^2;\ |a| - |b| \leqslant |a + b| \leqslant |a| + |b|;$$

$$|a| - |b| \leqslant |a - b| \leqslant |a| + |b|;\ |a \cdot b| = |a| \cdot |b|;\ \frac{|a|}{|b|} = \left|\frac{a}{b}\right|,\ b \neq 0.$$

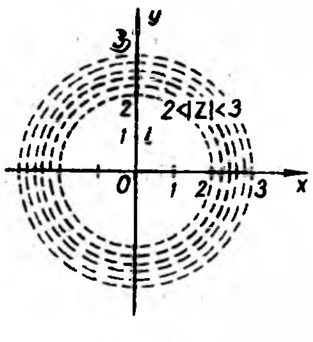
Масалан, 1,6; —5 ва 2 сонларининг абсолют қиймати мос равишда $|1,6| = 1,6$; $|-5| = 5$ ва $|2| = 2$. Ишоралари қарама-қарши бўлган сонларнинг абсолют қийматлари бир-бирига тенгдир: $|5| = |-5| = 5$. Геометрик нуқтаи назардан, соннинг абсолют миқдори сон ўқидаги саноқ бошидан бу сонни тасвирловчи нуқтагача бўлган масофани ифода этади.

Агар сон комплекс, яъни $z = a + bi$ бўлса, абсолют миқдорнинг умумлашган тушунчаси шу соннинг модули бўлиб, у бундай ёзилади: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$; бу тенгликдан $|z| \geqslant 0$ экани кўринади. «Модуль» термини ҳақиқий сонларга ҳам ишлатилади. Геометрик нуқтаи назардан, z сонининг модули комплекс текисликнинг координаталар бошидан z нуқтагача бўлган масофани билдиради. Функциянинг $|f(x)|$ абсолют миқдори ва модули шунга ўхшаш таърифланади. Баъзи ҳолларда соннинг абсолют миқдори унинг абсолют қиймати деб аталади. Кўпинча соннинг абсолют қиймати тушунчаси математикада тенгламалар ҳамда тенгсизликларни ечишда, графиклар ясашда, қаторларнинг яқинлашиши ва узоқлашишини текширишда ишлатилади (қ. Ряд).

Абсолют миқдор таърифидан фойдаланиб, масалан, қуйидаги фикрларнинг тўғри эканини осонгина билиш мумкин: 1) $|x| = x$ тенглама чексиз кўп ечимлар тўпламига эга: $x \geqslant 0$; 2) $|x + y| = 1$, $x - y = 3$ тенгламалар системаси иккита ечимга эга: (2, —1) ва (1, —2); 3) $y = |x^2 - 1|$ функциянинг графиги $y = x^2 - 1$



1- расм.



2- расм.

параболанинг BMD ёйини Ox ўқда кўзгули акслантириш йўли билан ҳосил қилинган $ABCDE$ эгри чизиқдан иборатдир (1- расм); 4) комплекс текисликда $2 < |z| < 3$ шартни қаноатлантирадиган z нуқталарнинг геометрик ўрни маркази координаталар бошида бўлиб, радиуслари 2 ва 3 га тенг бўлган иккита концентрик айланалар орасида (ҳалқа ичида) ётувчи текислик нуқталарининг тўпламидан иборат (2- расм).

Адаб.: Н. Муравьев, Понятие абсолютной величины действительного числа в средней школе, «Математика в школе», 1952, № 6; Н. Г. Федин, Абсолютное значение числа в курсе математики средней школы, сб. статей «Из опыта работы учителей математики», Изд-во АПН РСФСР, М., 1957.

АБСОЛЮТНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — АБСОЛЮТ ГЕОМЕТРИЯ — параллел тўғри чизиқлар ҳақидаги аксиомадан (постулатдан) мустасно равишда Евклид геометрияси аксиомаларига асосланиб тузилган геометрия (қ. Аксиома, 1- мисол). А. г. Евклид геометриясининг ҳам, Лобачевский геометриясининг (қ.) ҳам умумий қисмидан иборатдир. Маълумки, Евклид геометрияси аксиомалари системаси Лобачевский геометрияси аксиомалари системасидан фақат тўғри чизиқларнинг параллеллиги ҳақидаги аксиома билан фарқ қилади; шунинг учун параллел тўғри чизиқлар ҳақидаги аксиома ёки унга эквивалент бўлган аксиомалар (қ. Аксиома, 1- мисол) қўлланилмайдиган теоремалар А. г. га оид бўлади. Масалан, бу теоремалар А. г. га оиддир: а) ҳар қандай учбурчакда икки томон йиғиндиси учинчи томондан катта; б) ҳар қандай учбурчакнинг катта бурчаги қаршисида катта томони ётади; в) учбурчакларнинг тенглиги ҳақидаги теоремалар ва бошқалар.

А. г. терминини венгер математиги Янош Бояи киритган.

АБСОЛЮТНОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ тензорных полей (и вообще геометрических объектов) — тензорлар майдонини (ва умуман геометрик объектларни) **АБСОЛЮТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЛАШ**—ковариант ҳосилаларини ва абсолют дифференциалларини ҳисоблаш. $z^{i_1 i_2 \ldots i_k}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ тензорнинг уринма фазо j - базис вектори йўналиши бўйича ковариант ҳосиласи деб $z^{i_1 i_2 \ldots i_k}(x_1, x_2, \ldots x_{j-1}, x_j + \Delta x_j, x_{j+1}, \ldots, x_n) - z^{i_1 i_2 \ldots i_k}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ айирманинг Δx_j га нисбатининг $\Delta x_j \to 0$ даги лимитига айтилади ($\nabla_j z^{i_1 i_2 \ldots i_k}$ билан белгиланади); $z^{i_1 i_2 \ldots i_k}$ лар $M(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нуқтадан $M(x_1, x_2, \ldots, x_{j-1}, x_j + \Delta x_j, x_{j+1}, \ldots, x_n)$ нуқтага параллел кўчирилган координаталар системасидаги z тензорнинг координаталарини билдиради.

А. д. ихтиёрий аффин боғланишли фазода киритилади (қ. Аффинной связности пространство). А. д. координаталар алмаштиришга нисбатан инвариантлик хоссасига эга. ξ^i вектор майдонининг ковариант ҳосиласи Кристофель символлари (қ.) орқали бундай ёзилади:

$$\nabla_j \xi^i = \frac{\partial \xi^i}{\partial x^j} - \sum_{s=1}^{n} \Gamma^i_{js} \xi^s$$

Абсолют дифференциал ковариант ҳосила билан қуйидагича боғланган:

$$Dz^{i_1 i_2 \ldots i_k} = \sum_{s=1}^{n} \nabla_s z^{i_1 i_2 \ldots i_k} dx^s.$$

А. д. тензорлар ҳисобининг (қ. Тензорное исчисление) муҳим бобини ташкил қилади.

Адаб.: П. Қ. Рашевский, Риманова геометрия и тензорный анализ, ГИТТЛ, М., 1953.

АБСОЛЮТНО СХОДЯЩИЙСЯ РЯД — АБСОЛЮТ ЯҚИНЛАШУВЧИ ҚАТОР— сонли $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ қатор, бу қатор ҳадларининг абсолют қийматларидан тузилган $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ қатор яқинлашувчи (қ. Сходящийся ряд) қатор бўлади. Ҳар қандай А. я. қ. яқинлашувчи қатордир. А. я. қ. ҳадларининг ўрнини ихтиёрий тартибда алмаштириш ва ҳадларини бирлаштириш мумкин, бу билан унинг йиғиндиси ўзгармайди.

Шунга ўхшаш $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(M)$ функционал қаторга мос бўлган $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(M)$ сонли қатор D соҳанинг ҳар қандай $M \in D$ нуқтаси учун абсолют яқинлашувчи қатор бўлса, берилган функционал қатор D соҳада А. я. қ. дейилади. Масалан, $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + (-1)^n \frac{1}{2n} + \ldots$ қатор А. я. қ., чунки $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2n} + \ldots$ (геометрик прогрессия) яқинлашувчи қатор.

АБСОЛЮТНЫЙ ЭКСТРЕМУМ — АБСОЛЮТ ЭКСТРЕМУМ — бир неча ўзгарувчилар функциясининг экстремуми (қ.). «Абсолют» сўзи бу экстремумнинг нисбий экстремумдан (қ. Относительный экстремум) фарқ қилишини таъкидлайди.

АБСЦИССА — АБСЦИССА — нуқтанинг (декарт ёки аффин) координаталаридан биринчиси. Абсцисса одатда латин алфавитининг x ҳарфи билан белгиланади.

Лат. abscissus — кесиб олинган.

АВТОМОРФИЗМ — АВТОМОРФИЗМ — тўпламни берилган операциялар (амаллар) системаси билан ўзига изоморф акслантириш (қ. Изоморфизм). Масалан, ҳар қандай хосмас чизиқли алмаштириш векторларни қўшиш ва векторни сонга кўпайтириш амалларига нисбатан чизиқли фазонинг автоморфизмидир.

АВТОМОРФНАЯ ФУНКЦИЯ — АВТОМОРФ ФУНКЦИЯ — комплекс ўзгарувчининг аналитик функцияси бўлиб, комплекс аргументни бирор каср-чизиқли алмаштириш билан алмаштиришда унинг қиймати ўзгармайди. Барча шундай алмаштиришлар тўплами группа (қ.) ташкил қиладики, бу группа ҳамма каср-чизиқли алмаштиришлар группасининг қисм-группасидан иборатдир.

АДАМСА МЕТОД — АДАМС МЕТОДИ. $y_0 = f(x_0)$ бошланғич шартли $y' = f(x, y)$ дифференциал тенгламаларни сонли интеграллашда Адамс методи

$$\Delta y_n = \eta_n + \frac{1}{2} \Delta\eta_{n-1} + \frac{5}{12} \Delta^2\eta_{n-2} + \ldots \qquad (*)$$

формулани татбиқ қилишга асосланади, бунда $\eta_n = y'_n h = f(x_n, y_n)h$.

Агар (*) формулада иккинчи тартибли айирмалар билан чегараланилса, бу методни татбиқ қилиш учун дастлаб $x_1 = x_0 + h$ ва $x_2 = x_0 + 2h$ қийматларга мос бўлган y_1 ва y_2 ларни бирор йўл билан топиш зарур. Бундан кейин (*) формуладан фойдаланиб Δy_2 нинг қийматини ва $y_3 = y(x_0 + 3h)$ ни топиш, шунингдек η_3 ни, $\Delta\eta_2$ ва $\Delta^2\eta_1$ чекли айирмаларни, ундан кейин Δy_3 ни аниқлаш мумкин ва ҳоказо.

Тенгламаларни Адамс методи бўйича ечиш одатда жадваллар шаклида берилади (таққослаш учун бу терминларга қаранг: Рунге метод, Эйлера — Коши метод). Численное интегрирование терминига ҳам қаранг.

Адаб.: А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат, М., 1954.

АДДИТИВНАЯ ГРУППА — АДДИТИВ ГРУППА — Абель группасининг айни ўзи; А. г. да группа амали + символи билан ёзилади ва қўшиш амали дейилади. Бу ном латинча *additivus* — қўшилган деган сўздан олинган.

АДДИТИВНАЯ ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ — СОНЛАРНИНГ АДДИТИВ НАЗАРИЯСИ — сонлар назариясининг бўлими бўлиб, унда 1, 2, 3, . . . натурал сонларни маълум кўринишдаги қўшилувчиларга ёйишга алоқадор бўлган масалалар ўрганилади. С. а. н. даги характерли масалалар Варинг проблемаси (қ.), Гольдбах проблемаси (қ.) ва бошқалардир. С. а. н. деган ном латинча *additivus* — қўшилган сўзидан келиб чиқади.

АДДИТИВНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ — АДДИТИВ МИҚДОРЛАР. Элементлари учун қўшиш амали аниқланган E тўпламда аниқланган сонли $f(x)$ функциялар

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

шартни қаноатлантирса, улар аддитив миқдорлар деб аталади. Жисмнинг ҳажми, сиртнинг юзи, чизиқнинг узунлиги, масса, оғирлик ва шунга ўхшаш миқдорлар аддитив миқдорга мисол бўла олади. Аддитив миқдор деган ном латинча *additivus* — қўшилган сўзидан олинган.

АДЪЮНКТА — АДЪЮНКТ — алгебраик тўлдирувчининг худди ўзи (қ. Алгебраическое дополнение). А. деган ном лотинча adjunctus — қўшиб қўйилган сўзидан олинган.

АКСИАЛЬНЫЙ ВЕКТОР — АКСИАЛ ВЕКТОР — ўқ векторининг худди ўзи (қ. Осевой вектор).

АКСИОМА — АКСИОМА — бирор математик назария яратишда бошланғич факт (асос) деб қараладиган ва исботсиз қабул қилинадиган жумла. Математик назарияни асослашнинг мантиқий пойдевори ҳисобланган аксиомалар системаси ҳамма вақт ҳам тугалланган ва такомиллашган бўлмайди, балки А. ларнинг ўзи каби ўзгариб ва такомиллашиб туради.

Аксиомалар системаси зиддиятсиз, эркин ва тўлиқ бўлиши керак (қ. Независимость системы аксиом, Непротиворечивость системы аксиом. Полнота системы аксиом).

Мисоллар: 1. Евклиднинг параллеллик ҳақидаги А. си (Плейфер аксиомаси: берилган a тўғри чизиқда ётмаган A нуқта орқали A нуқта ва a тўғри чизиқ билан аниқланадиган текисликда a тўғри чизиққа параллел бўлган биттадан ортиқ бўлмаган a' тўғри чизиқ ўтказиш мумкин; 2. Архимед А. си (қ.); 3) Лобачевский А. си (қ. Лобачевского геометрия); 4) Дедекинд А. си (қ.). Ҳар бир геометрия (аффин, Евклид, проектив ва бошқа геометриялар) учун ўзининг аксиомалар системаси мавжуддир.

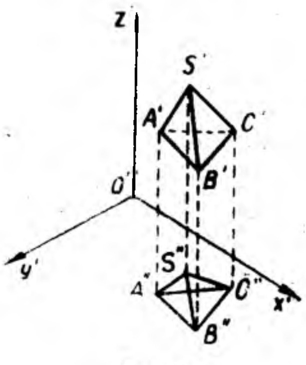
Иккинчи томондан, ҳар бир геометрия яна ўзининг алмаштиришлар группаси билан ҳам (қ. Эрлангенская программа) ёки бу геометрия фазосининг дифференциал-геометрик хоссалари билан ҳам аниқланиши мумкин.

Геометрия, арифметика, эҳтимоллар назарияси ва бошқа математик фанларнинг аксиоматик усулда тузилиши маълум.

А. постулат (қ.) деб ҳам аталади. қ. Основания геометрии.

Грек. ἀξίωμα — ҳурматга сазовор бўлган шубҳасиз жумла; ҳурмат, эҳтиром, обрў.

АКСОНОМЕТРИЯ — АКСОНОМЕТРИЯ — шаклнинг шундай параллел проекциясидирки, бунда чизма текислигида шакл ўзи жойлашган тўғри бурчакли фазовий декарт координаталари системаси ва координата текисликларининг бирига (3- расмда $x'O'y'$ текислигида) олинган (иккиламчи) проекцияси билан биргаликда тасвир этилади. А. шаклнинг координаталар системасига нисбатан қиёфаси ва жойлашишини тиклаш имкониятини беради.



3- расм.

А. фронтал проекцияларга (қ.) (икки ёки уч текисликка) қараганда анча кўргазмалидир. Ортогонал проекцияларда фазовий шаклнинг тасвири алоҳида-алоҳида (икки ёки учта перпендикуляр текисликда) проекцияларга ажралгани ҳолда, А. да эса шаклларнинг тасвири яхлит ва яққол бўлади.

Аксиометрик координаталарнинг $O'x'$, $O'y'$, $O'z'$ ўқлари орасидаги оғмалик бурчаклари ва бу ўқдаги бирлик кесмалар узунликлари (аксиометрик бирликлар) орасидаги муносабатга қараб А. нинг изометрия, диаметрия, кабинет проекцияси каби хусусий ҳоллари бўлиши мумкин.

А. да ҳар қандай A нуқта икки нуқта бўлиб тасвирланади: бирор координата текислигидаги бирламчи A' проекцияси ва иккиламчи A'' проекцияси.

А. аксонометрик проекция деб ҳам аталади.

Грек. ἄξον (ахон) — ўқ, μετρεῖν (metrein) — ўлчайман.

АЛГЕБРА — АЛГЕБРА (алжабр): 1°. **А. — математик фан** бўлиб, унда группа, ҳалқа, майдон, структура ва шу каби объектлар ўрганилади. **А. нинг алоҳида** шохобчаси элементар алгебрадир (қ).

Қисқароқ маънода А. тенгламалар ечиш ҳақидаги таълимот деб қаралади. Анча кенг маънода А. деганда ихтиёрий табиатли тўпламнинг элементлари устида сонларни қўшиш ва кўпайтириш каби одатдаги амалларни умумлаштирувчи амалларни ўрганувчи фан тушунилади. А. нинг муҳим аломати шундаки, анализ ва топология (қ.) да ишлатиладиган лимит ғояси, элементларнинг чексиз яқинлиги ғояси А. да бўлмайди.

2°. *К* **майдон устидаги А.** — ҳалқага тегишли одатдаги амаллардан ташқари *К* майдон элементларига кўпайтириш амали аниқланган *А* ҳалқа.

Бунда амаллар қуйидаги хоссаларга эга бўлиши талаб қилинади: ҳар қандай a, $b \in A$ ва k, $l \in K$ учун:

1) $0 \cdot a = 0$,
2) $1 \cdot a = a$,
3) $k(la) = (kl)a$,
4) $(k + l)a = ka + la$,
5) $k(a + b) = ka + kb$.

Бутун коэффициентли кўпҳадлар ҳалқаси А. эмас, ҳақиқий коэффициентли кўпҳадлар ҳалқаси эса А. дир.

Адаб.: Энц. элем. мат., т. 2, Гостехиздат, М., 1951; М. Я. Выгодский, Элементар математикадан справочник, «Ўқитувчи», Т. 1970.

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — АЛГЕБРАИК ГЕОМЕТРИЯ — геометрик характердаги фан бўлиб, унда алгебраик эгри чизиқлар ва сиртлар, умуман алгебраик кўпхилликлар (қ. Алгебраическое многообразие) ўрганилади.

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ КРИВАЯ — АЛГЕБРАИК ЭГРИ ЧИЗИҚ — алгебраик кўпхилликнинг $n - s = 1$ бўлгандаги хусусий ҳоли (қ. Алгебраическое многообразие).

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ — АЛГЕБРАИК СИРТ — алгебраик кўпхилликнинг $n - s = 2$ бўлгандаги хусусий ҳоли (қ. Алгебраическое многообразие).

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — АЛГЕБРАИК ФУНКЦИЯ — шундай $y = f(x)$ функцияки, бу функция учун $F(y, x)$ кўпҳад мавжуд бўлиб, $y = f(x)$ бўлганда $F(y, x) \equiv 0$ айният қаноатланади. Масалан, x аргументга $y = x - \sqrt{\frac{1+x^3}{5+x^2}}$ муносабат орқали боғланган y функция А. ф. дир. А. ф. бўлмаган функциялар трансцендент функциялар (қ.) дейилади.

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ЗАМКНУТОЕ ПОЛЕ — АЛГЕБРАИК ЁПИҚ МАЙДОН — шундай P майдонки, коэффициентлари P дан олинган ҳар қандай n-даражали ($n \geqslant 1$) кўпҳад бу майдонда n та илдизга эга (илдизларнинг карраси қанча бўлса, уларни шунча илдиз деб ҳисоблаганда). Алгебраик сонлар майдони А. ё. м. дир (қ. Поле алгебраических чисел). Комплекс сонлар майдони ҳам А. ё. м. бўлади. Охирги даъво алгебра асосий теоремасининг мумкин бўлган таърифларидан биридир (қ. Основная теорема алгебры).

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ — АЛГЕБРАИК ИФОДА — алгебраик амаллар (қўшиш, айириш, кўпайтириш, бўлиш, бутун даражага кўтариш ва бутун кўрсаткичли илдиз чиқариш) ишоралари ва эҳтимол, бу амалларнинг кетма-кет бажарилишини кўрсатувчи ишоралар, яъни қавслар (қ. Скобки) билан бириктирилиб, ҳарф ва сонлардан тузилган ифода.

Агар А. и. да сонлар ва ҳарфларнинг илдиз ишоралари (радикаллар) қатнашмаса, бундай ифода рационал А. и. дейилади; Агар А.и. да радикаллар қатнашса, бундай ифода иррационал А.и. (илдиз остидаги сон ва ҳарфларга нисбатан) дейилади. Агар рационал А. и. да ҳарфли ифодага бўлиш амали қатнашмаса, бу А. и. бутун А. и. дейилади. Ҳар қандай А. и. ўзида қатнашувчи ҳарфларнинг (агар бу ҳарфлар ўзгарувчи миқдорлар деб ҳисобланса) алгебраик функциясидир (қ.). Лекин ҳар қандай алгебраик функцияни ҳам А.и. кўринишида тасвир этиб бўлавермайди.

Мисоллар. 1) $2a + b^2c - \frac{3}{2}ab$ — бутун А. и; 2) $\frac{ab - c}{a}$ — касрли А. и.;

3) $a\sqrt{2}-b$; $3\sqrt{a}+b$ — иррационал А. и. А.н.ларнинг баъзи бир хусусий ҳоллари бирҳадлар (қ. Одночлены) ҳамда кўпҳадлар (қ. Миогочлены) деб аталади.

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ — АЛГЕБРАИК ТЎЛДИРУВЧИ. Квадрат матрицанинг бирор a_{ij} элементининг (ёки бирор элементига оид) А. т. деб бу элементнинг $(-1)^{i+j}$ ишора билан олинган M_{ij} минорига айтилади, яъни a_{ij} элементнинг А. т. унинг индекслари йиғиндиси жуфт бўлганда M_{ij} минор билан бир хил бўлади, индексларининг $i+j$ йиғиндиси тоқ бўлганда эса А. т. билан минор қарама-қарши сонлар бўлади. Детерминантни унинг йўли ёки устуни элементлари бўйича ёйиб ҳисоблашда А. т. дан (қ. Определитель) фойдаланилади.

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ МНОГООБРАЗИЕ — АЛГЕБРАИК КУПХИЛЛИК — декарт координаталари системасида координаталари

$$\begin{gathered}F_1(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)=0,\\ F_2(x_1,\ x_2,\ \ldots\ x_n)=0,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ F_s(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)=0\end{gathered}$$

кўринишдаги тенгламалар системасини қаноатлантирадиган ҳамма нуқталар тўплами, бунда $F_i(i=1,2,\ \ldots,\ s)$ — $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ номаълумларнинг кўпҳадлари.

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ЧИСЛО — АЛГЕБРАИК СОН — бутун рационал коэффициентли кўпҳаднинг илдизи. Г. Кантор А. с. лар тўплами саноқли тўплам ташкил қилишини кўрсатди.

А. с. бўлмаган сонлар трансцендент сонлар (қ. Трансцендентное число) деб аталади. А.с. лар майдон ҳосил қилади, яъни А. с. ларнинг йиғиндиси, айирмаси, кўпайтмаси ва бўлинмаси яна А.с. бўлади. А. с. лар майдони алгебраик ёпиқ майдондир (қ. Алгебраическое замкнутое поле), яъни коэффициентлари А.с. бўлган n-даражали ($n\geqslant 1$) ҳар қандай кўпҳаднинг илдизлари ҳам А. с. дир.

Мисоллар. Ҳар қандай рационал $\frac{p}{q}$ сон А. с. дир (бунда p ва q — бутун сонлар), чунки у бутун коэффициентли $qx-p$ кўпҳаднинг илдизидир. i ва $\sqrt[17]{39}$ сонлари А. с. дир, чунки булар мос тартибда бутун коэффициентли x^2+1 ва $x^{17}-39$ кўпҳадларнинг илдизларидир. Степень алгебраического числа терминига ҳам қаранг.

Адаб.: А. О. Гельфонд, Трансцендентные и алгебраические числа, Гостехиздат, М. 1952.

АЛГОЛ — АЛГОЛ — электрон ҳисоблаш машиналари учун программалар тузишдаги универсал (умумий) тил ва умумий символика. Бу алгоритмик тил (алгол - 60) 1960 йил январида Парижда бўлиб ўтган халқаро конференцияда қабул қилинган.

Бу халқаро тилнинг асосий символлари қуйидагилардир: лотин ҳарфлари (26 та бош ҳарф ва 26 та кичик ҳарф), араб рақамлари (0 дан 9 гача), иккита мантиқий маъно («ҳақиқат» ҳамда «ёлғон»), чегараловчи махсус символлар мажмуи (амалларнинг ишоралари, бўлувчилар ва қавслар) ва, ниҳоят, шу соҳада ишлатиладиган 20 га яқин инглизча сўзлар тўплами.

Шундай қилиб, А. бирор конкрет масалани ечишнинг аниқ тартибини юқорида кўрсатилган символлар ёрдами билан ифода этиш учун имконият туғдириб берувчи махсус система ёки воситадир.

А. ни ҳар бир конкрет электрон ҳисоблаш машинасига бевосита татбиқ этишда халқаро тилни (А. ни) машина тилига ўтказадиган программа тузилади. Бундай «таржимон» программа ёрдами билан машина бу тилни ўзи «тушунади». Ҳақиқатда А. ҳисоблаш алгоритмларини ифодалашнинг принципиал универсал тили бўлиб, илмий текшириш ишларида қимматга тушадиган параллелизмга барҳам беради, программалашни автоматлаштириш истиқболларига ҳамда ҳисоблаш программалари ва информация айирбошлашга кенг йўл очиб беради.

АЛГОРИТМ (АЛГОРИФМ) — АЛГОРИТМ (АЛГОРИФМ) — бирор операциялар (амаллар) системасини маълум тартибда бажариш ҳақидаги аниқ қоида бўлиб, маълум синфга оид масалаларни ечишга имкон беради.

А. дастлабки берилган маълумотлар ёрдами билан чекли сондаги қадамлар (амаллар) орқали изланаётган натижага олиб келади; бунда берилган маълумотлар маълум чегара ичида ўзгаради.

Алгебра ва сонлар назариясида, шунингдек математиканинг бошқа бўлимларида кўпгина турли хил А. лар қаралади. Масалан, энг содда алгоритмлар — арифметик амалларнинг бажарилиш тартибини кўрсатувчи қоидалар, Евклид А. (қ.), квадрат илдиз чиқариш А. ва *n*-тартибли детерминантни ҳисоблаш А., Саррюс (қ.) қоидаси — 3-тартибли детерминантларни ҳисоблаш А., матрица рангини (қ. Ранг матрицы) ҳисоблаш А., алгебраик тенгламанинг ҳақиқий илдизлари сонини аниқлаш алгоритми — Штурм қоидаси (қ. Штурма правило) ва ҳоказо.

А. сўзи IX асрда яшаган улуғ ўзбек математик олими Хоразмий исмининг бузиб олиниши натижасида келиб чиққан (арабча ал Хоразмий дегани — хоразмлик деган маънони билдиради ёки латинлаштирилгани Algorithmi). Хоразмий арифметика ва алгебрадан жуда муҳим асарлар ёзган бўлиб, бу асарлар XII асрда араб тилидан латин тилига таржима қилинган эди. Европаликлар ҳиндларнинг ўнли позицион саноқ системаси (кўпинча буни арабча саноқ системаси деб атаб хато қилишади) ва алгебранинг асосий қоидалари билан мана шу асарлар орқали танишишган. А. тушунчасининг ҳажмини аниқлаш қийин бўлганлиги сабабли ва баъзи масалаларни ечиш учун А. нинг мавжуд эмаслигини ихтиро қилиш масаласига келиб қолган пайтдагина бу тушунча керак бўлиши сабабли математикада узоқ вақт А. тушунчаси аниқ таърифга эга бўлолмади. А. нинг аниқ таърифларини XX асрда бир неча математиклар бердилар. Шакли турлича бўлган бу таърифлар кейинчалик бир-бирига эквивалент бўлиб чиқди.

Бир қатор оммавий масалаларни ечишнинг А. мавжуд эмаслиги исбот этилди. Бу соҳада энг яхши натижага совет математиги, Ленин мукофотининг лауреати, академик П. С. Новиков эришди; у группалар назариясидаги айниятлар проблемасини ечиш учун бирорта ҳам алгоритм мавжуд эмаслигини исбот қилди.

Турли алгоритмлар топиш, қатор масалаларни ечиш учун алгоритмлар мавжуд эмаслигини исботлаш ва алгоритмларнинг умумий назариясини яратишнинг муҳимлиги машина математикасининг тез ривожланиши туфайли янада ортди; маълумки, машина математикаси тегишли ҳисоблаш машиналари яратиш йўли билан ҳар қандай алгоритмни амалда ишлатиш учун имконият яратиб беради (қ. Электронные цифровые машины).

Адаб.: Б. А. Трахтенброт, Алгоритмы и машинное решение задач, Физматгиз, М., 1960.

АЛГОРИТМИКИ — АЛГОРИТМЧИЛАР — ўзларининг арифметик ҳисоблаш ишларида маълум қоида (қ. Алгоритм) бўйича ёзма равишда бажариладиган ҳисобдан фойдаланувчи ўрта аср математикларидир; уларнинг ҳисоб ишлари абак (қ.) ёрдами билан ҳисобловчи абакчиларнинг ҳисоб ишларига қараганда анча мукаммал бўлган.

АЛЕФ — АЛЕФ — финикий алфавитининг биринчи ҳарфи; Г. Канторга эргашиб, биз ҳам чексиз тўпламларнинг қувватини шу ҳарф билан белгилаймиз. Масалан, саноқли тўплам (қ. Счетное множество) қуввати $\aleph_0$ билан белгиланади (А - ноль деб ўқилади).

АЛИДАДА—АЛИДАДА—учларида тик ўрнатилган пластинкалари бўлган чизғич бўлиб, бу пластинкаларда диоптр деб аталувчи тешик бўлади. А. даражаларга бўлинган доира ёки ярим доиранинг, яъни лимбнинг маркази атрофида айланади. А. ер ўлчашда ишлатиладиган бир қатор энг содда геодезик ўлчов асбобларининг таркибий қисмидир.

Араб. ал-илада — чизғич.

Адаб.: Астролябия терминига қ.

АНАГЛИФ — АНАГЛИФ — стреоскопик чизма бўлиб, икки қисмдан (чизмадан) иборат бўлиши билан олатдаги чизмадан фарқ қилади; бу чизмалар бири иккинчиси устига жойлаштирилади ва икки хил бўёқда (оч қизил ва оч яшил) чизилади. А. га махсус кўзойнак, яъни турли рангли ёруғлик фильтрлари (стереокўзойнак) орқали қаралади; кўпинча стереокўзойнакда чап кўзга қизил фильтр, ўнг кўзга кўкимтир яшил фильтр қўйилади.

Физика ва физиологиянинг маълум қонунларига биноан, ҳар бир кўз икки тасвирдан фақат биттасини қабул қилади, чунки бу кўзойнакдаги ёруғлик фильтрининг ҳар бири қўшни тасвирни ўзаро ютиб юборади ва, шундай қилиб, анаглифга икки кўз билан баравар (бинокуляр) қарашда бир бутун стереоскопик (ҳажмий) таассурот ҳосил бўлади.

Стереометрия, кристаллография ва ҳажмий мультипликацияларга оид материалларни намойиш қилишда (масалан, медицинада юрак тузилишини кўришда) А. дан фойдаланилади. Грек. ana gluphen — рельефли, бўрттирилган.

Адаб.: Г. А. Владимирский. Альбом стереоскопических чертежей-анаглифов к задачнику Рыбкина, Учпедгиз, Стереофабрика, М., 1938; Г. Д. Михайлов. Набор «Конструктор» и стенные анаглифы, сб. «Изготовление наглядных пособий по геометрии», под ред. А. Д. Семушина, Изд-во АПН РСФСР, М., 1953; И. Пал, Начертательная геометрия с анаглифными иллюстрациями, Будапешт, 1961.

АНАЛИЗ — ТАҲЛИЛ (анализ) — номаълумдан маълумга, изланаётгандан берилганга ўтиш йўли билан фикр юритиш ёки исботлаш методи (усули).

Мактабда А. дан арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия ва олий математика каби барча ўқув предметлари ўқитишда фойдаланилади. Масалан, а) арифметик масалаларни А. методи билан ечишда биз фикр юритишимизда мулоҳазани номаълумдан, масаланинг саволидан бошлаб, масалада берилган миқдорларга ва улар орасидаги боғланишларга келамиз; б) бир ёки бир неча номаълумли тенгламалар тузишга доир масалаларни ечишда мулоҳазани номаълумдан (бир ёки бир неча номаълумдан) бошлаймиз ва берилган миқдорлар билан номаълум миқдорлар орасидаги боғланишни топамиз; в) ясашга доир масалаларни ҳал қилишда мулоҳазани ясалиши лозим бўлган изланаётган (номаълум) шаклни текширишдан бошлаймиз ва бу шакл билан берилган элементлар орасидаги боғланишни топамиз.

Шунга ўхшаш фикр юритиш схемаси билан биз математикада теоремаларни исботлашда, исботлашга доир масалаларни ечишда иш кўрамиз.

Мисол. 2α — ўткир бурчак бўлганда $\sin 2\alpha < 2\sin\alpha$ (1) бўлишини исбот қилинг. (1) муносабатни исбот қилиш учун уни $2\sin\alpha\cos\alpha < 2\sin\alpha$ (2) шаклида ёзиб оламиз, ёки $\sin\alpha > 0$ бўлгани учун, соддалаштирилгандан кейин $\cos\alpha < 1$ (3) ҳосил бўлади. α бурчакка қўйилган шартда (3) тенгсизлик тўғридир. Шунинг учун тескари тартибда фикр юритиб ва тенгсизликлар хоссаларидан ва иккиланган бурчак синусининг формуласидан фойдаланиб (2) тенгсизликнинг ҳам тўғри эканини ва демак, берилган (1) тенгсизликнинг ҳам тўғри эканини топамиз.

А. нинг тескариси, яъни тескари тартибда фикр юритиш синтездир (қ.). А. синтезга қараганда ўқув материалини анча чуқур ва тушуниб ўзлаштиришга олиб келади ва ўқувчилар мантиқий тафаккурининг актив ва ижодий равишда ривожланишига имконият очиб беради. Лекин мулоҳазалар берилган маълум миқдорлардан бошлаб юритиладиган синтезга қараганда А. ни ўқувчилар қийинроқ ўзлаштирадилар.

Кўпинча масала ечишда А. дан ҳам, синтездан ҳам бир вақтда фойдаланилади. Ҳар қандай А. да синтез элементлари бўлади, ҳар қандай синтезда А. элементлари бўлади. А. ва синтез бир-бирига ўзаро боғланган бўлиб, улар айни бир фикр юритиш процессининг икки томонидан иборат. Ф. Энгельс А. ни илмий текшириш методи деб таърифлаб, бундай дейди: «. . . Тафаккур бир-бири билан боғланган элементларнинг бирликка нақадар бирлашувидан иборат бўлса, энг предметларининг ҳам ўз элементларига шу қадар парчаланишидан иборат. Анализсиз синтез бўлмайди» (Ф. Энгельс. Анти-Дюринг, Ўздавнашр, Т., 1957, 53-бет).

Грек. analysis — ечиш, бўшатиш.

Адаб.: В. В. Репьев, Общая методика преподавания математики, Учпедгиз, М., 1958; Математика методикасига доир ҳар қандай бошқа китоблардан фойдаланса бўлади.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ — МАТЕМАТИК АНАЛИЗ — функция ва лимитга ўтиш тушунчаларига асосланган бир қатор математик фанларнинг умумий номи. М. а. га одатда дифференциал ва интеграл ҳисоблари, қаторлар назарияси, дифференциал тенгламалар назарияси, аналитик функциялар назарияси, вариацион ҳисоб, интеграл тенгламалар назарияси, функционал анализ киритилади. Бирмунча торроқ маънода М.а. термини кўпинча математиканинг юқорида кўрсатилган биринчи учта бўлимининг умумий номидир.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — АНАЛИТИК ГЕОМЕТРИЯ — математиканинг бўлими бўлиб, унда геометрик образлар координаталар усулига асосланиб алгебра воситалари билан текширилади.

Текисликдаги А. г. да иккита асосий масала қўйилади: 1) нуқталарнинг геометрик ўрни деб қаралган чизиқнинг геометрик хоссаларини билган ҳолда унинг тенгламасини тузиш, яъни чизиқнинг ўзгарувчи нуқталарининг координаталарини боғловчи тенгламани топиш ва 2) чизиқнинг ўзгарувчи x ва y координаталарини боғловчи тенгламага асосланиб, бу чизиқнинг геометрик хоссаларини топиш. Масалан, тўғри бурчакли координаталар системасида маркази (a, b) нуқтада, радиуси r бўлган айлананинг тенгламаси иккинчи даражали тенглама бўлиб, унда координаталар кўпайтмасини ўз ичига олган ҳад қатнашмайди, x^2 ва y^2 ларнинг коэффициентлари бир хил бўлади. Аксинча, агар ўзгарувчи x ва y координаталарга нисбатан иккинчи даражали тенглама берилган бўлиб, унда координаталар кўпайтмасини ўз ичига олган ҳад қатнашмаса, x^2 ва y^2 ларнинг коэффициентлари бир хил бўлса, у ҳолда бундай тенглама айлананинг (ҳақиқий ёки мавҳум) тенгламасидир. Жумладан, $x^2+2x+y^2=3$ тенглама тўғри бурчакли декарт координаталари системасида маркази $(-1, 0)$ ва радиуси $r=2$ бўлган айлананинг тенгламасидир.

Текисликда координаталар методининг моҳияти қуйидагидан иборат: ҳар қандай нуқтанинг ўрни координата чизиқларининг икки турли системасига тегишли иккита чизиқнинг кесишиши билан аниқланади, бу чизиқлар координаталар тўрини ҳосил қилади ва бу талабни қаноатлантириши керак: текисликнинг ҳар бир нуқтаси орқали ҳар бир системанинг ёлғиз бир чизиғи ўтиши лозим.

Евклид текислигидаги нуқталар билан қаралаётган текисликда нуқта ўрнини аниқловчи координаталар бўлмиш бир жуфт x ва y сон орасида ўзаро бир қийматли мослик шундай ўрнатилади. Уч ўлчовли фазо нуқталари билан фазодаги нуқтанинг ўрнини аниқловчи координаталар бўлмиш учта x, y, z сон орасида ҳам ўзаро бир қийматли мослик шу тарзда ўрнатилади. Тарихан А.г. номи кўпдан бери ўзгармай келаётган бўлса-да, бу ном унинг мазмунига тўла жавоб беролмайди. А.г. да фақат алгебрани геометрияга татбиқ этиш, демак, анализ (қ.) методидан фойдаланиш характерли бўлишидан кўра координаталар методининг татбиқ қилиниши муҳимроқдир, шунинг учун ҳам уни координаталар геометрияси деб аташ тўғрироқ бўларди.

Координаталар методи ғояси янги замон ютуқлари самараси бўлмай, балки у қадимги замонлардаёқ пайдо бўла бошлаган: координаталар ғояси элементлари қадимги замон математикларининг ишларида бўлган. Қадимги мисрликлар қурилиш ишларида параллел координаталардан (кесмалардан) фойдаланишган, грек астрономларидан Гиппарх (эрамиздан олдинги II аср) ва Птолемей (эрамизнинг II асрида) ер юзидаги турли нуқталар ўрнини аниқлаш учун сферик координаталардан (кенглик ва узунлик) фойдаланишган. Лекин ҳарфий символика ва сон ҳақида умумий тасаввурнинг йўқлиги грекларда координаталар методининг тараққий топишига тўсқинлик қилган.

А.г. нинг яратилишига француз олимлари Ферма ва Декарт энг катта ҳисса қўшдилар. Француз олими Виет жорий қилган ҳарфий символикадан фойдаланиб, Декарт ва Ферма бир вақтда ва бир-биридан бехабар ҳолда фанга янги метод — координаталар методини киритдилар; бу метод XVII асрда улар томонидан яратилган А.г. га асос қилиб олинган.

Улуғ мутафаккир Декарт қадимги замон синтетик геометриясининг характери чекланган ва ўзига хос эканлигини ўз замондоши бўлмиш Фермага қараганда яхши тушунар эди. Декартнинг Фермага қараганда қилган катта хизмати шу бўлдики, Декарт математикага ўзгарувчи миқдор киритди, анча қулай символика тузди, фазо билан сон орасидаги, алгебра билан геометрия орасидаги узвий боғланишни аниқлади. Шунинг учун Декарт А.г. нинг энг кўзга кўринган асосчиси ҳисобланади. Декартнинг ўзгарувчи миқдори Ф. Энгельснинг таъбири билан айтганда «математикада бурилиш нуқтаси» бўлдики, бунинг натижасида олий математиканинг ҳамма тармоқлари ва табиийтнинг унга қўшни бўлган тармоқлари тез суръатлар билан тараққий этиш имконига эга бўлди.

А.г. нинг асосчиси бўлмиш Декарт геометрияни «арифметикалаштириш» ишини охиригача олиб бора олмади: у координаталар методини фазо учун умумлаштирмади, текисликдаги эгри чизиқларни текшириш билан чегараланди; унинг координаталар системаси унча такомиллашмаган эди; фақат биттагина горизонтал ўқ бўлиб, ординаталар эса ўзгарувчи параллел кесмалар билан тасвир этилар эди; координаталарнинг ишоралари бир-биридан аниқ фарқ қилинмас эди.

Координаталар методи уч ўлчовли фазога XVII асрнинг охирига келибгина жорий этилди ва XVIII асрда бир қанча олимларнинг, айниқса Клеро ва Эйлернинг асарларида бу иш давом эттирилди.

XIX асрнинг иккинчи ярмида физиканинг барқ уриб ривожланиши ва техниканинг такомил топиши муносабати билан математика тез ривожланди. Геометрияда янги тушунчалар пайдо бўлди: вектор (қ.), тензор (қ.) ва ҳоказо. Моддий системани характерлаш учун учтадан кўпроқ параметр талаб қилинади. Уч ўлчовли Евклид фазоси торлик қилиб қолади. Нисбийлик назариясида тўрт ўлчовли фазо қаралади, квантлар механикасида системанинг ҳолати чексиз ўлчовли миқдорлар билан ифодаланади. Математикада тўрт ўлчовли, n ўлчовли ва чексиз ўлчовли (функционал фазолар) фазоларни текширишга ўтилди.

Адаб.; С. В. Бахвалов и др., Аналитическая геометрия, Учпедгиз, М., 1958; С. С. Бюшгенс, Аналитическая геометрия, ч. I и II. Гостехиздат, М., 1946; Б. Н. Делоне и Д. А. Райков, Аналитическая геометрия, ч. I и II, Гостехиздат, М.—Л., 1948; Н. И. Мусхелишвили, Курс аналитической геометрии, Гостехиздат, М., 1947.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ—АНАЛИТИК ФУНКЦИЯ—комплекс ўзгарувчили функциялар назариясининг асосий тушунчаси. Агар $z = x + iy$ комплекс ўзгарувчининг бир қийматли $w = f(z)$ функцияси маркази z_0 нуқтада, радиуси $r > 0$ бўлган бирор $|z - z_0| < r$ доирада аниқланган бўлиб,

$$f(z) = a_0 + a_1(z - z_0) + a_2(z - z_0)^2 + \dots + a_n(z - z_0)^n + \dots$$

даражали қатор билан тасвирланадиган бўлса (бу қатор Тейлор қаторидан иборат бўлиши шарт), $f(z)$ функция $z = z_0$ нуқтада А. ф. дейилади. Агар $f(z)$ функция комплекс ўзгарувчилар текислигининг бирор D соҳасининг ҳар бир нуқтасида А. ф. бўлса, бу функция D соҳада А. ф. дейилади. z_0 нуқтадаги А. ф. бу нуқтанинг бирор атрофида ҳам А. ф. дир. Ҳақиқий ўзгарувчининг $y = f(x)$ А. ф. тушунчаси ҳам шунга ўхшаш таърифланади, лекин бунда даражали қаторнинг $f(x)$ га доирада эмас, балки $|x - x_0| < r$ интервалда яқинлашиши талаб қилинади.

D соҳадаги А. ф. D соҳанинг ҳар бир z_0 нуқтасида чекли ҳосилага эга:

$$f'(z_0) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(z_0 + \Delta z) - f(z_0)}{\Delta z};$$

аксинча ҳам ўринли: агар $f'(z)$ ҳосила D соҳада мавжуд ва чекли бўлса, у ҳолда $f(z)$ D соҳада А. ф. дир, шунинг учун бир қийматли А. ф. тушунчаси голоморф функция (қ.) тушунчаси билан бир хилдир.

Агар боғланган D соҳа ичида лимит нуқтага эга бўлган нуқталарнинг чексиз тўплами учун А. ф. нинг қийматлари берилган бўлса, бу функция D соҳада бир қийматли аниқланган бўлади; хусусий ҳолда А. ф. D да ётувчи ихтиёрий кичик атрофдаги ёки ихтиёрий кичик ёйдаги ўз қийматлари билан аниқланади. А. ф. нинг ягоналиги теоремаси деб аталган бу хосса А. ф. нинг қийматлари бир-бирига нақадар зич боғланган эканлигини кўрсатади. Масалан, ҳақиқий ўзгарувчининг $y = f(x)$ А. ф. си комплекс ўзгарувчининг А. ф. сига фақат биргина усул билан тарқатилиши мумкин бўлади (қ. Аналитическое продолжение).

А. ф. дан бир боғламли D соҳадаги ихтиёрий ёпиқ контур бўйича олинган интеграл нолга тенг (Коши теоремаси); агар $f(z)$ ни D соҳада узлуксиз деб фараз қилсак, тескари теорема ҳам ўринли бўлади (Морер теоремаси). А. ф. барча тартибли ҳосилаларга эга бўлиб, улар ҳам ўз навбатида ўша соҳада А. ф. бўлади.

$w = f(z)$ функция (буни ҳамма вақт иккита ҳақиқий x ва y ўзгарувчининг иккита $u(x, y)$ ва $v(x, y)$ функцияси билан бериш мумкин) D соҳада А. ф. бўлиши учун D соҳада $u(x, y)$ ва $v(x, y)$ функцияларнинг дифференциалланувчи бўлиши ва $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$; $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ (Коши — Риман шартлари ёки, аниқроғи Даламбер—Эйлер шартлари) бўлиши зарур ва етарлидир. Бу шарт бажарилганда $u(x, y)$ ва $v(x, y)$ функциялар иккита қўшма гармоник функция бўлади.

Боғламли D соҳада бир хил қийматлар қабул қилмайдиган (бир варақли) $w = f(z)$ аналитик функция z текисликнинг D соҳасини w текисликнинг D_1 соҳасига конформ равишда акслантиришни ифодалайди.

А. ф. ни аналитик давом эттиришдан ҳосил бўлган кўп қийматли (чексиз кўп қийматли бўлиши ҳам мумкин) функция ҳам А. ф. дейилади (қ. Аналитическое продолжение); $f(z)$ функциянинг ҳар қайси бир қийматли тармоғи бир қийматли А. ф. дир.

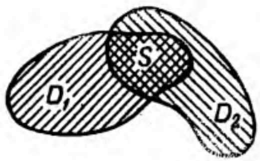
А. ф. дан ҳамма мумкин бўлган аналитик давом эттиришлар йўли билан ҳосил қилинган кўп қийматли (бир қийматли ёки чексиз кўп қийматли бўлиши ҳам мумкин) $f(z)$ функция Вейерштрасс айтган маънода тўлиқ А. ф. деб аталади.

Элементар функцияларнинг кўпчилиги, масалан, $\sqrt[n]{z}$, e^z, $\sin z$ ва элементар бўлмаган кўп функциялар, масалан, гамма-функция, эллиптик функциялар, Бессель функциялари А. ф. синфига мансубдир. Сони чекли А. ф. ларнинг алгебраик йиғиндиси ва кўпайтмаси А. ф. дир. Иккита А. ф. нинг нисбати (махраж нолдан фарқли бўлган соҳада) А. ф. дир. $s = f_1(w)$ ва $w = f_2(z)$ А. ф. лардан тузилган мураккаб $s = f_1[f_2(z)]$ функция А. ф. дир.

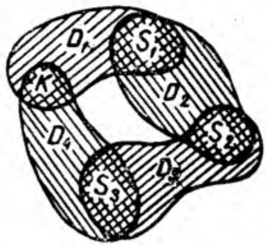
Адаб.: А. И. Маркушевич, Теория аналитических функций, Гостехиздат М., 1950; И. И. Привалов, Введение в теорию функций комплексного переменного, Гостехиздат. М., 1954.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ—АНАЛИТИК ДАВОМ ЭТТИРИШ—бирор соҳада аналитик бўлган функцияни анча кенг соҳага тарқатиш. Агар $f_1(z)$ функция D_1 соҳада аналитик функция (қ.) бўлиб, D_2 соҳа D_1 соҳа билан умумий s бўлакка эга бўлса (4-расм), у ҳолда D_2 соҳада аналитик бўлган ва s соҳада $f_1(z)$ билан бир хил қийматлар қабул қиладиган (яъни s соҳанинг ҳамма z нуқталари учун $f_1(z) = f_2(z)$) ёлғиз биргина $f_2(z)$ аналитик функция мавжуд бўлиши мумкин; $f_2(z)$ функция $f_1(z)$ функциянинг D_2 соҳага А. д. э. деб аталади (аксинча, $f_1(z)$ функция $f_2(z)$ функциянинг D_1 соҳага А. д. э. дир). $f_1(z)$ ва $f_2(z)$ функцияларни $D_1 \cup D_2$ соҳада аналитик бўлган ҳамда D_1 соҳада $f_1(z)$ га ва D_2 соҳада $f_2(z)$ функцияга тенг бўлган битта $f(z)$ функциянинг қисмлари деб ҳисоблаш мумкин. Бу $f(z)$ функция $f_1(z)$ функциянинг анча кенг $D_1 \cup D_2$ соҳага А. д. э. деб аталади ва яна $f_1(z)$ символи билан белгиланади. Агар $f_2(z)$ функция $f_1(z)$ нинг D_2 соҳага А. д. э., $f_3(z)$ функция $f_2(z)$ нинг D_3 соҳага А. д. э., $f_4(z)$ эса $f_3(z)$ нинг D_4 соҳага А. д. э. бўлса, у ҳолда $f_1(z)$ функция А. д. э. нинг бу занжири $f_1(z)$ нинг анча кенг $D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$ соҳага А. д. э. ни ифодалайди; D_4 соҳа (ёки D_3 соҳа ҳам) D_1 соҳа билан умумий K қисмга эга бўлиши мумкин (5-расм), лекин $f_4(z)$ нинг K соҳадаги қийматлари $f_1(z)$ нинг қийматлари билан бир хил бўлиши шарт эмас, шунинг учун $f_1(z)$ ни А. д. э. кўп қийматли аналитик функция тушунчасига олиб келади, чунки давом эттирилган $f_1(z)$ функция K соҳада икки қийматли бўлиб қолиши мумкин (бундан кейинги А. д. э. ларда чексиз кўп қийматли бўлиб қолиши ҳам мумкин).

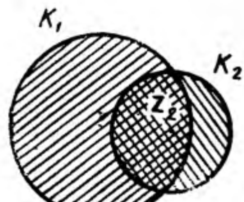
$f(z)$ функциянинг А. д. э. ни қуйидаги усул билан тузиш мумкин: $f(z)$ аналитик функциянинг элементи, яъни $f(z)$ ни K_1 доирада тасвир этувчи $a_0 + a_1(z - z_1) + a_2(z - z_1)^2 + \dots + a_n(z - z_1)^n + \dots$ даражали қатор берилган бўлсин; $f(z)$ функция K_1 доира ичидаги z_2 нуқта атрофида $b_0 + b_1(z - z_2) + b_2(z - z_2)^2 + \dots + b_n(z - z_2)^n + \dots$ даражали қатор билан тасвирланади,



4-расм.



5-расм.



6-расм.

бу қаторнинг яқинлашиш доираси K_2 бўлиб (у K_1 доира ичида бутунлай ётмайдиган бўлиши ҳам мумкин), ўзи $f(z)$ нинг K_2 даги А. д. э. дан иборатдир (6-расм). Бу даражали қатор берилган қаторнинг А. д. э. деб аталади.

Шундай қилиб, $f(z)$ функциянинг дастлабки элементи маркази K_1 доира ичида ётган чексиз кўп янги элементларни аниқлайди, уларнинг ҳар бири ўз навбатида $f(z)$ ни янада давом эттириш учун керак бўладиган дастлабки элемент деб қабул қилиниши мумкин. Агар бу процесс чексиз давом эттирилса, у ҳолда Вейерштрасс айтган маънодаги тўлиқ аналитик $f(z)$ функция ҳосил бўлади, умуман айтганда бу функция кўп қийматли бўлиб, тўлиқ аналитик $f(z)$ функциянинг мавжудлик соҳаси деб аталувчи бирор D соҳада аниқлангандир.

Мисоллар: 1) ҳақиқий x ўзгарувчининг $f(x) = +\sqrt{x}$ функциясини А. д. э. да икки қийматли $f(z) = \pm\sqrt{z}$ функция ҳосил бўлади, бу функциянинг мавжудлик соҳаси бутун z текислик бўлиб, унга чексиз узоқлашган нуқта билан $z = 0$ нуқта кирмайди; 2) $f(x) = \ln x$ ни А. д. э. да чексиз кўп қийматли $f(z) = \mathrm{Ln}\, z$ функция ҳосил бўлади.

АНАЛОГИЯ—АНАЛОГИЯ (ўхшатиш)—иккита математик тушунчада (шакллар, нисбатлар ва ҳоказо) мавжуд бўлган хусусий хоссалар (белгиларнинг) ўхшашлигига асосланиб фикр юритиш йўли билан келтириб чиқариладиган хулоса.

А. ўзининг кўргазмали ва тушунарли бўлиши туфайли математика ўқитишда кенг қўлланилади; масалан, а) ўнли касрларни ўрганишда уларнинг натурал сонларга ўхшашлиги (таққослаш, амаллар) алоҳида таъкидлаб ўтилади; б) алгебраик касрларнинг хоссалари арифметик (оддий) касрларнинг хоссаларига ўхшаш; в) иккинчи даражали тенгламалар тузишга доир масалаларни ечиш методикаси биринчи даражали тенгламалар тузишга доир масалаларни ечиш методикасига ўхшаш; г) геометрик прогрессия ҳадларининг хоссалари кўп жиҳатдан арифметик прогрессия ҳадларининг хоссаларига ўхшаш; д) тенгсизликларнинг хоссалари кўп жиҳатдан тенгликлар хоссаларига ўхшаш; е) икки ёқли бурчак биссектриса текислигининг хоссалари текис бурчак биссектрисасининг хоссаларига ўхшаш; ж) фазо нуқталари геометрик ўринларининг кўп хоссалари текислик нуқталари геометрик ўринларининг хоссаларига ўхшаш (сфера—айлананинг фазовий ўхшатмаси; AB кесмага перпендикуляр бўлиб унинг ўртасидан ўтадиган текислик AB кесманинг симметрия ўқининг фазовий ўхшатмаси).

А. га қараб чиқариладиган хулосани схематик равишда бундай тасвирлаш мумкин: A нинг a, b, c, d белгилари бор, B нинг a^*, b^*, c^* белгилари бор; a^*, b^*, c^* хоссалар a, b, c хоссаларга ўхшаш. Бу ҳолда B нинг ҳам d^* хоссаси бўлади.

А. га қараб чиқарилган хулосаларнинг қатъий эмаслигини эътироф этиб ўтиш зарур: агар A ва B объектлар бир ёки бир неча a, b, c хоссалари бўйича ўхшаш бўлса, у ҳолда биз ҳали B объект A га бошқа d хосса бўйича ҳам ўхшайди деган хулоса чиқара олмаймиз. Шунинг учун ўқувчиларни А. дан фойдаланишда хато қилиб қўйишдан огоҳлантириш лозим. Масалан, ўқувчи касрни қисқартиришда $\frac{2a}{ab}=\frac{2}{b}$ шаклда ёзиб, ўхшашликка кўра

$$\frac{\sin 2\alpha}{2}=\sin\alpha\ (?)$$

деб ёзиб хато қилиши мумкин.

Ўқувчи $a(b+c)=ab+ac$ тақсимот қонунидан (қ. Распределительный закон) фойдаланиб, ўхшашликка кўра бундай хато тенгликларни ёзиши мумкин: $\lg(a+b)=\lg a+\lg b$ ёки $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$, ёки $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

Баъзан арифметик илдизлар (қ. Арифметический корень) устидаги амаллар комплекс сонлар майдонидаги (қ. Поле) илдизларга жорий қилинади. Масалан, $\sqrt{+3}-\sqrt{+3}=0$ тенгликни ёзиб, ўқувчи А. га кўра $\sqrt{-3}-\sqrt{-3}=0$ тенглик ҳам ўринли бўлади деб хато қилади.

Индукция (қ.) А. га хулосада олинадиган билимнинг характерига қараб боғланган. Индукция каби, А. ҳам нотўғри хулосаларга олиб келиши мумкин.

Грек. analogia—пропорция.

Адаб.: О. А. Аракелян, Аналогия в процессе повторения, «Ученые записки МОПИ», т. XIII, вып. 1, 1958; Д. Пойа, Математика и правдоподобные рассуждения, ИЛ, М., 1957; В. В. Репьев, Общая методика преподавания математики, Учпедгиз, М., 1958.

АНГАРМОНИЧЕСКОЕ ОТНОШЕНИЕ четырёх точек (прямых, плоскостей) — **тўртта нуқтанинг** (тўғри чизиқ, текисликнинг) **АНГАРМОНИК НИСБАТИ** — нуқталарнинг (тўғри чизиқлар, текисликларнинг) мураккаб нисбатининг (қ. Сложное отношение) худди ўзи. Гармоническая четверка точек терминига ҳам қаранг.

АНТИЛИНЕЙНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — АНТИЧИЗИҚЛИ АЛМАШТИРИШ — комплекс сонлар майдони устидаги чизиқли фазонинг қуйидаги шартларга бўйсунувчи A алмаштириши: фазонинг ҳар қандай x ва y векторлари ва ихтиёрий λ комплекс сон учун

$$A(x+y)=A(x)+A(y) \text{ ва } A(\lambda x)=\bar{\lambda}A(x)$$

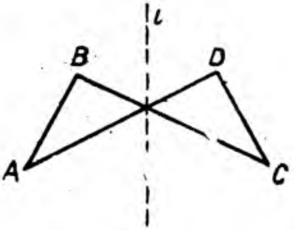
($\bar{\lambda}$ эса λ га қўшма комплекс сонни билдиради). А. а. нинг оммалашган бошқа номи антигомографиядир. А. а. тушунчаси узлуксиз группалар назариясининг баъзи бир бобларида ишлатилади.

АНТИЛОГАРИФМ числа n — n **сонининг АНТИЛОГАРИФМИ.** N сонининг берилган a асосга кўра логарифми n га тенг бўлса, N сони n нинг антилогарифми деб аталади ва у $\operatorname{antlog}_a n$ билан белгиланади. Демак, $\operatorname{antlog}_a n=N=a^n$ ёки $\log_a N=n$.

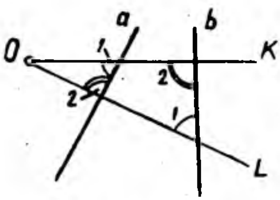
Агар n сони N нинг логарифми бўлса, у ҳолда N сони n нинг ўша асосдаги антилогарифмига тенг. А. тескари логарифм деб ҳам аталади.

АНТИНОМИИ теории множеств — тўпламлар назариясининг **АНТИНОМИЯЛАРИ**—тўплам тушунчаси билан жуда ҳам «ихтиёрий» муомала қилиш натижасида тўпламлар назариясида келиб чиқадиган мантиқий қарама-қаршилик (зиддиятлик). А. га мисол тариқасида барча кардинал сонларнинг (қ. Кардинальное число) M тўплами ҳақидаги масалани кўрсатиб ўтамиз. Бу тўпламнинг μ кардинал сони энг катта кардинал сон бўлиши керак эди, чунки у ҳамма кардинал сонларни ўз ичига олади, лекин бу тўпламнинг ҳамма қисм тўпламлари тўпламини тузиб, биз катта кардинал 2^{μ} сонга келамиз. Тўпламлар назариясидаги А. ҳозирга қадар қаноатланарли қилиб изоҳлаб берилгани йўқ. Математикада А. ни (қарама-қаршиликни) йўқотишнинг мумкин бўлган йўлларидан бири тўпламлар назариясини К. Гёдел бошлаб берган аксиоматика асосида қуришдир; лекин бу йўлда катта қийинчиликлар юз бераётир. Грек. ἀντίνομα — қарама-қаршилик.

АНТИПАРАЛЛЕЛОГРАММ — АНТИПАРАЛЛЕЛОГРАММ — битта l симметрия ўқли содда бўлмаган $ABCD$ тўртбурчак (7-расм). Тенг ёнли трапециянинг ён томонлари ва диагоналлари А. ҳосил қилади. Параллелограммга ўхшаб унинг қарама-қарши AB ва CD (AD ва BC) томонлари бир-бирига тенг ва қолган иккита AD ва BC (AB ва CD) томонларига нисбатан антипараллелдир (қ. Антипараллельные прямые), шунинг учун у А. ёки контрпараллелограмм деб юритилади.



7-расм.



8-расм.

АНТИПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ относительно сторон угла — бурчак томонларига нисбатан **АНТИПАРАЛЛЕЛ ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛАР**.

Агар a ва b тўғри чизиқлар KOL бурчак томонларини кесиб ўтиб, бу бурчакнинг турли томонлари билан бир хил бурчаклар ҳосил қилса, a ва b тўғри чизиқлар KOL бурчакнинг томонларига нисбатан антипараллел тўғри чизиқлар дейилади (8-расм); бунда тенг бурчаклар O учни ўз ичига олган учбурчакларга тегишли бўлади. Умуман айтганда А. т. ч. нинг иккаласи KOL бурчакнинг биссектрисасига перпендикуляр бўлган ҳолдан бошқа ҳолларда улар бир-бирига параллел бўлмайди. А. т. ч. тушунчаси инверсия (қ.) алмаштиришини ўрганишда ишлатилади.

Баъзан А. т. ч. нинг шунга ўхшаш таърифи бурчак томонларига нисбатан эмас, балки бу тўғри чизиқларни кесиб ўтувчи бошқа икки тўғри чизиққа нисбатан берилади. Айланага ички чизилган ҳар қандай (қавариқ ёки юлдуз шаклидаги) тўртбурчакда қарама-қарши томонлар қолган икки томонига нисбатан антипараллелдир.

Баъзан А. т. ч. учинчи бир тўғри чизиққа нисбатан ҳам таърифланади: агар a ва b тўғри чизиқлар c тўғри чизиқ билан бир томонли тенг ички бурчаклар ҳосил қилса, a ва b тўғри чизиқлар c тўғри чизиққа нисбатан антипараллел тўғри чизиқлар дейилади. Тенг ёнли учбурчакнинг ён томонлари асосига нисбатан А. т. ч. дир.

АНТЬЕ от числа — сонниг **АНТЬЕСИ** — сонниг бутун қисми (қ. Целая часть).

АПОРИЯ — АПОРИЯ — парадокс; Демокрит мактабининг ғояларига қарши бўлган қадимги грек олимлари ўзларининг фикр юритишларида аслида тўғри, аммо хатога ўхшаб кўринган хулосага (қ. Парадокс) таянишар эди. Қадимги замон математиклари лимитга ўтишдан фойдаланмай, фақат Демокритнинг атомистик мулоҳазаларига суяниб узлуксиз процессларни дискрет миқдорларнинг йиғиндиси билан алмаштиришга интилганларида ҳамма вақт келиб чиқадиган нотўғри хулосалар — апориядир. Бизга, масалан, Зеноннинг (эрамиздан олдинги

V — IV асрлар) апориялари маълум бўлиб, улардан бири қуйидагидир: Ахиллес (афсонавий паҳлавон) тошбақани қувлаб етолмайди, чунки у тошбақа босиб ўтган пунктларнинг чексиз кетма-кетлигини юриб ўтиши керак; дастлаб йўлнинг биринчи ярмини, ундан кейин яна бошқа ярмини ўтиши керак ва ҳоказо. Математика нуқтаи назаридан Зеноннинг апорияси

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} = 1$$

тенгликни инкор этишга олиб келади.

Адаб.: К. А. Рыбников, История математики, изд. МГУ, 1960.

АПОФЕМА — АПОФЕМА: 1°. Мунтазам кўпбурчакнинг А. си — мунтазам n бурчакнинг марказидан унинг бирор томонига туширилган перпендикулярнинг узунлиги. Мунтазам n бурчакнинг апофемаси унга ички чизилган доиранинг r_n радиусига тенг бўлиб, унинг a_n томони узунлиги ва S_n юзига қуйидагича боғланган:

$$a_n = 2r_n \operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}, \quad S_n = nr_n^2 \operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n},$$

n мос тартибда 3, 4, 5 ва 6 га тенг бўлганда охирги муносабат бундай кўриниш олади:

$$S_3 = 3r_3^2\sqrt{3}, \quad S_4 = 4r_4^2, \quad S_5 = 5r_5^2\sqrt{5-2\sqrt{5}}, \quad S_6 = 2r_6^2\sqrt{3}.$$

2°. Мунтазам пирамиданинг А. си — мунтазам пирамиданинг ён ёғини ташкил қилувчи учбурчакнинг мунтазам пирамида учидан туширилган баландлиги. Мунтазам пирамида ён сиртининг юзи унинг А. си ва мунтазам пирамида асосининг P периметрига $S_{ён} = \frac{1}{2} P \cdot A$ муносабат орқали боғланган, бунда A— мунтазам пирамиданинг А. си.

3°. Мунтазам кесик пирамиданинг А. си — мунтазам кесик пирамида ён ёғини ташкил қилувчи трапециянинг баландлиги. Ён сиртининг $S_{ён}$ юзи унинг А. сига бундай муносабат орқали боғланган:

$$S_{ён} = \frac{1}{2}\left(P_1 + P_2\right)A,$$

бундаги P_1 ва P_2 лар мос равишда мунтазам кесик пирамиданинг пастки ва юқориги асослари периметрларига тенг, A—эса М. к. п. нинг А. си.

АППЛИКАТА — АППЛИКАТА — фазодаги нуқтанинг декарт координаталаридан бири бўлиб, абсцисса (қ.) ва ординатадан (қ.) кейин келадиган учинчи координатадир; у одатда z ҳарфи билан белгиланади.

АППРОКСИМАЦИЯ — АППРОКСИМАЦИЯ — математик миқдорларнинг (сон, функция ва бошқаларнинг) анча соддароқ бошқа миқдорлар орқали тақрибий ифодаси. Одатда (А. қилинувчи миқдорнинг ҳақиқий қийматидан А. фарқининг қийматини ўлчашнинг тайин бир усулида) аниқлик даражаси ҳар қандай бўлган А. тузишга интилишадилар. $a \leqslant x \leqslant b$ кесмада узлуксиз бўлган $y = f(x)$ функцияни алгебраик ёки тригонометрик кўпҳадлар орқали ҳар қандай аниқлик билан аппроксимациялаш мумкин (Вейерштрасс теоремаси), бунда $f(x)$ функция билан $P(x)$ кўпҳад орасидаги фарқнинг $\rho(P, f)$ ўлчови сифатида $f(x)$ ва $P(x)$ лар орасидаги айирма абсолют миқдорининг максимуми олинади: $\rho(P,f) = \max\limits_{a\leqslant x\leqslant b}|f(x) - P(x)|$ (функциянинг текис А. си). Асимптотик ифодалар (қ. Асимптотическое выражение) нисбий хатоси кичик бўлган А. га мисол бўла олади. Квадрати интегралланувчи $f(x)$ функция (қ. Суммируемая функция) Фурье қаторининг хусусий йиғиндилари $f(x)$ ни «ўртача» аппроксимация қилади. Бошқа сўз билан айтганда, Фурье қаторининг хусусий $S_n(x)$ йиғиндиси билан $f(x)$ **Функция орасидаги фарқ**нинг ўлчови учун

$$\lambda(S_n, f) = \sqrt{\int_{-\pi}^{\pi}[f(x) - S_n(x)]^2 dx}$$

қабул қилингандир. π сонининг А. си унинг ҳар қандай тақрибий қиймати бўла олади, масалан, $\frac{22}{7}$.

А. методи баъзи бир тушунчаларни таърифлашда ишлатилиши мумкин. Масалан, эгри чизиқнинг узунлиги шу эгри чизиқни геометрик жиҳатдан аппроксимацияловчи синиқ чизиқлар узунлигининг синиқ чизиқдаги энг катта звено узунлиги нолга интилган вақтдаги лимити деб таърифланади.
Лат. approximo — яқинлашаман.

Адаб.: В. Л. Гончаров, Теория интерполирования и приближения функций, Гостехиздат, М., 1954.

АРАБСКИЕ ЦИФРЫ — АРАБ РАҚАМЛАРИ — қуйидаги ўнта математик ишоранинг номи: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ўнли саноқ системасида истаганча кичик ва истаганча катта бўлган ҳар қандай сонни А. р. билан ёзиш мумкин.

А. р. аслида XI асрда ҳиндлардан арабларга ўтган бўлиб, бундан кейин араблардан Европага ўтди (қ. Цифры, Римские цифры, Счисление).

Адаб.: Я. И. Депман, История арифметики, Учпедгиз, М., 1959.

АРГУМЕНТ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА $a+bi$ — $a+bi$ **КОМПЛЕКС СОННИНГ АРГУМЕНТИ** — абсциссалар ўқининг мусбат йўналиши билан координаталар бошидан $a+bi$ сонга ўтказилган йўналиш орасидаги бурчак. $z = a + bi$ К. с. а. кўпинча $\arg z$ символ билан белгиланади. К. с. а. 2π гача аниқлик билан текширилади. $\sin \arg z = \frac{b}{r}$ ва $\cos \arg z = \frac{a}{r}$ экани равшан, бунда r — комплекс сонинг модули (қ.). Комплекс сонлар кўпайтмасининг аргументи кўпайтувчилар аргументларининг йиғиндисига тенг, яъни $\arg(z_1 z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$. Аргументга эга бўлмаган яккаю-ягона комплекс сон 0 сонидир.

АРГУМЕНТ ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯНИНГ АРГУМЕНТИ — эркли ўзгарувчи миқдор (қ. Функция).

АРИФМЕТИКА — АРИФМЕТИКА (ҳисоб) — сонлар ва улар устида бажариладиган амаллар ҳақидаги фан. А. да биринчи навбатда натурал ва каср сонлар ўрганилади. А. инсон билимининг энг қадимги тармоқларидан биридир. А. ўқув предмети сифатида мактабда I — VI синфларда ўқитилади ва тасвирий таърифларга асосан қурилади. Педагогика институтлари физика-математика факультетларининг учта назарий курсида: рационал сонлар арифметикаси, сонлар назарияси ва арифметика асосларида А. анча чуқур ўрганилади.

А. номи грекча — ἀριθμός — сон сўзидан келиб чиққан.

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ — АРИФМЕТИК ПРОГРЕССИЯ — сонлар кетма-кетлиги бўлиб, унинг иккинчи сонидан бошлаб ҳар бир сони олдингисига ҳамма ҳадлар учун ўзгармас бўлган ва А. п. нинг айирмаси деб аталадиган d сонини қўшишдан ҳосил бўлади. Агар А. п. нинг биринчи ҳади a_1 бўлса, у ҳолда А. п. бундай кўринишда бўлади:

$$a_1,\ a_1 + d,\ a_1 + 2d,\ \ldots,\ a_1 + nd,\ \ldots$$

Шундай қилиб, А. п. ўзининг биринчи ҳади ва айирмаси билан тўлиқ аниқланади. А. п. нинг n-ҳади $a_n = a_1 + (n-1)d$ формула билан аниқланади. А. п. нинг дастлабки n та ҳади йиғиндиси:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n = \left[a_1 + \frac{d(n-1)}{2}\right] n.$$

А. п. биринчи тартибли арифметик қатордир (қ. Арифметический ряд). А. п. баъзан $\div$ символ билан белгиланади.

Лат. progressio — олдинга силжиш.

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОПОРЦИЯ — АРИФМЕТИК ПРОПОРЦИЯ — $a - b = c - d$ кўринишдаги тенглик, бунда a, b, c, d лар арифметик сонлар (қ. Арифметическое число). А. п. айирмали пропорция деб ҳам айтилади.

АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ — АРИФМЕТИК ИЛДИЗ — манфий бўлмаган сонинг жуфт ёки тоқ даражали илдизининг манфий бўлмаган қиймати. Масалан, А. и. $\sqrt[4]{16} = 2$, А. и. $\sqrt[3]{27} = 3$. А. и. нинг таърифига кўра, $\sqrt[3]{-27}$ А. и. мавжуд эмас.

Агар илдизнинг иккита $\sqrt[4]{16} = \pm 2$ қиймати қаралса, у ҳолда илдизнинг ҳақиқий сонлар соҳасидаги алгебраик қийматлари ҳақида сўз боради (қ. Корень из числа); агар $\sqrt[4]{16}$ илдизнинг тўрттала қиймати қаралса, комплекс сонлар соҳасидаги илдизнинг алгебраик қийматлари ҳақида сўз боради.

АРИФМЕТИЧЕСКИЙ РЯД порядка m — m-тартибли **АРИФМЕТИК ҚАТОР** — $a_m \neq 0$ бўлганда аргументнинг манфий бўлмаган бутун $x = 0, 1, 2, \ldots$, қийматларига мос бўлган бутун коэффициентли бирор $P(x) = a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ кўпҳад қийматларининг кетма-кетлиги. Агар $b_1, b_2, b_3, \ldots$ лар m-тартибли А. қ. бўлса, у ҳолда унинг $c_1 = b_2 - b_1$, $c_2 = b_3 - b_2, \ldots$, $c_n = b_{n+1} - b_n$, ... айирмалари $(m-1)$-тартибли А. қ. ҳосил қилади, $d_1 = c_2 - c_1$, $d_2 = c_3 - c_2, \ldots$, $d_n = c_{n+1} - c_n$, ... иккинчи айирмалар эса $(m-2)$-тартибли А. қ. ҳосил қилади ва ҳоказо.

1-тартибли А. қ. арифметик прогрессиядир (қ.). Масалан, учбурчакли сонлар (қ. Треугольные числа), фигурали сонлар (қ. Фигурные числа) ва хусусий ҳолда квадрат сонлар (қ. Квадратичные числа) 2-тартибли А. қ. дир. Пентагонал сонлар эса 3-тартибли А. қ. жумласидандир.

АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ числа $A(0 < A < 1)$ — А сонининг **АРИФМЕТИК ТЎЛДИРУВЧИСИ** — бир билан A сони орасидаги айирма $(0<A<1)$. Масалан, 0,3547 сонининг А. т. 0,6453 (0,6453 сони 0,3547 ни 1 гача тўлдиради).

Манфий мантиссали логарифмни мусбат мантиссали логарифмга алмаштириш талаб этилган ҳолдаги логарифмик ҳисобларда кўпинча А. т. ишлатилади, бунда айириш амалини қўшув билан алмаштириш мақсадида логарифмнинг қиймати унинг сунъий шаклдаги ёзуви билан алмаштирилади, яъни манфий характеристикали, аммо мусбат мантиссали логарифм ёзилади. Масалан, $\lg N_1 - \lg N_2 = 2{,}1326 - 0{,}3547 = 2{,}1326 + \bar{1}{,}6453 = 1{,}7779$. Одатда $\bar{1}{,}6453$ сони бундай ўқилади: минусли бир (ёки минус остида бир) олтмиш тўрт эллик уч («телефон» усули билан). Баъзан А. т. нинг биргача тўлдириши эмас, балки ўгача тўлдириши олинади. (қ. Кологарифм, Дополнительный логарифм.)

АРИФМЕТИЧЕСКОЕ СРЕДНЕЕ — АРИФМЕТИК ЎРТА қиймат. Бир неча $a_1, a_2, \ldots, a_n$ соннинг арифметик ўрта қиймати деб

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

сонга айтилади. $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_3 = -0{,}4$ сонларнинг А. ў. қ. $\frac{1+3+(-0{,}4)}{3} = 1{,}2$ га тенг. А. ў. қ. кўпинча физик миқдорларни (температура, узунлик ва ҳоказо) ўлчашда ва ҳисоблашда учрайди. Бир неча сонниг А. ў. қ. бу сонларнинг ҳар қандай бошқа ўрта қиймати каби шу сонларнинг энг каттаси билан энг кичиги орасида ётади. Среднее чисел терминига ва ўша терминда кўрсатилган терминларга қаранг.

АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ЧИСЛО — АРИФМЕТИК СОН — дастлабки тушунчага кўра, ҳар қандай манфий бўлмаган сон. Бирмунча кенг маънода (қ. Теоретическая арифметика) ҳар қандай сон А. с. деб қаралади. А. с. термини баъзан мактабда арифметика ўқитишда алгебрада ўрганиладиган сондан ажратиш учун ишлатилади; маълумки, алгебрада фақат мусбат сонлар ва нолгина эмас, балки манфий сонлар ҳам ўрганилади. Бошланғич маънода тушуниладиган А. с. сонлар нурида геометрик нуқта билан тасвирланади, алгебрада ҳар қандай ҳақиқий сон эса сон ўқидаги нуқта билан тасвирланади.

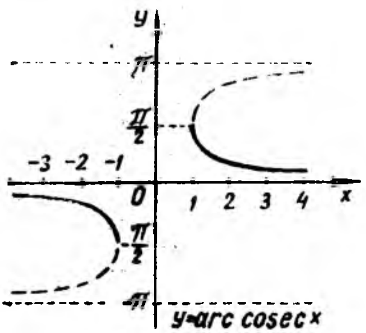
АРИФМОМАНТИЯ — АРИФМОМАНТИЯ. Соннинг сеҳрли роли ҳақидаги ғайри-илмий тасаввур; сонлар билан фол очиш. А. халделиклар, мисрликлар ва еврейлардан грекларга ўтган. А. нинг қудратига Пифагор мактабининг аъзолари жуда қаттиқ ишонар эдилар.

Грек. arithmos — сон, manteia—башорат қилиш (хиромантия — қўлга боқиб фолбинлик қилиш билан таққосланг).

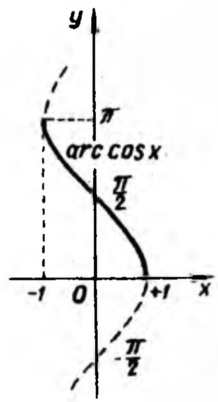
АРККОСЕКАНС — АРККОСЕКАНС — косекансга (қ.) тескари функция. А. бундай белгиланади: Arc cosec$x$. А. кўп қийматли (чексиз кўп қийматли) функция. Унинг бир қийматли тармоғи А. нинг бош қиймати дейилади ва arc cosec$x$ орқали белгиланади, бунда $-\frac{\pi}{2} \leqslant \operatorname{arccosec} x \leqslant \frac{\pi}{2}$ ва $|x| \geqslant 1$. arccosec x функция тоқ ва чегараланган функциядир (9-расм). А. функциянинг графиги иккита тармоқдан (ёйдан) ташкил топади. Қ. Обратные тригонометрические функции.

АРККОСИНУС — АРККОСИНУС—косинусга (қ.) тескари функция. А. бундай белгиланади: Arccos x. А. кўп қийматли (чексиз кўп қийматли) функция. Унинг бир қийматли тармоғи А. нинг бош қиймати дейилади ва arccos x орқали белгиланади, бунда $0 \leqslant \arccos x \leqslant \pi$, $-1 \leqslant x \leqslant 1$. Одатда А. деганда унинг бош қиймати, яъни arccos x тушунилади («кичик А.» ёки «кичик ҳарфли А.» деб ўқилади). Бу функция монотон камаювчи (10-расм), чегараланган, манфий бўлмаган функция бўлиб, жуфт ҳам эмас, тоқ ҳам эмас. Бу функция учун

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$



9-расм.



10-расм.

муносабат ўринлидир. Arccos x билан arccos x бундай формула орқали боғланган: $\operatorname{Arccos} x = \pm \arccos x + 2\pi n$, бунда n — бутун сон. arccos x функция косинуси x га тенг бўлган ва ўзи $[0,\pi]$ ораликда ётадиган ёйни (бурчакни, сонни) билдиради. Мисол: $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{1}{2}$, яъни $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$. arccos x нинг ҳосиласи $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ га тенг. Қ. Обратные тригонометрические функции.

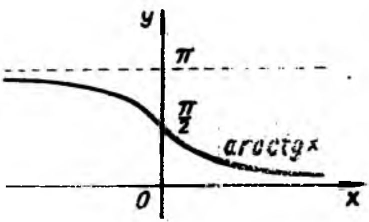
АРККОТАНГЕНС — АРККОТАНГЕНС — котангенсга (қ.) тескари функция. А. бундай белгиланади: Arcctg x. А. — кўп қийматли (чексиз кўп қийматли) функция. Унинг бир қийматли тармоғи А. нинг бош қиймати деб аталади ва arcctg x орқали белгиланади, бунда $0 < \operatorname{arcctg} x < \pi$, $-\infty < x < \infty$. Одатда А. деганда унинг бош қиймати, яъни arcctg x тушунилади («кичик А.» ёки «кичик ҳарфли А.» деб ўқилади). arcctg x функция монотон камаювчи, чегараланган, мусбат функция бўлиб, жуфт ҳам эмас, тоқ ҳам эмас (11-расм). Бу функция учун

$$\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$$

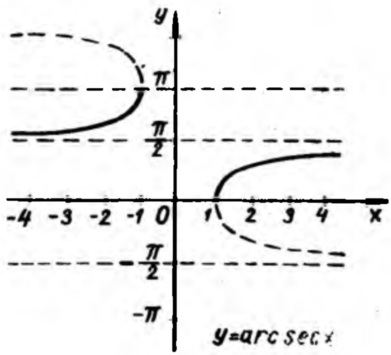
муносабат ўринли: Arcctg x билан arcctg x функциялар бир-бирига $\operatorname{Arcctg} x = \operatorname{arcctg} x + \pi n$ муносабат орқали боғланган, бунда n — бутун сон; arcctg$x$ котангенси x га тенг бўлган ва ўзи $(0, \pi)$ оралиқда ётадиган ёйни (бурчакни, сонни) билдиради.

Мисол: $\operatorname{arcctg}(-1) = \pi - \operatorname{arcctg} 1$ ёки $\operatorname{arcctg} 1 = \frac{\pi}{4}$ эканини ҳисобга олсак, $\operatorname{arcctg}(-1) = \frac{3\pi}{4}$ экани келиб чиқади. arcctg x нинг ҳосиласи

$$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$



11-расм.



12-расм.

формулага асосан ҳисобланади. Қ. Обратные тригонометрические функции.

АРКСЕКАНС — АРКСЕКАНС — секансга (қ.) тескари функция. А. бундай белгиланади: Arcsec x. А.—кўп қийматли (чексиз кўп қийматли) функция. Унинг бир қийматли тармоғи А. нинг бош қиймати деб аталади ва arcsec x орқали белгиланади, бунда $0 \leqslant \operatorname{arcsec} x \leqslant \pi$. arcsec x функция чегараланган функция бўлиб, жуфт ҳам эмас, тоқ ҳам эмас (12-расм). А. функциянинг графиги иккита тармоқдан (ёйдан) иборат. Қ. Обратные тригонометрические функции.

АРКСИНУС — АРКСИНУС — синусга тескари функция. А. бундай белгиланади: Arcsin x. А. — кўп қийматли (чексиз кўп қийматли) функция. Унинг бир қийматли тармоғи А. нинг бош қиймати дейилади ва arcsin x орқали белгиланади, бунда

$$-\frac{\pi}{2} \leqslant \arcsin x \leqslant \frac{\pi}{2}, \quad -1 \leqslant x \leqslant 1.$$

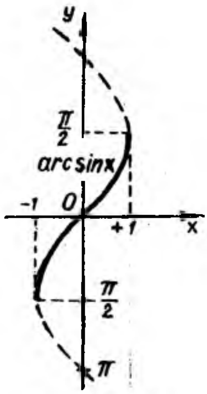
Одатда А. деб унинг бош қиймати, яъни arcsin x тушунилади («кичик А.» ёки «кичик ҳарфли А.» деб ўқилади). arcsin$x$ функция — монотон ўсувчи, чегараланган (13-расм), тоқ функция; бу функция учун $\arcsin(-x) = -\arcsin x$ тенглик ўринли. Arcsin x билан arcsin x бир-бирига $\operatorname{Arcsin} x = (-1)^n \arcsin x + \pi n$ формула орқали боғланган, бунда n — бутун сон; arcsin x синуси x га тенг бўлган ва ўзи $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ораликда ётган ёйни (бурчакни, сонни) билдиради; Arcsin x эса ҳар бирининг синуси x га тенг бўлган ёйлар тўпламини билдиради.

Мисол. $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\arcsin\left(+\frac{1}{2}\right)$ ёки $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$; $\operatorname{Arcsin}\left(-\frac{1}{2}\right) = (-1)^n\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi n$ ёки $\operatorname{Arcsin}\left(-\frac{1}{2}\right) = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n$.

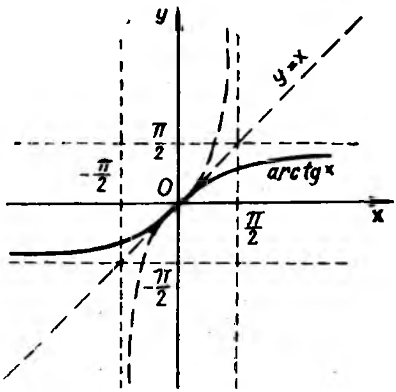
arcsin x нинг ҳосиласи $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ га тенг.

Қ. Обратные тригонометрические функции.

АРКТАНГЕНС — АРКТАНГЕНС — тангенсга (қ.) тескари функция. А. бундай белгиланади: Arctg$x$. А. — кўп қийматли (чексиз кўп қийматли) функция.



13-расм.



14-расм.

Унинг бир қийматли тармоғи А. нинг бош қиймати дейилади ва arctg x орқали белгиланади, бунда $-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg} x < \frac{\pi}{2}$, $-\infty < x < \infty$ (14-расм). Одатда А. деганда унинг бош қиймати, яъни arctg x тушунилади (у бундай ўқилади: «кичик А.» ёки «кичик ҳарфли А.»). arctg x функция — монотон ўсувчи, чегараланган, тоқ функция; $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg}x$ формула ўринли. Arctg x билан arctg$x$ бир-бирига Arctg x=arctg $x + \pi n$ муносабат орқали боғланган, бунда n — бутун сон; arctg x — тангенси x га тенг бўлган ва ўзи $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ оралиқда ётган ёйни (бурчакни, сонни) билдиради. Arctg x эса ҳар бирининг тангенси x га тенг бўлган ёйлар тўпламини билдиради.

Мисол. $\operatorname{arctg}(-1) = -\operatorname{arctg}1$ ёки $\operatorname{arctg}(-1) = -\frac{\pi}{4}$,

$\operatorname{Arctg}(-1) = \operatorname{arctg}(-1) + \pi n$ ёки $\operatorname{Arctg}(-1) = -\frac{\pi}{4} + \pi n$.

arctg$x$ нинг ҳосиласи:

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}.$$

Қ. Обратные тригонометрические функции.

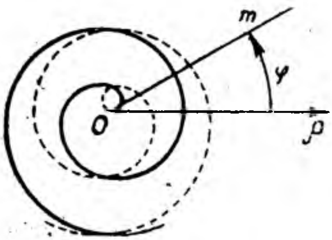
АРКФУНКЦИЯ — АРКФУНКЦИЯ (ёки аркус) — тригонометрик функцияларга тескари бўлган функция, яъни арккосеканс, арккосинус, арккотангенс, арксеканс, арксинус, арктангенс (қ.) функциялардан бири. Лат. arcus — ёй.

АРХИМЕДА АКСИОМА — АРХИМЕД АКСИОМАСИ — қуйидагича таърифланадиган аксиома: манфий бўлмаган ҳар қандай иккита ҳақиқий a ва b сон берилганда $an > b$ тенгсизликни қаноатлантирадиган натурал n сони ҳамма вақт топилади. Ўлчовга эга бўлган ҳар қандай миқдор учун, масалан, кесма, юз, ҳажм ва шу кабилар учун ҳам шунга ўхшаш жумла ўринли бўлади.

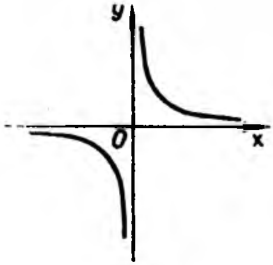
Миқдорларни ўлчаш (метрика киритиш) А. а. га асосланади. Икки соннинг энг катта умумий бўлувчисини (қ. Наибольший общий делитель) топишда (қ. Евклида алгоритм), иккита кесманинг умумий ўлчовини топишда ва шунга ўхшашларда А. а. дан фойдаланилади. Аммо шундай миқдорлар системаси ҳам мавжудки, улар учун А. а. бажарилмайди: бундай миқдорлар ғайриархимед миқдорлар дейилади.

Адаб.: Д. Гильберт, Основания геометрии, Гостехиздат, М., 1948.

АРХИМЕДОВА СПИРАЛЬ — АРХИМЕД СПИРАЛИ — ўзининг бирор нуқтаси атрофида текис айланувчи тўғри чизиқ бўйлаб текис ҳаракат қилувчи нуқта чизган эгри чизиқ. Агар қаралаётган тўғри чизиқнинг ҳар қандай O нуқтасини қутб деб, берилган тўғри чизиқни ундаги танлаб олинган йўналиши билан биргаликда қутб ўқи деб қабул қилсак, А. с. нинг қутб координаталари системасидаги (қ. Полярные координаты) тенгламаси $\rho = a\varphi$ кўринишда бўлади, бунда a — ўзгармас сон. А. с. иккита тармоқдан иборат бўлиб, улардан биттаси φ нинг $\varphi > 0$ қийматига, иккинчиси эса унинг $\varphi < 0$ қийматига мос келади (15-расм).



15-расм.



16-расм.

А. с. нинг иккита қўшни ўрами орасидаги масофа радиус-вектор бўйича ҳамма жойда ўзгармас бўлиб, $a(\varphi + 2\pi) - a\varphi = 2\pi a$ айирмага тенг. Қ. Спирали.

АРЦЕЛА ТЕОРЕМА — АРЦЕЛА ТЕОРЕМАСИ қуйидаги тасдиқдан иборат: агар функцияларнинг Ω тўплами текис чегараланган ва бир хил даражали узлуксиз (қ. Равностепенная непрерывность) бўлса, у ҳолда бу тўплам функцияларининг ҳар қандай кетма-кетлигидан бирор функцияга текис яқинлашувчи қисмий кетма-кетлик танлаб олиш мумкин. А. т. функционал анализ ва дифференциал тенгламалар масалаларида қўлланилади.

Бу теорема уни биринчи бўлиб исбот қилган математик Арцеланинг номи билан аталган.

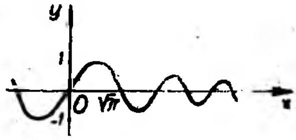
АСИМПТОТА кривой — эгри чизиқнинг **АСИМПТОТАСИ**. Эгри чизиқнинг нуқтаси чексиз узоқлашганда у бирор тўғри чизиққа ҳар қанча яқин бўлиб яқинлашса, бу тўғри чизиқ эгри чизиқнинг асимптотаси дейилади. Мисоллар:

1) $xy = 1$ гиперболанинг (қ.) А. лари $x = 0$ ва $y = 0$ координата ўқларидир (16-расм); 2) $y = \frac{\sin x^2}{x}$ эгри чизиқнинг А. $y = 0$ тўғри чизиқдир (17-расм).

Грек. asymptotos — устма-уст тушмовчи.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ЛИНИИ — АСИМПТОТИК ЧИЗИҚЛАР — сиртдаги эгри чизиқлар бўлиб, уларнинг ҳар бир нуқтасидан ўтган ёпишма текислик (қ. Соприкасающаяся плоскость) сиртга бу нуқтада ўтказилган уринма текислик билан устма-уст тушади.

Сиртнинг ҳар бир нуқтаси орқали кўпи билан иккита А. ч. ўтиши мумкин.



17-расм.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ — АСИМПТОТИК ИФОДА — $f(x)$ функциянинг тақрибий тасвирларидан бири (қ. Аппроксимация). Агар $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ бўлса, $g(x)$ функция $f(x)$ функциянинг $x \to a$ даги А. и. си дейилади (a — сон ёки $\pm\infty$ символи бўлиши мумкин) ва символик равишда бундай ёзилади: $x \to a$ да $f(x) \sim g(x)$. $f(x)$ ни унинг А. и си билан алмаштирганда бўладиган $\left|\frac{f(x) - g(x)}{f(x)}\right|$ нисбий хато $x \to a$ да нолга интилади. $f(x) \to \infty$ (ёки чексиз кичик миқдорга интилувчи) функциянинг А. и. си $f(x)$ нинг ўзига қараганда ҳисоблаш учун анча қулай ёки бирор маънода анча содда функция бўлади.

А. и. нинг муҳим мисоллари: Стирлинг формуласи (қ.), яъни $n \to \infty$ да $n! \sim \sqrt{2\pi n}\, n^n e^{-n}$; туб сонларнинг тақсимот қонуни, яъни $x \to \infty$ да $\pi(x) \sim \frac{x}{\ln x}$.

А. и. нинг махсус кўриниши берилган функциянинг асимптотик ёйилмасидир (қ. Асимптотическое разложение).

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ — АСИМПТОТИК ЁЙИЛМА —берилган функцияни узоқлашувчи қатор билан тасвирлаш. Аниқроқ айтганда, агар $x \to a$ да

$$f(x) \sim \varphi_0(x),\ f(x) - \varphi_0(x) \sim \varphi_1(x),\ f(x) - \varphi_0(x) - \varphi_1(x) \sim \varphi_2(x),$$
$$\ldots,\ f(x) - \varphi_0(x) - \ldots - \varphi_k(x) \sim \varphi_{k+1}(x),\ \ldots$$

бўлса, у ҳолда $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \varphi_k(x) = \varphi_0(x) + \varphi_1(x) + \ldots + \varphi_k(x) + \ldots$ қатор $x \to a$ да (ёки $x \to \infty$ ва ҳоказо) $f(x)$ функциянинг А. ё. си дейилади, бунда $\alpha \sim \beta$ муносабат $\lim\limits_{x\to a} \frac{\alpha}{\beta} = 1$ эканини билдиради ва $S_k(x) = \varphi_0(x) + \varphi_1(x) + \ldots + \varphi_k(x)$ хусусий йиғиндилар $\frac{f(x) - S_{k+1}(x)}{f(x) - S_k(x)}$ нисбий хатоларнинг $x \to a$ да нолга интилиши маъносида $f(x)$ функциянинг борган сари аниқ асимптотик ифодасини тасвир этади.

Тўлиқ А. ё. ни топиш қийин бўлган ҳолларда кўпинча А. ё. нинг фақат бир неча дастлабки ҳадлари билан чегараланилади.

А. ё. га мисол қилиб бу формулани олиш мумкин:

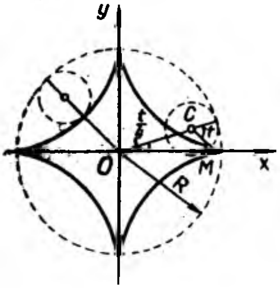
$$Q_n \sim \ln n + C + \frac{1}{2n} - \frac{1}{12n^2} + \ldots,$$

бунда C — Эйлер доимийси (қ. Эйлера постоянная). Бу формула гармоник қаторнинг (қ. Гармонический ряд) дастлабки n та ҳади йиғиндиси $\Big[Q_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} +$

$+\ldots+\frac{1}{n}\Big]$ нинг $n\to\infty$ даги А. ё. сидир (бу ерда $x=n$ фақат бутун сонли қийматлар қабул қилади).

Баъзан А. ё. нинг қуйидаги хусусий кўриниши А. ё. деб аталади:

$$f(x)\sim a_0+\frac{a_1}{x}+\frac{a_2}{x^2}+\ldots+\frac{a_k}{x^k}+\ldots \quad (x\to\infty);$$



18- расм.

бунда

$$a_k=\lim_{x\to\infty}x^k\left[f(x)-a_0-\frac{a_1}{x}-\ldots-\frac{a_{k-1}}{x^{k-1}}\right].$$

А. ё. тушунчаси, айниқса унинг юқорида кўрсатилган хусусий кўриниши комплекс ўзгарувчининг функцияларига ҳам татбиқ этилади.

АССОЦИАТИВНОСТЬ — АССОЦИАТИВЛИК— қ. Закон ассоциативности.

АСТРОИДА — АСТРОИДА — R радиусли қўзғалмас айлананинг ичида ўша айлана бўйлаб ғилдираб борувчи ва радиуси $r=\frac{R}{4}$ бўлган $C(r)$ айлана нуқтаси чизган эгри чизиқ (18- расм). А. гипоциклоиданинг (қ.) хусусий ҳолидир. Агар қўзғалмас айлананинг радиуси $R=a$ бўлса, А. нинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги тенгламаси $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ бўлади. А. га ўтказилган уринманинг координата ўқлари орасидаги кесмасининг узунлиги доимий бўлиб, a га тенг бўлади. А. нинг узунлиги 6 a га тенг.

Грек. αστρον — юлдуз, ειδοζ — кўриниш, шакл; астроида — юлдузга ўхшаш.

АСТРОЛЯБИЯ — АСТРОЛЯБИЯ — горизонтал текисликда жойлашган бурчакларни ўлчаш учун ишлатиладиган асбоб (бурчак ўлчагич). А. нинг турли хил конструкциялари бор.

— **Адаб.:** М. А. Знаменский, Измерительные работы на местности, Учпедгиз, М., 1959.

АФФИКС — АФФИКС. $z=a+bi$ комплекс соннинг аффикси бу сонни геометрик тасвирлаганда шу $a+bi$ сонга мос бўлган нуқта, яъни Декарт координаталари (a, b) бўлган нуқта. Кўпинча комплекс соннинг аффиксини комплекс z сонинг ўзидан фарқ қилинмайди.

Лат. affiqo — бирор нимага қоқиб қўйиш.

АФФИННАЯ ГЕОМЕТРИЯ — АФФИН ГЕОМЕТРИЯ — фигураларнинг аффин хоссаларини, яъни фигураларнинг аффин алмаштиришларига (қ. Аффинные преобразования) нисбатан инвариант (ўзгармас) бўлиб қоладиган хоссаларини ўрганадиган геометрия.

А. г. да, умуман айтганда, иккита A ва B нуқта орасидаги масофа бу нуқталарга мос бўлган A' ва B' нуқталар орасидаги масофага тенг бўлмайди, яъни $AB\neq A'B'$. Умуман, икки нуқта орасидаги масофа тушунчаси А. г. га тегишли масала эмас.

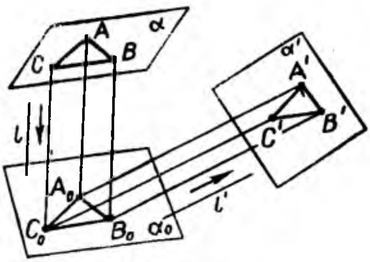
Жумладан, учбурчакнинг медианалари ўзларининг кесишиш нуқтасида маълум нисбатда бўлиниши ҳақидаги, эллипснинг қўшма диаметрларининг хоссаси ҳақидаги теоремалар А. г. сининг теоремалари бўлгани ҳолда учбурчакнинг баландлиги ёки биссектрисаси ҳақидаги тушунчалар А. г. га тегишли эмас.

А. г. сини ҳамма жумлалари маълум аксиомалар системасидан келиб чиқадиган геометрия деб ёки аффин алмаштиришлар группаси (қ. Аффинные преобразования) билан аниқланадиган (характерланадиган) геометрия деб таърифлаш мумкин.

Лат. affinus — жинси бир, мос келувчи.

АФФИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ — АФФИН АЛМАШТИРИШЛАР. α текисликни α' текисликка (ёки α текисликни ўз-ўзига ёки фазони ўз-ўзига) А. а. деб перспектив аффин алмаштиришлар (параллел проекциялар) кўпайтмасига айтилади.

Агар α текисликнинг $A, B, C, \ldots$ нуқталари α_0 текисликнинг $A_0, B_0, C_0, \ldots$ нуқталарига l йўналиш бўйича проекцияланса (19- расм), $A_0, B_0, C_0, \ldots$ нуқталар эса α' текисликнинг $A', B', C', \ldots$ нуқталарига l' йўналишдаги параллел проекциялар бўйича проекцияланса, у ҳолда α ва α' текисликлар орасидаги мослик аффин мослик бўлади, бунда α текисликнинг $A, B, C, \ldots$ нуқталари α' текисликнинг $A', B', C', \ldots$ нуқталарига мос қўйилади.



19- расм.

Текисликнинг А. а. да тўғри чизиқлар тўғри чизиқларга, нуқталар нуқталарга, параллел тўғри чизиқлар параллел тўғри чизиқларга ўтади, нуқталар билан тўғри чизиқларнинг инцидентлиги (боғланишлиги) ва учта нуқтанинг содда нисбати (А. а. нинг асосий инварианти) сақланади. Шунинг учун текисликнинг А. а. да трапеция трапецияга, квадрат параллелограммга ўтади.

Икки текисликнинг ёки текисликнинг ўзини-ўзига А. а. учта жуфт мос (A, A'), (B, B') ва (C, C') нуқта билан берилади, булардан бир текисликка қарашли ҳеч қандай уч нуқтаси коллинеар эмас; бошқача айтганда, текисликнинг А. а. иккита ΔABC ва $\Delta A'B'C'$ хосмас учбурчак билан берилади.

А. а. группа ташкил қилади.

α текисликни α' текисликка А. а. ни аналитик томондан бундай таърифлаш мумкин: А. а. шундай алмаштиришки, бунда α' текислик нуқтасининг (x', y') координаталари α текислик нуқтасининг (x, y) координаталарига қуйидаги чизиқли формулалар билан боғланган:

$$x' = a_1x + b_1y + c_1, \quad y' = a_2x + b_2y + c_2, \qquad \text{бунда} \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0.$$

А. а. да иккита шакл юзининг нисбати ўзгармас бўлиб қолади, яъни бу нисбат А. а. нинг инвариантидир; текисликнинг ўзини ўзига А. а. шаклларнинг ориентациясини ўзгартириши ҳам, ўзгартирмаслиги ҳам мумкин.

А. а. ларнинг энг муҳимлари текисликни тўғри чизиққа сиқиш, силжитиш, гомотетия ва симметриядир. Шундай қилиб, ўрта мактабдаги элементар геометрияда ўрганиладиган ҳамма алмаштиришлар А. а. нинг хусусий ҳолларидир.

Текисликни А. а. да эллипс эллипсга (хусусий ҳолда айланага) ўтади; шунинг учун эллипс ва айлана аффин жиҳатдан тенг шакллардир. А. а. да парабола ҳар қандай бошқа параболага, гипербола гиперболага ўтади. Шунинг учун барча эллипслар иккинчи тартибли эгри чизиқларнинг бир аффин турини (синфини), параболалар бошқа бир аффин турни, гиперболалар эгри чизиқларнинг учинчи бир аффин турини ташкил қилади. А. а. да бир аффин турдаги эгри чизиқ бошқа аффин турдаги эгри чизиққа ўта олмайди.

Кўпинча А. а. геометрик масалаларни ечиш методи (усули) тариқасида қўлланилади; бу усулда берилган шаклни анча содда шаклга аффин алмаштирилади, бундан кўрсатилган хосса топилади, ундан кейин А. а. га тескари алмаштиришни бажариб, берилган шаклнинг изланаётган хоссаси топилади.

Жумладан, масалан, бир жуфт қўшма диаметри билан берилган эллипсга M нуқтадан ўтувчи уринма ясалсин деган масалани бундай ечиш мумкин: диаметрлардан бирини мослик ўқи ва берилган эллипсга кардош бўлган айлана диаметри деб қабул қиламиз, у ҳолда эллипснинг қўшма диаметрлари айлананинг перпендикуляр диаметрларига ўтади; M нуқта танлаб олинган мосликда бирор M' нуқтага ўтади. Айланага M' нуқтадан уринма ясаймиз, бундан кейин унга аффинмос тўғри чизиқ ясаймиз, бу тўғри чизиқ эллипсга ўтказиладиган (биз излаётган) уринма бўлади.

Лат. affinus — қардошлик, мослик.

Адаб.: Н. Ф. Четверухин, Проективная геометрия, Учпедгиз, М., 1953; В. Н. Делоне и Д. А. Райков, Аналитическая геометрия, т. I, Гостехиздат, М., 1948.

АФФИНОР — АФФИНОР — чизиқли алгебра ва вектор ҳисобининг термини. А. чизиқли (аффин) алмаштиришни (чизиқли бир жинсли вектор-функцияни) ифодаловчи оператордир. Берилган координаталар системасида А. n^2 сон билан берилади, бу сонлар A_j^i билан белгиланади ва А. нинг компонентлари дейилади ($i = 1, 2, \ldots, n$); бунда n — чизиқли фазонинг ўлчови. Чунончи: аффинор $\mathbf{a}(a^1, a^2, \ldots, a^n)$ векторга

$$b^i = \sum_{j=1}^{n} A_j^i a^j \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

формула билан аниқланадиган $\mathbf{b}(b^1, b^2, b^3, \ldots, b^n)$ векторни мос қилиб қўяди, бунда $\mathbf{a}$ ва $\mathbf{b}$ векторларнинг координаталари чизиқли фазонинг бирор базисига нисбатан олингандир. А. бир марта ковариантли (қ.) ва бир марта контравариантли (қ.), иккинчи валентли тензордир (қ.). Чизиқли фазо координаталарини алмаштиришда A_j^i сонлар ана шундай тензорлар учун характерли бўлган қонун бўйича ўзгаради.

Б

БАЗИС векторного пространства — векторлар фазосининг **БАЗИСИ** (асоси) — векторлар фазосидаги чизиқли эркли векторларнинг шундай системасидирки, бу фазога тегишли ҳар қандай вектор ўша система векторларининг чизиқли комбинацияси шаклида ифодаланиши мумкин (қ. Векторное пространство). Масалан, даражаси n дан юқори бўлмаган полиномлар фазосида $1, x, x^2, \ldots x^n$ система базис бўлади.

Агар векторлар фазосида скаляр кўпайтма (қ. Скалярное произведение) тушунчаси аниқланган бўлса, ортогонал Б. ҳақида сўзлаш мумкин. Агар Б. нинг ҳамма векторлари жуфт-жуфти билан ортогонал бўлса, бундай Б. ортогонал Б. дейилади. Бундан ташқари, ҳар бир векторнинг нормаси бирга тенг бўлса, бу ҳолда Б. ортонормаланган Б. дейилади.

Чекли Б. га ва чексиз Б. га эга бўлган фазолар бўлади. Чекли Б. га эга бўлган фазога мисол қилиб n ўлчовли Эвклид фазосини, иккинчи фазога мисол қилиб саноқли ортонормаланган

$$(1, 0, 0, \ldots, 0, \ldots), \quad (0, 1, 0, \ldots, 0, \ldots) \ldots$$

базисли фазони кўрсатиш мумкин.

Адаб.: А. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1962, А. Н. Колмогоров и С. В. Фомин, Элементы теории функций и функционального анализа, изд. МГУ, 1954.

БАРИЦЕНТРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ—БАРИЦЕНТРИК КООРДИНАТАЛАР. Бир тўғри чизиқда ётмаган учта A_1, A_2, A_3 нуқтага мос тартибда m_1, m_2, m_3 массалар йиғилган бўлсин; у ҳолда бу нуқталар ётган текисликда массаси m га тенг бўлиб, бу нуқталарнинг оғирлик марказидан иборат бўлган ягона A нуқта топиладики, бу нуқта учун

$$m_1 + m_2 + m_3 = m$$

тенглик ўринли бўлади.

Аксинча, тайинли учта A_1, A_2, A_3 нуқта текислигида ётувчи ва массаси m $(m \neq 0)$ бўлган ҳар қандай A нуқтага учта маълум m_1, m_2, m_3 масса тўғри келадики, улар мос тартибда A_1, A_2, A_3 нуқталарда бўлганда уларнинг оғирлик маркази массаси $m = m_1 + m_2 + m_3$ бўлган моддий A нуқта бўлади. Бунда m_1, m_2, m_3 массалар ҳам мусбат, ҳам манфий қийматлар қабул қилиши мумкин.

Шунинг учун m_1, m_2, m_3 сонларни массаси m га тенг бўлган A нуқтанинг координаталари деб қараш мумкин. Бу m_1, m_2, m_3 сонлар A моддий нуқтанинг Б к. деб аталади.

Агар A нуқтанинг m массаси k марта ўзгартирилса, унинг m_1, m_2, m_3 координаталари ҳам k марта ўзгаради. Шунинг учун айни бир геометрик A нуқта турли хил Б. к. га эга бўлиши мумкин. A нуқтанинг геометрик ўрни m_1, m_2, m_3 сонларнинг улардан биттасига нисбати билан аниқланади. Геометрик нуқтаи назардан m_1, m_2, m_3 Б. к. ларга эга бўлган m массали A нуқта $A_1 A_2 A_3$ учбурчакнинг ичига, ундан ташқарига ёки унинг контурига жойлашиши мумкин. Нуқтанинг уч ўлчовли ва n ўлчовли фазолардаги Б к. ҳам шунга ўхшаш таърифланади.

Б. к. бир жинсли координаталарнинг (қ. Однородные координаты) энг содда туридир.

Б. к. ни Мёбиус киритган эди. Ҳозирги вақтда Б. к. жуда кам татбиқ қилинади, лекин уларнинг бир жинсли координаталар ва векторлар ҳисобининг келиб чиқишини тушунтириб беришда тарихий аҳамияти бор.

Адаб.: A. F. Möbius Der baryzentriesche Calcul, Lp. z, 1827. С. С. Бюшгенс, Аналитическая геометрия, ч. 1, Гостехиздат, М., 1946; М. Б. Балк, Геометрические приложения понятия о центре тяжести, Физматгиз, М., 1959.

БЕЗУ ТЕОРЕМА — БЕЗУ ТЕОРЕМАСИ — ихтиёрий кўпҳадни чизиқли иккиҳадга бўлишдан чиқадиган қолдиқ ҳақидаги теорема. У қуйидагича таърифланади: ихтиёрий $f(x)$ кўпҳадни $x - a$ иккиҳадга бўлишдан чиққан қолдиқ $f(a)$ га тенг. Б. т. уни биринчи бўлиб таърифлаган ва исбот этган француз математиги Безу (XVIII асрда яшаган) номи билан аталган.

Б. т. дан қуйидаги жуда муҳим натижалар келиб чиқади: 1) агар $f(x)$ кўпҳад $x - a$ га (қолдиқсиз) бўлинса, a сони $f(x)$ нинг илдизи бўлади; 2) агар a сони $f(x)$ кўпҳаднинг илдизи бўлса, $f(x)$ кўпҳад $x - a$ иккиҳадга (қолдиқсиз) бўлинади; 3) агар $f(x)$ кўпҳад камида битта илдизга эга бўлса (олий алгебранинг асосий теоремаси билан таққосланг, қ. Основная теорема алгебры), у ҳолда бу кўпҳаднинг даражаси қанча бўлса, кўпҳад шунча илдизга эга бўлади (каррали илдизлар ҳам шу ҳисобга киради).

БЕЗУ ТЕОРЕМЫ ОБОБЩЕНИЕ — БЕЗУ ТЕОРЕМАСИНИНГ УМУМЛАШТИРИЛИШИ. М. В. Яковкин ихтиёрий кўпҳадни биринчи даражали иккиҳадга бўлгандагина эмас, балки *ҳар қандай* даражали иккиҳадга бўлганда ҳам қолдиқнинг ҳосил қилинишида жуда содда қонуният борлигини кўрсатди. Бу қонуният қуйидагича ифода этилади: Ихтиёрий

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n \qquad (*)$$

кўпҳадни $x^m - b$ иккиҳадга бўлишдан чиққан қолдиқ

$$R(x) = f_{00}(b) + f_{01}(b)\,x + f_{02}(b)\,x^2 + \dots + f_{0(m-1)}(b)x^{m-1}$$

га тенг бўлади, бунда

$$n = mq + r \quad (0 \leqslant r \leqslant m-1) \text{ ва } f_{0k}(b) = \sum_{l=0}^{q} a_{ml+k}\, b^{l} \quad (k = 0, 1, 2, \dots m-1).$$

Ихтиёрий кўпҳаднинг ҳар қандай даражали $x^m - b$ иккиҳадга (қолдиқсиз) бўлинишининг зарурий ва етарли шартлари бу формуладан натижа сифатида келиб чиқади. Бунинг учун $R(x)$ қолдиқнинг барча коэффициентлари нолга тенг бўлиши керак экани равшан.

Демак, ҳар қандай (*) кўпҳаднинг $x^m - b$ иккиҳадга қолдиқсиз бўлиниши учун b сони қуйидаги m та қисм-кўпҳадларнинг ҳаммасининг илдизи бўлиши (ёки уларнинг энг катта умумий бўлувчисининг илдизи бўлиши) зарур ва етарлидир:

$$\begin{aligned}
f_{00}(x) &= a_0 + a_{m+0}x + a_{2m+0}x^2 + \dots \\
f_{01}(x) &= a_1 + a_{m+1}x + a_{2m+1}x^2 + \dots \\
f_{02}(x) &= a_2 + a_{m+2}x + a_{2m+1}x^2 + \dots \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
f_{0(m-1)}(x) &= a_{m-1} + a_{m+m-1}x + a_{2m+m-1}x^2 + \dots .
\end{aligned}$$

Бундан кўринадики, бу m та қисм-кўпҳаднинг барча коэффициентлари ҳеч қандай ҳисоблашни талаб қилмайди, балки асосий $f(x)$ кўпҳад коэффициентларидан жуда содда қоида бўйича бевосита кўчириб ёзилади: k - индексли ҳар бир $f_{0k}(x)$ қисм-кўпҳадга асосий кўпҳад коэффициентларидан индекслари k га m модул бўйича таққосланувчи барча коэффициентлар, яъни кичик коэффициентлан катта коэффициентга ўтиш тартибида k-коэффициентдан бошлаб ҳар бир m-коэффициент кўчирилиб ёзилаверади.

Умумий $b_m x^m - b_0$ кўринишдаги иккиҳадга бўлишда, яъни иккиҳаднинг бош коэффициенти бирдан фарқли бўлган ҳолда $f(x)$ кўпҳаднинг бу иккиҳадга бўлиниш шарти бундай ёзилади:

$$f_{0k}\left(\frac{b_0}{b_m}\right) = 0 \text{ ёки } \sum_{i=0}^{q} a_{mi+k} b_m^{q-i} b_0^{i} = 0 \ (k = 0, 1, 2, \dots m-1).$$

Мисоллар: 1. $f(x) = 2x^6 + x^5 - 7x^4 - 5x^3 - 14x^2 - 5$ кўпҳад $x^2 - 5$ иккиҳадга бўлинадими?

Бу мисолда $m = 2$. Шунинг учун иккита қисм-кўпҳал тузамиз, бунинг коэффициентларини асосий кўпҳаддан иккита коэффициент оралатиб олиб ёзамиз:

$$f_{00}(x) = -5 - 14x - 7x^2 + 2x^3,$$
$$f_{01}(x) = 0 - 5x + x^2.$$

Бундан $f_{00}(5) = -5 - 14 \cdot 5 - 7 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^3 = 5(-1 - 14 - 35 + 50) = 0$ ва $f_{01}(5) = -5 \cdot 5 + 5^2 = 0$ эканини кўриш осон. Демак, $f(x)$ кўпҳад $x^2 - 5$ га бўлинади.

2. $f(x) = -15x^8 + 15x^7 - 10x^6 - 25x^5 + 9x^4 + 6x^3 - 4x^2 - 10x + 6$ кўпҳад $5x^4 + 2$ иккиҳадга бўлинадими? Бу кўпҳадни $x^3 + 2$ га бўлишдан чиққан қолдиқ топилсин.

$5x^4 + 2$ иккиҳаднинг даражаси $m = 4$. Шунинг учун коэффициентларини асосий $f(x)$ кўпҳад коэффициентларидан тўрттадан оралатиб олиб 4 та қисм-кўпҳад тузамиз:

$$f_{00}(x) = 6 + 9x - 15x^2 = -3(5x + 2)(x - 1),$$
$$f_{01}(x) = -10 - 25x = -5(5x + 2),$$
$$f_{02}(x) = -4 - 10x = -2(5x + 2),$$
$$f_{03}(x) = +6 + 15x = 3(5x + 2).$$

Сўнгра бу қисм-кўпҳадларнинг $x = -\frac{2}{5}$ даги қийматларини ёки фақат уларнинг энг катта умумий бўлувчиси бўлган $D_{04}(x) = 5x + 2$ нинг $x = -\frac{2}{5}$ даги қийматини ҳисоблаб,

$$f_{00}\left(-\frac{2}{5}\right) = f_{01}\left(-\frac{2}{5}\right) = f_{02}\left(-\frac{2}{5}\right) = f_{03}\left(-\frac{2}{5}\right) = 0$$

ёки

$$D_{04}\left(-\frac{2}{5}\right) = 5\left(-\frac{2}{5}\right) + 2 = 0$$

эканини кўрамиз. Демак, берилган $f(x)$ кўпҳад $5x^4 + 2$ га бўлинади.

Энди берилган кўпҳадни $x^3 + 2$ га бўлишдан чиққан қолдиқнинг коэффициентларини топамиз. Бу ерда $m = 3$. Шунинг учун учта қисм-кўпҳад тузамиз, буларнинг коэффициентларини асосий кўпҳад коэффициентларидан учтадан оралатиб оламиз, бундан кейин эса бу қисм-кўпҳадларнинг $x = -2$ даги қийматларини ҳисоблаймиз:

$$f_{00}(x) = 6 + 6x - 10x^2, \qquad f_{00}(-2) = 6 + 6(-2) - 10(-2)^2 = -46,$$
$$f_{01}(x) = -10 + 9x + 15x^2, \qquad f_{01}(-2) = -10 + 9(-2) + 15(-2)^2 = 32,$$
$$f_{02}(x) = -4 - 25x - 15x^2, \qquad f_{02}(-2) = -4 - 25(-2) - 15(-2)^2 = -14.$$

Демак, изланаётган қолдиқ бундай бўлади:

$$R(x) = f_{00}(-2) + f_{01}(-2)\,x + f_{02}(-2)\,x^2 = -46 + 32x - 14x^2.$$

М. В. Яковкин шу ишининг ўзида иккиҳадли бўлувчилар карралиги ҳақидаги теоремани исбот қилган: (*) кўпҳаднинг $x^m - b$ бўлувчисининг карралиги даражаси (*) кўпҳад қисм-кўпҳадлари энг катта умумий бўлувчиси $D_0m(x)$ нинг $x-b$ бўлувчиси карралиги даражасига тенг.

Адаб.: М. В. Яковкин, Свойства чисел, аналогичные теореме Безу. «Математика в школе», 1952, № 1.

БЕЗУСЛОВНОЕ НЕРАВЕНСТВО — ШАРТСИЗ ТЕНГСИЗЛИК — айний тенгсизликнинг худди ўзи, яъни тенгсизликка қатнашувчи ҳарфларнинг олиши мумкин бўлган ҳамма қийматлари учун ўринли бўлган тенгсизлик (ёки бошқача айтганда, сонли тўғри тенгсизлик). Масалан, $(2+a^2)^2>3$ Ш. т.; $3+a^2>0$ Ш. т. Ш. т. термини эскириб қолган бўлиб, ҳозир ишлатилмайди. Ш. т. тушунчаси шартли тенгсизликларга, яъни тенгсизликка кирган ҳарфларнинг мумкин бўлган ҳамма қийматларида эмас, балки баъзи қийматларида ўринли бўладиган тенгсизликларга қарама-қарши ўлароқ киритилган эди. Масалан, $2+a>3$ — шартли тенгсизлик, у фақат $a>1$ бўлгандагина ўринлидир. «Шартли тенгсизлик» термини ҳам ҳозир ишлатилмайди.

БЕРНУЛЛИ ЗАКОН — БЕРНУЛЛИ ҚОНУНИ — эҳтимоллар назариясининг Я. Бернулли томонидан кашф этилган ва катта сонлар қонуни (қ. Больших чисел закон) деб аталган энг муҳим теоремасининг хусусий ҳоли. Б. қ. га мувофиқ, синов жуда кўп такрорланганда воқеа юз беришининг нисбий сони (частотаси) бу воқеанинг синов юз беришининг эҳтимолига жуда яқин бўлишини ишончга яқин эҳтимол билан тасдиқлаш мумкин. Аниқроқ қилиб айтганда: ҳар бирида A воқеа юз беришининг $P(A)$ эҳтимоли p га тенг бўлган n та эркли синов ўтказилган бўлсин. A воқеанинг n та синовда юз беришлари сони k бўлсин, деб фараз қилайлик. Бу ҳолда ҳар қандай $\varepsilon>0$ учун $\lim\limits_{n\to\infty} P(B)=1$ бўлади, бунда $P(B)$ эҳтимол $\left|\frac{k}{n}-p\right|<\varepsilon$ тенгсизликнинг бажарилиши эҳтимолини билдиради. Б. қ. $P(B)$ эҳтимолини баҳолашга имкон берадиган $P(B)\geqslant 1-\frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2}$ тенгсизликдан келиб чиқади.

Мисол. Чақа ташлаш сони ўсиб борганда «решетка» тушиш сонининг умумий ташлашлар сонига нисбатининг яримга яқин бўлиш эҳтимоли бирга интилади.

БЕРНУЛЛИ ЧИСЛА — БЕРНУЛЛИ СОНЛАРИ — B_n билан белгиланадиган махсус сонлар бўлиб, уни математик анализга Я. Бернулли киритган; Я. Бернулли бу сонларни натурал кўрсаткичли кетма-кет келган натурал сонлар даражаларининг йиғиндиларини текширишда ҳосил қилган. Б. с. анализнинг кўп масалаларида муҳим аҳамиятга эга: уларни қуйилаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$B_n=\frac{2\cdot(2n)!}{(2\pi)^{2n}}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^{2n}},$$

бундан кўринадики, B_n лар мусбат сонлар бўлиб, n тартиб рақами ўсиб борганда бу сонлар ҳам (гарчи монотон ўсмасада) ўсиб боради. Баъзи B_n ларнинг қийматларини келтириб ўтамиз:

$$B_1=\frac{1}{6},\quad B_2=\frac{1}{30},\quad B_3=\frac{1}{42},\quad B_4=\frac{1}{30},\quad B_{10}=\frac{174611}{330}.$$

Масалан, Б. с. қуйидаги ёйилмаларда учрайди:

$$\operatorname{tg} x=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{2n}(2^{2n}-1)}{(2n)!}B_nx^{2n-1};$$

$$\ln \frac{\sin x}{x} = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}B_n}{(2n)!} \cdot \frac{x^{2n}}{2n};$$

$$\ln \cos x = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}(2^{2n}-1)B_n}{(2n)!} \cdot \frac{x^{2n}}{2n}.$$

Бундай ёйилмалар анализда жуда кўп. Кўпгина хосмас интеграллар (қ. Несобственный интеграл) Б. с. орқали ифодаланади, масалан,

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{2k-1}}{e^{\pi x}-1}\, dx = \frac{B_k}{4k}.$$

Б. с. анализнинг жуда кўп муҳим формулаларида қатнашади, жумладан, Стирлинг (қ.), Эйлер—Маклорен формулаларида қатнашади. Б. с. учун жадваллар тузилган.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, II т., Тошкент, 1956.

БЕРТРАНА ПОСТУЛАТ — БЕРТРАН ПОСТУЛАТИ — француз математиги Бертран томонидан ўрнига қўйишлар группаси назариясидаги унинг бир теоремаси муносабати билан таърифланган, лекин исбот қилинмаган жумла. Б. п. да $n>3$ бўлган ҳолда n билан $2n-2$ сонлари орасида туб сон бор, деб даъво қилинади (кўпинча Б. п. ни анча бўшроқ таърифлаб, n ва $2n$ сонлари орасида туб сон топилади деб гапиришадилар). Б. п. ни 1852 йили улуғ рус математиги П. Л. Чебишев исбот қилган.

БЕСКОНЕЧНАЯ ДЕСЯТИЧНАЯ ДРОБЬ — ЧЕКСИЗ ЎНЛИ КАСР — ҳақиқий сонларнинг ёзилиш шаклларидан бири. Чексиз ўнли каср

$$a_0,\ a_1a_2a_3 \ldots a_n \ldots \qquad (*)$$

кўринишда бўлади, бунда a_0 — манфий бўлмаган бутун сон, $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ лар 0, 1, 2, ..., 9 сонларининг бири. Лекин (*) ифодада бирор тартиб рақамидан бошлаб ҳамма a_i лар нолга тенг бўлса ёки барча a_i лар 9 га тенг бўлса, у ҳолда (*) ифода одатда чексиз ўнли каср деб аталмайди. Чексиз ўнли касрни қуйидаги қаторнинг йиғиндиси шаклида тасвирлаш мумкин:

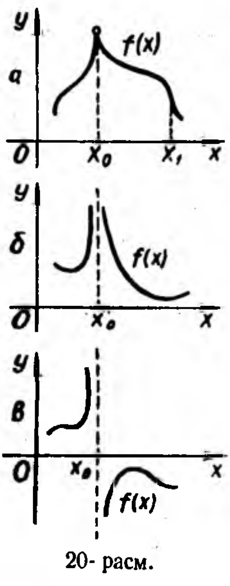
$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{10^k}.$$

Чексиз ўнли касрнинг ҳар бир рақамидан кейин яна бирор рақам келади, шунинг учун бу касрнинг ёзилишида энг охирги рақам бўлмайди.

Даврий ва даврий мас чексиз ўнли касрлар бўлади: бирор рақамдан бошлаб рақамлар группаси (чексиз ўнли касрнинг даври) даврий равишда такрорланса, бундай каср даврий чексиз ўнли каср бўлади (қ. Периодическая дробь), чексиз кўп такрорланадиган бундай рақамлар группаси бўлмаган каср даврий мас чексиз ўнли каср бўлади. Даврий чексиз ўнли каср ўз навбатида соф чексиз ўнли касрга ва аралаш чексиз ўнли касрга ажралади; соф даврий Ч. ў. к. да давр бевосита бутун қисмдан кейин, уни ажратувчи вергулдан кейин бошланади, аралаш Ч. ў. к. да эса давр вергулдан кейин бевосита бошланмайди; аралаш Ч. ў. к. нинг бутун қисми билан даври орасидаги рақамлар группаси касрнинг давр олди дейилади. Даврий Ч. ў. к. нинг даври ҳар қанча катта бўлиши мумкин. Ҳар қандай рациовал сон (қ. Рациональное число) чекли ўнли каср шаклида ёки соф даврий ёки аралаш даврий Ч. ў. к. шаклида тасвирланиши мумкин. Ҳар қандай иррационал сон (қ. Иррациональное число) даврий бўлмаган Ч. ў. к. дир.

Мисоллар: 1) 0,333 ... = 0,(3) («ноль бутун ва даврда уч» деб ўқилади) — соф даврий Ч. ў. к.; $0,(3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ рационал сон; 2) 0,3 (2) — аралаш даврий Ч. ў. к.; бундаги 3 сони давр олди сони, 2 сони эса бу касрнинг даври; $0,3(2) = \frac{32-3}{90} = \frac{29}{90}$ — рационал сон; 3) $\sqrt{2} = 1,4142\ldots$; $\lg 2 = 0,3010\ldots$ — даврий бўлмаган Ч. ў. к., яъни иррационал сонлар; 4) $0,999\ldots = 0,(9) = \frac{9}{9} = 1$; $0,4000\ldots = 0,4(0) = 0,4$ лар даври 0 ва 9 бўлган Ч. ў. к. лардир, булар одатда даврий каср деб қаралмайди, чунки улар одатдаги (чекли) ўнли каср-лардир.

БЕСКОНЕЧНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ функцин $y=f(x)$—$y=f(x)$ функциянинг **ЧЕКСИЗ ҲОСИЛАСИ** — чексиз лимит: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \infty$ (ёки $\pm\infty$). $[x_0, f(x_0)]$ ва $[x_1, f(x_1)]$ нуқталарда Ч.ҳ. га эга бўлган функция графигига шу нуқталарда ўтказилган уринма Ox ўққа перпендикулярдир (20-*а* расм).



20- расм.

БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШАЯ величина — **ЧЕКСИЗ КАТТА** миқдор — ўзининг ўзгариши жараёнида абсолют қиймати олдиндан берилган ҳар қандай $M>0$ сондан катта бўлиб қоладиган ва кейинги ўзгаришида ҳам шундайлигича қолаверадиган ўзгарувчи α миқдор. Ч. к. миқдорни $\frac{1}{\alpha}$ тескариси чексиз кичик миқдор (қ. Бесконечная малая) бўлган ўзгарувчи миқдор деб таърифлаш мумкин. Ч. к. м. нинг таърифи унинг ўзгариш процессининг турли ҳоллари учун конкрет равишда берилади; бу ҳоллардан энг муҳимлари $x\to a$ да ёки $x\to+\infty$, $-\infty$ да Ч. к. кетма-кетлик ва Ч. к. функциялардир. Бу ҳолларнинг ҳаммасида Ч. к. м. лимити ∞ (чексизлик) бўлган миқдор деб таърифланади. Масалан, ҳар қандай M сони учун шундай $\delta>0$ мавжуд бўлсинки, $|x-x_0|<\delta$ ва $x\neq x_0$ бўлганда $|f(x)|>M$ тенгсизлик ўринли бўлса, $f(x)$ функция Ч. к. функция дейилади (20-*б* ва *в* расм). (қ. Предел последовательности, Предел функции, Предел функции нескольких переменных.)

Мисоллар. 1. $a_n=(-2)^n$ кетма-кетлик Ч. к. кетма-кетликдир, чунки $n>N=[\log_2 M]$ бўлганда $|(-2)^n|>M$ бўлади, бу ерда $[x]$ символ x сонининг бутун қисмини (қ. Целая часть) билдиради.

2. $y=x\sin x$ функция $x\to\infty$ да Ч. к. функция эмас, чунки x ҳар қанча катта бўлганда ҳам y нолга айланади.

БЕСКОНЕЧНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ—ЧЕКСИЗ КЎПАЙТМА—кетма-кет кўпайтмаларнинг $n\to\infty$ даги лимити:

$$\lim P_n = \lim u_1 u_2 \ldots u_n = \prod_{k=1}^{\infty} u_k.$$

Агар лимит мавжуд бўлмаса, бу ҳолда ҳам (умумлашган маънода) Ч. к. ҳақида сўз боради, лекин Ч. к. деганда P_n кетма-кетликнинг ўзининг ёзилиши назарда тутилади. Агар Ч. к. нинг ҳамма u_n ҳадлари 0 дан фарқли бўлса ва P_n кетма-кетлик 0 дан фарқли $P \neq \infty$ лимитга эга бўлса, Ч. к. яқинлашувчи Ч. к. дейилади, P эса унинг қиймати дейилади ва $\prod_{k=1}^{\infty} u_k = P$ шаклида ёзилади; агар P_n кетма-кетлик 0 га тенг бўлган лимитга яқинлашса ёки узоқлашса, Ч. к. узоқлашувчи Ч. к. дейилади.

Агар $u_n = 1 + v_n$ деб фараз қилинса, Ч. к. яқинлашишининг етарлилик аломатини ёзиш мумкин: $\sum_{k=1}^{\infty} |v_k|$ қатор яқинлашади. Бу аломатнинг бирорта ҳам u_n нолга айланмайдиган ҳолдагина қўлланиши мумкин эканлиги ўз-ўзидан тушунарли.

$\frac{\pi}{4}$ сонининг Ч. к. га ёйилмаси Ч. к. га мисол бўлади:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdots$$

π нинг бошқа бир ёйилмаси $\varphi = \frac{\pi}{2}$ бўлганда қуйидаги Ч. к. дан келиб чиқади:

$$\prod_{k=1}^{\infty} \cos\frac{\varphi}{2^k} = \frac{\sin\varphi}{\varphi}.$$

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, II т., Т. 1956.

БЕСКОНЕЧНО МАЛАЯ величина — **ЧЕКСИЗ КИЧИК** миқдор — ўзининг ўзгариши жараёнида абсолют қиймати ҳар қандай олдиндан берилган мусбат $\varepsilon > 0$ сондан кичик бўлиб қоладиган ва кейинги ўзгаришида ҳам шундайлигича қолаверадиган ўзгарувчи α миқдор; ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун, α миқдорнинг шундай α_ε қиймати мавжудки, α нинг α_ε дан кейин келадиган ҳамма қийматлари учун $|\alpha| < \varepsilon$ тенгсизлик бажарилади. Ч. к. м. ни лимити нолга тенг бўлган ўзгарувчи миқдор деб ҳам таърифласа бўлади. Ч. к. м. нинг юқорида берилган таърифи функцияси α дан иборат бўлган асосий ўзгарувчи миқдорнинг ўзгариш жараёни турлича берилган ҳоллар учун конкретлаштирилади ва математик томондан аниқ бўлишига эришилади. Булар орасида энг муҳимлари қуйидаги ҳоллардир: 1) Ч. к. кетма-кетлик, 2) $x \to a$ да ёки $x \to a + 0$ да (ўнгдан), $x \to a - 0$ да (чапдан) ёки $x \to +\infty$ да, $-\infty$, ∞ да Ч. к. $\alpha = f(x)$ функция; 3) $P \to P_0$ да бир неча ўзгарувчининг Ч. к. $\alpha = f(P)$ функцияси. Бу ҳолларнинг ҳаммасида Ч. к. м. таърифи лимити ноль бўлган ҳолдаги лимит тушунчаси таърифининг бошқача баёнидан иборатдир. Масалан, ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай N тартиб рақами мавжуд бўлсаки, $n > N$ бўлганда $|a_n| < \varepsilon$ тенгсизлик бажарилса, $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ кетма-кетлик Ч. к. кетма-кетлик деб аталади.

Ч. к. м. тушунчасидан фойдаланиб α миқдор лимити тушунчасини бундай таърифласа бўлади; α миқдорнинг лимити шундай ўзгармас b сонки, b билан α орасидаги айирма Ч. к. м. дир, яъни $\alpha - b$ айирма Ч. к. м. дир. Ч. к. м. ларнинг асосий хоссалари: 1) сони чекли Ч. к. м. ларнинг алгебраик йиғиндиси ёки кўпайтмаси Ч. к. м. бўлади, 2) чегараланган миқдор билан Ч. к. м. кўпайтмаси Ч. к. м. дир; 3) Ч. к. м. га тескари бўлган миқдор чексиз катта миқдордир (қ. Бесконечно большая величина), 4) чексиз катта миқдорга тескари бўлган миқдор Ч. к. м. дир.

Мисоллар: 1) $x \to +\infty$ да $y = \frac{\sin x}{x}$ функция Ч. к. м. дир, чунки чегараланган sin$x$ функциянинг $\frac{1}{x}$ Ч. к. миқдорга кўпайтмаси Ч. к. м. дир; 2). $a_n = -\frac{2}{n^2}$ кетма-кетлик Ч. к. кетма-кетликдир, чунки $n > N = \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right]$ бўлганда $|a_n| < \varepsilon$, бунда $[x]$ символ x ниг бутун қисмини (қ. Целая часть) билдиради; $n > N = 14$ бўлганда хусусий ҳолда $|a_n| = \left|\frac{2}{n^2}\right| < \varepsilon \cdot \frac{1}{100}$; 3) $x \to 0$ да $y = \sin x$ функция Ч. к. функция, чунки $|x - 0| < \delta$ бўлганда $|\sin x| < \varepsilon$, бунда $\delta = \varepsilon$ деб олиш мумкин.

Бир Ч. к. м. ни бошқаси билан таққослаш учун Ч. к. м. нинг тартиби тушунчаси киритилган. Агар α ва β Ч. к. м. лар нисбатининг лимити $\lim \frac{\alpha}{\beta}$ нолдан фарқли чекли сон бўлса, α ва β Ч. к. м. лар бир хил тартибли Ч. к. м. лар дейилади ва $\alpha = O(\beta)$ ёки $\alpha = B\beta$, $\beta = A\alpha$ кўринишда ёзилади, бунда A ва B лар чегараланган миқдорлар. $\lim \frac{\alpha}{\beta} = 1$ бўлган хусусий ҳолда α ва β лар бирбирига эквивалент бўлган Ч. к. м. дейилади ва $\alpha \approx \beta$ шаклида ёзилади.

Агар $\lim \frac{\alpha}{\beta} = 0$ бўлса, α миқдор β га нисбатан юқори тартибли Ч. к. м. деб аталади, β эса α Ч. к. м. га нисбатан қуйи тартибли Ч. к. м. деб аталади. Бу ҳол $\alpha = o(\beta)$ ёки $\alpha = \beta\gamma$ шаклда ёзилади, бунда γ — Ч. к. м.

Борди-ю $\lim \frac{\alpha}{\beta} = \pm\infty$ бўлса, у ҳолда α Ч. к. м. β га нисбатан қуйи тартибли Ч. к. м. дейилади, β эса α Ч. к. м. га нисбатан юқори тартибли Ч. к. м. дейилади. Бу ҳол $\beta = o(\alpha)$ ёки $\beta = \alpha\gamma$ шаклида ёзилади, бунда γ — Ч. к. м.

Агар бирор α Ч. к. м. асосий Ч. к. м. деб қабул қилинса, бу билан тартиби бир хил бўлган Ч. к. м. лар 1-тартибли Ч. к. м. лар деб аталади. α^2 билан тартиби бир хил бўлган Ч. к. м. лар эса 2-тартибли Ч. к. м. лар деб аталади; умуман, α^p билан тартиби бир хил бўлган Ч. к. м. лар (бунда p — ўзгармас сон) p-тартибли Ч. к. м. лар деб аталади.

Мисоллар: 1) $\beta = 2^{\sin^2\alpha} - 1$ миқдор α га нисбатан 2-тартибли Ч. к. м., чунки $\lim \frac{2^{\sin^2\alpha} - 1}{\alpha^2} = \ln 2$; 2) $x \to \infty$ да e^{-x} Ч. к. м. бўлиб, у $\left(\frac{1}{x}\right)^N$ га қараганда юқори тартибли Ч. к. м. дир, бунда N—тайинли ҳар қандай катта сон. Қ. Предел последовательности, Предел функции, Порядок бесконечно малой.

БЕСКОНЕЧНО УДАЛЕННЫЕ элементы в геометрии — геометрияда **ЧЕКСИЗ УЗОҚЛАШГАН** элементлар—хосмас элементларнинг худди ўзи (қ. Несобственные элементы).

БЕССЕЛЕВЫ ФУНКЦИИ — БЕССЕЛЬ ФУНКЦИЯЛАРИ —

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0 \qquad (*)$$

дифференциал тенгламанинг ечими бўлган функцияларнинг муҳим синфи. Бу тенгламанинг

$$J_\nu(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+\nu}}{k!\Gamma(k+\nu+1)} \qquad (**)$$

кўринишдаги ечими биринчи жинсли ν-тартибли Б. ф. дейилади. (**) формуланинг ўнг томонидаги қатор x нинг ҳамма қийматларида яқинлашади. Агар

$\nu = m + \frac{1}{2}$ бўлса (бунда m — бутун сон), Б. ф. элементар функцияга масалан,

$$J_{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$$

функцияга келтирилади. (**) функция ва (*) тенглама Бессель функцияси ва Бессель тенгламаси дейилади. ν параметр бутун сон бўлмаганда

$$Y_\nu = \frac{J_\nu(x)\cos\nu\pi - J_{-\nu}(x)}{\sin\nu\pi},$$

функция иккинчи жинсли Б. ф. дейилади, n — бутун сон бўлса, у ҳолда

$$Y_n(x) = \lim_{\nu\to n} Y_\nu(x) = \frac{2}{\pi} J_n(x) \ln\frac{x}{2} - \frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!}{k!}\left(\frac{2}{x}\right)^{n-2k}$$

$$-\frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k\left(\frac{x}{2}\right)^{n+2k}}{k!(n+k)!}\left[\frac{\Gamma'(n+k+1)}{(n+k)} - \frac{\Gamma'(k+1)}{k!}\right].$$

Агар ν параметр бутун сон бўлмаса, $C_1J_\nu + C_2J_{-\nu}$ функция(*) тенгламанинг умумий ечими бўлади.

Ҳар қандай ҳолда ҳам $\dot{Z}_\nu(x) = C_1J_\nu + C_2Y_\nu$ функция (*) тенгламанинг барча ечимларини ўз ичига олади.

Б. ф. ҳақиқий сонлар соҳасида ҳам, комплекс сонлар соҳасида ҳам муфассал текширилган бўлиб, уларга оид жуда кўп жадваллар бор. Б. ф. термини «цилиндрик функциялар» терминига эквивалентдир.

Адаб.: Г. Н. Ватсон, Теория бесселевых функций, перев. с анг., ч. 1—2, ИЛ, 1949; Е. Янке и Ф. Эмде, Таблицы функций с формулами и кривыми, перев. с нем., Гостехиздат, М., 1948.

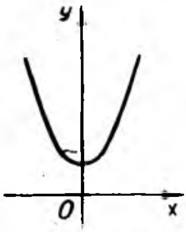
БЕТТИ ЧИСЛА—БЕТТИ СОНЛАРИ—топологик фазоларнинг энг муҳим сонли характеристикалари. Б.с. нинг энг содда тасвирини комбинаторик топология (қ.) беради. Топологик фазони (қ. Топологическое пространство) комплекс (қ.) деб қараб, баъзи бир (одатда бутун) коэффициентлари билан олинган занжирлар группасини (йўналишга эга бўлган симплексларнинг (қ) чекли тўпламини) киритиш мумкин. Бу группа ва чегара олиш амали (яъни йўналишга эга бўлган симплексга унинг маълум усул билан олинган йўналишдаги ёқлари тўплами мос қилиб қўйилади) терминларида турли ўлчамлардаги Бетти группалари ясалади. Бу группалар коммутатив группалардир (қ.). Тайинли ўлчамли Бетти группасини ёйганда ҳосил бўладиган чексиз циклик группаларнинг сони тайинли ўлчамли Б. с. деб аталади. Б. с — топологик фазонинг инвариантидир: иккита гомеоморф (қ.) топологик фазонинг Б. с. бир хил бўлади.

БИВЕКТОР — БИВЕКТОР — иккинчи валентли қийшиқ симметрияли тензор бўлиб, у фазода икки ўлчовли йўналишни аниқлайди (қ. Кососимметричность, 2°). Уч ўлчовли Эвклид фазосида ҳар қандай Б. векторга эквивалентдир. Эквивалентлик вектор кўпайтма (қ. Векторное произведение) билан аниқланади.

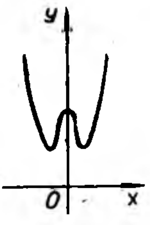
БИҚВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ — БИҚВАДРАТ ТЕНГЛАМА — $ax^4 + bx^2 + c = 0$ кўринишдаги тенглама, бунда $a \neq 0$. Б. т. учҳадли тенгламанинг (қ. Трехчленное уравнение) хусусий ҳоли бўлиб, x^2 ни y билан алмаштириб ечилади; алмаштиришдан кейин $ay^2 + by + c = 0$, $x^2 = y$ квадрат тенгламалар системасини ечиб, унинг илдизлари топилади ёки бу илдизлар Б. т. ечимининг қуйидаги формуласидан бевосита топилади:

$$x_{1,2,3,4} = \pm\sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}.$$

БИКВАДРАТНЫЙ ТРЁХЧЛЕН — БИКВАДРАТ УЧҲАД — $ax^4 + bx^2 + c$ кўринишлаги кўпҳад, бунда $a \neq 0$. Б. у. жуфт функция бўлгани учун ординаталар ўқи унинг симметрия ўқи бўлади. $a > 0$ бўлганда Б. у. нинг графиги 21-ва 22-расмларда тасвир этилган кўринишда бўлади. 21-расмдаги график $b > 0$ шарт билан характерланади; $c > 0$, $c = 0$, $c < 0$ бўлишига қараб максимум (минимум) абсциссалар ўқидан юқорида, абсциссалар ўқнда ёки оу ўқдан пастда жойлашган бўлади, 22-расмдаги график эса $b < 0$ шарти билан характерланади; графикда экстремумларнинг (максимум ва иккита минимумнинг) абсциссалар ўқига нисбатан олган ўрни c ва $\frac{4ac - b^2}{4a}$ сонларнинг ишораларига боғлиқ. Агар $a < 0$ бўлса, Б. у. нинг графиги унинг $a > 0$ бўлгандаги мос графиклари (21 ва 22- расмлар) билан абсциссалар ўқига нисбатан симметрик бўлади.



21- расм.



22- расм.

Б. у. ҳақидаги масала С. И. Новосёловнинг «Специальный курс элементарной алгебры» («Советская наука», М., 1958, стр. 403 — 405) китобида муфассал текширилган.

БИКОМПАКТНОСТЬ — БИКОМПАКТЛИК — топология термини. Топологик фазоларнинг (қ. Топологическое пространство) кенг синфи учун Б. хоссаси топологик фазо компактлиги (қ.) билан бир хилдир. Топологик фазонинг Б. топологик фазонинг очиқ тўпламлар билан ҳар қандай қопланишидан (қ. Покрытие множества) чекли қопланишни танлаб олиниши мумкин эканлигини билдиради. Б. терминини совет олими академик П. С. Александров киритган.

БИКУБИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ — БИКУБИК ТЕНГЛАМА — учҳадли тенгламанинг $n = 3$ бўлгандаги хусусий ҳоли (қ. Трехчленное уравнение).

БИЛИНЕЙНАЯ ФОРМА — БИЧИЗИҚЛИ ФОРМА — ўзгарувчиларнинг иккита $x_1, x_2, \ldots x_n$ ва $y_1, y_2, \ldots y_n$ группасидан тузилган $\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i y_j$ кўринишдаги иккинчи даражали форма (қ.) Масалан,

$$a_{11}x_1y_1 + a_{12}x_1y_2 + a_{13}x_1y_3 + a_{21}x_2y_1 + a_{22}x_2y_2 + a_{23}x_2y_3 + a_{31}x_3y_1 + \\ + a_{32}x_3y_2 + a_{33}x_3y_3.$$

Б. ф. квадратик форманинг (қ.)хусусий ҳолидир. Жумладан, юқорида келтирилган Б.ф. матрицаси

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{21} & a_{31} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

бўлган олтита $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ ўзгарувчили квадратик форманинг хусусий ҳолидир.

БИЛЛИОН — БИЛЛИОН — 10^9 сони, яъни миллиард— минг миллион (француз-лар, америкаликлар ва ўтмишда русларда ҳам ишлатиларди), ёки 10^{12} сони, яъни минг миллиард — миллион миллион (немис, инглиз ва бошқа халқларда шундай ишлатилади). Бизнинг адабиётимизда Б. терминн ишлатилмай қолиб бораётир.

Адаб.: И. Я. Депман. История арифметики. Учпедгиз, М., 1959.

БИНОМ — БИНОМ — иккиҳад (қ. Двучлен) деган ибора билан бир хил маънони англатади. Бу термин латинча *bi* . . — икки деган сўз билан грекча nomos — соҳа, қисм, ҳад деган сўзлардан ҳосил бўлган (Ньютон биноми билан таққосланг).

БИНОМИАЛЬИЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ—БИНОМИАЛ КОЭФФИЦИЕНТЛАР— Ньютон биномидаги коэффициентлар, яъни $n=0, 1, 2, \ldots$ бўлганда $(a+b)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$ формуладаги C_n^k сонлар. C_n^k Б. к. кўпинча $\binom{n}{k}$ символ билан белгиланади. Б. к. нинг асосий хоссаларидан бири $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ формула билан ифодаланади, бу формулага мувофиқ, Б.к. Паскаль учбурчагини (қ. Паскаля треугольник) ҳосил қилади. Комбинаторикада C_n^k Б.к. n элементдан k тадан олинган комбинациялар сонини (қ. Сочетание) ифода қилади. Б.к. бир қатор муносабатларни қаноатлантиради, масалан:

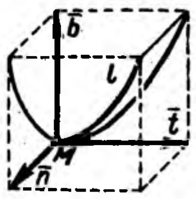
$$C_n^k = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot 3\ldots k} = \frac{n!}{k!(n-k)!},$$

$$C_n^k = C_n^{n-k}, \quad \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n, \quad \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = 0 \text{ ва ҳоказо.}$$

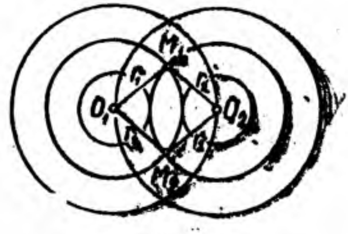
БИНОМИАЛЬНЫЙ РЯД — БИНОМИАЛ ҚАТОР — ихтиёрий ҳақиқий α кўрсаткичли $(1+x)^\alpha$ бином даражасининг даражали қаторга ёйилмаси. Агар α манфий бўлмаган бутун сон бўлса, Б.қ. Ньютон биномига (қ.) айланади. Ньютон биноми формуласини Б.қ. га умумлаштириш имконияти борлигини 1676 йили Ньютон биринчи бўлиб кўрсатган бўлса-да, уни 1826 йили Абель математика нуқтаи назаридан қатъий асослаб берди.

Мисол. $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 + \ldots + (-1)^n x^n + \ldots$ Б.қ. $|x| < 1$ бўлганда яқинлашади.

БИНОРМАЛЬ — БИНОРМАЛЬ. Фазовий l эгри чизиқнинг M нуқтаси орқали ўтказилган Б. деб эгри чизиқнинг ёпишма текислигига шу нуқтада перпендикуляр бўлган тўғри чизиққа айтилади (23- расм). қ. Соприкасающаяся плоскость.



23- расм



24- расм.

Фазовий l эгри чизиқ хоссаларини текширишда катта аҳамиятга эга бўлган ва учи M нуқтага жойлашган кўзғалувчи триэдрнинг (қ.) учта **b**, **n**, **t** бирлик векторидан бири (**b** вектор) Б. бўйича йўналади; **n** вектор бош нормал бўйича, **t** вектор l эгри чизиққа M нуқтада ўтказилган уринма бўйича йўналади.

БИПОЛЯРНАЯ СИСТЕМА координат на плоскости — текисликдаги **БИПОЛЯР КООРДИНАТАЛАР СИСТЕМАСИ** — шундай координаталар системасидирки (қ. Система координат), бунда тайинли иккита O_1 ва O_2 нуқта қутблар (бошланғич нуқталар) деб қабул қилинади, масштаб бирлиги тайинланади, иккита концентрик $O_1(r_1)$ ва $O_2(r_2)$ айланалар оиласи координат чизиқлари бўлади (24- расм). Бу айланаларнинг кесишиши натижасида иккита M_1 ва M_2 нуқта ҳосил бўлади; айланалар бир-бирига M нуқтада урилганда M нуқта $O_1 O_2$ қутблар чизиғида ётади. M_1 (M_2) нуқтанинг текисликдаги ўрни O_1 ва O_2 қутблардан бу нуқтагача бўлган r_1 ва r_2 масофалар орқали аниқланади. Б.к. системаси камдан-кам ишлатилади.

БИПОЛЯРНЫЕ КООРДИНАТЫ точки M на плоскости — текисликдаги M нуқтанинг **БИПОЛЯР КООРДИНАТАЛАРИ** — текисликдаги M нуқтанинг ўрнини биполяр (қ.) координаталар системасида аниқлайдиган иккита сон (M нуқтадан тайинли иккита O_1 ва O_2 нуқтагача бўлган r_1 ва r_2 масофалар). Бунда нуқтанинг r_1 ва r_2 Б.к., умуман айтганда, текисликда иккита M_1 ва M_2 геометрик нуқтани аниқлайди (24- расм). Агар $r_1 + r_2 = O_1O_2$ ёки $|r_1 - r_2| = O_1O_2$ бўлса, у ҳолда M_1 ва M_2 нуқталар O_1O_2 тўғри чизиққа жойлашган битта M нуқта билан устма-уст тушади. Б.к. симметрия ўқи O_1O_2 бўлган эгри чизиқлар тенгламаларини келтириб чиқаришда ишлатилади. Б.к. да эллипс (қ.) тенгламаси $r_1 + r_2 = 2a$ (a — эллипснинг катта ярим ўқи) кўринишда бўлади; Б.к. да гипербола тенгламаси $|r_1 - r_2| = 2a$ кўринишда бўлади, бунда a — гиперболанинг ҳақиқий ўқи. Б.к. эгри чизиқли координаталарнинг (қ. Криволинейные координаты) хусусий ҳолидир.

БИССЕКТОР — **БИССЕКТОР** — бурчак биссектрисаси (қ.) ёки учбурчак биссектрисасининг худди ўзи. Бурчакни тенг иккига бўлувчи асбоб ҳам Б. деб аталади. Трисектор (уч секторловчи) билан таққосланг (қ. Трисекция угла).

БИССЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ двугранного угла — икки ёқли бурчакнинг **БИССЕКТРАЛ ТЕКИСЛИГИ** — икки ёқли бурчакнинг қирраси билан чегараланган ва бу бурчакни тенг иккига бўладиган ярим текислик. Б.т. текис бурчак биссектрисасининг (қ.) фазовий ўхшатмасидир. Б.т. деганда кўпинча икки ёқли бурчак қиррасидан ўтувчи ва уни тенг иккига бўлувчи текислик ҳам тушунилади.

БИССЕКТРИСА УГЛА — **БУРЧАК БИССЕКТРИСАСИ** — бурчакнинг учидан чиққан ва бурчакни тенг иккига бўладиган ярим тўғри чизиқ (нур). Б.б. бурчакнинг симметрия ўқидир. Б.б. деб бурчак ичида унинг томонларидан тенг узоқликда ётадиган нуқталарнинг геометрик ўрнига айтилади.

БИССЕКТРИСА ТРЕУГОЛЬНИКА—**УЧБУРЧАК БИССЕКТРИСАСИ** — учбурчак ички бурчаги биссектрисасининг кесмаси бўлиб, бу кесманинг бир учи бу бурчак учида бўлиб, иккинчи учи бурчак биссектрисаси билан учбурчак томонининг кесишган нуқтасида ётади. У.б. лари битта нуқтада — учбурчакка ички чизилган айлананинг (ички чизилган доиранинг) марказида кесишади. У.б. ларнинг кесишиш нуқтаси — учбурчакнинг тўртта ажойиб нуқтасидан (қ. Замечательные точки) биридир.

Турли томонли ҳар қандай учбурчакда У.б. айни бир учдан чиққан баландлик билан медиана орасига жойлашган бўлади. Тенг ёнли учбурчакда У.б. тенг томонлар орасига жойлашган бўлиб, айни вақтда учбурчакнинг ҳам баландлиги, ҳам медианаси, ҳам унинг симметрия ўқи бўлади.

Ҳар қандай учбурчакда унинг ички бурчаги биссектрисаси қарама-қарши томонни ёпишган томонларга пропорционал бўлган бўлакларга ажратади. Бунга тескари жумла ҳам ўринлидир. Турли томонли учбурчакнинг ташқи бурчаги биссектрисаси бурчакнинг қарши ётган томони давомини шундай бир нуқтада кесадики, бу нуқтадан ўша томон учларигача бўлган масофалар учбурчакнинг бу бурчагига ёпишган томонларига пропорционал бўлади. Бунга тескари жумла ҳам ўринлидир.

(A, B, K, L) тўртта нуқтадан иккитаси A, B — учбурчакнинг учлари, қолган иккитаси — K ва L — ABC учбурчакнинг учинчи C учидан ўтказилган биссектрисаларнинг асослари бўлса, бу тўрт нуқта нуқталарнинг гармоник тўртлигини (қ. Гармоническая четверка) ҳосил қилади.

Учбурчак ички ва ташқи бурчакларининг бир учидан чиққан биссектрисалари ўзаро перпендикулярдир.

Биссектриса баъзан биссектор деб ҳам аталади. Биссектриса деганда (масалан, аналитик геометрияда) бурчакнинг учидан ўтувчи ва уни тенг иккига бўлувчи тўғри чизиқ ҳам тушунилади.

Сферик учбурчакнинг биссектрисаси ҳам шунга ўхшаш таърифланади. Сферик учбурчакнинг биссектрисаси деб сферик учбурчак бурчагини тенг иккига бўлувчи катта айланага ҳам, бу катта айлананинг учбурчак учидан то катта айлана билан учбурчакнинг қарши ётган томони кесишган нуқтагача бўлган ёйига ҳам айтилади.

ВЛИЗНЕЦЫ ПАРЫ — ЭГИЗАК ТУБ СОНЛАР. Агар иккита p ва q туб сон айирмасининг абсолют қиймати 2 га тенг бўлса, бундай p ва q туб сонлар Э.т.с. дейилади. Э.т.с. тўпламли чекли ёки чексиз тўплам бўлиши ҳақидаги масала ҳанузгача ҳал қилинмай келаётир. 3 ва 5, 5 ва 7, 11 ва 13 ва бошқалар каби унча катта бўлмаган Э.т.с. билан бир қаторда, анча катта бўлган Э.т.с. ҳам маълум, масалан, 10 016 957 ва 10 016 959.

Қ. Четверки-близнецы.

БОЛЬШАЯ ОСЬ ЭЛЛИПСА — ЭЛЛИПСНИНГ КАТТА ЎҚИ — эллипснинг фокуслари жойлашган симметрия ўқи. Эллипснинг декарт координаталари системасидаги

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

каноник тенгламасидаги max $(2a, 2b)$ миқдор Э.к.ў. дейилади. Қ. Эллипс.

БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ ЗАКОН — КАТТА СОНЛАР ҚОНУНИ — $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ тасодифий миқдорларнинг (қ. Случайная величина) $\frac{\xi_1+\xi_2+\ldots+\xi_n}{n}$ ўрта арифметик қиймати билан уларнинг математик кутилишларининг (қ. Математическое ожидание) $\frac{M\xi_1+M\xi_2+\ldots+M\xi_n}{n}$ ўрта арифметик қиймати (M — математик кутилиш белгиси) орасидаги фарқ ε дан (ε — ҳар қандай мусбат сон) катта бўлиш эҳтимоли $n\to\infty$ да нолга интилади деб тасдиқловчи теорема. Бу теореманинг турли шаклларини Я. Бернулли, Пуассон, П. Л. Чебишев, А. А. Марков ва бошқа математиклар берган. П. Л. Чебишев К.с.қ. ни қуйидаги фаразларда исбот қилди: $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ тасодифий миқдорлар жуфти-жуфти билан эркли ва уларнинг $D\xi_1, D\xi_2, \ldots, D\xi_n$ дисперсиялари (қ.) чегараланган: $D\xi_i < c < \infty$, бунда $i=1,2, \ldots, n$. К.с.қ. нинг ўринли бўлиш шартлари ҳақидаги жуда муҳим натижаларни олишга ҳозирги вақтда С.Н. Бернштейн муяссар бўлди. Катта сонлар қонунининг таърифини А. Н. Колмогоров аниқлаштирди, эндиликда бу таъриф кучайтирилган К.с.қ. деб аталади.

БОЛЬШОЙ КРУГ сферы (шара)— сфера (шар)нинг **КАТТА АЙЛАНАСИ**—сфера билан унинг марказидан ўтган текисликнинг кесишишидан ҳосил бўлган айлана. Сфера катта айланасининг радиуси айлана жойлашган сферанинг радиусига тенг.

Сферанинг диаметри учларида ётмаган ҳар қандай икки нуқтасидан фақат биргина катта айлана ўтади. Сферанинг ҳар қандай иккита катта айланаси сферанинг диаметрал қарама-қарши икки нуқтасида кесишади.

БОКОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ — ЁН СИРТ. 1°. **Призманинг Ё.с.** — призманинг (қ.) асослари деб қабул қилинган иккита параллел ёғи орасига жойлашган сирти, яъни призманинг барча ён ёқларидан ташкил топган сирт.

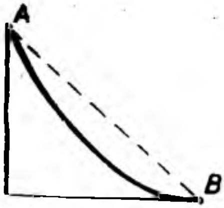
2°. **Пирамиданинг Ё.с.** — бу пирамиданинг (қ.) барча ён ёқларидан ташкил топган сирт.

3°. **Кесик пирамиданинг Ё.с.** — унинг барча ён ёқларидан ташкил топган сирт.

4°. **Конуснинг Ё.с.** — конуснинг учи билан асоси орасидаги сирт (қ. Конус).

5°. **Кесик конуснинг Ё.с.** — кесик конуснинг юқориги ва қуйи асослари орасидаги сирт. Шар қатламининг (қ. Шаровой слой) Ё.с. ҳам, цилиндрнинг Ё.с. ҳам кесик конуснинг Ё.с. таърифига ўхшаш таърифланади. Шар сегментининг (қ.) Ё.с. конуснинг Ё.с. таърифига ўхшаш таърифланади.

БРАХИСТОХРОНА — БРАХИСТОХРОНА — энг қисқа йўл билан тушиш эгри чизиғи. Бир вертикалда ва бир хил баландликда ётмаган иккита A ва B нуқта мумкин бўлган ҳар хил эгри чизиқлар оиласи билан туташтирилганда оғир моддий нуқта оғирлик кучи таъсири остида юқоридаги A нуқтадан пастдаги B нуқтага (25-расм) брахистохрона бўйича ҳаракат қилганда энг кам вақт сарф қилади.



25-расм.

Б. ни 1696 йилда И. Бернулли очган эди, бу кашфиёт эса вариацион ҳисобнинг (қ. Вариационное исчисление) тараққий этишига туртки бўлди. Б нинг шакли худди циклоида (қ.) билан бир хил. Грек. βραχιστοζ— энг кичик ва χονοζ — вақт.

БРИАНШОНА ТЕОРЕМА—БРИАНШОН ТЕОРЕМАСИ. Иккинчи тартибли эгри чизиққа ташқи чизилган ҳар қандай олти томонликда қарама-қарши учларни туташтирувчи тўғри чизиқлар Брианшон нуқтаси деб аталадиган битта нуқтада кесишади. Б.т. проектив геометриянинг (қ.) энг муҳим теоремаларидан биридир. Б.т. Паскаль теоремасига мос теоремадир (қ. Двойственности принцип). Иккинчи тартибли тўғри чизиқлар дастасининг бешта тўғри чизиғи берилган ҳолда Б.т. бу даста орасидан (иккинчи тартибли эгри чизиққа ўтказилган уринмалар орасидан) бирор тўғри чизиқ ясаш учун ва проектив геометриянинг бошқа конструктив масалаларини (бир ёқлама чизғич ёрдами билан) ечиш учун имконият туғдириб беради.

БРИГГОВЫ ЛОГАРИФМЫ — БРИГГ ЛОГАРИФМЛАРИ — асоси 10 бўлган логарифмлар (қ.). Улар Бригс номи билан аталган.

БУНЯКОВСКОГО ГИПОТЕЗА — БУНЯКОВСКИЙ ГИПОТЕЗАСИ. Ўтган асрда машҳур рус математиги В.Я. Буняковский қуйидаги фаразияни (гипотезани) ўртага ташлаган:

Бутун сонли келтирилмайдиган

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n \quad (a_0 > 0)$$

кўпҳаднинг қийматлари x аргументининг чексиз кўп турли натурал қийматлари тўпламида туб сонларга тенг бўлиши учун k нинг ҳар бир бутун қийматида $f(k)$ сонларнинг бўлувчиси бўлган ва бирдан фарқли бўлган натурал сонниг мавжуд бўлмаслиги етарлидир.

Яқинда В. Серпинскийнинг шогирди — поляк математиги А. Шинцель қуйидаги анча умумий гипотезани таърифлади: агар $f_i(x)$ $(i = 1, 2, \ldots, s)$ кўпҳадлар бош коэффициентлари мусбат бўлган келтирилмайдиган бутун сонли кўпҳадлар бўлса ва k нинг ҳамма бутун қийматларида $f_1(k)\, f_2(k) \ldots f_s(k)$ кўпайтманинг бўлувчиси бўлган ва ўзи бирдан катта бутун сон мавжуд бўлмаса, у ҳолда натурал m сонларнинг чексиз кўп тўплами мавжудки, бу сонлар учун $f_1(m), f_2(m), \ldots, f_s(m)$ сонларнинг ҳар бири туб сон бўлади.

Шинцель гипотезаси Б.г. дан осонгина келиб чиқади, лекин унинг таърифи Б.г. таърифига қараганда анча мураккаб.

Б.г. нинг тасдиқи аслида Дирихленинг арифметик прогрессияларда туб сонларнинг чексиз кўплиги ҳақидаги машҳур теоремаси тасдиқининг умумлашганидан иборат: бутун сонли келтирилмайдиган фақат *биринчи* даражали кўпҳаднинг қийматларига тааллуқли бўлган Дирихле теоремаси Б.г. да бутун сонли келтирилмайдиган *ҳар қандай* даражали кўпҳад учун умумлаштирилади.

Б.г. нинг ўринли бўлишидан ҳозиргача ҳал қилинмай келаётган проблемаларнинг кўпи бирданига ечилган бўлар эди, жумладан, n нинг натурал қийматларида $n^2 + 1$ ёки $n^2 + n + 41$ кўринишдаги туб сонларнинг чексиз тўпламининг мавжудлиги келиб чиқар эди.

Шинцелнинг анча умумий гипотезасидан ҳам ҳозиргача исбот қилинмай келаётган туб сонлар ҳақидаги кўп теоремаларнинг исботи келиб чиқар эди. Масалан,

$$x^{2^n}+1,\ x^{2^n}+3,\ x^{2^n}+7,\ x^{2^n}+9\ (n\text{ — натурал сон})$$

кўринишдаги туб сонларнинг чексиз тўпламлари мавжудлиги келиб чиқар эди.

Адаб.: В. Серпинский, Что мы знаем и чего не знаем о простых числах, пер. с польского, Физматгиз, М., 1963.

БУНЯКОВСКОГО НЕРАВЕНСТВО — БУНЯКОВСКИЙ ТЕНГСИЗЛИГИ — математик анализнинг энг муҳим тенгсизликларидан бири. Б.т. чекли йиғиндилар учун Коши тенгсизлигининг (қ. Коши неравенство) интеграл ўхшатмасидир. Б.т. анча кейин топилган Гёльдер тенгсизлигининг (қ. Гёлдера неравенство) хусусий ҳоли бўлиб, уни Шварц топган дейиш хатодир, чунки Шварц бу тенгсизликни ўзининг ишларида 1884 йилга келибгина ишлатган, В.Я. Буняковский эса бу тенгсизликни 1859 йили эълон қилган.

БЭРА КЛАССЫ — БЭР СИНФЛАРИ — $[a, b]$ кесмадэ берилган ва индуктив усулда аниқланадиган функциялар тўплами. Нолинчи Б.с. $[a, b]$ да узлуксиз функциялардан ташкил топади. Индекслари $0, 1, 2, \ldots, m-1$ бўлган Б.с.: $H_0, H_1, \ldots H_{m-1}$ лар аниқланган бўлсин. У ҳолда H_m тўплам H_i $(i=0, 1, 2, \ldots, m-1)$ синфларнинг ҳеч бирига кирмайдиган ва

$$f(x)=\lim_{n\to\infty} f_n(x)$$

кўринишда тасвирланадиган $f(x)$ функциялар тўпламидир, бунда барча $f_n(x)$ лар H_{m-1} га тегишли. H_λ билан белгиланган Б.с. лар ҳам ўрганилади, бунда λ иккинчи синфга оид трансфинит сон (қ. Трансфинитные числа). H_λ лар трансфинит индукция (қ.) ёрдами билан аниқланади: агар барча H_β лар $\beta<\alpha$ бўлганда (α,β — трансфинит сонлар) аниқланган бўлса, у ҳолда H_α тўплам H_β ларнинг ҳеч бирига кирмайдиган ва

$$f(x)=\lim_{n\to\infty} f_n(x)$$

кўринишда тасвирланадиган барча функциялардан ташкил топган бўлади, бу ерда $f_n(x)$ функция H_{β_n} га тегишли ва $\beta_n<\alpha$. Б.с. га кирадиган барча функциялар ўлчовли функциялар бўлиб, уларнинг тўплами континуум қувватига эга; Б.с. бўш тўплам эмас.

Б.с. ни биринчи бўлиб Р. Бэр текширган.

Адаб.: И. П. Натансон, Теория функций вещественного переменного, Гостехиздат, М., 1957.

В

ВАЛЛИСА ФОРМУЛА — ВАЛЛИС ФОРМУЛАСИ. В.ф. $\frac{4}{\pi}$ сонини чексиз кўпайтма (қ. Бесконечное произведение) шаклида ифода этади:

$$\frac{4}{\pi} = \prod_{k=2}^{\infty} \frac{(k+1)^2}{k(k+2)}.$$

В.ф. ни Валлис доиранинг квадратураси ҳақидаги масала муносабати билан топган бўлиб, чексиз кўпайтмаларни текширишдаги дастлабки мисолларнинг биридан иборатдир. π сонини тақрибий ҳисоблаш учун В.ф. дан фойдаланиш мумкин. В.ф. математик анализнинг ҳозирги замон курсларида кўп жойда татбиқ этилади. Масалан, Стирлинг формуласини (қ.) келтириб чиқаришда қўлланилади.

ВАНДЕРМОНДА ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ — ВАНДЕРМОНД ДЕТЕРМИНАНТИ. Ушбу кўринишдаги детерминант:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \dots & a_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \dots & a_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

яъни i-йўл элементлари 2-йўл элементларининг $(i-1)$-даражаларидан иборат бўлган детерминант. В.д. мумкин бўлган ҳамма $(a_i - a_j)$ айирмаларнинг кўпайтмасига тенг (бунда $1 \leqslant j < i \leqslant n$), яъни $\prod\limits_{1 < j < i < n} (a_i - a_j)$ га тенг. Масалан:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \\ 4 & 25 & 49 \end{vmatrix} = (7-5)(7-2)(5-2) = 2 \cdot 5 \cdot 3 = 30.$$

ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ — ВАРИАЦИОН ҲИСОБ — математиканинг функционаллар (қ.) экстремумини ўрганадиган бўлими. В.ҳ. нинг энг содда масаласи $L(y) = \int\limits_b^a F(x, y, y')\,dx$ функционалнинг экстремумини топишдан иборат, бунда $y(x)$ — номаълум функция. $f(x)$ функция экстремумини топишда $f'(x) = 0$ тенгламанинг илдизларини топиш кераклигига ўхшаш В.ҳ. масалаларини ечишда функционалнинг δL вариацияси нолга тенглаштирилади.

$\delta L = 0$ тенглама Эйлер тенгламаси (қ. Эйлера уравнение) деб аталади. Практиканинг кўп масалалари функционалнинг экстремумини топиш масалаларига келтиради: изопериметрик масала, геодезик чизиқлар ҳақидаги масала ва ҳ.к.

В.ҳ. нинг ривожланишига брахистохрона (қ.) ҳақидаги масала туртки бўлган: оғирлик кучи ва таянч реакцияси таъсирида ҳаракат қилувчи жисм A нуқтадан B нуқтага қисқа вақт ичида тушиши учун қандай эгри чизиқ бўйича ҳаракат қилиши керак? Бу масалани И. Бернулли ҳал қилган. В.ҳ. нинг умумий методларини Л. Эйлер ва Ж. Лагранж ишлаб чиққан. Совет математикларидан Н.Н. Боголюбов, Н. М. Крилов, М. А. Лаврентьев, Л. А. Люстерник ва бошқалар В.ҳ. назариясига катта ҳисса қўшдилар.

Адаб.: М. А. Лаврентьев и Л. А. Люстерник, Курс вариационного исчисления, Гостехиздат, М., 1950; Г. А. Блисс, Лекции по вариационному исчислению, ИЛ, М., 1950.

ВАРИНГА ПРОБЛЕМА — ВАРИНГ МАСАЛАСИ — сонлар назариясидаги масала бўлиб, унда бу фикрни исбот этиш талаб қилинади: 2 дан кичик бўлмаган ҳар қандай натурал n сони учун n га боғлиқ бўлган шундай r сони мавжудки, ҳар қандай натурал N сони ҳар бири бирор бутун соннинг n-даражаси бўлган r та соннинг йиғиндиси шаклида тасвир этилиши мумкин, яъни $N = \sum_{i=1}^{r} a_i^n$. В.м. 1770 йилда Варинг томонидан қўйилган бўлиб, уни биринчи бўлиб фақат 1909 йилдагина Гильберт тўлиқ ечди (бундан олдин В. м. нинг хусусий ҳолдаги ечимлари топилган эди, масалан, Лагранж $n = 2$ бўлганда $r = 4$ бўлишини исбот қилган эди). Сонлар назариясининг янада тараққий қилиши билан В. м.-нинг янги исботлари топилди Жумладан, 1942 йилда Ю. В. Линник В.м. нинг исботида олий математика усулларини қўллаш талаб қилинмайдиган элементар ечиш йўлини кўрсатди.

Адаб.: А. Я. Хинчин, Три жемчужины теории чисел, Гостехиздат, М., 1948; А.О. Гельфонд и Ю. В. Линник, Элементарные методы в аналитической теории чисел, Физматгиз, М., 1962.

ВВЕДЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ под знак корня — **КЎПАЙТУВЧИНИ** илдиз ишораси остига **КИРИТИШ** — $A\sqrt[n]{B}$ ($A > 0$) кўринишдаги иррационал ифодани ҳақиқий сонлар соҳасида $\sqrt[n]{A^nB}$ кўринишга келтириш, яъни илдиз (радикал) олдидаги ҳар қандай мусбат кўпайтувчини илдиз кўрсаткичига тенг бўлган кўрсаткичли даражага кўтариб илдиз остига киритиш мумкин:

$$A\sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A^nB} \quad (A > 0).$$

Агар $A < 0$ бўлса, кўпайтувчини илдиз остига киритиш илдиз кўрсаткичи n жуфт сон бўлган ҳолда бундай бажарилади: $A\sqrt[n]{B} = -\sqrt[n]{A^nB}$; мисол, $-2\sqrt[6]{3} = -\sqrt[6]{64\cdot 3}$. Бу амал баъзан ҳисоблаш ишларида қўлланилади.

ВЕКОВОЕ УРАВНЕНИЕ — АСРИЙ ТЕНГЛАМА — қ. Характеристическое уравнение.

ВЕКТОР — ВЕКТОР — тўғри чизиқнинг йўналишга эга бўлган кесмаси, яъни учларидан бири В. нинг боши деб, иккинчиси эса В. нинг охири деб аталадиган кесма.

Физика, механика ва математиканинг фақат сон билангина эмас, балки йўналиш билан ҳам характерланадиган миқдорларни текширувчи турли масалалари В. тушунчасига олиб келади; масалан, куч, тезлик — булар вектор миқдорлардир.

В. қуюқ шрифтли ҳарф билан ёки юқорисига стрелка қўйилган оч шрифтли ҳарф билан белгиланади. Мисол учун боши A нуқтада, охири B нуқтада бўлган В. бундай белгиланади: **AB**.

AB векторнинг узунлиги ёки модули деб AB кесманинг узунлигига айтилади.

В. лар устида қўшиш амалини, В. ни сонга кўпайтириш амалини бажариш мумкин (қ. Векторное исчисление).

Боши ва охири устма-уст тушган В. ноль-вектор деб аталади. Ноль-векторнинг модули нолга тенг. Ноль-вектор ҳеч қандай йўналишга эга эмас деб ҳисобланади. Модули бирга тенг бўлган вектор (ўзининг йўналишидаги) бирлик вектор ёки орт деб аталади. Агар икки вектордан бирини параллел кўчириш ёрдами билан иккинчисини ҳосил қилиш мумкин бўлса, бундай В. лар бир-бирига (айнан) тенг деб ҳисобланади. Икки В. тенглигининг бундай таърифини озод В. характерлайди. Физика ва механикада сирпанувчи В. (қ. Скользящий В.) ва боғланган В. (қ. Связанный В.) қўлланилади.

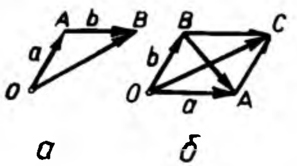
Текисликда ёки фазода ҳар қандай вектор координаталар бошидан ўлчаб жойлаштирилган, йўналтирилган кесма сифатида тасвирланиши мумкин. Боши текисликнинг O (0, 0) нуқтасида бўлган ҳар қандай В. иккинчи учининг ҳолати билан аниқланади, яъни бир жуфт ҳақиқий сон — учининг координаталари билан аниқланади. Демак, текисликдаги В. деб ҳақиқий сонларнинг тартибланган (x, y) жуфтини тушуниш мумкин. n ўлчовли фазода ҳам В. ни шунга ўхшаш таърифлаш мумкин: n ўлчовли фазонинг В. n та ҳақиқий соннинг $x_1, x_2, \ldots, x_n$ тартибланган тўпламидир. «Вектор» сўзи латинча *vector* кўчирувчи деган сўздан келиб чиққан.

қ. Векторное пространство.

ВЕКТОРНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ — ВЕКТОР ҲИСОВИ — математиканинг векторлар устида бажариладиган турли амаллар ўрганувчи бўлими (қ.Вектор). Баъзан В. ҳ. векторлар алгебраси ва векторлар анализи деган икки бўлимга ажратилади. Векторлар алгебрасида векторларни қўшиш ва айириш, векторни сонга (скалярга) кўпайтириш (қ. Коллинеарные векторы, Компланарные векторы) ва векторни векторга кўпайтириш (қ. Скалярное произведение, Векторное произведение, Смешанное произведение) амаллари қаралади.

Векторлар анализида эса вектор-функция (қ. Вектор-функция) ёки нуқтанинг вектор функциялари ўрганилади. Векторлар анализининг асосий тушунчалари градиент (қ.), дивергенция (қ.), уюрма (қ. Ротор) ва шу кабилардир. (қ. Поле векторное).

a, **b**, **c**, . . . , **l** векторларнинг **a** + **b** + **c** + . . . + **l** йиғиндиси деб қуйидаги усул билан ясаладиган **x** векторга айтилади: фазонинг ихтиёрий O нуқтасига **a** вектор қўйилади, **a** нинг охирига **b** вектор қўйилади, **b** нинг охирига **c** вектор қўйилади ва ҳоказо, ниҳоят энг охирги вектордан олдинги векторнинг охирига энг кейинги қўшилувчи **l** вектор қўйилади. Бу ҳолда боши O нуқтада ва охири **l** векторнинг охирида бўлган вектор берилган векторларнинг йиғиндиси ёки уларнинг вектор-йиғиндиси бўлади (кўпбурчакнинг ёпувчи томони қоидаси). Векторлар иккита бўлган ҳолда **a** + **b** йиғиндиси (26-*а* расм) **OB** вектор бўлади; бу вектор OAB учбурчакнинг ёпувчи томони каби ясалади ёки умумий O учдан чиқувчи **a** ва **b** (**OA** ва **OB**) векторларга ясалган параллелограммнинг OC диагонали каби ясалади. Икки векторнинг **a** — **b** айирмаси параллелограммнинг иккинчи **BA** диагонали билан аниқланади (26-*б* расм): **BA** = **a** — **b**, яъни икки векторнинг **a** — **b** айирмаси айрилувчи **b** векторнинг охиридан камаювчи **a** векторнинг охирига қараб йўналган вектор каби аниқланади.



26- расм.

Векторларни қўшиш ассоциатив ва коммутатив қонунларга бўйсунади.

λ сон билан **a** векторнинг λ**a** кўпайтмаси деб **a** векторга коллинеар бўлиб, узунлиги |λ| |**a**| га тенг векторга айтилади; λ > 0 бўлганда кўпайтма вектор **a** вектор билан бир хил йўналади, λ < 0 бўлганда эса унга қарама-қарши йўналади.

Адаб.; Н. Е. Кочин, Векторное исчисление и начало тензорного исчисления. Изд-во АН СССР, М., 1961; И. А. Гольдфайн, Элементы векторного исчисления, Гостехиздат' М., 1948; Я. С. Дубнов, Основы векторного исчисления, Гостехиздат, М., 1950; П. С. Моденов, Сборник задач по векторному анализу, изд. МГУ, 1963; М. Лагалли, Векторное исчисление, ОНТИ, М., 1936.

ВЕКТОРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ — ВЕКТОР КЎПАЙТМА. Уч ўлчовли Евклид фазосининг иккита **a** ва **b** векторининг вектор кўпайтмаси деб қуйидаги шартларни қаноатлантирадиган учинчи **c** векторга айтилади: 1) **c** векторнинг узунлиги кўпайтирилувчи векторлар узунликлари билан улар орасидаги α бурчак синуси кўпайтмасига тенг: $|\mathbf{c}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin\alpha$; бошқача айтганда, **c** вектор узунлигининг сон қиймати **a** ва **b** векторларга ясалган параллелограммнинг юзига тенг; 2) **c** вектор **a** ва **b** векторлар ётган текисликка перпендикуляр; 3) **c** вектор шундай танлаб олинадики, учта **a**, **b**, **c** вектор ўнг учликни (ўнг ориентацияни, ўнг реперни) ҳосил қилади, яъни учта **a**, **b**, **c** вектор битта умумий нуқтага келтирилган бўлиб мос тартибда ўнг қўлнинг бош, кўрсаткич ва ўрта бармоқлари йўналиши бўйича жойлашган бўлса, у ҳолда бош ва кўрсаткич бармоқлар кафт текислигида бўлиб, ўрта бармоқ эса кафт томонга қараб унга перпендикуляр йўналган бўлади.

Шуни қайд қиламизки, В. к. фақат *уч ўлчовли* фазо учунгина аниқланадиган тушунчадир.

В. к. бундай белгиланади: $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ ёки $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$.

В. к. нинг хоссалари: 1) агар векторлар коллинеар бўлса, В. к. нолга тенг; 2) $[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = -[\mathbf{b}, \mathbf{a}]$, яъни В. к. коммутатив эмас; 3) $[\lambda\mathbf{a}, \mathbf{b}] = \lambda[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ ва $[\mathbf{a}, \lambda\mathbf{b}] = \lambda[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$, яъни В. к. да кўпайтувчилардан бирининг олдидаги сон кўпайтувчини В. к. ишораси ташқарисига чиқариш мумкин; 4) В. к. тақсимот қонунига бўйсунади:

$$[\mathbf{a}, \mathbf{b} + \mathbf{c}] = [\mathbf{a}, \mathbf{b}] + [\mathbf{a}, \mathbf{c}].$$

Агар **a** ва **b** векторлар ўзларининг тўғри бурчакли декарт координаталари билан берилган бўлса: $\mathbf{a}\{x_1, y_1, z_1\}$, $\mathbf{b}\{x_2, y_2, z_2\}$, уларнинг В. к. детерминант шаклида ёзилади:

$$[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix},$$

бунда **i**, **j**, **k** лар — ўнг тўғри бурчакли декарт координаталар системасининг бирлик векторлари (ортлари); бундан кўринадики, ортлар ўнг учликни ташкил қилади.

В. к. аналитик геометрияда (учбурчак юзини ҳисоблашда, учта нуқтадан ўтадиган текислик тенгламасини келтириб чиқаришда ва ҳ. к.) кенг қўлланилади. В. к. баъзан икки векторнинг ташқи кўпайтмаси деб ҳам аталади.

ВЕКТОРНОЕ ПРОСТРАНСТВО — ВЕКТОРЛАР ФАЗОСИ — одатдаги (уч ўлчовли) фазони умумлаштирувчи тушунча.

В. ф. бундай таърифланади. Векторлар деб аталадиган ҳар қандай хусусиятга эга бўлган элементларнинг R тўплами қаралади ва унда бу қоидалар аниқланган: 1) R нинг ҳар қандай икки **x** ва **y** элементига уларнинг йиғиндиси деб аталадиган учинчи бир $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ элемент мос қўйилган; бу элемент ҳам R дан олинган; 2) R нинг ҳар бир **x** элементига ва ҳар қандай ҳақиқий λ сонга R дан олинган битта элемент жавоб берадики, **y** элемент λ билан **x** нинг кўпайтмаси деб аталади ва $\lambda\mathbf{x}$ билан белгиланади.

Агар R тўплам элементлари бу шартларни қаноатлантирса, яъни 1) $\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$; 2) $(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$; 3) ҳар қандай **x** ва **y** лар учун $\mathbf{x}+\mathbf{z} = \mathbf{y}$ тенгламани қаноатлантирувчи **z** вектор мавжуд; 4) $\lambda(\mu\mathbf{x}) = (\lambda\mu)\mathbf{x}$; 5) $(\lambda + \mu)\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} + \mu\mathbf{x}$; 6) $\lambda(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \lambda\mathbf{x} + \lambda\mathbf{y}$; 7) $1 \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$ бўлса, бу R тўпламни В. ф. деб атаймиз.

Агар R да шундай $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots \mathbf{e}_n$ элементлар системаси мавжуд бўлсаки, R нинг ҳар қандай **x** вектори $\mathbf{x} = \lambda_1\mathbf{e}_1 + \lambda_2\mathbf{e}_2 + \ldots + \lambda_n\mathbf{e}_n$ кўринишда биргина усул билан тасвирланадиган бўлса (бунда $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ лар ҳақиқий сонлар), у ҳолда бундай хоссаларга эга бўлган элементлар тўплами n ўлчовли В. ф. деб, $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots \mathbf{e}_n$ система эса унинг базиси (қ.) деб аталади. Бунда $0\cdot\mathbf{e}_1+0\cdot\mathbf{e}_2+ + \ldots + 0\cdot\mathbf{e}_n$ вектор ноль-вектор дейилади. Одатдаги уч ўлчовли фазода одатдаги усул билан аниқланган қўшиш, айириш ва сонга кўпайтириш амаллари билан биргаликда олинган барча йўналган кесмалар ёки векторлар тўплами В. ф. га содда мисол бўла олади (қ. Векторное исчисление).

В. ф. нинг бошқа бир мисоли сифатида даражаси n дан ошмайдиган барча кўпҳадлар тўпламини кўрсатиш мумкин. (1—7) аксиомалар моҳиятини ўзгартирмаган ҳолда $\lambda, \mu, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ ларни ихтиёрий майдоннинг (қ. Поле) элементлари деб, масалан, комплекс сонлар майдони элементлари деб ҳисоблаш мумкин. Бу ҳолда гап n ўлчовли комплекс В. ф. ҳақида боради.

В. ф. нинг юқорида кўрсатилган хоссалари одатдаги уч ўлчовли В. ф. нинг хоссаларининг умумлаштирилишидан иборат, лекин бунга унинг барча хоссалари ҳам киравермайди. Векторнинг узунлиги, икки векторнинг скаляр кўпайтмаси (қ. Векторное исчисление) каби тушунчаларни янада умумлаштириб, n ўлчовли Евклид фазоси (қ. Евклидово пространство) тушунчасига келиш мумкин. Бу тушунча ва амалларнинг ҳаммасини чексиз ўлчамли ҳолга умумлаштирса бўлади. қ. Гильбертово пространство, Метрическое пространство.

Адаб.: А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1962; А. И. Мальцев, Основы линейной алгебры, Гостехиздат, М., 1956.

ВЕКТОР-ФУНКЦИЯ скалярного аргумента — скаляр аргументнинг **ВЕКТОР-ФУНКЦИЯСИ** — эрксиз $\mathbf{r}$ ўзгарувчиси вектордан иборат бўлиб, t аргументи ҳақиқий (баъзан комплекс) сонлар соҳасидаги қийматларни қабул қиладиган функция: $\mathbf{r} = f(t)$. В. ф. $f(t)$ нинг берилиши $\mathbf{r}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$ векторнинг координаталарини ифода этадиган учта $x=f_1(t)$, $y=f_2(t)$, $z=f_3(t)$ функциянинг берилишига тенг кучли ($\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ лар координаталар системасининг ортлари). Агар $\mathbf{r}$ радиус-вектор бўлса, В. ф. $\mathbf{r}$ нинг учи чизган эгри чизиқни тасвир этади. В. ф. ни дифференциаллаш (интеграллаш ҳам) одатдаги дифференциаллашга келтирилади: $\frac{d\mathbf{r}}{dt}=f'_1(t)\,\mathbf{i}+f'_2(t)\,\mathbf{j}+f'_3(t)\,\mathbf{k}$. Бир неча ўзгарувчининг В. ф. ҳам шу каби таърифланади. қ. Векторное поле.

Мисол. $\mathbf{r} = a\cos t\,\mathbf{i} + a\sin t\,\mathbf{j} + bt\,\mathbf{k}$ В. ф. винт чизиғини ифодалайди (қ. Винтовая линия).

ВЕРНЬЕР — ВЕРНЬЕР — тўғри чизиқли ёки доиравий шкаласи бўлган мослама; кесмаларнинг узунлиги ёки бурчакларнинг катталигини тегишли шкалалар ёрдами билан ўлчашга мўлжалланган. В. планиметр, астролябия ва бошқа ўлчов асбобларида қўлланилади.

Кесмалар узунлигини ўлчашда ишлатиладиган В. нониус (қ.) деб аталади.

ВЕРОЯТНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ — ЭҲТИМОЛЛИ ЧЕТЛАНИШ — тасодифий миқдорларнинг (қ. Случайные величины) тарқоқлиги ўлчови. Агар A — тасодифий ξ миқдорнинг математик кутилиши бўлса, у ҳолда E_ξ Э. ч. шундай сон бўладики, ξ нинг A дан четланишининг абсолют қиймати E_ξ дан катта бўлиши эҳтимоли бу четланишнинг абсолют қиймати (қ. Абсолютная величина) E_ξ дан кичик бўлиши эҳтимолига тенг. Агар хусусий ҳолда ξ нормал тақсимотга эга бўлса, бу ҳолда $E_\xi = 0{,}67456\sigma$, бунда σ— ξ тақсимотининг дисперсияси.

ВЕРОЯТНОСТЬ — ЭҲТИМОЛЛИК — чексиз кўп марта такрорланиши мумкин бўлган воқеалар мажмуида бирор тайинли воқеа юз бериши имкониятининг сонли характеристикаси. Баъзи ҳолларда Э. нинг сон қиймати тайин бир воқеага қулайлик берадиган мумкин бўлган ҳамма ҳоллар сонининг умуман барча тенг имкониятли ҳоллар сонига нисбатига тенг бўлади. Э. билан тайин бир воқеа юз беришининг нисбий сонини (частотасини) аралаштириб юбориш тўғри эмас, бу нисбий сон одатда бу воқеанинг юз бериш Э. дан фақат жуда оз фарқ қилади

Э. нинг тўлиқ таърифини 30-йилларда А. Н. Колмогоров берган ва уни ўлчовлар назариясига боғлаган.

Адаб.: Н. А. Колмогоров, Основные понятия теории вероятностей, ОНТИ, М, 1936.

ВЕРТИКАЛЬ — ВЕРТИКАЛЬ — тўғри чизиқнинг иккита ўзаро перпендикуляр текисликдаги (проекциялар текислигидаги) проекцияларини текширганда проекцияларнинг вертикал текислигига параллел бўлиб, лекин проекцияларнинг горизонтал текислигига перпендикуляр бўлмаган тўғри чизиқ. В. термини чизма геометрияда ишлатилган бўлиб, ҳозир эскириб қолган. Ҳозир В. ўрнига фронтал (қ.) термини ишлатилади.

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ — ВЕРТИКАЛ БУРЧАКЛАР — қарама-қарши бурчакларнинг худди ўзи (қ. Противоположные углы).

ВЕРХНИЙ ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ — $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ сонлар кетма-кетлигининг **ЮҚОРИГИ ЛИМИТИ** — кетма-кетлик юқоридан чегараланган бўлганда бу кетма-кетликнинг лимит нуқталари орасидаги энг ўнг томондагисидир (қ. Предельная точка). Ю. л. $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} a_n$ символ билан белгиланади. Агар кетма-кетлик юқоридан чегараланмаган бўлса, $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} a_n = +\infty$ деб фараз қилинади; кетма-кетлик юқоридан чегараланган бўлиб, лимит нуқталарга эга бўлмаса (бу ҳол фақат $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$ бўлгандагина мумкин бўлади), у ҳолда $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} a_n = -\infty$ деб фараз қилинади. Кетма-кетликнинг чекли ёки чексиз лимити мавжуд бўлган ҳолда Ю. л. шу лимит билан бир хил бўлади. Агар Ю. л. чекли бўлса, уни қуйидагича таърифлаш мумкин: агар l нинг исталган атрофида кетма-кетликнинг чексиз кўп ҳадлари тўпламн топиладиган бўлиб, $\varepsilon > 0$ ҳар қандай бўлганда кетма-кетликнинг $l + \varepsilon$ дан катта бўлган ҳадлари фақат чекли сондагина бўлса, у ҳолда l сони кетма-кетликнинг Ю. л. бўлади.

Мисоллар: 1) $1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, 3, \frac{1}{4}, 4, \ldots, n, \frac{1}{n+1} \ldots$ кетма-кетлик учун $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} a_n = +\infty$;

2) $2, -1, \frac{3}{2}, -2, \frac{4}{3}, \ldots, \frac{n+1}{n}, -n, \ldots$ учун $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} a_n = 1$;

3) $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} - \frac{n^2}{n+1} = -\infty$.

ВЕРХНИЙ ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ $y = f(x)$ в точке a — $y = f(x)$ функциянинг a нуқтадаги **ЮҚОРИГИ ЛИМИТИ** — функциянинг a нуқтадаги хусусий лимитларининг энг каттаси (чекли ёки чексиз) бўлиб, $\overline{\lim\limits_{x\to a}} f(x)$ символ билан белгиланади. a нуқта $+\infty$, $-\infty$ символлар билан ифодаланган ҳолларда ҳам, x аргумент a нуқтага ўнгдан ёки чапдан интилганда ҳам (функциянинг бир томонлама Ю. л.) бу таъриф ўз кучини сақлайди.

Мисоллар: 1) $\overline{\lim\limits_{x\to 0}} 2\sin\frac{1}{x} = 2$; 2) $\overline{\lim\limits_{x\to 1}} - \frac{1}{(x-1)^2} = -\infty$; 3) $\overline{\lim\limits_{x\to+\infty}} x\cos x = +\infty$; 4) $\overline{\lim\limits_{x\to 0+0}} \frac{1}{x} = +\infty$, лекин $\overline{\lim\limits_{x\to 0-0}} \frac{1}{x} = -\infty$.

ВЕРХНЯЯ ГРАНЬ МНОЖЕСТВА E действительных чисел — ҳақиқий сонлар E **ТЎПЛАМИНИНГ ЮҚОРИГИ ЧЕГАРАСИ** — бу тўпламни юқоридан чегараловчи сонларнинг энг кичиги, яъни қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи M сони: 1) E тўпламнинг ҳар қандай x сони $x \leqslant M$ тенгсизликни қаноатлантиради; 2) ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун E тўпламда шундай x' элемент мавжудки, $x' > M - \varepsilon$ бўлади. Т. ю. ч. $\sup E = M$ символ билан белгиланади. Юқоридан чегараланган ҳар қандай тўпламда Т.ю.ч. мавжуд. Агар Т.ю.ч. тўпламнинг ўзига тегишли бўлмаса, у бу тўпламнинг лимит нуқтаси (қ. Предельная точка) бўлиши шарт.

Мисоллар: 1) $E\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots \frac{1}{n}, \ldots\right\}$, $\sup E = 1$;

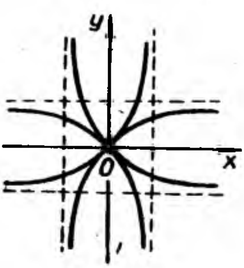
2) $E(a, b)$ — чекли интервал, $\sup E = b$;

3) E тўплам — $a_n = \sin n$ кетма-кетлик, $\sup E = 1$.

ВЕРХНЯЯ ГРАНЬ ФУНКЦИИ $y = f(x)$ [или $U = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$] на данном множестве E — $y = f(x)$ [ёки $U = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$] **ФУНКЦИЯНИНГ** берилган E тўпламдаги **ЮҚОРИГИ ЧЕГАРАСИ** — x аргумент [ёки $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ аргументлар] E тўпламдаги қийматларни қабул қилганда функциянинг олган қийматлари тўпламининг юқориги чегараси (қ. Верхняя грань множества). Ф.ю.ч. $\sup\limits_{x \in E} f(x)$ [ёки $\sup\limits_{x \in E} U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$] символ билан белгиланади. Агар x нинг E даги бирор қийматида $f(x) = \sup\limits_{x \in E} f(x)$ бўлса, бу ҳолда E да Ф.ю.ч. функциянинг E тўпламдаги энг катта қиймати бўлади (функция ўзининг юқориги чегарасига эришади деб айтилади).

Мисоллар: 1) $\sup\limits_{-\infty < x < \infty} (1 - x^2) = 1$ — функциянинг энг катта қиймати; бу қийматга функция $x = 0$ бўлганда эришади; 2) $\sup\limits_{0 < x < 1} (1 - x^2) = 1$, лекин функция $(0, 1)$ оралиқда энг катта қийматга эга эмас; 3) $\sup\limits_{0 < x < \infty} 2^x$ — мавжуд эмас ёки шартли қилиб айтганда $+\infty$ га тенг, чунки функция бу тўпламда юқоридан чегараланмаган.

ВЕТВЛЕНИЯ ТОЧКА — ТАРМОҚЛАНИШ НУҚТАСИ. Кўп қийматли аналитик функциянинг тармоқланиш нуқтаси — комплекс текисликдаги шундай нуқтаки, бу нуқтани маркази шу нуқтада бўлган ва радиуслари ҳар қанча кичик бўлган айланалар бўйича (бунда мазкур функция қийматлари узлуксиз ўзгариб боради) айланиб ўтганда дастлаб танлаб олинган функция қийматидан бошқа қийматлар ҳосил бўлади. Функциянинг ҳар бир нуқтадаги турли қийматлари сони чекли бўлиши ҳам (масалан, 0 атрофида $\sqrt[n]{z}$ нинг қийматлари), чексиз бўлиши ҳам мумкин (масалан, $\operatorname{Ln} z = \operatorname{Ln} \rho e^{i\varphi} = \ln \rho + i\varphi$ нинг 0 атрофидаги ва ∞ даги турли қийматлари ∞; $\operatorname{arctg} z$ ники эса $\pm i$ атрофида). қ. Аналитические функции.



27- расм.

ВЕТРЯНАЯ МЕЛЬНИЦА — ШАМОЛ ТЕГИРМОНИ — тугунлар (қ. Узлы) деб аталувчи бирор эгри чизиқлар оиласининг эгри чизиқларидан бири бўлган текис эгри чизиқ. Тугунларнинг қутб тенгламаси $\rho = a \operatorname{ctg} k\varphi$ кўринишда бўлади. $k = 2$ бўлганда тугун (оила эгри чизиқларидан бири) Ш. т. деб аталади. Ш. т. нинг шакли шамол тегирмонининг паррагига бир оз ўхшаб кетади (27-расм). Ш. т. нинг асимптоталари бўлиб, уларнинг тенгламаси: $x = \pm a$, $y = \pm b$.

ВЕЩЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА — ҲАҚИҚИЙ СОНЛАР — қ. Действительные числа.

ВЗАИМООБРАТНЫЕ ЧИСЛА — ЎЗАРО ТЕСКАРИ СОНЛАР — иккита $a \neq 0$ ва $\frac{1}{a}$ сон. Ў.т.с.нинг кўпайтмаси 1 га тенг. Ў.т.с. тушунчаси баъзан тенгламаларни оғзаки ечишда ишлатилади; масалан, $x + \frac{1}{x} = 2{,}5$ тенгламани $x + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{2}$ кўринишда ёзиш мумкин, бундан унинг илдизлари $x_1 = 2$ ва $x_2 = \frac{1}{2}$ бўлишини кўриш осон. Ў.т.с. оддий касрларни бўлишда ва сонларни манфий кўрсаткичли даражага кўтаришда ишлатилади. Ў.т.с. нинг хоссасини қайд қилиб ўтамиз: агар $a > 0$ бўлса, $a + \frac{1}{a} \geqslant 2$.

ВЗАИМНО ОДНАЗНАЧНОЕ СООТВЕТСТВИЕ — ЎЗАРО БИР ҚИЙМАТЛИ МОСЛИК — икки тўплам элементлари орасидаги шундай мосликки, бунда биринчи тўпламнинг ҳар бир элементига иккинчи тўпламнинг фақат битта элементи мос келади ва, аксинча, иккинчи тўпламнинг ҳар бир элементига биринчи тўпламнинг фақат битта элементи мос келади. Ў.б.қ.м. функциянинг ёки аксланишнинг (қ. Отображение) хусусий кўринишидир.

Мисол: (0,1) кесма нуқталари билан (0,2) кесма нуқталари орасида Ў.б.қ.м. ўрнатиш мумкин; бунинг учун (0,1) кесманинг λ сонига (0, 2) кесманинг 2λ сонини мос қўйиш етарлидир.

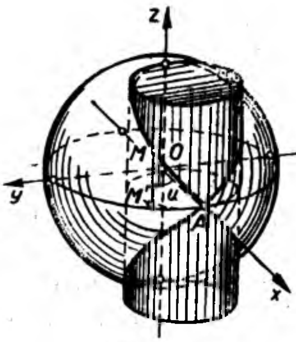
ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ МНОГОЧЛЕНЫ — ЎЗАРО ТУБ КЎПҲАДЛАР. Агар $f_1, f_2, \ldots, f_k$ $(k \geqslant 2)$ кўпҳадларнинг энг катта умумий бўлувчиси (қ. Наибольший общий делитель) нолинчи даражали кўпҳад бўлса, бу кўпҳадлар Ў.т.к. дейилади. Ў.т.к. нинг муҳим хоссаларидан бири: агар g кўпҳад $f_1, f_2, \ldots, f_k$ кўпҳадларнинг ҳар бири билан ўзаро туб бўлса, у ҳолда g кўпҳад $f_1 \cdot f_2 \cdot \ldots \cdot f_k$ кўпайтма билан ҳам ўзаро туб бўлади.

ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ ЧИСЛА — ЎЗАРО ТУБ СОНЛАР — 1 ва — 1 дан бошқа умумий бўлувчига эга бўлмаган $a_1, a_2, \ldots, a_k$ $(k \geqslant 2)$ бутун сонлар. Масалан, 18, 35 ва 121 сонлари (бу ерда $k = 3$) Ў.т.с. дир, лекин 14, 35 ва 49 лар эса Ў.т.с. эмас, чунки булар 1 ва — 1 билан бир қаторда 7 ва — 7 дан иборат умумий бўлувчиларга эга. Ў.т.с.нинг асосий хоссалари: 1) агар $a_1, a_2, \ldots, a_k$ сонларнинг ҳар бири b билан Ў.т.с. бўлса, у ҳолда $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_k$ кўпайтма b билан ўзаро туб бўлади; 2) агар $a_1, a_2, \ldots, a_k$ Ў.т.с. бўлса, $\sum_{i=1}^{k} a_i x_i = 1$ тенгликни қаноатлантирадиган $x_1, x_2, \ldots, x_n$ бутун сонлар мавжуддир; 3) Ў.т.с. нинг энг кичик умумий бўлинувчиси (қ. Наименьшее кратное) уларнинг кўпайтмаси билан бир хил. Ў.т.с. тушунчасини жуфт-жуфти билан ўзаро туб сонлар тушунчасига аралаштириб юбориш ярамайди (қ. Попарно простые числа).

ВЗВЕШЕННОЕ СТЕПЕННОЕ СРЕДНЕЕ n положительных чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — n та мусбат $a_1, a_2, \ldots, a_n$ сонларнинг **ТОРТИЛГАН ДАРАЖАЛИ ЎРТА ҚИЙМАТИ** — даражали ўрта қийматнинг умумлаштирилгани (қ. Степенное среднее). Т.д.ў.қ.

$$S_\alpha = \left(\frac{p_1 a_1^\alpha + p_2 a_2^\alpha + \ldots + p_n a_n^\alpha}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

формула билан ифодаланади. Т.д.ў.қ. миқдорларнинг ўрта (қ. Среднее чисел) қиймати бўлиб, $p_1 = p_2 = \ldots = p_n$ бўлганда даражали ўрта қийматга (қ. Степенное среднее) айланади. α нинг баъзи бир тайинли қийматларида даражали ўрта қийматдан ўрта қийматларнинг махсус турлари ҳосил қилингани каби Т.д.ў.қ. дан тортилган арифметик ўрта қиймат, тортилган гармоник ўрта қиймат ва бошқалар ҳосил бўлади. Т.д.ў.қ. математика ва математик статистиканинг турли масалаларида, жумладан, ўлчанадиган $a_1, a_2, \ldots, a_n$ миқдорлар турли аниқлик билан топилганда кузатишлар натижасини математик жиҳатдан ишлаб чиқишда қўлланилади.



28- расм.

ВИВИАНИ КРИВАЯ — ВИВИАНИ ЭГРИ ЧИЗИҒИ — ясовчиси $O(R)$ сфера марказидан ўтадиган, радиуси сферанинг R радиусидан икки марта кичик бўлган доиравий цилиндр билан ўша сферанинг кесишишидан ҳосил бўлган чизиқ (28- расм).

В.э.ч. нинг параметрик тенгламаси:

$$x = R\cos^2 u,\ y = R\cos u \sin u,\ z = \pm R\sin u,$$

бунда u параметр AOM' бурчак ёки M нуқтанинг узоқлиги.

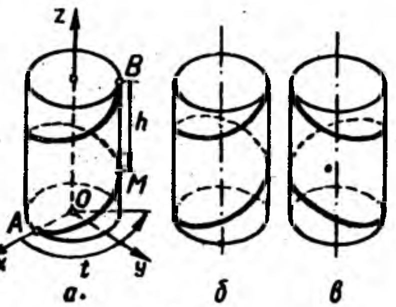
ВИЕТА ФОРМУЛЫ (Вьета формулы) — **ВИЕТ** (Вьет) **ФОРМУЛАЛАРИ** — n-даражали (бош ҳадининг коэффициенти бирга тенг бўлган) $x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$ кўпҳад коэффициентлари билан унинг $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ илдизлари орасидаги муносабатларни белгиловчи формулалар. В.ф. қуйидагичадир:

$$\begin{aligned} a_1 &= -(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n), \\ a_2 &= +(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \ldots + \alpha_{n-1}\alpha_n), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_n &= (-1)^n \alpha_1\alpha_2 \ldots \alpha_n. \end{aligned}$$

$n = 2$ бўлган хусусий ҳолда иккинчи даражали $x^2 + px + q$ кўпҳад учун В.ф. ни ҳосил қиламиз, чунончи: $\alpha_1 + \alpha_2 = -p$, $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = q$. Бу формулаларни биринчи бўлиб француз математиги Франсуа Виет (Вьет) топган.

ВИЛЬСОНА КРИТЕРИЙ (теорема) — **ВИЛЬСОН АЛОМАТИ** (теоремаси). Агар $(m-1)! + 1 \equiv 0 \pmod{m}$ бўлса, яъни $(m-1)! + 1$ сон m га бўлинса, бу ҳолда ва фақат шу ҳолдагина m сони туб сондир.

ВИНОГРАДОВА ТЕОРЕМА — **ВИНОГРАДОВ ТЕОРЕМАСИ** — асримизнинг биринчи ярмида сонлар назариясида эришилган энг катта ютуқлардан бири. В.т. етарлича катта бўлган ҳар қандай тоқ сон учта туб соннинг йиғиндисидан иборат деб тасдиқлайди. Бошқа сўз билан айтганда, шундай C сон (Виноградов доимийси) мавжудки, C дан катта бўлган ҳар қандай n тоқ сон учта туб соннинг йиғиндиси бўлади. 1939 йилда C сонини Бороздкин баҳолаб, бу соннинг $e^{e^{41,96}}$ дан катта эмаслигини кўрсатди. В.т. Гольдбах — Эйлер (қ.) масаласининг тоқ сонга оид ечими бўлди. В.т ни 1937 йилда акад. И. М. Виноградов исбот қилган.



29- расм

ВИНТОВАЯ ЛИНИЯ — **ВИНТ ЧИЗИҒИ** — доиравий цилиндрнинг ясовчиси унинг ўқи атрофида бир текис айланаётганда ясовчиси бўйлаб текис ҳаракат қилаётган M нуқта чизган чизиқ. AMB эгри чизиқ (29- a расм) В.ч. дир. Цилиндрнинг z ўқи мусбат йўналишидан қаралганда ясовчининг соат стрелкаси бўйича ёки соат стрелкасига тескари ҳаракатланишига қараб ўнг В.ч. (29- $б$ расм) ва чап В.ч. (29- $в$ расм) деб В.ч. лар бир-биридан фарқ қилинади. Цилиндр ясовчиси ўқ атрофида бир марта тўла айланиб чиқишида M нуқта босиб ўтган $MB = h$ масофа В.ч. нинг қадами деб аталади.

В.ч. нинг параметрик тенгламаси бундай кўринишда бўлади:

$$x = r\cos t,\ y = r\sin t,\ z = \frac{h}{2\pi}\, t,$$

бунда r — цилиндр радиуси, h — В.ч. қадами, t — OM' радиусининг айланиш бурчаги (M' нуқта M нуқтанинг цилиндр асоси текислигидаги проекцияси, яъни $t = \angle OAM'$, бунда A нуқта M нуқтанинг бошланғич ҳолати).

Агар цилиндрик сирт текисликка ёйилса, у ҳолда В.ч. тўғри чизиққа айланади. В.ч. нинг цилиндр ўқи орқали ёки унга параллел ўтувчи ҳар қандай текисликдаги проекцияси синусоидадир.

ВИНТОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ — ВИНТ СИРТИ — ясси эгри чизиқнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги винтсимон ҳаракати натижасида, яъни ўқ атрофида ўзгармас ω бурчак тезлиги билан айланиши ва айланиш ўқи йўналишида ўзгармас чизиқли v тезлик билан илгариланма ҳаракат қилиб кўчиши натижасида чизилган сирт.

Агар тўғри чизиқ винтсимон ҳаракат қилса, В.с. геликоид (қ.) дейилади. Агар тўғри чизиқ айланиш ўқини тўғри бурчак билан кесиб ўтса, геликоид тўғри геликоид ёки оддий В.с. дейилади.

ВИХРЬ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ (или, короче, вихрь вектора) — **ВЕКТОРЛАР МАЙДОНИ УЮРМАСИ** (ёки, қисқача, вектор уюрмаси) — берилган

$$\mathbf{F} = P(x, y, z)\,\mathbf{i} + Q(x, y, z)\,\mathbf{j} + R(x, y, z)\,\mathbf{k}$$

вектор майдон билан аниқланадиган

$$\left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)\mathbf{k}$$

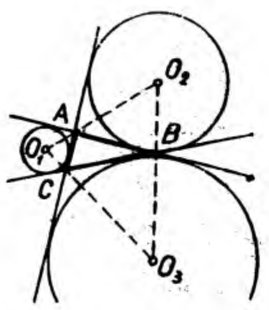
векторлар майдони. В.м.у. $\operatorname{rot}\mathbf{F}$ символ билан белгиланади ($\mathbf{F}$ нинг уюрмаси ёки $\mathbf{F}$ нинг ротори деб ўқилади) ва символик детерминант шаклида ёзилиши мумкин:

$$\operatorname{rot}\mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix},$$

бу детерминантни ёйганда $\dfrac{\partial}{\partial x}$ оператор билан Q функциянинг «кўпайтмаси» $\dfrac{\partial Q}{\partial x}$ хусусий ҳосилани билдиради ва ҳ. к. rot символи латинча rotatio — айланиш сўзидан олинган.

ВНЕВПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ треугольника — учбурчакка **ЁНДОШ ЧИЗИЛГАН АЙЛАНА** — учбурчакдан ташқарига жойлашган ва унинг томонларидан бирига ҳамда қолган иккита томонининг давомига уринувчи айлана. Ҳар бир ABC учбурчак учун учта Ё.ч.а. ясаш мумкин (30- расм). Бу айланаларнинг O_1, O_2, O_3 марказлари учбурчак ташқи бурчаклари биссектрисаларининг кесишиш нуқталаридир.

Ё.ч.а. тушунчаси ясашга доир масалаларни ечишда ишлатилади.



30- расм.

ВНЕШНЕЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ множества A и B — A ва B тўпламларнинг **ТАШҚИ КЎПАЙТМАСИ** — (a, b) кўринишдаги барча мумкин бўлган тартибли жуфтларнинг $A \times B$ тўплами, бунда $a \in A$ ва $b \in B$. Учта, тўртта ва умуман тўпламларнинг ихтиёрий тўпламининг Т.к. шунга ўхшаш таърифланади.

Т.т.к. яна тўғри кўпайтма, Декарт кўпайтмаси (Р. Декарт номи билан) ёки картезиан кўпайтма («Картезиус» сўзидан олинган; латинчада Декарт Картезиус деб юритилади) деб ҳам аталади.

Мисол. A — бутун сонлар тўплами бўлсин. Бу ҳолда $A \times A$ Т.т.к. барча икки ўлчовли бутун сон қийматли векторлар тўпламидан иборат бўлади.

ВНЕШНИЙ УГОЛ треугольника — учбурчакнинг **ТАШҚИ БУРЧАГИ** — учбурчак ички бурчакларининг бири билан қўшни (қ. Смежный угол) бўлган бурчак. Учбурчакнинг Т.б. ўзига қўшни бўлмаган ички бурчакларнинг ҳар биридан катта (бу теорема параллеллик аксиомасига асосланмаган ҳолда исбот этилади, яъни у абсолют геометриянинг теоремасидир).

ВНЕШНЯЯ ТОЧКА — ТАШҚИ НУҚТА: 1°. **Ҳақиқий сонлар тўпламининг Т.и.си** — шундай нуқтаки, бу нуқта учун уни ўз ичига олган очиқ оралиқ (қ. Промежуток) мавжуд бўлиб, бу оралиқ бутунлай мазкур тўпламга тегишли бўлмаган нуқталардан иборат. Бошқача қилиб айтганда, Т н.— шу нуқтани ўз ичига олган бирор интервал билан биргаликда тўпламга тегишли бўлмаган нуқта.

2°. *n* **ўлчовли Евклид фазосидаги, яъни метрик фазодаги тўпламнинг** Т.н. си шундай нуқтаки, бу нуқта учун мос фазода бу нуқтани ўз ичига олган очиқ шар (қ.) мавжуд бўлиб, у шар бутунлай мазкур тўпламга тегишли бўлмаган нуқталардан иборат. Бошқача қилиб айтганда, Т.н.— шу нуқтани ўз ичига олган бирор очиқ шар билан биргаликда тўпламга тегишли бўлмаган нуқта.

ВНУТРЕННЯЯ ГЕОМЕТРИЯ — ИЧКИ ГЕОМЕТРИЯ — геометриянинг бир бўлими бўлиб, унда сирт эгилганда инвариант бўлиб қоладиган хоссалари (сиртнинг ички хоссалари) ўрганилади. Жумладан, сиртдаги эгри чизиқ ёйининг узунлиги бу сирт эгилганда ўзгармайди, лекин эгри чизиқнинг эгрилиги эса сиртнинг ўша эгилишида ўзгаради.

Эгри чизиқ ёйининг узунлиги, эгри чизиқларнинг кесишиш нуқтасида улар орасидаги бурчак, шаклларнинг юзи тушунчалари И.г.нинг асосий тушунчаларидир. Сиртдаги тўғри чизиқларнинг И.г. даги ўхшатмаси геодезик чизиқлар (қ. Геодезические линии) бўлиб, улар тўғридан-тўғри геодезик чизиқлар деб аталади. Сиртларнинг ички хоссаларини ўрганишга Гаусс томонидан киритилган биринчи квадратик форма (қ.) асос қилиб олинган. И.г. сиртлар назариясининг махсус бўлимини ташкил қилади. И.г. қисқача сиртдаги геометрия деб таърифланади; жумладан, текисликдаги И.г. планиметриядир. Сферадаги, Лобачевский текислигидаги И.г. ни ҳам ўрганиш мумкин.

Адаб.: П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М., 1950; А. Д. Александров, Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей, Гостехиздат, М., 1948.

ВНУТРЕННЯЯ ТОЧКА — ИЧКИ НУҚТА: 1°. **Ҳақиқий сонлар тўпламининг И.н.си** — берилган тўпламнинг сон ўқидаги шундай нуқтасидирки, бу нуқта учун шу нуқтани ўз ичига олган очиқ оралиқ (қ. Промежуток) мавжуд бўлиб, у оралиқ бутунлай бу тўплам нуқталаридан иборат. Бошқача қилиб айтганда, И.н.— шу нуқтани ўз ичига олган бирор оралиқ билан бирга тўпламга тегишли бўлган нуқта.

2°. *n* **ўлчовли Евклид фазосидаги, яъни метрик фазодаги тўпламнинг И.н. си**—берилган тўпламдаги шундай нуқтаки, бу нуқта учун мос фазода бу нуқтани ўз ичига олган очиқ шар (қ.) мавжуд бўлиб, у шар бутунлай шу тўплам нуқталаридан иборат. Бошқача қилиб айтганда, И.н.— шу нуқтани ўз ичига олган бирор очиқ шар билан бирга тўпламга тегишли бўлган нуқта.

ВОГНУТОСТЬ — БОТИҚЛИК — $y=f(x)$ (эгри чизиқнинг) графикнинг хоссаси. Агар x_0 нуқтанинг шундай атрофи мавжуд бўлсаки, бу атрофда $f(x)$ эгри чизиқнинг ҳар бир ёйи ўзининг ватари остида ётса, унда $y=f(x)$ эгри чизиқ $x=x_0$ нуқтада ботиқ дейилади. «Ботиқ» деган сўз ўрнида эгри чизиқ ботиқлиги билан юқорига қараган (ёки қавариқлиги билан пастга қараган) деб ҳам айтилади. Агар $f''(x)$ мавжуд бўлса, у ҳолда $x=x_0$ нуқтадаги ботиқлик $f''(x_0)>0$ шарт билан аниқланади.

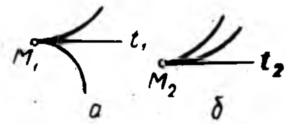
ВОЗВЕДЕНИЕ В СТЕПЕНЬ — ДАРАЖАГА КЎТАРИШ —

$$\underbrace{a\cdot a\cdot\ \ldots\ \cdot a}_{n\ \text{марта}}=a^n$$

кўпайтмани топишдан иборат бўлган амал. Бу ерда n — даража кўрсаткичи деб аталадиган бутун мусбат сон, a — даражанинг асоси, a^n— даража. Алгебра ва математик анализда даража тушунчаси даража кўрсаткичи n ихтиёрий ҳақиқий сон ва ихтиёрий комплекс сон бўлган ҳоллар учун умумлаштирилади (қ. Показательная функция).

Д.к. термини абстракт алгебрада ҳам (группалар, ҳалқалар назариясида ва ҳ. к.ларда), умуман ихтиёрий мультипликатив операцияларда ҳам ишлатилади (қ. Мультипликативная группа).

ВОЗВРАТА ТОЧКА — ҚАЙТИШ НУҚТАСИ — эгри чизиқнинг махсус нуқталаридан (қ. Особая точка) бири бўлиб, бу нуқтада эгри чизиқнинг йўналиши қарама-қаршисига алмашади. Эгри чизиқ шохларининг Қ.н. да эгри чизиққа ўтказилган уринмага нисбатан жойлашишига қараб биринчи жинсли Қ. н. (31-*а* расм) ва иккинчи жинсли Қ.н. (31-*б* расм) деб улар бир-биридан фарқ қилинади: биринчи жинсли M_1 Қ.н. нинг бирор атрофида эгри чизиқнинг шохлари уринманинг турли томонига жойлашган бўлиб, иккинчи жинсли M_2Қ.н. нинг бирор атрофида эса эгри чизиқнинг шохлари t уринмадан бир томонда жойлашгандир.



31- расм.

Қ.н. ўткирланиш нуқтаси деб ҳам аталади.

ВОЗВРАТНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ — ҚАЙТМА КЕТМА-КЕТЛИК — ушбу

$$a_{n+p}+c_1a_{n+p-1}+\ \dots+c_pa_n=0$$

муносабатни қаноатлантирувчи a_0, a_1, a_2, ..., a_n ... сонлар кетма-кетлиги, бунда c_1, c_2, ..., c_p мазкур Қ.к.к. учун ўзгармас бўлган миқдорлар. Бу муносабат Қ.к.к. нинг дастлабки p ҳади маълум бўлган ҳолда унинг кейинги ҳадларини кетма-кет (рекуррент равишда) ҳисоблашга имкон беради. Фибоначчи қатори Қ.к.-к. га мисол бўлади (қ. Фибоначчи последовательность), унда $a_0=a_1=1$ ва қолган ҳадлар учун $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ муносабат ўринли бўлади. Қ.к.-к. терминини коэффициентлари Қ.к.-к. ташкил қиладиган даражали қаторларни текширган олим А. Муавр киритган (қ. Степенные ряды).

Адаб.: А. И. Маркушевич, Возвратные последовательности, Гостехиздат, М., 1947.

ВОЗВРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ *n*-й степени — *n*-даражали **ҚАЙТМА ТЕНГЛАМА** — коэффициентлари $a_k=a_{n-k}$ (бунда $k=0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ n$) тенглик билан боғланган

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ \dots\ +a_{n-1}x+a_n=0 \qquad (*)$$

кўринишдаги алгебраик тенглама. Кўпинча Қ.т. ни бошидан ва охиридан тенг узоқликда жойлашган ҳадларининг коэффициентлари бир хил бўлган (*) кўринишдаги тенглама деб таърифлашади. Бу таъриф бирмунча ноқулай, чунки у англашилмовчиликка олиб келиши мумкин (масалан, $x^5+3x^3+3x^2+x=0$ тенглама Қ.т. эмас, чунки унда $a_0=1$, $a_1=0$, $a_2=3$, $a_3=3$, $a_4=1$ ва $a_5=0$, яъни $a_2=a_3$ бўлса-да, $a_0\neq a_5$, $a_1\neq a_4$).

Қ.т. терминини 1733 йили Л. Эйлер киритган.

Қ. т. нинг илдизлари нолдан фаркли. Агар α — Қ.т.нинг илдизи бўлса, у ҳолда $\frac{1}{\alpha}$ ҳам ўша Қ.т. нинг илдизи бўлади (тоқ даражали Қ.т. нинг илдизи $x_1=-1$; унинг чап томонини $x+1$ бўлиб, уни жуфт даражали Қ.т. га келтирилади).

Жуфт $2m$ даражали Қ.т. ни ечиш $y=x+\frac{1}{x}$ ўрнига қўйиш йўли билан m-даражали битта тенглама ва $2m$ та квадрат тенгламаларни ечишга келтирилади. Доирани бўлиш тенгламаси Қ.т.га келтирилади. Қ.т.га яқин тенгламалар қийшиқ қайтма тенглама ва иккинчи жинсли қайтма тенгламадир.

Мисол. $x^5+3x^4-6x^3-6x^2+3x+1=0$ Қ.т. ни ечиб кўрайлик. $x_1=-1$. Шуннинг учун дастлабки тенглама тўртинчи даражали Қ.т. га келади:

$$x^4+2x^3-8x^2+2x+1=0.$$

Бу тенгламанинг иккала томонини $x^2 (x \neq 0)$ га бўлиб, $y = x + \frac{1}{x}$ ва $y^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$ алмаштиришдан фойдаланиб, $y^2 + 2y - 10 = 0$ ни ҳосил қиламиз. Бу тенгламадан $y_{1,2} = -1 \pm \sqrt{11}$. Бундан кейин

$$x_{2,3} = \frac{-1 - \sqrt{11} \pm \sqrt{8 + 2\sqrt{11}}}{2}, \quad x_{4,5} = \frac{-1 + \sqrt{11} \pm \sqrt{8 - 2\sqrt{11}}}{2}$$

бўлишини биламиз.

ВОЗРАСТАНИЕ ФУНКЦИИ в точке — нуқтада **ФУНКЦИЯНИНГ ЎСИШИ.** Агар a нуқтанинг шундай атрофи мавжуд бўлсаки, бу атрофдаги ҳар қандай x_1 ва x_2 қийматлар учун $x_1 < a < x_2$ бўлганда $f(x_1) < f(a) < f(x_2)$ тенгсизликлар бажарилса, a нуқта атрофида аниқланган $y = f(x)$ функция шу нуқтада ўсувчи функция дейилади.

Бошқа сўз билан айтганда функциянинг бу нуқтадаги орттирмасининг ишораси аргумент орттирмаси ишораси билан бир хил бўлади. Қатъиймас $f(x_1) \leqslant f(a) \leqslant f(x_2)$ тенгсизликлар бажарилган ҳолда функция a нуқтада камаймовчи функция дейилади. a нуқтада дифференциалланувчи функция $f'(a) \geqslant 0$ бўлган ҳолда ва фақат шу ҳолда бу нуқтада камаймовчи функциядир.

Мисол.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0 \text{ бўлганда}) \\ 0 & (x = 0 \text{ бўлганда}) \end{cases}$$

функция $x = 0$ нуқтада ўсади, лекин бу нуқтанинг ҳар қандай атрофида ўсувчи эмас, чунки ҳар қандай атрофда ҳосила ишорасини чексиз кўп марта ўзгартиради.

ВОЗРАСТАЮЩАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ — ЎСУВЧИ КЕТМА-КЕТЛИК — кейинги ҳади олдинги ҳадидан катта бўлган, яъни $a_{n+1} > a_n$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ бўлган $a_1, a_2, \ldots, a_n \ldots$ кетма-кетлик. Қатъий бўлмаган $a_{n+1} \geqslant a_n$ тенгсизлик бажарилган ҳолда кетма-кетлик камаймайдиган кетма-кетлик дейилади. Юқоридан чегараланган камаймовчи кетма-кетлик (қ. Ограниченная последовательность) чекли лимитга эга.

ВОЗРАСТАЮЩАЯ ПРОГРЕССИЯ — ЎСУВЧИ ПРОГРЕССИЯ: 1°. **Ўсувчи арифметик прогрессия** — айирмаси нолдан катта бўлган $(d > 0)$ прогрессия (қ.).

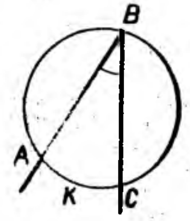
2°. **Ўсувчи геометрик прогрессия** — махражи бирдан катта $(q > 1)$ ва биринчи ҳади мусбат бўлган прогрессия.

ВОЗРАСТАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ — ЎСУВЧИ ФУНКЦИЯ. $a \leqslant x \leqslant b$ кесмада (ёки интервалда, ёки тўпламда) $y = f(x)$ функция учун кесмадаги (интервалдаги, тўпламдаги) ҳар қандай $x_1 < x_2$ да $f(x_1) < f(x_2)$ тенгсизлик бажарилса $f(x)$ функция бу оралиқда Ў.ф. дейилади; қатъий бўлмаган $f(x_1) \leqslant f(x_2)$ тенгсизлик бажарилган ҳолда функция камаймовчи функция дейилади. $[a, b]$ кесмада, ёки мос равишда (a, b) интервалда дифференциалланувчи функциянинг $f'(x)$ ҳосиласи $a \leqslant x \leqslant b$ да ёки мос равишда $a < x < b$ да манфий бўлмаганда, яъни $f'(x) \geqslant 0$ бўлганда ва фақат шу ҳолдагина функция унда камаймовчи функциядир. Функциянинг кесмада ёки интервалда ўсувини унинг нуқтада ўсуви билан аралаштириб юбориш ярамайди.

ВПИСАННЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК (в кривую или в другой многоугольник)— (эгри чизиққа ёки бошқа бир кўпбурчакка) **ИЧКИ ЧИЗИЛГАН КЎПБУРЧАК**— барча учлари эгри чизиқда ёки бошқа бир кўпбурчак томонларида ётган кўпбурчак. Иккинчи тартибли эгри чизиққа ички чизилган кўпбурчак ҳақида, доиравий сегментга ички чизилган квадрат ҳақида, квадратга ички чизилган учбурчак ҳақида, учбурчакка ички чизилган тўғри тўртбурчак ҳақида ва ҳ. к. лар ҳақида шундай гапиришади.

ВПИСАННЫЙ УГОЛ — ИЧКИ ЧИЗИЛГАН БУРЧАК — учи айланала ётадиган, томонлари эса айланани кесиб ўтадиган бурчак. 32-расмда ABC бурчак И.ч.б. дир. И.ч.б. учини ўз ичига олмайдиган AKC ёй И.ч.б. таянадиган ёй деб аталади. И.ч.б. ўзи таянган ёйнинг ярми билан ўлчанади. Айлананинг диаметрига (ёки 180° ёйга) таянувчи И.ч.б. тўғри бурчакдир.

ВПОЛНЕ УПОРЯДОЧЕННОЕ МНОЖЕСТВО — ТЎЛА ТАРТИБЛАНГАН ТЎПЛАМ. Қуйидаги хоссаларга эга бўлган тартиб муносабати киритилган тўплам (тартиб $a \{ b$ билан белгиланади ва «a дан кейин b келади» деб ўқилади): 1) ҳар бир элемент ўз орқасидан ўзи келмайди; 2) ҳар қандай икки a ва b элементдан биттаси иккинчисидан кейин келади; 3) агар $a \{ b$ ва $b \{ c$ бўлса, у ҳолда $a \{ c$ бўлади ва унинг ҳар қандай қисм-тўпламида биринчи элемент мавжуд. Масалан $>$ муносабати билан аниқланган тартибли натурал сонлар қатори Т.т.т. дир.

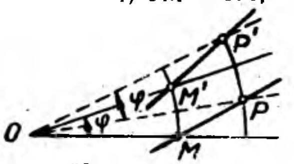


32- расм.

Адаб.: П. С. Александров, Введение в общую теорию множеств и функций, Гостехиздат, М.—Л., 1948.

ВРАЩЕНИЕ с центром O и углом вращения φ — маркази O да ва айланиш бурчаги φ бўлган **АЙЛАНИШ** — текислик нуқталарини шундай алмаштиришки, бунда текисликнинг ҳар бир M нуқтасига шу текисликнинг M' нуқтаси мос қўйиладики, бунда қуйидаги иккита шарт бажарилади:

$$1)\ OM' = OM, \quad 2)\ \angle MOM' = \varphi.$$



33- расм.

А. да текисликнинг барча (M, P, . . .) нуқталари маркази O нуқтада, яъни А. марказида бўлган концентрик айланалар ёйлари чизади (33- расм). А. да тўғри чизиқлар тўғри чизиқларга, айланалар ўзларига тенг айланаларга алмашинади. А. ҳаракатнинг (қ. Движение) хусусий ҳоли бўлиб, бунда текислик нуқталаридан камида биттаси қўзғалмас бўлиб қолади.

Фазодаги тўғри чизиққа нисбатан А. ҳам шунга ўхшаш таърифланади. Текисликда А. аналитик усулда бу формулалар билан ифодаланади:

$$x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi, \quad y' = x\sin\varphi + y\cos\varphi,$$

бунда φ — А. бурчаги, $O(0, 0)$ нуқта — А. маркази.

А. алмаштиришидан геометрик ясашларга (қ. Геометрические построения) доир баъзи масалаларни ечишда, айниқса, изланаётган шакл берилган шаклларга нисбатан аниқ бир ҳолатда туриши лозим бўлган ҳолларда фойдаланилади. Масалан, учта учи берилган учта параллел тўғри чизиқда биттадан ётадиган квадрат ясалсин деган масала А. методи билан жуда содда ечилади.

ВРОНСКИАН—ВРОНСКИАН. n та $f_1(x)$, $f_2(x)$, . . . , $f_n(x)$ функция ва уларнинг тартиби $(n-1)$ гача бўлган ҳосилаларидан тузилган детерминант:

$$W(x) = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_n \\ f_1' & f_2' & \dots & f_n' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_1^{(n-1)} & f_2^{(n-1)} & \dots & f_n^{(n-1)} \end{vmatrix}.$$

Бу ном поляк математиги Ю. Вронский шарафига қўйилган.

В. нинг айнан нолга тенг бўлиши функцияларнинг чизиқли боғлиқ бўлишининг зарурий ва етарли шартидир. Агар f_1, f_2, . . . , f_n лар $y^{(n)} + p_1(x)\,y^{(n-1)} + \ldots + p_n(x)\,y = 0$ кўринишидаги чизиқли дифференциал тенгламанинг ечимлари бўлса, у ҳолда В. нинг x_0 нуқтада нолга айланиши f_1, f_2, . . . , f_n ларнинг чизиқли боғлиқ бўлишининг зарурий ва етарли шарти бўлади. Чизиқли диффереициал тенгламалар системаси назариясида n та y_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ вектор-функция системасининг В. деб

$$\begin{vmatrix} y_1^{(1)} & y_1^{(2)} & \ldots & y_1^{(n)} \\ y_2^{(1)} & y_2^{(2)} & \ldots & y_2^{(n)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ y_n^{(1)} & y_n^{(2)} & \ldots & y_n^{(n)} \end{vmatrix}$$

детерминантга айтилади, бунда $y_i^{(j)}$ — y_i векторнинг j-компонентаси. Бунинг нолга айланиши y_i ечимларнинг чизиқли боғлиқ бўлишининг ҳам зарурий ва етарли шартидир.

ВТОРАЯ КРИВИЗНА пространственной кривой — фазовий эгри чизиқнинг **ИККИНЧИ ЭГРИЛИГИ** — эгри чизиқнинг буралиши (қ. Кручение) терминининг синоними.

ВУРФ—ВУРФ (мураккаб нисбат) — n ўлчовли проектив фазонинг $n = 1$ (тўғри чизиқ бўлган ҳолда)- бўлганда 4 та нуқтадан ва $n > 1$ бўлганда $(n + 2)$ та нуқтадан ташкил топган тартибланган нуқталари тўплами; бунда $n > 1$ бўлган ҳолда ҳар қандай $n + 1$ та нуқта $(n - 1)$ ўлчовли ҳеч қандай фазога тегишли бўлмайди. Масалан, $n = 3$ бўлганда 5 та нуқтадан ҳеч қандай 4 таси бир текисликда ётмаслиги керак.

В. тушунчасини Штаудт киритган.

Тўғри чизиқда маълум тартиб билан олинган тўртта A, B, C, D нуқта тўғри чизиқдаги В. деб аталади ва $\{ABCD\}$ билан белгиланади. Агар иккита $\{ABCD\}$ ва $\{A'B'C'D'\}$ В. ни ташкил қилувчи тўрт нуқталар проектив бўлса, бу В. лар бир-бирига тенг, яъни агар $ABCD \wedge \overline{A'}B'C'D'$ бўлса, $\{ABCD\} = \{A'B'C'D'\}$. Текисликдаги ва фазодаги В. лар ҳам шунга ўхшаш талқин қилинади. В. лар устида арифметикадаги сонлар устида бўладиган қўшиш ва кўпайтириш амалларини бажариш мумкин.

Адаб.: Н. А. Глаголев, Проективная геометрия, М., 1936, Х. С. М. Коксте р. Действительная проективная плоскость. Физматгиз, М., 1959.

ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД — ТАНЛАШ МЕТОДИ — статистик кузатишлар усули бўлиб, бунда бирор тўпламнинг умумий характеристикаларини аниқлаш учун тўпламнинг ҳамма бирликлари (ҳадларини) эмас, балки фақат уларнинг тасодифий танлашда олинган бир қисми текширилади. Масалан, жуда кўп электр лампочкаларидан иборат тўпламнинг ўртача хизмат муддатини аниқлаш учун уларнинг кичикроқ бир қисми танлаб олиниб, ўшалар синаб кўрилади; синаб кўрилган лампочкаларнинг ўртача хизмат муддати, бутун тўпламдаги лампочкаларнинг ўртача хизмат муддатига тақрибан тенг деб қабул қилинади. Т.м. XIX аср охиридан бошлаб кенг қўлланилмоқда. Т.м. совет статистикаси практикасида кенг татбиқ қилинади. Т.м.нинг классик назариясининг асосий масаласи тасодифий миқдор дисперсиясини аниқлашдан иборатдир.

Адаб.: Статистика ва Математическая статистика терминларига қаранг.

ВЫПРЯМЛЕННЫЙ УГОЛ — ЁЙИҚ БУРЧАК (қ. Развернутый угол).

ВЫПУКЛАЯ КРИВАЯ — ҚАВАРИҚ ЭГРИ ЧИЗИҚ. Декарт координаталари системасига нисбатан Қ.э.ч.— ҳар бир ёйи ўзининг ватаридан пастда ётмайдиган эгри чизиқ. Агар эгри чизиқнинг тенгламаси $y = f(x)$ бўлиб, $f(x)$ биринчи ва иккинчи узлуксиз ҳосилаларга эга бўлса, Қ.э.ч. $f''(x) \leqslant 0$ тенгсизлик билан характерланади. Агар эгри чизиқ M нуқтанинг бирор атрофида қавариқ бўлса, у M нуқтада Қ.э.ч. дейилади.

ВЫПУКЛАЯ ОБЛАСТЬ — ҚАВАРИҚ СОҲА. Бу шундай соҳаки, иккита нуқта шу соҳага тегишли бўлганда бу нуқталарни туташтирувчи тўғри чизиқ кесмаси ҳам шу соҳага тегишли бўлади.

ВЫПУКЛАЯ ПОВЕРХНОСТЬ — ҚАВАРИҚ СИРТ. Агар $z = f(x, y)$ сирт қуйидаги хоссага эга бўлса, у қавариқ сирт деб аталади: уринма текислик берилган сиртдан юқорида ётмайди. Агар $f(x, y)$ функция иккинчи узлуксиз хусусий ҳосилаларга эга бўлса, қавариқликнинг етарлилик шарти қуйидагича бўлади:

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}\right)^2 - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \leqslant 0.$$

ВЫПУКЛАЯ ФИГУРА — ҚАВАРИҚ ШАКЛ: 1°. Қ.ш. — қавариқ жисм (қ. Выпуклое тело) ва 2°. Қ.ш. — қавариқ соҳа (қ. Выпуклая область).

ВЫПУКЛАЯ ФУНКЦИЯ — ҚАВАРИҚ ФУНКЦИЯ — ўзи аниқланган интервалга тегишли ҳар қандай учта $x_1 < x_2 < x_3$ сон учун

$$(x_3 - x_2)\,\varphi(x_1) + (x_1 - x_3)\varphi(x_2) + (x_2 - x_1)\,\varphi(x_3) \leqslant 0$$

тенгсизликни қаноатлантирувчи $\varphi(x)$ функция. Қавариқ функцияларнинг намуналари: $x > 0$ ва $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$ бўлганда $y = -e^{kx}$, $y = x^\alpha$. Иккита Қ.ф. йиғиндиси Қ.ф.дир. Қ.ф.лар кетма-кетлигининг лимити Қ.ф.дир. Ҳар қандай Қ. ф. узлуксиз функциядир. Агар $\varphi(x)$ — икки марта дифференциалланувчи функция бўлса, қавариқлик шарти: $\varphi''(x) \leqslant 0$.

ВЫПУКЛОЕ ТЕЛО — ҚАВАРИҚ ЖИСМ — жисмнинг ҳар қандай икки нуқтасини туташтирувчи тўғри чизиқ кесмаси бутунлай жисмга тегишли бўлса, бундай жисм Қ.ж.дир. Шар, куб, шар сегменти Қ.ж. га мисол бўла олади.

Адаб.: Л. А. Люстерник, Выпуклые тела, Гостехиздат, М., 1941.

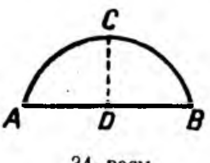
ВЫПУКЛОСТЬ — ҚАВАРИҚЛИК — $y = f(x)$ функция графигининг ушбу хоссаси: $x = x_0$ нуқтанинг бирор атрофида эгри чизиқнинг ҳар бир ёйи ўзининг ватаридан юқорида ётади. Бу ҳолда $f(x)$ функциянинг графиги $x = x_0$ нуқтада қавариқлиги билан юқорига (ботиқлиги билан пастга) қараган дейишади ва функциянинг ўзи бу нуқтада қавариқ дейилади.

Агар $f''(x)$ мавжуд бўлса, у ҳолда $x = x_0$ нуқтада Қ. $f''(x_0) \geqslant 0$ шарт билан аниқланади.

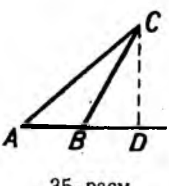
ВЫРОЖДЕНИАЯ МАТРИЦА (вырождающаяся, особенная матрица) — **МАХСУС МАТРИЦА** — детерминанти нолга тенг бўлган квадрат матрица.

ВЫСОТА — БАЛАНДЛИК: 1°. **Текис шаклнинг** бу шакл контурига кирадиган кесмага (асосга) нисбатан Б. деб шакл контурининг нуқталаридан кесмага (асосга) ёки унинг давомига туширилган перпендикулярларнинг энг каттасига айтилади.

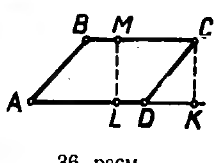
Мисоллар: доиравий ACB сегментнинг баландлиги (стрелкаси) CD дир (34- расм); CD — ABC учбурчакнинг AB томонига (асосига) нисбатан баландлиги ёки ABC учбурчакнинг AB асосига мос бўлган баландлиги (35- расм); CK (ML) — $ABCD$ параллелограммнинг баландлиги (асоси AD ёки BC) — бу баландлик AD ва BC параллел тўғри чизиқлар орасидаги масофадир (36- расм).



34- расм.



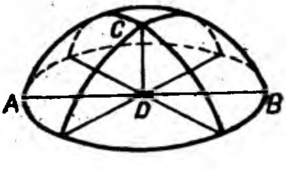
35- расм.



36- расм.

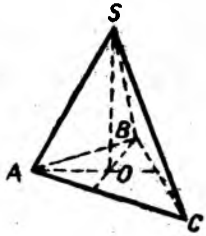
2°. **Фазовий шаклнинг** бу шакл чегарасига кирган текис асосга (текис соҳага) нисбатан Б. деб бу шаклнинг чегаравий нуқталаридан асос текислигига туширилган перпендикулярларнинг энг каттасига айтилади.

Мисоллар: CD — сферик ABC сегментнинг баландлиги (стрелкаси) (37- расм). KL — оғма цилиндрнинг баландлиги (38- расм); SO — пирамиданинг ABC асосига нисбатан баландлиги (39- расм).



37- расм.

38- расм.



39- расм.

ВЫСШАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ОЛИЙ ГЕОМЕТРИЯ — геометрик фанлар туркуми бўлиб, унга университет ва педагогика институтларининг физика-математика факультетларида ўқитиладиган геометрия асослари (элементар геометриянинг аксиоматик асосланиши), проектив геометрия (қ.) киради. О.г. соф шартли терминдир. Баъзан аналитик геометрия ва дифференциал геометрия ҳам О.г. га киритилади.

Адаб.: Н. Ф. Ефимов. Высшая геометрия, Физматгиз, М., 1961.

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА — ОЛИЙ МАТЕМАТИКА — олий ўқув юртларида ўқитиладиган математик фанлар туркуми бўлиб, унга аналитик геометрия, дифференциал ва интеграл ҳисоблари, дифференциал тенгламалар, дифференциал геометрия ва бошқалар киради. Лекин бу термин анча шартли терминдир.

Элементар математикада асосан ўзгармас миқдорлар текширилгани ва математик масалаларни текширишда хусусий методлар қўлланилгани ҳолда олий математикада ўзгарувчи миқдорлар текширилади ва текширишнинг умумий методлари қўлланилади. Булар орасида кескин фарқ йўқ, улар бир-биридан фақат мамлакатимизда таълим бериш системасининг тузилиши ва мактабда математика ўқитиш методикасига боғлиқ равишда шундай ажратилган. Ф. Энгельс бундай деган: «Элементар математика, доимий миқдорлар математикаси ҳеч бўлмаганда умуман, формал логиканинг чегаралари ичида ҳаракат қилади; ўзгарувчи миқдорлар математикаси, энг катта бўлими чексиз кичик миқдорларни ҳисоблашдан иборат бўлган бу математика,— ўз моҳияти эътибори билан диалектикани математик нисбатларга татбиқ қилишдан бошқа нарса эмас» (Ф. Энгельс, Анти-Дюринг, Ўздавнашр, Т., 1957, 170-бет).

Элементарная математика терминига ҳам қаранг.

ВЫЧЕТ — ЧЕГИРМА: 1°. Яккаланган махсус z_0 нуқтага нисбатан аналитик бўлган $f(z)$ **функциянинг Ч. си** деб бу функцияни шу нуқта атрофида Лоран (қ.) қаторига ёйганда $(z-z_0)^{-1}$ нинг коэффициентига айтилади. Ч. ларни билиш баъзи ҳолларда $f(z)$ функциядан комплекс текисликдаги ёпиқ контур бўйича (хусусий ҳолда ҳақиқий ўқ бўйича $-\infty$ дан $+\infty$ гача) олинган интегралларни ҳисоблашга имкон беради.

2°. **Сонлар назариясида** Ч. m модул бўйича a соннинг Ч. си деб a ни m га бўлишдан чиққан қолдиққа айтилади.

ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИБЛИЖЕННЫЕ — ТАҚРИБИЙ ҲИСОБ — шундай ҳисобки, бунда берилган сонлар ва натижа (ёки фақат натижанинг ўзи) тегишли миқдорларнинг ҳақиқий қийматларига тақрибан тенг бўлган сонлар бўлади. Реал объектларни ўлчаш натижасида топилган сонлар тегишли миқдорларнинг қийматларини аниқ тасвирлаши камдан-кам бўлиб, одатда бирор хатога (қ. Погрешность) эга бўлади. Ниҳоят, аниқ қийматларга эга бўлган тақдирда ҳам биз улардан ҳамма вақт фойдаланиш имкониятига эга бўлолмаймиз, масалан, хоналари сони чекли (гарчи хоналари кўп) бўлган сонлар киритишга имкон берувчи ҳисоблаш машиналарини ишлатганда шундай аҳвол юз беради. Баъзан ҳисоблашда тақрибий формулалар (қ. Приближенные формулы) ишлатилганда тақрибий сонлар ҳосил бўлиши мумкин.

Тақрибий сонлар ҳақида сўз борганда ҳамиша ундаги хатони кўрсатиш зарур. Одатда амалда бундай қоида татбиқ этилади: тақрибий сон шундай ёзиладики, унда энг охирги рақамдан бошқа ҳамма рақамлар ишончли (тўғри) бўлиб, энг охиргиси эса бирдан ортиқ шубҳа туғдирмаслиги керак.

Хатони кўрсатишнинг яна бундай усуллари ҳам бор: 1) аниқ тенгсизлик $a \leqslant x \leqslant b$, бунда a ва b лар мос равишда x нинг қуйи ва юқори чегаралари; 2) абсолют Δa хатони кўрсатиш, яъни $a - \Delta a \leqslant x \leqslant a + \Delta a$ тенгсизликни қаноатлантирувчи мусбат сон кўрсатиш, бунда a сон — x нинг тақрибий қиймати, 3) $\frac{\Delta a}{a}$ нисбий хатони кўрсатиш, бу хато баъзан процент билан ифода этилади.

Агар берилган сонлар хатоси қийматинигина эмас, балки бу хатоларнинг мумкин бўлган турли қийматлари эҳтимолини ҳам эътиборга олиш лозим бўлса (қ. Ошибок теория, Математическая статистика), у ҳолда амаллар натижаларининг ўрта квадратик хатосини маълум қоидага асосланиб ҳисоблаш керак бўлади.

Т. ҳ. элементар назариясининг асоси ҳисоблаш натижаларининг аниқлигини $z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ формулага қараб баҳолашдан иборат. Масалан, тақрибий сонлар йиғиндиси ёки айирмасида вергулдан кейин турадиган рақамларнинг сони вергулдан кейин турган рақамлари сони энг кам бўлган тақрибий сондагича бўлиши керак.

Агар $x_1, x_2, \ldots, x_n$ қийматларнинг аниқ экани маълум бўлса-да z нинг қиймати жадваллардан, тақрибий формулалардан фойдаланишдан, амаллар натижаларини яхлитлаштиришдан чиққан хатолар туфайли тақрибий бўлиб чиқиши мумкин. Хатолар таъсирини ҳисобга олиш учун бу формуладан фойдаланилади:

$$|\Delta z| \leqslant \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right| |\Delta x_1| + \left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right| |\Delta x_2| + \ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right| |\Delta x_n|.$$

Бунда $|\Delta z|$ — натижанинг абсолют хатоси, $|\Delta x_1|, |\Delta x_2|, \ldots, |\Delta x_n|$ лар эса аргументларнинг абсолют хатолари. Бу формула хатонинг чизиқли қисмини ифодалайди.

Агар $\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_n$ ларни эркли тасодифий миқдорлар бўлган хатолар деб ҳисоблаш мумкин бўлса, у ҳолда Δz — тасодифий миқдор бўлади ва қуйидаги формула тақрибан тўғри бўлади:

$$\sigma_{\Delta z}^2 = D_{\Delta z} \approx \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_{x_n}^2.$$

Бу ерда $\sigma_{x1}, \sigma_{x2}, \ldots, \sigma_{xn}$ лар тегишли миқдорларнинг ўрта квадратик хатолари.

Мисол учун, $x = 2{,}154123$ сонида барча рақамлар ишончли бўлиб, $x_2 = 2{,}215$ сонида вергулдан кейин фақат битта рақам ишончли экани маълум бўлсин деб фараз қилайлик. Бу ҳолда $x_1 + x_2 = 4{,}3$, чунки қолган бошқа рақамлар йиғиндида ишончли бўлолмайди. k та аниқ қийматли рақамга эга бўлган иккита тақрибий сон кўпайтмасининг хатоси k-қийматли рақам хонасининг 5,5 бирлигидан ошмайди. Бу қоидани қуйидаги мисолда ойдинлаштирамиз: $x_1 = 1{,}112$ сонида ҳамма рақамлар ишончли бўлсин, $x_2 = 1{,}21$ сонида эса вергулдан кейин фақат битта рақам ишончли бўлсин. Бу ҳолда $x_1 x_2$ кўпайтманинг хатоси $0{,}1 \cdot 5{,}5 = 0{,}55$ дан ошмайди.

Қуйидаги қоидалар содда бўлиб, улар амалда кўп татбиқ этилади: 1) кўпайтириш ва бўлишдан чиққан натижада олиб қолинадиган қийматли рақамлар сони қийматли рақамлари сони энг кичик бўлган тақрибий (берилган) сондагича бўлиши керак; 2) даражага кўтарилаётган тақрибий сонда қанча қийматли рақам мавжуд бўлса, квадрат ва кубга кўтариш натижасида ўшанча қийматли рақамни сақлаш лозим; 3) илдиз остидаги сон қанча қийматли рақамга эга бўлса, квадрат ва куб илдизлар чиқариш натижасида ўшанча қийматли рақамни сақлаш лозим.

Адаб: Энц. элем. мат., т. 1, Гостехиздат, М., 1954.

Г

ГАЛЕРКИНА МЕТОД — ГАЛЕРКИН МЕТОДИ — вариацион ва чегаравий масалаларни ечишдаги тўғри метод (қ. Прямой метод) бўлиб (қ. Вариационное исчисление, Краевые задачи), Ритц методининг (қ.) жуда кенг умумлаштирилишидан иборат. $L[u]=0$ тенгламанинг (L — бирор дифференциал оператор) D соҳадаги бир жинсли чегаравий $u=0$ шартни қаноатлантирувчи тақрибий ечими

$$u_n(x, y)=\sum_{i=1}^{n} a_i \psi_i(x, y)$$

кўринишда изланади, бунда $\psi_i(x, y)$ $(i=1, 2, \ldots, n)$ — чегаравий шартларни қаноатлантирувчи чизиқли эркли функциялар бўлиб, D соҳада тўла система бўлган бирор $\psi_1(x, y)$, $\psi_2(x, y)$, $\ldots$, $\psi_n(x, y)$ $\ldots$ функциялар системасининг биринчи n та функциясини ташкил қилади, a_i коэффициентлар $L[u_n]$ функциялар билан $\psi_i(x, y)$ оиланинг биринчи n та функцияси орасидаги ортогоналлик шартидан аниқланади. Г.м. функционал анализ (қ.) масалаларини ечиш учун умумлаштирилиши мумкин. Г.м. математиканинг ва эластиклик назариясининг турли масалаларини ечишда (1915 йилдан бошлаб) кенг қўлланиладиган бўлди.

Г.м. ни 1942 й. да совет математиги М. В. Келдиш назарий жиҳатдан тўлиқ асослаб берди.

Адаб.: Л. В. Канторович и В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Физматгиз, 1962.

ГАЛУА ГРУППА — ГАЛУА ГРУППАСИ.

$$x^n+a_1x^{n-1}+\ \ldots\ +a_{n-1}x+a_n=0 \qquad (*)$$

алгебраик тенгламанинг Г. г. Бу (*) тенгламанинг ξ_1, ξ_2, $\ldots$, ξ_n илдизлари орасидаги рационал муносабат деб n та эркли ўзгарувчининг $x_1=\xi_1$, $x_2=\xi_2$, $\ldots$, $\xi_n=x_n$ бўлганда нолга айланувчи $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ кўпҳадига айтилади, шу билан бирга, F кўпҳаднинг коэффициентлари a_1, a_2, $\ldots$, a_n коэффициентлар орқали қўшиш, айириш, кўпайтириш ва бўлиш амаллари ёрдами билан ифода этилади. x_1, x_2, $\ldots$, x_n ўзгарувчиларнинг рационал муносабатини яна рационал муносабатга ўтказувчи барча ўрин алмаштиришлар тўплами ўрнига қўйишларни кўпайтириш амалларига нисбатан Г.г. ҳосил қилади.

Г.г. ни биринчи бўлиб Э. Галуа n-даражали алгебраик тенгламаларни текшириш муносабати билан ўрганган эди.

Адаб.: М. М. Постников, Теория Галуа, Физматгиз, М., 1960; Н. Г. Чеботарев, Теория Галуа, ОНТИ, М., 1936.

ГАЛУА ТЕОРИЯ — ГАЛУА НАЗАРИЯСИ — бир номаълумли алгебраик тенгламалар, яъни

$$x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\ \ldots\ +a_{n-1}x+a_n=0 \qquad (*)$$

кўринишдаги тенгламаларнинг Э. Галуа яратган назарияси. Масала бундай қўйилади: (*) тенгламанинг илдизлари унинг a_1, a_2, $\ldots$, a_n коэффициентлари орқали тўртта арифметик амал ва илдиздан чиқариш амали ёрдами билан ифода этилсин. Шунинг учун кўпинча бу масала (*) тенгламанинг радикалларда ечилиши ҳақидаги масала деб аталади. Бу масаланинг $n = 1$ ва $n = 2$ бўлган ҳолдаги ечими қадимги дунёда ҳам маълум бўлган. $n = 3$ ва 4 бўлган ҳолда масалани уйғониш даврида (XVI а.) итальян математикларидан Бомбелли, Ферро, Кардано, Тарталья, Феррари ечганлар. Бундан кейинги уч аср давомида (*) тенгламани $n = 5$ бўлган ҳол учун радикалларда ечишга қаратилган уринишлар натижасиз бўлди. 1824 й. да Абель $n = 5$ бўлганда (демак, ҳар қандай $n > 5$ да) умумий (*) тенгламани радикалларда ечиб бўлмаслигини исбот қилди. (*) кўринишдаги бирор тенгламани радикалларда ечишнинг зарурий ва етарлилик шартлари қандай деган масала ва бунга ўхшаш масалалар юзага келди.

Г.н. бу масалаларни қуйидаги схема бўйича ҳал қилади: ҳар бир тенгламага унинг илдизлари ўрнига қўйишларининг бирор чекли группаси (қ.) мос қўйилади. Бу группа (*) тенгламанинг Галуа группаси (қ.) деб аталади. Бундан кейин бу группада баъзи бир хоссалар (группанинг ечимга эгалиги) борми-йўқми эканлигини текшириб кўриш керак. Бу саволга олинадиган жавоб билан (*) тенгламанинг радикалларда ечилиши ҳақидаги жавоб бир-бирига ўхшаш бўлади.

Шундай қилиб, бир номаълумли алгебраик тенгламалар назариясининг (ўша замондаги) асосий масаласи Г.н. да ечилган эди. Г.н. математиканинг бошқа масалаларида ҳам қатор татбиқ этилади; жумладан, циркуль ва чизғичдан фойдаланиб ясашга доир масалаларнинг ечимга эга бўлишининг зарурий ва етарлилик шартлари (критерийлари) Г.н. ёрдамида аниқланган.

Г.н. ҳозирга қадар жуда тез суръат билан тараққий этиб келмоқда, Г.н. нинг ривожланишига И. Р. Шафаревич улкан ҳисса қўшди, бу олим Г.н.нинг тескари масаласи деб аталган масалани ҳал қилди; бу масала шундан иборат: берилган C группага қараб шундай (*) тенгламани тузиш талаб қилинадики, бу тенглама учун C группа Галуа группаси бўлсин. Бу иш (И. Р. Шафаревичнинг бошқа ишлари билан бир қаторда) 1957 йилда Ленин мукофотига сазовор бўлди.

Адаб.: М. М. Постников, Теория Галуа, Физматгиз, М., 1964.

ГАММА-ФУНКЦИЯ—ГАММА-ФУНКЦИЯ —

$$\Gamma(x) = \int\limits_0^\infty s^{x-1}e^{-s}\,ds$$

формула билан аниқланадиган функция. Агар n — бутун мусбат сон бўлса, у ҳолда $\Gamma(n) = (n-1)!$ Г.-ф. комплекс соҳага аналитик давом эттирилиши мумкин. Г.-ф. га оид асосий муносабат қуйидагичадир:

$$\Gamma(z+1) = z\,\Gamma(z), \quad \Gamma(z)\cdot\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin \pi z}.$$

Кўпгина аниқ интеграллар Г.-ф. орқали ифода этилади. Комплекс соҳада Г-ф.— қутблари $z = 0, -1, -2, \ldots$ бўлган мероморф функциядир. Г.-ф. ни Эйлер жорий қилган.

ГАРМОНИКА—ГАРМОНИКА — $A \sin(\omega x + \varphi)$ кўринишдаги функция. Г. даврий функция бўлиб, даври $T = \frac{2\pi}{\omega}$. $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ (x ўзгарувчи — вақт) формулага мувофиқ бўладиган тебранма ҳаракат оддий гармоник тебранма ҳаракат дейилади; бунда A сон тебраниш амплитудаси, ω—доиравий частота (айланма тезлик), φ — тебранишнинг бошланғич фазаси дейилади. $A\sin(2\,\omega x + \varphi_2)$, $A\sin(3\,\omega x + \varphi_3)$, ... лар мос тартибда асосий $A\sin(\omega x + \varphi)$ Г. га нисбатан иккинчи, учинчи ва ҳ.к. юқориги Г. деб аталади.

$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ сон тебраниш частотаси дейилади.. Агар $\nu_1 = \frac{1}{T}$ биринчи, яъни асосий Г. нинг частотаси бўлса, юқориги Г. нинг частоталари: $\nu_2 = 2\nu_1$ (иккинчи Г.), $\nu_3 = 3\nu_1$ (учинчи Г.) ва ҳ.к.

Кўпинча $y = f(x)$ даврий функцияни чексиз кўп Г. лар кўринишида аналитик равишда тасвирлаш мумкин (қ. Гармонический анализ):

$$y = a_0 + a_1\cos(2\pi\nu_1 t + \varphi_1) + a_2\cos(2\pi\nu_2 t + \varphi_2) + \ldots,$$

бунда a_0 — y функциянинг ўзгармас ўрта қиймати бўлиб, тебраниш шу қиймат атрофида юз беради, a_1, φ_1 — биринчи (асосий) Г. нинг амплитудаси ва фазаси, a_2, φ_2 — иккинчи Г. нинг амплитудаси ва фазаси ва ҳ. к.

Частотаси ω бўлган оддий Г. нинг умумий кўринишини $a\cos\omega x + b\sin\omega x$ кўринишда ёзиш мумкин, бунда a ва b лар ҳар қандай ҳақиқий сонлар, бундай экани (b, a) нуқтанинг (A, φ) қутб координаталарида тасвир этилишидан келиб чиқади:

$$a\cos\omega x + b\sin\omega x = A\sin\varphi\cos\omega x + A\cos\varphi\sin\omega x = A\sin(\omega x + \varphi).$$

Г. нинг графиги $y = \sin x$ нинг графигидан ҳосил қилинади; бунинг учун

$$\sin x,\ A\sin x,\ A\sin\omega x,\ A\sin\left[\omega\left(x + \frac{\varphi}{\omega}\right)\right] = A\sin(\omega x + \varphi)$$

функциялар графиклари кетма-кет ясалади ва ўзгартирилади; $\sin x$ нинг графиги Oy ўқ йўналишида A марта чўзилади, ундан кейин ҳосил қилинган график Ox ўқ бўйича ω марта сиқилади ва, ниҳоят, ҳосил қилинган график Ox ўқ йўналишида — $\frac{\varphi}{\omega}$ узунлик бирлиги қадар кўчирилади.

Синусоида терминига ҳам қаранг.

ГАРМОНИЧЕСКАЯ ПРОПОРЦИЯ — ГАРМОНИК ПРОПОРЦИЯ —

$$a : c = (a - b) : (b - c)$$

кўринишдаги пропорция бўлиб, бунда биринчи сон (ёки кесма) учинчи сонга қандай нисбатда бўлса, биринчи сон билан иккинчи сон айирмаси иккинчи билан учинчи сон айирмасига шундай нисбатда бўлади. Г.п. даги b сон a, c сонларнинг гармоник ўрта қийматидир, $b = H(a, c)$, яъни

$$b = \frac{2ac}{a + c}.$$

ГАРМОНИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — ГАРМОНИК ФУНКЦИЯ —

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = 0$$

Лаплас тенгламасининг ечими бўлмиш узлуксиз функция. Икки ўзгарувчининг Г.ф. си аналитик функцияларга (қ.) узвий боғлиқдир. Аналитик функциянинг ҳақиқий ва мавҳум қисмлари Г.ф. дир. Ҳар қандай Г. ф. ўзининг барча аргументларининг аналитик функциясидан иборат. Г.ф. нинг муҳим хоссаси шундан иборатки, унинг ҳар қандай шар сирти бўйича олинган ўрта қиймати Г.ф. нинг бу шар марказидаги қийматига тенг бўлади. Г.ф. нинг кўп хоссалари ҳажм бўйича олинган $\int\limits_T$ интегрални сирт бўйича олинган $\int\limits_S$ интегралга боғловчи Грин формуласидан келиб чиқади:

$$\int\limits_T (u\,\Delta v - v\,\Delta u)\,d\omega + \int\limits_S \left(u\frac{\partial v}{\partial n} - v\frac{\partial u}{\partial n}\right)d\sigma = 0.$$

Бу формуладан

$$u(x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_S u\frac{\partial G}{\partial n}d\sigma$$

эканлигини топиш мумкин, бунда G — Грин функцияси (қ.).

Шундай қилиб, бирор ёпиқ сиртда u нинг қийматини билганимиз ҳолда соҳанинг ҳар қандай ички нуқтасида u нинг қийматини аниқлашимиз ёки, бошқача айтганда, Дирихле масаласини ечишимиз мумкин. Г.Ф. лар назариясининг татбиқи учун сонли ҳисоб методи катта аҳамиятга эга.

ГАРМОНИЧЕСКАЯ ЧЕТВЕРКА точек — нуқталарнинг **ГАРМОНИК ТЎРТЛИГИ** — тўғри чизиқда ётадиган ва мураккаб нисбати (қ. Сложное отношение) — 1 га тенг бўлган тўртта A, B, C, D нуқта, яъни $(ABCD) = -1$. Биринчи тартибли дастанинг (қ. Пучок прямых) тўртта гармоник тўғри чизиғи шунга ўхшаш таърифланади: тўртта a, b, c, d тўғри чизиқнинг мураккаб нисбати -1 га тенг бўлса, улар Г.т. ҳосил қилади, яъни $(abcd) = -1$. Нуқталарнинг Г. т. проекциялашда яна нуқталарнинг Г.т. га ўтади. Нуқталар Г.т. нинг бу хоссаси проектив геометриянинг (қ.) бир қатор теоремаларини исботлашда ишлатилади.

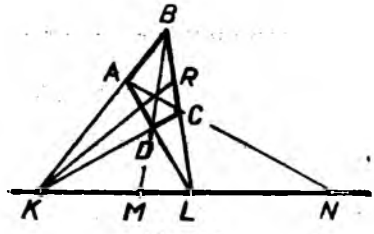
Нуқталарнинг Г.т. ичида ҳарфларни турлича ўринлаштиришда ҳаммаси бўлиб учта турли мураккаб нисбат ҳосил бўлади, тўрт нуқта тўғри чизиқда умумий жойлашган ҳолда эса олтита мураккаб нисбат ҳосил бўлади.

Агар C нуқта AB кесманинг ўртаси бўлса, у ҳолда A ва B нуқталарга нисбатан у билан гармоник қўшма бўлган D нуқта хосмас нуқта бўлади. Ўртаси маълум бўлган берилган кесмага параллел бўлган тўғри чизиқни фақат чизғич (бир томонлама математик чизғич) ёрдамида ясашда нуқталар Г.т. нинг бу хоссасидан фойдаланилади.

Агар A ва B — учбурчакнинг иккита учи бўлиб, K ва M нуқталар учбурчакнинг учинчи учидан ўтказилган (ички ва ташқи) биссектрисаларнинг асослари бўлса, у ҳолда A, B, K, M нуқталар нуқталарнинг Г.т. ни ташкил қилади.

Нуқталарнинг Г.т. гармоник группа ёки гармоник жойлаштирилган нуқталар деб ҳам аталади.

$ABCD$ тўлиқ тўрт учликнинг (қ. Четырехвершинник) ҳар бир томонида ва ҳар бир диагоналида B, C, R, L ва K, L, M, N нуқталарнинг Г.т. мавжуд эканлиги исбот этилган (40-расм). Шунинг учун проектив геометрияда Г.т. нинг метрикага боғлиқ бўлмаган ва тўлиқ тўрт учлик тушунчасига асосланган бошқача таърифи берилади: агар P ва Q нуқталар бирор $ABCD$ тўрт учликнинг диагонал нуқталари бўлиб, S ва T нуқталар учинчи диагонал R нуқта орқали ўтувчи иккита қарама-қарши томон билан ихтиёрий l тўғри чизиқнинг кесишиш нуқталари бўлса, у ҳолда ихтиёрий l тўғри чизиқнинг иккита S ва T нуқтаси ўша тўғри чизиқнинг иккита P ва Q нуқтасига гармоник қўшма нуқталар деб аталади. Шундай қилиб, $PQRT$ — нуқталарнинг Г.т. дир. Проектив геометрияда берилган учта P, Q, S нуқтага гармоник бўлган тўртинчи T нуқта бир қийматли аниқланиши исбот қилинади, чунки P, Q, S нуқталарга гармоник бўлган тўртинчи T нуқтани ясаш бу ишда бизнинг қандай тўлиқ тўрт учликдан фойдаланишимизга боғлиқ эмас.



40-расм.

Г.т. тушунчаси проектив геометриянинг (қ.) асосий тушунчасидир; нуқталарнинг Г т. бирор марказдан бошқа бир тўғри чизиққа проекцияланганда, юқорида кўрсатганимиздек, у яна нуқталарнинг Г.т. га ўтади. Тўғри чизиқлар дастасининг Г.т. тўлиқ тўрт томонлик (қ. Четырехсторонник) ёрдами билан шуига ўхшаш таърифланади. Тўғри чизиқларнинг Г.т. нуқталар Г.т. нинг муносиб шаклидан иборат (қ. Двойственности принцип). Проектив алмаштиришларда (қ. Проективное преобразование) нуқталарнинг (тўғри чизиқларнинг) Г.т. яна мос элементларнинг Г.т. га ўтади.

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ — ГАРМОНИК АНАЛИЗ — математиканинг функцияларии тригонометрик қатор ва интегралларга ёйишга бағишланган бўлими. Даври 2π бўлган ихтиёрий даврий $f(x)$ силлиқ функцияни тригонометрик қатор шаклида тасвирлаш мумкин:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

бунинг коэффициентлари қуйидаги формулалар билан аниқланади:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, dx,$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx\, dx,$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx\, dx.$$

$(-\infty, \infty)$ интервалда ўсишнинг маълум шартларида ихтиёрий текис $f(x)$ функция Фурье интеграли кўрнишида тасвир этилади. Жумладан $F(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-ist} dt$ деб белгиласак, у ҳолда $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(s)\, e^{isx} ds$ бўлиб қолар экан; $F(s)$ функция $f(x)$ функциянинг Фурье алмаштириши деб аталади. Асосий ҳолларда Фурье коэффициентлари айникса юқори гармоникаларни ҳисоблашда кўп операцияларни бажариш талаб қиладиган сонли методлар ёрдамида ҳисобланади. Тригонометрик қатор ва интеграллар фан ва техниканинг кўп бўлимларида муҳим аҳамиятга эга, айникса математик физикада Фурье методи билан тор, мембрана ва эластик симнинг тебраниши ҳақидаги, иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси ҳақидаги машҳур масалаларни ечиш мумкин. Турли функцияларни тригонометрик қатор ва интеграллар орқали тасвирлаш масалалари билан ҳатто Риман, Лебеглар шуғулланган. Бу соҳага совет математикларидан Н. Н. Лузин, Д. Е. Меньшов, А. Н. Колмогоров, Н. К. Бари ва бошқалар катта ҳисса қўшдилар.

Адаб.: И. И. Привалов, Ряды Фурье, ГТТИ, М., 1959; А. Зигмунд, Тригонометрические ряды, ОНТИ, М., 1939.

ГАРМОНИЧЕСКИЙ РЯД — ГАРМОНИК ҚАТОР — ҳадлари натурал сонлар қаторидаги сонларнинг тескарисидан иборат бўлган

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} + \ldots$$

сонли қатор (қ. Числовой ряд). Г.қ. узоқлашувчи қатор бўлиб, унинг узоқлашувчи эканлигини 1673 й. да Г. Лейбниц исбот этган.

Бу қаторнинг Г.қ. дейилишининг сабаби шундаки, унинг иккинчи ҳадидан бошлаб ҳар бир ҳади иккита қўшни ҳаднинг—ўзидан олдинги ва ўзидан кейинги ҳадларнинг гармоник ўрта қийматидир (қ. Гармоническое среднее).

ГАРМОНИЧЕСКОЕ СРЕДНЕЕ — ГАРМОНИК ЎРТА ҚИЙМАТ. n та a_1, a_2, $\ldots$, a_n ($n \geqslant 2$) мусбат соннинг Г.ў.қ.

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n}}$$

га тенг бўлган сон. Г. ў. қ. a_1, a_2, $\ldots$, a_n сонларнинг ўрта қийматидан (қ. Среднее чисел) иборат. a_1, a_2, $\ldots$, a_n сонларнинг Г. ў. қ. a_1, a_2, $\ldots$, a_n сонларга тескари бўлган сонларнинг арифметик ўрта қийматига тескари миқдордир.

ГАУССА ЛЕММА — ГАУСС ЛЕММАСИ. Кўпҳадларнинг келтириладиган бўлиши ҳақида Г. л. бундай таърифланади: агар бутун сонли кўпҳад рационал сонлар майдонида келтириладиган бўлса, бу кўпҳад бутун сонлар ҳалқасида ҳам келтириладиган бўлади. Бошқача айтганда, бутун рационал коэффициентли кўпҳад рационал коэффициентли кўпайтувчиларга ажраладиган бўлса, у бутун коэффициентли кўпайтувчиларга ҳам ажралади. Баъзан бу лемма Гаусс теоремаси деб аталади.

Олий алгебра дарсликларида Г. л. деб юритиладиган қуйидаги жумла ҳам келтирилади: примитив функциялар кўпайтмаси примитив функцияга тенг.

ГАУССА ФОРМУЛА — ГАУСС ФОРМУЛАСИ — аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблаш учун ишлатиладиган қуйидаги формула:

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)[A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2) + \ldots + A_n f(x_n)],$$

бунда A_i коэффициентлар ва x_i абсциссалар махсус жадвалларда берилади. Г. ф. математик квадратуралар формулаларига қараганда анча аниқдир (қ. Численное интегрирование). Агар интеграл остидаги функция даражаси $2n-1$ дан юқори бўлмаган кўпҳад бўлса, Г. ф. жуда аниқ натижа беради.

Адаб.: А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат, М., 1954.

ГАУССОВА КРИВИЗНА — ГАУСС ЭГРИЛИГИ. Сиртнинг M нуқтасидаги Гаусс эгрилиги $k=\frac{1}{R_1R_2}$ формула билан аниқланади, бунда R_1 ва R_2 — нуқтадаги бош эгриликлар радиуслари, яъни текис чизиқларнинг (нормал кесимлар) энг катта ва энг кичик эгриликлари радиуслари; бундаги текис эгри чизиқлар берилган сиртни қаралаётган M нуқтада сиртга ўтказилган нормал орқали ўтувчи текисликларнинг кесишидан ҳосил бўлади.

Г. э. тўлиқ эгрилик ҳам дейилади. Г. э. сиртнинг букилиши (қ. Изгибание) масаласини қараб чиқишда катта аҳамиятга эга. Г. э. (тўлиқ эгрилиги) нолга тенг бўлган ҳар қандай сирт текисликка ёйилади.

Нуқтадаги бош эгриликлар ярим йиғиндиси (баъзан йиғиндиси) ўртача эгрилик (қ. Средняя кривизна) H деб аталади, яъни $H=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$, лекин Г. э. бош эгриликлар кўпайтмасини тасвирлайди.

Сиртнинг букилишида ўртача эгрилик, умуман айтганда, ўзгаради, Г. э. эса сиртнинг ҳар бир нуқтасида инвариант бўлиб қолаверади.

ГАУССА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ—ГАУСС ТАҚСИМОТИ. Эҳтимолларнинг

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}\,dt$$

формула билан ифодаланадиган тақсимоти. Бу тақсимот кўп татбиқ этилади. Уни бир неча тасодифий миқдор ҳоли учун умумлаштириш мумкин. қ. Нормальное распределение.

Адаб.: Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, Физматгиз, М., 1961.

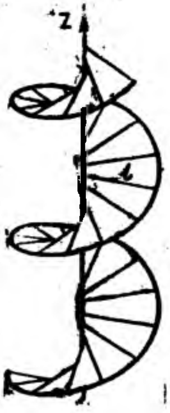
ГЕЙНЕ-БОРЕЛЯ ЛЕММА—ГЕЙНЕ-БОРЕЛЬ ЛЕММАСИ—чекли қоплаш ҳақидаги лемма. Бу лемма қуйидагидан иборат: агар кесмаларнинг чексиз M системаси $[a, b]$ кесмани қопласа, яъни $[a, b]$ кесманинг ҳар бир нуқтаси M система кесмаларининг ҳеч бўлмаганда биттаси ичида ётса, у ҳолда бу системадан $[a, b]$ кесмани қоплаб олувчи чекли сондаги M^* кесмалар системасини ажратиб олиш мумкин.

Бу лемма математик анализда ишлатилади ва икки математик Э. Гейне ва Э. Борель номи билан аталади.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, 2-т., Т., 1956; А. Я. Хинчин, Краткий курс математического анализа, Физматгиз, М., 1961.

ГЕКСАЭДР—ГЕКСАЭДР—олти ёқлик. Мисоллар: бешбурчакли пирамида, параллелепипед, тўртбурчакли кесик пирамидалар Г. дир. Мунтазам Г. кубдир. (қ. Куб, Правильные многогранники.) Грек: hex—олти+hedra—ёқ.

ГЕЛИКОИД—ГЕЛИКОИД—ясовчи чизиқ l тўғри чизиқ (41-расм) бўлган ҳолдаги винтсимон сиртлар шаклларидан бири (қ. Винтовая поверхность).



41-расм.

l тўғри чизиқ ўзи билан бир текисликда жойлашган z ўқи атрофида текис айланма ҳаракат қила бориб, z ўқи йўналишида текис илгариланма ҳаракат қилганда Г. ҳосил бўлади. Агар ясовчи l тўғри чизиқ z ўқига перпендикуляр бўлса, Г. тўғри Г. дейилади, агар у z га перпендикуляр бўлмаса, Г. қийшиқ Г. дейилади.

ГЁЛЬДЕРА НЕРАВЕНСТВО — ГЁЛЬДЕР ТЕНГСИЗЛИГИ — чекли йиғиндилар учун Г. т. бундай ёзилади:

$$\left|\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right| < \left(\sum_{i=1}^{n} |a_i|^p\right)^{\frac{1}{p}} \left(\sum_{i=1}^{n} |b_i|^q\right)^{\frac{1}{q}},$$

ёки интеграл шаклда:

$$\left|\int_a^b f(x)\, g(x)\, dx\right| < \left(\int_a^b |f(x)|^p\, dx\right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_a^b |g(x)|^q\, dx\right)^{\frac{1}{q}},$$

бунда $p>1$ ва $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$. Г. т. математик анализда кўп татбиқ этилади. Г. т. алгебраик шаклдаги Коши тенгсизлигининг (қ. Коши неравенство) ва интеграл шаклдаги Буняковский тенгсизлигининг (қ. Буняковского неравенство) умумлашганидан иборат бўлиб, $p=2$ бўлганда Г. т. шу тенгсизликларга айланади.

ГЕЛЬФОНДА ТЕОРЕМА — ГЕЛЬФОНД ТЕОРЕМАСИ. Г. т. сонларнинг алгебраиклиги ва трансцендентлиги масаласига оиддир. Г. т. ҳар қандай α^{β} кўринишдаги сон трансцендент сон бўлади деб тасдиқлайди, бунда α сон 0 ва 1 дан фарқли бўлган алгебраик сон ва β — иррационал алгебраик сон. Мисол: $3^{\sqrt{3}}$ — трансцендент сон. Г. т. ни 1934 й. да совет математиги Гельфонд исбот қилди ва шу билан Гильбертнинг йигирма уч масаласидан еттинчиси ҳал қилинди.

ГЕНЕРАТРИСА—ГЕНЕРАТРИСА. $\varphi_0(x)$, $\varphi_1(x)$, ... функциялар кетма-кетлигининг Г. си

$$f(x, t) = \varphi_0(x) + \varphi_1(x)\, t + \varphi_2(x)\, t^2 + \dots$$

функциядир. Мисол, агар $\varphi_n(x)$ — Лежандр кўпҳади (қ.) бўлса, у ҳолда

$$f(x, t) = \frac{1}{\sqrt{1 - 2xt + t^2}}.$$

ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ КРИВИЗНА—ГЕОДЕЗИК ЭГРИЛИК. Сиртда жойлашган чизиқнинг Г. э. бу эгри чизиқнинг берилган нуқтада сиртга уринувчи текисликдаги проекциясининг эгрилиги. Текис эгри чизиқнинг одатдаги эгрилиги (қ. Кривизна) эгри чизиқнинг ўз текислигидаги эгриланиши ўлчови бўлганига ўхшаш, Г. э. эгри чизиқнинг сирт устида эгриланиши ўлчови бўлади. Эгри чизиқнинг одатдаги эгрилиги эгри чизиқнинг тўғри чизиқдан, яъни эгри чизиққа унинг берилган нуқтасида ўтказилган уринмадан оғиши билан характерлангани каби эгри чизиқнинг Г. э. ҳам эгри чизиқнинг берилган нуқтада ўзига уринувчи геодезик чизиқдан оғиши билан характерланади.

Сиртдаги эгри чизиқнинг Г. э. сиртни эгишда ўзгармайди, яъни сиртнинг ички геометриясига (қ. Внутренняя геометрия) оиддир.

ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ — ГЕОДЕЗИК ЧИЗИҚ — ҳар бир нуқтада геодезик эгрилиги (қ. Геодезическая кривизна) нолга тенг бўлган (сиртдаги) чизиқ. Г. ч. нинг етарлича кичик ёйлари уларнинг сиртдаги учлари орасидаги энг қисқа йўллардан иборат. Шунинг учун тўғри чизиқлар текисликда қандай аҳамиятга эга бўлса, Г. ч. лар ҳам сиртда шундай аҳамиятга эга.

Шардаги Г. ч. лар—катта айланалар, цилиндрдаги Г. ч. лар эса винт чизиқлардир (қ. Винтовая линия).

Адаб.: Л. А. Люстерник, Геодезические линии. Кратчайшие линии поверхности, Гостехиздат, М., 1940; П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М., 1950.

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ—ГЕОДЕЗИК КООРДИНАТАЛАР—сиртдаги нуқтанинг эгри чизиқли координаталари бўлиб, бунда u, v координата чизиқлари ўрнида бу нуқтадан ўтувчи геодезик чизиқлар олинади.

ГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ КРУЧЕНИЕ—ГЕОДЕЗИК БУРАЛИШ. Сиртдаги эгри чизиқнинг Г. б. қуйидагига тенг бўлган миқдордир:

$$\tau = \frac{1}{\rho} - \frac{d\varphi}{ds},$$

бунда ρ — эгри чизиқ буралишининг радиуси, φ — сиртга ўтказилган нормал йўналиши билан эгри чизиқнинг бош нормали йўналиши орасидаги бурчак, ds—ёй узунлиги элементи. Эгрилик чизиқларида Г. б. нолга айланади.

ГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ СООТВЕТСТВИЕ—ГЕОДЕЗИК МОСЛИК. Икки сирт нуқталари орасидаги Г. м. шундай мосликки, бунда бир сиртнинг ҳар қандай геодезик чизиғига (қ. Геодезическая линия) иккинчи сиртнинг геодезик чизиғи мос бўлади. Масалан, сферани унинг марказидан текисликка проекцияланса, у ҳолда сферанинг катта айланалари текисликда тўғри чизиқларга айланади, яъни бундай мослик (бир сиртни иккинчи сиртга акслантириш) Г. м. бўлади.

Г. м. денгиз карталари тузишда татбиқ этилади.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ— ГЕОМЕТРИК ПРОГРЕССИЯ — иккинчи ҳадидан бошлаб ҳар бир ҳади мазкур прогрессия учун ўзгармас бўлган бирор q сонга (прогрессия махражига) олдингисини кўпайтиришдан ҳосил бўладиган сонлар кетма-кетлиги. Г. п. нинг умумий ифодасини бундай ёзиш мумкин:

$$a, aq, aq^2, \ldots, aq^n, \ldots,$$

бунда a — биринчи ҳад, q—Г. п. махражи.

Агар $a_1 > 0$ бўлганда Г. п. нинг махражи бирдан катта ($q > 1$) бўлса, Г. п. ўсувчи, $q < 1$ бўлса, камаювчи Г. п. дейилади. Масалан, ўсувчи Г. п. лар: 3, 6, 12, 24, . . . ($q=2$); 8, 16, 32, 64, . . . ($q=2$); камаювчи Г. п. лар: 3, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, . . . $\left(q=\frac{1}{3}\right)$; 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, . . . $\left(q=\frac{1}{2}\right)$.

Г. п. нинг дастлабки n та ҳадининг йиғиндиси бу формула билан ифодаланади:

$$S_n=\frac{a-aq^n}{1-q}.$$

Агар $|q|<1$ бўлса, ҳадларнинг сони чексиз кўп бўлганда ($n\to\infty$) S_n йиғинди аниқ $S=\frac{a}{1-q}$ лимитга интилади, бу ҳол бундай ёзилади:

$$a+aq+aq^2+\ldots+aq^n+\ldots=\frac{a}{1-q}.$$

Бу тенгликнинг чап томони геометрик қатор деб аталади, уни $\sum\limits_{n=1}^{\infty} aq^{n-1}$ кўринишида ёзиш ҳам мумкин.

Қамаювчи Г. п. нинг хоссалари баъзан айний алмаштиришларда, тенгламаларни ечишда, қаторларнинг яқинлашувини таққослаш усули билан текширишда қўлланилади.

Мисол: $1+x+x^2+x^3+\ldots=2$ тенглама ечилсин. Тенгламанинг чап томони геометрик қатор бўлгани учун, тенгламани бундай ёзиш мумкин:

$$\frac{1}{1-x}=2, \text{ бундан } x=+\frac{1}{2}.$$

Г. п. хоссалари кўп жиҳатдан арифметик прогрессия (қ.) хоссаларига ўхшашдир. Баъзан адабиётда Г. п. $\div\!\div$ билан белгиланади. Г. п. термини бу прогрессиянинг исталган ҳадининг $a_n=\sqrt{a_{n-1}\,a_{n+1}}$ эканлигига алоқадордир, яъни мусбат ҳадли Г. п. нинг ҳар қандай ҳади ўзидан олдинги ва ўзидан кейинги ҳадлари орасидаги геометрик ўрта қийматдан иборат (қ. Геометрическое среднее).

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СУММА—ГЕОМЕТРИК ЙИҒИНДИ— векторлар йиғиндисининг эски номи (қ. Векторное исчисление).

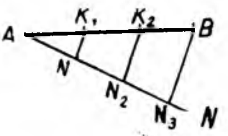
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ (или теория геометрических построений)—**ГЕОМЕТРИК ЯСАШЛАР** (ёки геометрик ясашлар назарияси) — ясаш қуроллари ёки ясаш воситалари билан геометрик шакллар ясаш ҳақидаги билим, таълимот (қ. Фигура геометрическая). Г. я. асосан маълум шартларни қаноатлантирадиган шакллар (тўғри чизиқлар, кўпбурчаклар, айланалар ва ҳ. к.) ясаш масалаларини қарайди; лекин бунда қандай ясаш воситаларидан фойдаланиш олдиндан айтиб қўйилган бўлади—булар классик асбоблар: циркуль ва чизғич (бир томонлама математик чизғич) ёки ясашга доир чегараланган воситалар: угольник (тўғри бурчак модели), четлари параллел чизғич, ёки текисликда айлана ва унинг марказн чизиб берилган ҳолда фақат битта чизғич кифоя (Штейнер ясашлари), ёки фақат битта циркуль (Мор—Маскерони ясашлари), ёки бошқа воситалар бўлиши мумкин.

Текисликдаги Г. я. ҳам, фазодаги Г. я. ҳам ясаш постулатларига (конструктив аксиомаларга), яъни энг содда элементар масалаларга таянади. Агар масала чекли сондаги энг содда ясаш масалаларига келтирилган бўлса, ечилган ҳисобланади. Бунда ҳар бир қуролга постулатларнинг маълум тўплами жавоб беради.

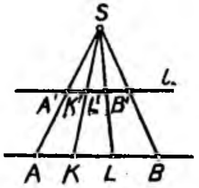
Ўрта мактабда Г. я. га оид масалаларни ечиш усулларидан асосийлари қуйидагилардир: нуқталарнинг геометрик ўрни усули, геометрик алмаштиришлар усули, хусусий ҳолда гомотетия (қ.) ва ўхшашлик усули, шунингдек, алгебраик усул.

Ясаш постулатларини маълум деб ҳисоблаб, ясашга доир масалаларни ечиш намунасини келтирамиз. Берилган кесмани циркуль ва чизғич ёрдами билан тенг уч бўлакка бўлинг.

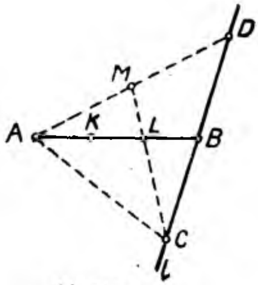
1-усул — бу усул Фалес теоремасига асосланади (42-расм). Ихтиёрий AN нур ўтказиб, унда бир-бирига тенг бўлган ихтиёрий $AN_1 = N_1N_2 = N_2N_3$ кесмалар ётқизамиз ва BN_3 кесма ўтказамиз, ундан кейин N_1 ва N_2 нуқталар орқали BN_3 га параллел тўғри чизиқлар ўтказсак, улар AB ни изланаётган бўлиниш нуқталарида кесиб ўтади: $AK_1 = K_1K_2 = K_2B$.



42-расм.



43-расм.



44-расм.

2-усул. Ихтиёрий $l \parallel AB$ тўғри чизиқ ўтказамиз (43-расм) ва унда бир-бирига тенг учта ихтиёрий $A'K' = K'L' = L'B'$ кесма ётқизамиз. AA' ва BB' ларни ўтказиб, уларнинг кесишиш S нуқтасини топамиз ($A'B' \neq AB$ деб ҳисоблаймиз). K' ва L' ларни S дан AB га проекциялаб изланаётган K ва L нуқталарни ҳосил қиламиз.

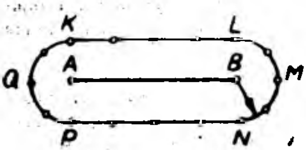
3-усул. AB кесмани бирор учбурчакнинг медианаси деб қабул қиламиз ва учбурчак медианалари хоссасидан фойдаланамиз (44-расм). B орқали ихтиёрий l тўғри чизиқ ўтказамиз ва унда бир-бирига тенг ихтиёрий $BC = BD$ кесмалар ётқизамиз. A ва C ни, A ва D ни туташтириб ACD учбурчак ҳосил қиламиз, берилган AB кесма бу учбурчакда медиана бўлади. Унда иккинчи CM медиана ўтказиб, AB билан CM кесишадиган L нуқтани топамиз, бу ҳолда $BL = \frac{1}{3}AB$. Бундан кейин $KL = LB$ ни ясаймиз, унда $AK = KL = LB$ бўлади.

Адаб.: Н. Ф. Четверухин. Методы геометрических построений, Учпедгиз, **Л.**, 1940; Б. И. Аргунов и М. Б. Балк, Геометрические построения на плоскости, Учпедгиз, 1958; А. Адлер, Теория геометрических построений, перев. с нем, Учпедгиз, **Л.**, 1940; А. И. Фетисов, Геометрия в школе, «Детская энциклопедия», Изд-во **АПН** РСФСР. **М.**

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ РЯД—ГЕОМЕТРИК ҚАТОР—$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ қатор бўлиб, бунда $\{a_n\}$ кетма-кетлик ($n = 1, 2 \ldots$) — геометрик прогрессиядир (қ.).

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МЕСТО—ГЕОМЕТРИК ЎРИН. Бирор шакл (нуқталар, тўғри чизиқлар ва бошқаларнинг) текисликдаги ёки фазодаги Г. ў. — текисликда ёки фазода жойлашган ва тайинли хоссаларга эга бўлган шакллар тўплами. Одатда нуқталарнинг Г. ў., тўғри чизиқларнинг Г. ў., текисликларнинг Г. ў. ва бошқалар қаралади.

Мисоллар: 1) берилган α бурчакнинг ($\alpha < 180°$) ичига жойлашган ҳолда унинг томонларидан тенг узоқликда ётган нуқталарнинг Г. ў. бу бурчакнинг биссектрисасидир; 2) берилган AB кесмадан бир бирликка тенг узоқликда турадиган (45-расм) нуқталарнинг Г. ў. $KLMNPQ$ ёпиқ эгри чизиқ бўлиб, у бир-бирига тенг иккита параллел KL ва PN кесмадан ва иккита $A(1)$ ва $B(1)$ ярим айланадан иборат; 3) берилган A нуқта орқали ўтадиган ва берилган α текисликка параллел бўлган тўғри чизиқларнинг Г. ў. маркази A нуқтада бўлиб, текислиги берилган α текисликка параллел бўлган (ёки у билан устма-уст тушадиган) тўғри чизиқлар дастасидир; 4) берилган текисликка параллел бўлиб, ундан тайинли масофага узоқлашган тўғри чизиқларнинг Г. ў. иккита параллел текисликдан иборат; 5) берилган l тўғри чизиқ орқали ўтадиган ва берилган $O(r)$ сферага уринадиган текисликларнинг Г. ў. l тўғри чизиқнинг ва $O(r)$ сферанинг жойлашишига қараб иккита ёки битта текисликдан иборат бўлади ёки битта ҳам текисликни тасвир этмайли; ва ҳоказо.



45- расм.

Кўпинча бир хил геометрик образни (ёки нукталар тўпламини) бир ёки бошқа шаклларнинг Г. ў. деб қараш мумкин. Масалан, бир-бирига параллел бўлган иккита α_1 ва α_2 текисликни берилган α текисликдан тайинли масофада жойлашган нуқталарнинг Г. ў. деб ҳам, берилган α текисликка параллел бўлиб, ундан тайинли масофада ётган тўғри чизиқларнинг Г. ў. деб ҳам қараш мумкин.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ СРЕДНЕЕ—ГЕОМЕТРИК ЎРТА ҚИЙМАТ. n та мусбат $a_1, a_2, \ldots, a_n$ сонларнинг Г. ў. қ. деб, бу сонлар кўпайтмасидан олинган n-даражали арифметик илдизга айтилади (қ. Арифметический корень):

$$G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} \quad \text{ёки} \quad G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} a_i}\,.$$

Иккита a_1 ва a_2 соннинг Г. ў. қ. a_1 ва a_2 сонлар орасидаги ўрта пропорционал сон деб ҳам аталади.

Бир неча мусбат соннинг Г. ў қ. бу сонларнинг ҳар қандай ўрта қиймати каби (қ. Среднее чисел) берилган сонларнинг энг каттаси билан энг кичиги орасида ётган сонга тенг (Среднее чисел терминидаги бошқа терминларга қаранг).

ГЕОМЕТРИЯ—ГЕОМЕТРИЯ. Дастлаб Г. шакллар ҳақидаги, уларнинг турли қисмларининг ўзаро жойланиши ва ўлчамлари ҳақидаги, шаклларнинг алмаштирилиши ҳақидаги фан деб қаралар эди.

Г. тарихи қадимги дунёнинг узоқ ўтмишидан бошланади, лекин у шубҳасиз, шарқ мамлакатларида пайдо бўлган. Г. нинг тараққиётини тўртта давр билан характерлаш мумкин, лекин унинг чегарасини бирор маълум йиллар билан ажратиб бўлмайди.

Биринчи давр —Г. нинг пайдо бўлиш даври эрамиздан олдинги V асргача бўлган даврни ўз ичига олади ва қадимги Миср, Вавилония ва Грецияда ер ўлчаш ишларининг тараққиёти билан чамбарчас боғлиқдир (Г. номининг ўзи ҳам ана шундан келиб чиққан).

Диний маросимлар қурбонлик бериладиган жойлар қуриш ишлари билан боғланган (қ. Делосская задача), кишиларнинг амалий эҳтиёжлари ер майдонлари юзини, идишлар, корзиналар ва дон сақланадиган омборларнинг ҳажмларини (сиғимини) ўлчашга олиб келган.

Геометрик маълумот ва фактлар асосан юз ва ҳажмларини ҳисоблаш ҳақидаги қоидаларга келтирилган бўлиб, бу қоидалар мантиқий характерда бўлганидан ҳам кўпроқ эмпирик характерда бўлган. Эрамиздан олдинги VII асрда геометрик маълумотлар, грек тарихчиларининг фикрига қараганда, Миср ва Вавилониядан Грецияга ўтган. Грек файласуфлари Миср ва Вавилония донишмандларининг ишлари билан таниша бошлаган. Ана шу вақтдан бошлаб Г. тараққиётининг иккинчи даври — Г. ни фан сифатида системали баён қилиш даври бошланади, бунда барча жумлалар исбот қилинар эди. Бу даврга келиб Грецияда Фалес теоремалари (эрамиздан олдинги VI аср) маълум бўлган эди. Фалес Миср бўйлаб саёҳат қилиб, геометрия ва астрономияга оид маълумотларни, жумладан учбурчак бурчакларининг йиғиндиси ҳақидаги, ички чизилган бурчак ҳақидаги ва бошқа маълумотларни коҳинлардан ўрганади. Анаксагор (эрамиздан олдинги VI аср) доиранинг квадратураси ва перспектива билан шуғулланган. Пифагор ўлчовдош бўлмаган кесмаларни (иррационал сонларни) кашф қилади, ўзининг номи билан аталадиган теоремани исбот қилади. Пифагорнинг издоши бўлган Ҳиослик Гиппократ (эрамиздан олдинги V аср) Г. ни «Элементлар» китобида изчил баён қилади ва ойча шаклининг юзини аниқлайди.

Гарчан Платон ва унинг шогирди Аристотель (эрамиздан олдинги IV аср) Г. бўйича ҳеч қандай асар қолдирмаган бўлсаларда, улар Г. системаси ва унинг асосланишига катта аҳамият беришган; улар таъриф ва аксиомаларга асос қўйишган. Шундай қилиб, Грецияда Г. шундай тараққий топдики, уни маълум бир системага солиш зарур бўлиб қолди. Бундай ишни қилган киши Евклид (эрамиздан олдинги III аср) бўлди. У элементар Г. ни асосий жумлалар—аксиомалар асосида ўзининг 13 томлик машҳур «Асослар» (элементлар) китобида баён қилди. Евклиддан кейин Грецияда Г. ни янги кашфиётлар билан бойитган Архимед, Аполлоний, Эратосфен (эрамиздан олдинги III аср) ва бошқалар каби машҳур математиклар яшаб ижод қилдилар.

Қадимги қулдорчилик тузумининг емирилиши Грецияда Г. тараққиётининг тўхталишига олиб келди, лекин Г. араб шарқи мамлакатлари, Ўрта Осиё ва Ҳиндистонда тараққий қила борди.

Европада капитализмнинг пайдо бўлиши Г. тараққиётининг янги, учинчи даврига олиб келди; XVII асрнинг биринчи ярмида Декарт ва Ферманинг аналитик Г. (қ.) яратиши шу даврга мансубдир.

Аналитик Г. координаталар методига таяниб геометрик шакллар хоссаларини уларнинг алгебраик тенгламаларига қараб текширади. Дифференциал ҳисоб ва геометрик шаклларнинг локал характердаги (берилган нуқта атрофидаги) хоссаларини текшириш муносабати билан Эйлер ва Монж асарларида XVIII асрда дифференциал Г. (қ.) яратилди. XVII асрнинг биринчи ярмида Ж. Дезарг ва Б. Паскаль асарларида проектив Г. (қ.) пайдо бўла бошлади, бу Г. дастлаб перспективаларни тасвирлашни ўрганишда, ундан кейин эса фазонинг бирор нуқтасидан бир текисликни иккинчи текисликка проекциялашда шаклларнинг ўзгармайдиган хоссаларини ўрганишда пайдо бўлди ва ниҳоят Ж. Понселе асарларида такомиллаштирилди.

Г. тараққиётининг тўртинчи даври ноевклид геометрияларнинг яратилиши билан нишонланади. Бу геометриялардан биринчиси Лобачевский Г. си бўлиб, уни Лобачевский Г. ни асосларни текширишда, жумладан параллел тўғри чизиқлар ҳақидаги аксиомани (қ. Лобачевского геометрия) текширишда яратган. Ўз Г. сининг мазмунини Н. И. Лобачевский биринчи марта 1826 й. да Қозон университети физика-математика факультети мажлисида баён қилди. Унинг асари эса 1829 й. да эълон этилди. Венгер математиги Янош Бойаи шу масала ҳақидаги бир оз хомроқ ишни 1832 й. да эълон қилди. Лобачевский Г. сининг яратилишидан бошлаб математикада, жумладан Г. да аксиоматик методнинг аҳамияти муҳимлашиб қолди. Евклид Г. си (мактабда ўқитиладиган одатдаги элементар Г.) кейинчалик аксиоматик жиҳатдан асослаб берилди. Лобачевский Г., проектив Г., аффин Г., кўп ўлчовли (n ўлчовли) Евклид Г. ва бошқа Г. лар каби Г. лар аксиоматик асосланди.

Ҳозирги вақтда Г. кўп хил Г. лар ва назарияларни ўз ичига олган бўлиб, улар орасида аниқ чегара йўқ. Шу билан бирга айрим геометрик назариялар анализ (дифференциал Г.) билан, тўпламлар назарияси (нуқталар тўпламлари назарияси, топология) билан қўшилиб кетган. Ҳар бир Г. бошқасидан қандай фазони текшириши билан (Евклид, Лобачевский Г. лари), қандай методлардан фойдаланиши билан [масалан, аналитик Г. да 2-тартибли эгри чизиқларнинг аналитик назарияси, ёки синтетик Г. да (қ.) 2-тартибли эгри чизиқларнинг синтетик, соф геометрик назарияси], қандай объектларни (шаклларни) ёки уларнинг хоссаларини текшириши билан (масалан, кўп ёқлилар ва уларнинг хоссаларини, эгри чизиқ ва сиртларини ва ҳ. к. ларни текшириш мумкин) фарқ қилади. Метрика масалалари (кесмалар узунликлари, бурчаклар ва юзларни ўлчаш) метрик Г. тушунчасига олиб келади. Инциденция (тегишлилик, жойланишлик) масалалари ҳолат Г. си, яъни проектив Г. тушунчасига олиб келади.

Г. ни асослаш масалалари унинг мантиқий асосларини, унинг аксиоматикаси ва тузилишини ўрганувчи элементар Г. бўлимига келтиради, бу илмий фан Г. асослари деб аталади.

Г. ларнинг ҳар бирини Клейннинг таклифига кўра (қ. Эрлангенская программа) унинг ўрганадиган алмаштиришлар группаси (қ.) орқали характерлаш мумкин. Масалан, элементар Г. Эвклид ҳаракатлари группаси билан, аффин Г. аффин алмаштиришлар группаси билан, проектив Г. барча коллинеациялар (проектив алмаштиришлар) группаси билан характерланади.

Грек: γεω — ер ва μετρεω — ўлчайман сўзларидан олинган бўлиб, луғавий маъноси ер ўлчаш демакдир.

Адаб.: Ж. Адамар, Элементарная геометрия, ч. I и 2, Учпедгиз, М. 1958; Д. И. Перепёлкин, Курс элементарной геометрии, ч. 1, 2, Гостехиздат, М., 1948; Ф. Клейн. Элементарная математика с точки зрения высшей, т. II, ОНТИ. М., 1935; Евклид, Начала, Гостехиздат, М., 1950; Б. Л. Ван дер Варден, Пробуждающаяся наука, Физматгиз, М., 1959.

ГЕОМЕТРИЯ ПОЛОЖЕНИЯ — ҲОЛАТ ГЕОМЕТРИЯСИ — проектив геометриянинг (қ.) ўзи.

ГЕРОНА ФОРМУЛА — ГЕРОН ФОРМУЛАСИ — учбурчак юзини унинг уч томони орқали ифодаловчи формула:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

бунда S — учбурчакнинг юзи, a, b, c — томонлари, p — ярим периметри, яъни

$$p = \frac{a+b+c}{2}.$$

Бу формула тахминан эрамизнинг I асрида Александрияда ишлаган қадимги грек инженери ва олими Герон номи билан аталган. Герон томонлари $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$ ва $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$ бўлган учбурчакларни текширган, буларнинг томонлари ва юзлари (84 ва 30) бутун сонлар билан ифодаланган. Кейинчалик томонлари ва юзлари бутун сон билан ифодаланадиган бундай учбурчаклар Герон учбурчаклари деб аталадиган бўлди. Томонлари (катетлари ва гипотенузаси) бутун сонлар билан ифодаланадиган тўғри бурчакли учбурчаклар Пифагор учбурчаклари деб аталади (улар айни вақтда Герон учбурчаклари ҳамдир).

ГЕССИАН — ГЕССИАН — элементлари n та ўзгарувчили f функциянинг иккинчи хусусий ҳосилаларидан иборат бўлган функционал детерминант. Масалан, уч ўзгарувчининг функцияси учун Г. бундай кўринишда бўлади:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{vmatrix}.$$

Агар махсус $M(x, y, z)$ нуқтада Г. нолга тенг бўлмаса, у ҳолда M нуқта $f(x, y, z) = 0$ сиртнинг хосмас махсус нуқтаси дейилади.

ГИЛЬБЕРТА ПРОБЛЕМЫ—ГИЛЬБЕРТ ПРОБЛЕМАЛАРИ—математикларнинг 1900 й. да Парижда бўлиб ўтган Халқаро конгрессида Д. Гильберт ўртага ташлаган йигирма уч масала бўлиб, улар математиканинг турли соҳаларига (сонлар назарияси, тўпламлар назарияси, функциялар назарияси, группалар назарияси, топология ва бошқа соҳаларга) оиддир.

Г. п. нинг баъзилари қуйидагилардан иборат:

I. Континуум қувватига тегишли проблема. Қуввати саноқли тўплам қувватидан катта, лекин континуум қувватидан кичик бўлган тўплам мавжудми?

II. Арифметика аксиомаларининг зиддиятсизлигига оид проблема. Арифметика аксиомалари системасининг зиддиятсиз эканлигини чекли сондаги дедуктив фикр юритиш йўли билан исбот қилиш мумкинми?

III. Иккита тенгдош тетраэдрнинг тенг бўлаклардан тузилганлиги ҳақидаги проблема. Иккита тенгдош тетраэдр тенг бўлаклардан тузилган бўла оладими?

VII. Алгебраик ва трансцендент сонлар ҳақидаги проблема. α — алгебраик сон ($\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$) ва β — алгебраик иррационал сон бўлганда α^{β} кўринишдаги сон трансцендент сон бўла оладими?

Г. п. нинг баъзилари ҳозиргача ҳал қилинмаган. Жумладан, бу ерда келтирилган проблемалардан биринчиси (континуум проблемаси) ҳалигача ечилмаган.

ГИЛЬБЕРТОВО ПРОСТРАНСТВО — ГИЛЬБЕРТ ФАЗОСИ — n ўлчовли Евклид фазосининг чексиз ўлчовли ҳолга умумлаштирилгани. Г. ф. нинг элементи (вектори) $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ сонларнинг шундай кетма-кетлигидирки, бунда $\sum_{i=1}^{\infty} x_i^2$ қатор яқинлашувчи бўлади. Векторларнинг йиғиндиси ва векторни сонга кўпайтириш амали одатдагича таърифланади. Иккита $x(x_1, x_2, \ldots, x_n \ldots)$ ва $y(y_1, y_2, \ldots, y_n \ldots)$ векторнинг скаляр кўпайтмаси, таърифга кўра, (*) $(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i y_i$ га тенг бўлади ва шу билан бирга, $\sum_{i=1}^{\infty} x_i^2$, $\sum_{i=1}^{\infty} y_i^2$ қаторлар яқинлашувчи бўлган ҳолда (*) қатор ҳамма вақт яқинлашувчи бўлади. Г. ф. квадрати интегралланувчи функциялар фазоси деб талқин қилиш мумкин (қ. Суммируемая функция). Чунончи $[-\pi, \pi]$ кесмада берилган бундай функцияларнинг ҳар бирига унинг Фурье коэффициентлари кетма-кетлигини мос қўйсак, у ҳолда f ва g функцияларнинг

$$(f, g) = \int_{-\pi}^{+\pi} f(x)\, g(x)\, dx$$

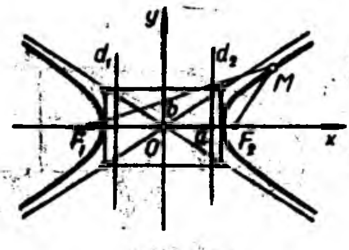
скаляр кўпайтмаси бу коэффициентлар термини билан ифода қилинганда (*) кўринишида ёзилади. Бундай талқин этишда Фурье коэффициентлари бир хил бўлган икки турли функция айни бир элементни ифодалайди. Г. ф. нинг бошқа моделлари ҳам бор. Г. ф. хоссалари орасида анча муҳим аҳамиятга эга бўлгани

$$\| f \| = \sqrt{(f, f)}$$

скаляр кўпайтма билан аниқланадиган норма (қ.) маъносидаги тўлиқлик хоссасидир (қ. Полное пространство). Г. ф. ни биринчи бўлиб немис математики Гильберт текширган эди. Г. ф. тушунчаси математиканинг функционал анализ, эҳтимоллар назарияси, интеграл тенгламалар каби бўлимларида ва бошқа бўлимларда учраб туради.

ГИПЕРБОЛА — ГИПЕРБОЛА — доиравий конусни унинг иккита ясовчисига параллел текислик билан кесишдан ҳосил бўладиган эгри чизиқ (46-расм). Г. ни кўпгина бошқа усуллар билан ҳам таърифлаш мумкин.

Г.—берилган иккита нуқтагача бўлган масофалари айирмаси (абсолют қиймати) ўзгармас бўлган M нуқталарнинг (текисликдаги нуқталар) геометрик ўрнидир. Агар F_1 ва F_2 — берилган нуқталар, яъни Г. нинг фокуслари, $2a$ — берилган кесма ва M—Г. нинг ўзгарувчи нуқтаси бўлса, у ҳолда Г. хоссасини бундай кўринишда ёзиш мумкин:



46- расм.

$$|MF_1 - MF_2| = 2a$$

ёки

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

бунда a ва b — Г. нинг ярим ўқлари, x, y — M нуқтанинг ўзгарувчи координаталари. Г. нинг тенгламасидан Г. марказга ва иккита симметрия ўқига эга бўлган иккинчи тартибли эгри чизиқ экани келиб чиқади. x ўқ Г. нинг ҳақиқий ўқи, y ўқ унинг мавҳум ўқи дейилади ($2a$ ва $2b$ кесмалар ҳам мос тартибда Г. нинг ҳақиқий ва мавҳум ўқлари дейилади). Агар $F_1F_2 = 2c$ деб фараз қилинса, $e = \frac{c}{a}$ сони Г. нинг эксцентриситети деб аталади (Г. учун $e > 1$).

Г. иккита тармоқдан иборат. Г. асимптоталарининг тенгламалари $y = \pm \frac{b}{a} x$ кўринишда, унинг директрисалари (қ.) тенгламалари $x = \pm \frac{a}{e}$ кўринишда бўлади (расмда d_1 ва d_2—директрисалар).

Г.—ҳар бир нуқтасидан энг яқин фокусгача бўлган масофасининг энг яқин директрисагача бўлган масофасига нисбати ўзгармас сонга (эксцентриситетга) тенг бўлган нуқталарнинг (текислик нуқталарининг) геометрик ўрнидир.

Агар Г. нинг асимптоталари координата ўқлари деб қабул қилинса, унинг тенгламаси $y = \frac{k}{x}$ кўринишда ёзилади, яъни Г. тескари пропорционал боғланишнинг графигини тасвирлайди.

Агар $a = b$ бўлса, Г. тенг томонли Г. дейилади; бу ҳолда координат бурчакларининг биссектрисалари Г. нинг асимптоталари бўлади. Г. $y = \frac{k}{x}$ муносабатнинг графиги сифатида баъзи 2- даражали тенгламалар системаси ва 2- даражали тенгсизликлар системасини график усулда ечиш учун энг содда номограмма (қ.) сифатида ишлатилиши мумкин.

Бир қатор физик процесслар тақрибан Г. нинг ўз асимптоталарига нисбатан тузилган $y = \frac{k}{x}$ тенгламаси билан ифодаланган қонун бўйича юз беради. қ. Конические сечения.

Грек. huperbole — ортиқ, бўрттириш ($2px$ юз y^2 юздан катта).

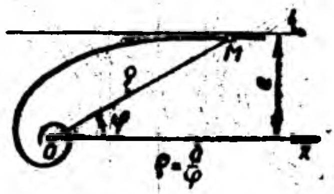
ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ГИПЕРБОЛИК ГЕОМЕТРИЯ — Лобачевский геометрияси деган иборанинг худди ўзи (қ. Лобачевского геометрия). Бунинг Г. г. деб аталишига сабаб шуки, одатдаги Евклид геометриясида $\sin x$ ва $\cos x$ тригонометрик функциялар қандай аҳамиятга эга бўлса, бу геометриянинг асосий муносабатларида $\operatorname{sh} x$ ва $\operatorname{ch} x$ гиперболик функциялар худди шундай аҳамиятга эга.

ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ — ГИПЕРБОЛИК СПИРАЛ — M нуқта айланувчи OA нур бўйича шундай ҳаракат қилсаки, ундан O айланиш марказигача бўлган масофа айланиш бурчагига тескари пропорционал бўлганда M нуқта чизган текис эгри чизиқ. Г. с. тенгламаси $\rho = \frac{a}{\varphi}$, бунда a — O қутбдан бирор l

тўғри чизиққача, яъни Г. с. нинг асимптотасигача бўлган масофа (47- расм); Г. с. асимптотаси x қутб ўқига параллел.

Агар ρ билан φ орасидаги муносабатни Декарт координаталарида $y = a:x$ шаклида ёзсак, у ҳолда бу тескари пропорционаллик муносабатнинг графиги гипербола бўлади. Г. с. нинг номи ана шундан келиб чиқади. қ. Спираль.

ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ ТОЧКА поверхности — сиртнинг **ГИПЕРБОЛИК НУҚТАСИ** — сиртнинг Гаусс эгрилиги (қ. Гауссова кривизна) манфий бўлган нуқтаси. Г. н. яқинида сирт эгар кўринишида бўлади.



47-расм.

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ЛОГАРИФМЫ — ГИПЕРБОЛИК ЛОГАРИФМЛАР. Натурал логарифмларнинг (қ.) худди ўзи.

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ГИПЕРБОЛИК ФУНКЦИЯЛАР. Гиперболик синус ($\operatorname{sh} x$) ва гиперболик косинус ($\operatorname{ch} x$) қуйидаги тенгликлар билан аниқланади:

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Гиперболик тангенс ва гиперболик котангенслар тригонометрик тангенс ва котангенсга ўхшаш аниқланади:

$$\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}, \quad \operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}.$$

Гиперболик секанс ва косекanслар ҳам мос тригонометрик функциялар каби аниқланади:

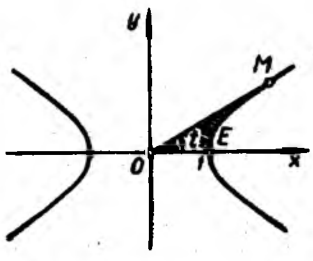
$$\operatorname{sech} x = \frac{1}{\operatorname{ch} x}, \quad \operatorname{cosech} x = \frac{1}{\operatorname{sh} x}.$$

Қуйидаги формулалар ўринлидир:

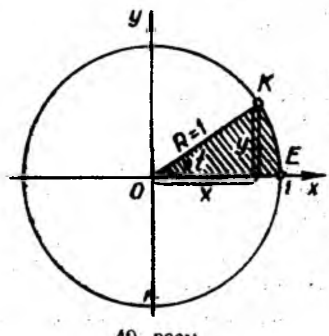
$$\operatorname{sh} x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots;$$

$$\operatorname{ch} x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots.$$

Г. ф. ларнинг хоссалари кўп жиҳатдан тригонометрик функцияларнинг (қ.) хоссаларига ўхшашдир. $x = \cos t$, $y = \sin t$ тенгламалар $x^2 + y^2 = 1$ айланани ифодалайди; $x = \operatorname{ch} t$, $y = \operatorname{sh} t$ тенгламалар $x^2 - y^2 = 1$ гиперболани ифодалайди.



48- расм



49- расм.

Тригонометрик функциялар радиуси бир бирликка тенг бўлган айланадан аниқлангани каби, Г. ф. лар ҳам тенг томонли $x^2 - y^2 = 1$ гиперболадан аниқланади. Доиравий (тригонометрик) функциялар t аргументининг сон қиймати эгри чизиқли OKE (49- расм) учбурчакнинг иккиланган юзига тенг бўлгани каби Г. ф. ларнинг t аргументи штрихланган эгри чизиқли OME (48- расм) учбурчакнинг иккиланган юзига тенг:

$$OKE\text{юзи} = \frac{1}{2}(\smile KE \cdot R) = \frac{1}{2}(\smile KE) \cdot 1 = \frac{1}{2}t,$$

яъни $t = 2\,OKE$ *юзи*. Доира учун $t = \smile KE$, гипербола учун $t = \smile ME$. Г. ф. лар учун қўшиш теоремалари тригонометрик функциялар учун ўринли бўлган қўшиш теоремаларига ўхшашдир:

$$\operatorname{sh}(x+y) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y + \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y,$$
$$\operatorname{ch}(x+y) = \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y + \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y.$$

Агар x аргумент учун комплекс z ўзгарувчи қабул қилинса, бу ўхшашликни осон кўриш мумкин. Г. ф. лар тригонометрик функцияларга қуйидаги формулалар билан боғлангандир:

$$\operatorname{sh} x = -i \sin ix, \qquad \operatorname{ch} x = \cos ix,$$

бунда i миқдор — $\sqrt{-1}$ илдизнинг қийматларидан бири. $\operatorname{sh} x$ ва $\operatorname{ch} x$ Г. ф. лар ҳар қандай катта қийматни (демак, бирдан катта қийматни ҳам) қабул қила олади; $\sin x$ ва $\cos x$ тригонометрик функциялар эса, Г. ф. дан фарқли ўлароқ, аргументнинг ҳақиқий қийматларида модули бирдан катта қийматларни ололмайди.

Г. ф. лар Лобачевский геометриясида (қ. Лобачевского геометрия), материаллар қаршилигида, электротехника ва бошқа соҳаларда ишлатилади.

Адабиётда Г. ф. лар яна бундай ҳам белгиланади:

$$\sinh x;\ \cosh x,\ \operatorname{tgh} x.$$

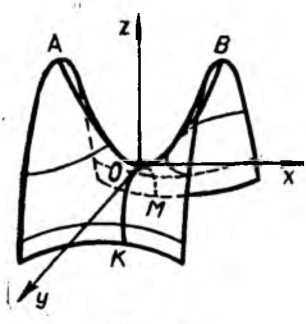
Адаб.: В. Г. Шерватов, Гиперболические функции, Гостехиздат, М., 1958; И. Я. Штаерман, Гиперболические функции, ОНТИ, М., 1935; А. Р. Янпольский, Гиперболические функции, Физматгиз, М., 1960.

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ КОСИНУС — ГИПЕРБОЛИК КОСИНУС — $\dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ функция. Г. к. $\operatorname{ch} x$ символ билан белгиланади. Г. к. жуфт функция: $\operatorname{ch}(-x) = \operatorname{ch} x$. Г. к. нинг ҳосиласи $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$ формула бўйича ҳисобланади. Гиперболические функции терминига ҳам қаранг.

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ ПАРАБОЛОИД — ГИПЕРБОЛИК ПАРАБОЛОИД — Декарт координаталаридаги каноник тенгламаси

$$\frac{x^2}{2p} - \frac{y^2}{2q} = z, \text{ (бунда } p,\ q > 0)$$

кўринишда бўлган сирт. Бу сирт 2- тартибли сирт бўлиб, маркази йўқ, ўзи эгар шаклида бўлади (50- расм). Г. п. ни координата текисликларига параллел бўлган текисликлар билан кесганда параболалар ва гиперболалар ҳосил бўлади. Г. п. нинг номи ҳам ўшандан келиб чиққан. Г. п. сиртини ҳосил қилиш учун KOM парабола текислигини фазода ўз-ўзига параллел қолдириб кўчириш ва O учини AOB парабола бўйича сирпантириш мумкин. Г. п. нинг ҳар бир нуқтасидан унинг сиртида бутунлай ётувчи



50- расм.

иккита тўғри чизиқ ўтади, булар Г. п. нинг тўғри чизиқли ясовчилари деб аталади. Жуфт-жуфти билан ўзаро учрашмас учта тўғри чизиқ билан кесишувчи бирор тўғри чизиқни силжитиш йўли билан Г. п. ҳосил қилиш ҳам мумкин. Шунинг учун Г. п. бир паллали гиперболоид, конуслар, цилиндрлар, текисликлар ва бошқалар каби чизиқ-чизиқ сиртларга (қ. Линейчатые поверхности) тааллуқли деб қаралади.

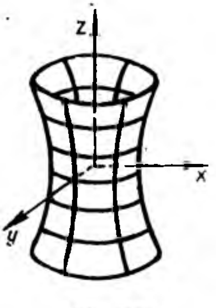
ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ СИНУС — ГИПЕРБОЛИК СИНУС — $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ функция. Г. с. $\operatorname{sh} x$ символ билан белгиланади. Г. с.—тоқ функция: $\operatorname{sh}(-x) = -\operatorname{sh} x$. Г. с. нинг ҳосиласи $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$ формула билан ҳисобланади. қ. Гиперболические функции.

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ ТАНГЕНС — ГИПЕРБОЛИК ТАНГЕНС — $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ функция. Г. т. $\operatorname{th} x$ символ билан белгиланади. Демак, $\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$, бунда $\operatorname{sh} x$—гиперболик синус (қ.), $\operatorname{ch} x$—гиперболик косинус (қ.). қ. Гиперболические функции.

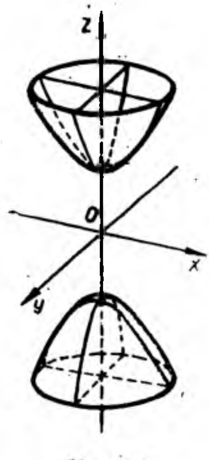
ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ ЦИЛИНДР — ГИПЕРБОЛИК ЦИЛИНДР — йўналтирувчи чизиғи гипербола бўлган цилиндрик сирт. Декарт координаталарида гиперболанинг каноник (энг содда) тенгламаси бундай кўринишда бўлади:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Шундай қилиб, Г. ц. — 2- тартибли сирт. Г. ц. бутун тўғри чизиқдан (z ўқдан) иборат симметрия марказларига эга.



51- расм.



52- расм.

ГИПЕРБОЛОИДЫ — ГИПЕРБОЛОИДЛАР — 2- тартибли марказий сиртлар. Г. икки хил бўлади: бир паллали (51- расм) ва икки паллали (52- расм) Г. Бир паллали Г. чизиқ-чизиқ сиртлар (қ. Линейчатая поверхность) туркумига қарашлидир; унинг ҳар қандай нуқтаси орқали бутунлай унинг сиртида ётадиган икки тўғри чизиқ ўтади. Бу тўғри чизиқлар тўғри чизиқли ясовчилар деб аталади. Уни турли текисликлар билан кесганда кесимда турли хил 2- тартибли эгри чизиқлар ҳосил бўлади: эллипс, гипербола ва бир-бири билан кесишувчи тўғри чизиқлар. Икки паллали Г. ни турли текисликлар билан кесганда ҳам кесимда эллипс, парабола ва гиперболалар ҳосил бўлади. Иккала Г. асимптотик конусга эга бўлиб, лимитда улар бу конусга яқинлашади. Бир паллали Г. ички, икки паллали Г. эса ташқи асимптотик конусга эга.

Г. нинг каноник тенгламаси бундай кўринишда бўлади:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \text{ (бир паллали Г.).}$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1 \text{ (икки паллали Г.).}$$

ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ГИПЕРГЕОМЕТРИК ФУНКЦИЯЛАР — $|x|<1$ бўлганда гипергеометрик қатор (қ. Гипергеометрический ряд) ёрлами билан аниқланадиган аналитик функциялар. Г. ф. гипергеометрик

$$x(1-x)y''+[\gamma-(\alpha+\beta+1)x]y'-\alpha\beta y=0$$

тенгламанинг интегралларидан иборатдир. Математик анализнинг энг муҳим махсус функциялари гипергеометрик тенгламанинг ечимларидир. Турли хил Г. ф. орасида кўп муносабатлар мавжуд, масалан:

$$y(\alpha,\ 1,\ \gamma,\ x)=\frac{1}{1-x}y\left(x-\alpha,\ 1,\ \gamma,\ \frac{x}{x-1}\right).$$

Адаб.: В. В. Голубев, Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений, 1950.

ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ РЯД — ГИПЕРГЕОМЕТРИК ҚАТОР — ушбу кўринишдаги қатор:

$$y(\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ x)=1+\frac{\alpha\cdot\beta}{1\cdot\gamma}x+\frac{\alpha(\alpha+1)}{1\cdot 2}\cdot\frac{\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)}x^2+$$
$$+\frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot\frac{\beta(\beta+1)(\beta+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)}x^3+\ \dots$$

Г. қ. ни биринчи бўлиб Л. Эйлер (1778) текширган.

Кўп функцияларнинг Тейлор қатори (қ. Тейлора ряд) Г. қ. нинг хусусий ҳолидир, масалан:

$$(1+x)^{\alpha}=y(-\alpha,\ \beta,\ \beta,\ x),$$
$$\ln(1+x)=xy(1,\ 1,\ 2,\ -x).$$

ГИПЕРПЛОСКОСТЬ — ГИПЕРТЕКИСЛИК — n ўлчовли R_n Евклид фазосидаги $(n-1)$ ўлчовли текислик. Бир жинсли координаталарда Г. нинг тенгламаси бундай кўринишда бўлади:

$$a_1x_1+a_2x_2+\ \dots\ +a_nx_n+a_{n+1}x_{n+1}=0 \text{ ёки } \sum_{i=1}^{n+1}a_ix_i=0. \qquad (*)$$

Агар $n=3$ бўлса, Г. одатдаги текислик бўлади, агар $n=2$ бўлса, бу ҳолда Г. одатдаги Евклид текислигидаги тўғри чизиқ (ёки бир ўлчовли текислик) бўлади. R_n фазодаги ҳар қандай m ўлчовли текисликни $(n-m)$ Г. нинг кесишмаси деб, яъни координатлари $(n-m)$ та(*) шаклдаги чизиқли эркли тенгламаларни қаноатлантирадиган нуқталар тўплами деб қараш мумкин. қ. Гиперповерхность.

ГИПЕРПОВЕРХНОСТЬ — ГИПЕРСИРТ — n ўлчовли Евклид фазосидаги $(n-1)$ ўлчовли сирт. қ. Гиперсфера, Гиперплоскость, Размерность.

Грек. ὑπέρ (һурег) — ортиқ, юқори, нариги томонда.

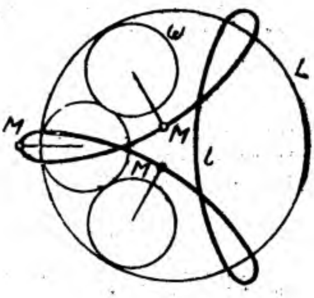
ГИПЕРСФЕРА — ГИПЕРСФЕРА — n ўлчовли R_n Евклид фазосидаги $(n-1)$ ўлчовли сфера (қ. Размерность), яъни R_n фазонинг берилган нуқтадан (Г. нинг марказидан) тайинли масофада (Г. радиуси) турган нуқталарининг геометрик ўрни. $n=3$ бўлганда Г. сфера бўлиб, $n=2$ бўлганда эса айлана бўлади. қ. Гиперповерхность.

ГИПЕРЦИКЛ — ГИПЕРЦИКЛ — эквидистантанинг (қ.) худди ўзи.

ГИПОТЕНУЗА — ГИПОТЕНУЗА — тўғри бурчакли (текис ёки сферик) учбурчакнинг тўғри бурчаги қаршисида ётган томони. Тўғри бурчакли учбурчакнинг қолган икки томони унинг катетлари (қ.) дейилади; бунда сферик учбурчакда фақат битта тўғри бурчак мавжуд бўлади деб фараз қилинади. Евклид текислигидаги тўғри бурчакли учбурчакнинг Г. си билан катетлари, Пифагор теоремасига (қ.) мувофиқ, $c^2 = a^2 + b^2$ муносабат орқали боғланган, бунда c — Г. нинг узунлиги, a, b — катетлар узунлиги.

Грек. hypoteinusa — бирор нарса остида (тўғри бурчак остида) тортилувчи.

ГИПОТРОХОИДА — ГИПОТРОХОИДА — қўзғалмас L айлана бўйлаб ичкаридан сирпанмай ғилдираб борувчи ω айланага маҳкам боғланган M нуқта чизган текис эгри чизиқ (53- расм). Шаклдаги l эгри чизиқ — ω айланага маҳкам боғланган нуқтанинг гипотрохоидаси. Агар M нуқта айланада ётса, у ҳолда Г. гипоциклоида (қ.) деб аталади.



53- расм.

Грек. ὑπν — остида, τροχοειδής — ғилдирак, юмалоқ.

ГИПОЦИКЛОИДА — ГИПОЦИКЛОИДА — бирор қўзғалмас айлана бўйлаб ичкаридан сирпанмай ғилдираб борувчи бошқа айланадаги ихтиёрий нуқта чизган эгри чизиқ. Қўзғалмас ва қўзғалувчи айланалар радиуслари орасидаги муносабатга қараб Г. нинг турли хиллари ҳосил бўлади: астроида (қ.), циклоида (қ.) ва бошқалар. Агар қўзғалувчи айлананинг радиуси қўзғалмас айлана радиусининг ярмига тенг бўлса $\left(r = \frac{R}{2}\right)$, у ҳолда Г. тўғри чизиқ кесмасига — қўзғалмас айлананинг диаметрига айланиб қолади. Соат механизмлари ёки босма машиналарда айланма ҳаракатни тўғри чизиқли ҳаракатга айлантирадиган тишли узатмалар конструкция қилишда бу хоссадан фойдаланишади. Г. ва эпициклоидалар (қ.) рулетталар (қ.) деб аталадиган анча умумий шаклдаги эгри чизиқларга оиддир.

Г. нинг параметрик тенгламалари бундай кўринишда бўлади:

$$x = (R - r)\cos\theta + r\cos\left[(R - r)\frac{\theta}{r}\right],$$

$$y = (R - r)\sin\theta - r\sin\left[(R - r)\frac{\theta}{r}\right],$$

бунда R — қўзғалмас айлананинг радиуси, r — ғилдировчи айлананинг радиуси, θ — айлананинг уриниш нуқталари орасидаги ёйни тортиб турувчи бурчак.

Грек. ὑπν — остида, κοχλο — айлана, доира.

ГИППОКРАТОВЫ ЛУНОЧКИ— ГИППОКРАТ ОЙЧАЛАРИ—иккита айлана ёйи билан чегараланган шакллар бўлиб, циркуль ва чизғич ёрдами билан буларга тенгдош тўғри тўртбурчак ясаш мумкин. Гиппократ бундай шакллардан учтасини топган. 1840 й. да Клаузен (Германия) яна иккита ойча топди, бу ойчаларга тенгдош тўғри тўртбурчак ясаш мумкин.

ГЛАВНАЯ ДИАГОНАЛЬ матрицы — матрицанинг **БОШ ДИАГОНАЛИ** — $\|a_{ij}\|$ квадрат матрицанинг $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ элементларининг (тартибланган) тўпламн:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

ГЛАВНАЯ НОРМАЛЬ — БОШ НОРМАЛЬ — фазовий эгри чизиққа ўтказилган нормалларнинг ёпишма текисликда (қ. Соприкасающаяся плоскость) ётадигани.

ГЛАВНЫЕ КРИВИЗНЫ — БОШ ЭГРИЛИКЛАР. Сирт нуқтасидаги Б. э. — сиртнинг бу нуқтасидан ўтказилган нормал кесимнинг (қ. Нормальное сечение) энг катта ва энг кичик эгрилиги. Сиртнинг нуқтадаги Б. э. ига тескари бўлган R_1 ва R_2 миқдорлар Б. э. радиуслари деб аталади.

ГЛАВНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ — БОШ НОРМАЛ КЕСИМЛАР — сиртнинг нормал кесимлари (қ. Нормальное сечение) орасида эгрилиги (қ. Кривизна) ўзининг энг катта ёки энг кичик қийматига эга бўладиган нормал кесимлари.

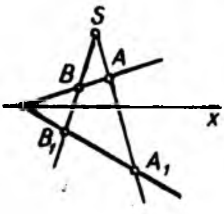
ГЛАВНЫЕ ОСИ — БОШ ЎҚЛАР. 2-тартибли марказий эгри чизиқнинг (марказий сиртнинг) Б. ў. — бу эгри чизиқнинг (сиртнинг) симметрия ўқлари.

ГОЛОМОРФНАЯ ФУНКЦИЯ — ГОЛОМОРФ ФУНКЦИЯ — бир қийматли аналитик функция (қ.).

ГОЛЬДБАХА ПРОБЛЕМА — ГОЛЬДБАХ ПРОБЛЕМАСИ. Бу проблема кўпинча Гольдбах — Эйлер проблемаси деб ҳам аталади. Г. п. бу гипотезадан иборат: 5 дан бошлаб ҳар қандай тоқ сон учта туб соннинг йиғиндиси билан, 4 дан бошлаб ҳар қандай жуфт сон эса иккита туб соннинг йиғиндиси билан тасвир этилиши мумкин. Тоқ сонларга оид Г. п. ни Петербург академиги Христиан Гольдбах 1742 й. да Леонард Эйлерга ёзган хатида баён қилган эди, Эйлер эса унга ёзган жавоб хатида Г. п. ни жуфт сонлар ҳоли учун таърифлаган. Виноградов теоремаси (к.) Г. п. нинг ечимига бағишланган.

ГОМЕОМОРФИЗМ (или топологический изоморфизм) — **ГОМЕОМОРФИЗМ** (ёки топологик изоморфизм) — иккита топологик фазонинг ўзаро бир қийматли ва ўзаро узлуксиз акслантирилиши. Компакт фазони бирор топологик фазога ўзаро бир қийматли ва узлуксиз акслантириш Г. дан иборат бўлади. Г. — топологиянинг асосий тушунчаси бўлиб, бунда топологик фазолар Г. гача аниқликда текширилади.

Мисол. Ўзини-ўзи кесмайдиган кўпбурчак (контур) айланага гомеоморфдир. Г. нинг ўринли эканлиги бундай аниқланади. M ва M' — кўпбурчак билан айлананинг икки нуқтаси, l ва l' — кўпбурчак ва айлананинг периметрлари бўлсин деб фараз қилайлик. Кўпбурчакнинг M нуқтадан кўпбурчак периметри бўйича x масофада бўлган N нуқтасига айлананинг M' нуқтадан айлана узунлиги бўйича $x' = \frac{x}{l} l'$ масофада бўлган N' нуқтасини мос қилиб қўямиз. Барча масофалар бир хил йўналишдаги юришда ҳисобланади. Ярим очиқ $0 \leqslant t < 2\pi$ интервални радиуси бирга тенг бўлган $x = \cos t$, $y = \sin t$ айланага $t \to (\cos t, \sin t)$ формула бўйича акслантириш Г. эмас, чунки тескари акслантириш $(\cos 2\pi, \sin 2\pi)$ нуқтада узлукли акслантириш бўлади.



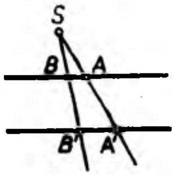
54-расм.

ГОМОЛОГИЯ — ГОМОЛОГИЯ. Проектив геометрияда Г. — проектив текислик нуқталарининг ўзини-ўзига ўзаро бир қийматли алмаштириш, бунда нуқталарнинг коллинеарлиги (тўғри чизиқлилиги) ва бирор тўғри чизиқ (Г. ўқи) нуқталарининг қўзғалмаслиги хоссаси сақланади. Айний алмаштиришдан иборат бўлмаган Г. да мос (A' ва A, B' ва B) нуқталарни туташтирувчи барча тўғри чизиқлар битта нуқтада, яъни Г. марказида кесишади, мос (AB ва $A'B'$) тўғри чизиқлар эса гомология ўқида кесишади.

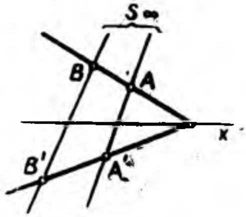
Агар S марказ Г. ўқида ётмаса, у ҳолда Г. махсусмас (ёки гиперболик, 54-расм) Г. дейилади; агар S марказ Г. ўқида ётса, бу ҳолда Г. махсус (ёки параболик) гомология дейилади. Одатда Г. S марказ, ўқ ва иккита мос A, A' нуқталар билан берилади. Хусусий (чекли) марказли ва хосмас (чексиз узоқлашган) ўқли Г. (55-расм) гомотетиядир (қ.); хосмас S_∞ марказли ва хусусий

x ўқли Г. ўқ бўйига чўзилиш ва сиқилишдир (56-расм). Хосмас S_{∞} марказли ва хосмас ўқли (демак, марказ ўқда ётади) Г. — параллел кўчиришдир. Хосмас S_{∞} марказли, аммо хусусий x ўқли (марказ ўқда ётади) махсус Г. силжишдир (57-расм). Текисликдаги ҳар қандай проектив алмаштириш иккита алмаштиришнинг: Г. ва кўчишнинг кўпайтмасидан иборат.

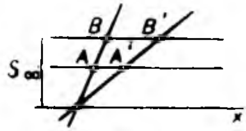
Грек. γομολογία — мослик, мувофиқлик.



55- расм.



56- расм.



57- расм.

ГОМОМОРФИЗМ — ГОМОМОРФИЗМ. G, G' группалар (K, K' ҳалқалар, A, A' алгебралар) гомоморфизми — қуйидаги хоссаларга эга бўлган $G \to G'$ (мос тартибда $K \to K'$, $A \to A'$) мосликнинг φ аксланиши: ҳар қандай $g_1, g_2 \in G$ да группалар учун $\varphi(g_1 \; g_2) = \varphi(g_1)\varphi(g_2)$; ҳар қандай $k_1, k_2 \in K$ да ҳалқалар учун $\varphi(k_1 - k_2) = \varphi(k_1) - \varphi(k_2)$ ва $\varphi(k_1 k_2) = \varphi(k_1)\varphi(k_2)$; ҳар қандай $a_1, a_2 \in A$ да ҳамда A ва A' лар берилган майдондаги ҳар қандай λ сонда алгебралар учун $\varphi(a_1 \; a_2) = \varphi(a_1)\varphi(a_2)$, $\varphi(\lambda a_1) = \lambda\varphi(a_1)$ (қ. Алгебра). Агар (группалар учун) $\varphi(g) = e$ бўлса [бунда e — барча $g \in G$ учун G' нинг бирлиги] ва ҳалқалар ва алгебралар учун барча $k \in K$, $a \in A$ да $\varphi(k) = 0$, $\varphi(a) = 0$ бўлса, Г. тривиал Г. деб аталади.

$\varphi(g) = e$ (мос тартибда $\varphi(k) = 0$, $\varphi(a) = 0$) тенгликни қаноатлантирувчи барча $g \in G$ элементлар тўплами Г. нинг ядроси дейилади.

Агар Г. бутун G' га (мос тартибда K' га, A' га) аксланишдан иборат бўлса, у ҳолда Г. эпиморфизм деб аталади; агар Г. нинг ядроси фақат G группанинг бирлигидан (мос тартибда K ёки A нинг нолидан) иборат бўлса, у ҳолда Г. мономорфизм деб аталади. G группанинг (мос тартибда K ҳалқа ёки A алгебранинг) ўзини-ўзига Г. эндоморфизм деб юритилади.

Эпиморфизм ва мономорфизмдан иборат бўлган Г. G нинг (мос тартибда K, A нинг) G' га (мос тартибда K', A' га) ўзаро бир қийматли аксланишидир, бу аксланиш изоморфизм (қ.) деб аталади. G нинг (мос тартибда K, A нинг) ўз-ўзига изоморфизми автоморфизм деб аталади.

Мисоллар: 1. G — n- тартибли барча махсусмас матрицалар группаси, G' эса кўпайтириш амалига нисбатан нолга тенг бўлмаган сонлар группаси бўлсин деб фараз қилайлик.

$$\varphi(g) = \det g$$

бўлсин, бунда $\det g$ символ g матрицанинг детерминантини билдиради. Матрицаларни кўпайтириш хоссаларидан φ нинг Г. экани келиб чиқади.

2. Бир ўзгарувчили бутун коэффициентли кўпҳадларнинг K ҳалқасини қараб чиқайлик. K' — бутун сонлар ҳалқаси бўлсин. Ҳар бир кўпҳадга унинг бош коэффициентини мос қилиб қўямиз. Ҳосил қилинган $K \to K'$ аксланиш Г. дир.

3. A — комплекс сонлар майдонида берилган n- тартибли барча матрицалар алгебраси бўлсин. $A = A'$ деб фараз қилайлик.

φ аксланишни

$$\varphi(a) = (a')^{-1}$$

формула билан аниқлайлик, бунда $(a')^{-1}$ символ a матрицанинг транспонирланган матрицасига тескари бўлган матрицани билдиради. φ аксланиш автоморфизмдир.

Квазигруппа, ярим группа, структура ва бошқаларнинг Г. ўрганилади, лекин бунда Г. деганда кўрсатилган алгебраик системаларда берилган амалларни сақловчи аксланишни тушунмоқ керак.

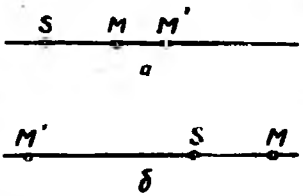
Адаб.: В. Л. Ван дер Варден, Современная алгебра, ч. 1 и 2, Гостехиздат, М., 1947; А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1962.

ГОМОТЕТИЯ — ГОМОТЕТИЯ — текислик ёки фазонинг ҳар бир M нуқтасига M' нуқтани мос қилиб қўядиган шундай алмаштиришки, бунда

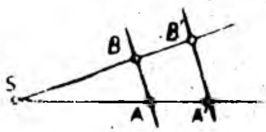
$$\overrightarrow{SM'} = \overrightarrow{SM}\cdot k$$

тенглик қаноатлантирилади, бу ерда S — берилган нуқта бўлиб, Г. нинг маркази дейилади, k эса нолга тенг бўлмаган ўзгармас сон, бу сон Г. нинг коэффициенти дейилади.

$k>0$ бўлганда M ва M' мос нуқталар боши S нуқтада бўлган битта нурда ётади (58- *а* расм), $k<0$ бўлганда M ва M' нуқталар тўғри чизиқнинг боши S нуқтада бўлган турли нурларида ётади (58- *б* расм).



58- расм.



59- расм.

Г. нинг энг содда хоссалари: 1) Г. — текислик нуқталарининг ўз-ўзига ўзаро бир қийматли алмаштирилишидир; 2) агар $k=1$ бўлса, у ҳолда Г. текислик нуқталарининг айний алмаштирилишидир; $k \neq 0$ ҳар қандай бўлганда эса S нуқта Г. нинг маркази — иккиланган нуқта бўлади, яъни у ўз-ўзига алмашинади; 3) Г. маркази орқали ўтувчи ҳар қандай тўғри чизиқ ўз-ўзига алмашинади; 4) S марказ орқали ўтмайдиган ҳар қандай AB тўғри чизиқ Г. да ўзига параллел бўлган $A'B'$ тўғри чизиққа алмашинади; шунинг учун Г. да тўғри чизиқлар орасидаги бурчаклар ўзгармайди деган хулоса чиқади (59- расм); 5) Г. да кесмалар ўзларига параллел бўлган ва $|k|$ марта кичрайган ёки катталашган кесмаларга ўтади; шунинг учун Г. текисликнинг S нуқтага сиқилиши ёки чўзилишидан иборатдир; 6) Г. да ҳар қандай айлана яна айланага алмашинади, шу билан бирга, улардан бирининг маркази иккинчисининг марказига айланади.

Одатда Г. ўзининг S маркази ва бир жуфт мос нуқталари билан берилади ва бундай белгиланади: $H(S, A, A')$. Г. аффин алмаштиришнинг хусусий ҳоли бўлиб, бунда фақат битта иккиланган нуқта мавжуд бўлади (қ. Аффинные преобразования).

Г. алмаштириши жойларни мензула усулида планга олишда, ясашга доир масалалар ечишда ва пантограф (қ.) ёрдами билан ўхшаш нусха кўчиришда қўлланилади.

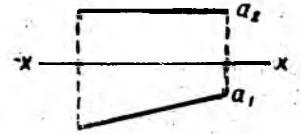
Г. бирмунча умумий бўлган ўхшашлик (қ. Подобия преобразование) алмаштиришнинг хусусий ҳоли бўлиб, бунда ҳар қандай AB кесма $A'B' = k \cdot AB$ тенгликни қаноатлантирувчи $A'B'$ кесмага ўтади ($k \neq 0$). Лекин AB ва $A'B'$ кесмалар параллел бўлмаслиги ҳам мумкин.

Грек. ὁμός — бир хил, тенг, θετός — жойлашган.

ГОМОТОПИЯ — ГОМОТОПИЯ — топологиянинг муҳим тушунчаси. Агар (x, t) тўплам бўйича узлуксиз бўлган шундай I (x, t) функция мавжуд бўлсаки (x нуқта A фазодаги нуқта, t — сон, $0 \leqslant t \leqslant 1$), бунда $I(x, 0) = f(x)$ ва $I(x, 1) = g(x)$ бўлса, у ҳолда топологик A фазонинг топологик B фазога иккита узлуксиз $f(x)$ ва $g(x)$ аксланишт гомотопик аксланиш дейилади (қ. Топологическое пространство.) Топологияда аксланишларни синфларга ажратиш масаласи Г. гача аниқликда қаралади. Сферани топологик фазога акслантириш ҳоли алоҳида аҳамиятга эга.

ГОНИОМЕТРИЯ — ГОНИОМЕТРИЯ — тригонометрик функциялар ва улар орасидаги муносабатлар ҳақидаги таълимот. Г. — тригонометриянинг (қ.) кириш қисмидир. Г. термини эскириб қолиб бормоқда. Грек. γωνία—бурчак, μετρέω — ўлчайман.

ГОРИЗОНТАЛЬ — ГОРИЗОНТАЛ — проекцияларнинг горизонтал текислигига параллел бўлган ва проекцияларнинг вертикал текислигига перпендикуляр бўлмаган тўғри чизиқ. Эпюрда (қ.) Г. нинг (a тўғри чизиқнинг) вертикал a_2 проекцияси проекцияларнинг xx ўқига параллел бўлиб, унинг горизонтал a_1 проекцияси xx ўққа нисбатан ҳар қандай вазиятда бўлиши мумкин, лекин унга перпендикуляр бўлолмайди (60- расм). Расмда $a(a_1, a_2)$ тўғри чизиқ Г. дир. Г. термини чизма геометрияда (қ. Начертательная геометрия) ишлатилади. қ. Фронталь.



60- расм.

ГОРНЕРА СХЕМА — ГОРНЕР СХЕМАСИ — n- даражали $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$ кўпҳадни чизиқли $x - a$ иккиҳадга бўлиш усули бўлиб, бу шунга асосланганки, тўлиқмас $b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \ldots + b_{n-1}$ бўлинманинг коэффициентлари ва r қолдиқ бўлинувчи кўпҳаднинг коэффициентларига ва a га қуйидаги формулалар билан боғланган:

$$b_0 = a_0,\ b_k = ab_{k-1} + a_k,\ k = 1, 2, \ldots, n \text{ ва } r = ab_{n-1} + a_n.$$

Г. с. бўйича ҳисоблаш бундай жадвалга жойлашади:

	a_0	a_1	a_2	...	a_{n-1}	a_n
a	b_0	$b_1 = ab_0 + a_1$	$b_2 = ab_1 + a_2$	...	$b_{n-1} = ab_{n-2} + a_{n-1}$	$r = ab_{n-1} + a_n$

Г. с тўлиқмас бўлинма коэффициентларини ва қолдиқни тез ҳисоблашга имкон беради.

Мисол. $f(x) = x^4 + 2x^3 - 4x + 3$ ни $x + 3$ га бўлинг.

	1	2	0	—4	3
—3	1	—1	3	—13	42

Тўлиқмас бўлинма $x^3 - x^2 + 3x - 13$ га тенг, қолдиқ эса $42 = f(-3)$.

Г. с. кўпҳаднинг $x = a$ даги қийматини, яъни $f(a)$ ни тез ҳисоблашга имкон беради. Г. с. кўпҳадларни бўлишга оид Яковкин схемасининг (қ.) хусусий ҳолидир.

Адаб.: С. И. Новоселов, Специальный курс элементарной алгебры, «Высшая школа», М., 1956; М. В. Яковкин, Вычислительные действия над многочленами, Учпедгиз, М., 1961.

ГРАД — ГРАД — тўғри бурчакнинг юздан бир қисми, 1^{∂} билан белгиланади. Бир Г. 100 бўлакка бўлинади, улар метрик минут (1′) деб аталади, бунинг юздан бир қисми эса метрик секунд (1″) деб аталади. Г. бурчак ўлчов бирлиги сифатида ўлчовларнинг метрик системаси билан бирга (XVIII аср охирида) жорий этилган эди. Лекин Г. амалда кенг қўлланилмади.

ГРАДИЕНТ — ГРАДИЕНТ. x, y, z фазонинг бирор соҳасида берилган $u = f(x, y, z)$ функциянинг градиенти — проекциялари $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}$ дан иборат бўлган вектор (қ.) бўлиб,

$$\operatorname{grad} u = \frac{\partial u}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\mathbf{k} \text{ ёки } \operatorname{grad} f(x, y, z)$$

символлар билан белгиланади. Г. (x, y, z) нуқтанинг функциясидир, яъни векторлар майдонини (қ. Векторное поле) ҳосил қилади. Берилган нуқтада Г. йўналиши бўйича олинган ҳосила энг катта қийматга эга бўлади ва

$$|\operatorname{grad} u| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$

га тенг, яъни Г. йўналиши функциянинг энг тез ўсиш йўналишидир. Берилган нуқтадаги Г. бу нуқтадан ўтувчи юксаклик сиртига перпендикулярдир. Г. га перпендикуляр бўлган йўналиш бўйича, яъни юксаклик сиртига уринма бўлган текисликда ётувчи йўналиш бўйича олинган ҳосила нолга тенг. Г. потенциал векторлар майдонини ташкил қилиб, унинг потенциали берилган $f(x, y, z)$ функциядир. қ. Поверхность уровня.

ГРАДУС — ГРАДУС — текис бурчакларнинг ўлчов бирлиги, яъни у тўғри бурчакнинг $\frac{1}{90}$ қисмига тенг бўлган текис бурчак. Бир Г. бурчак 1° билан белгиланади. Грек. gradus — қадам, босқич.

ГРАММА ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ — ГРАММ ДЕТЕРМИНАНТИ —

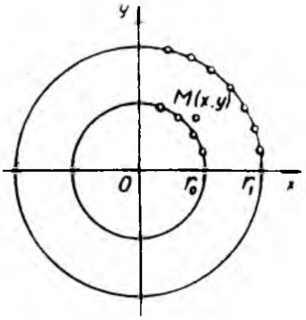
$$a_{ij} = \int_a^b \varphi_i(x)\,\varphi_j(x)\,dx$$

формула бўйича тузилган $\|a_{ij}\|$ матрицанинг детерминанти, бунда $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ — берилган функциялар системаси. Г. д. ҳеч вақт манфий бўлмайди. Г. д. мусбат бўлган ҳолда ва фақат шу ҳоллагина $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ функциялар чизиқли эркли бўлади. Г. д. ни Дания математиги И. Грамм жорий қилган.

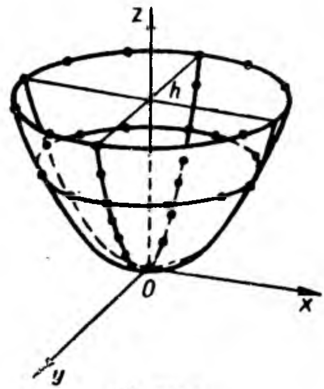
ГРАНИЦА МНОЖЕСТВА — ТЎПЛАМНИНГ ЧЕГАРАСИ — бу тўплам чегаравий нуқталарининг мажмуи (қ. Граничная точка).

ГРАНИЧНАЯ ТОЧКА — ЧЕГАРАВИЙ НУҚТА: 1°. Ҳақиқий сонлар тўпламининг Ч. н. си — шундай нуқтаки, бу нуқтани ўз ичига олувчи ҳар қандай очиқ оралиқда тўпламга тегишли бўлган нуқталар ҳам, тегишли бўлмаган нуқталар ҳам топилади. Тўпламнинг Ч. н. си тўпламга тегишли бўлиши ҳам, тегишли бўлмаслиги ҳам мумкин.

Мисоллар: 1) [0, 1], яъни $0 \leqslant x \leqslant 1$ кесмадаги рационал x сонлар тўплами учун ўша [0, 1] кесмадаги барча нуқталар (рационал нуқталар ҳам, иррационал нуқталар ҳам) Ч. н. бўлади; 2) $x = \frac{1}{n}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ нуқталар тўплами учун $x = \frac{1}{n}$ нуқталар тўплами ва ноль Ч. н. 3) очиқ (a, b) оралиқнинг Ч. н. лари a ва b нуқталардир.



61- расм.



62- расм.

2°. **n ўлчовли, яъни метрик фазо тўпламининг Ч. н.** си — шундай нуқтаки, бу нуқтани ўз ичига олган ҳар қандай очиқ шарда (қ.) тўпламга тегишли бўлган нуқталар ҳам, тегишли бўлмаган нуқталар ҳам мавжудdир. Тўпламнинг Ч. н. си тўпламга тегишли бўлиши ҳам, тегишли бўлмаслиги ҳам мумкин.

Мисоллар: 1) Текисликда $r_0 < \sqrt{x^2+y^2} < r_1$ $(r_0 < r_1)$ шартларни қаноатлантирувчи $M(x, y)$ нуқталар тўпламининг Ч. н. лари маркази $O(0, 0)$ координаталар бошида, радиуслари r_0 ва r_1 бўлган иккита концентрик айланаларнинг нуқталаридан иборат ($r = 0$ бўлганда айланалардан бири битта нуқтага, яъни координаталар бошига алмашади, 61- расм).

2. Фазода $x^2 + y^2 < z < h$ шартлар билан аниқланган $M(x, y, z)$ нуқталар тўпламининг Ч. н. лари $x^2 + y^2 = z$ тенглама билан берилган айланиш параболоидининг $z = h$ текисликдан пастда бўлган нуқталаридан ва параболоид билан $z = h$ текислик кесишиши натижасида ҳосил бўлган доира нуқталаридан иборат (62- чизма).

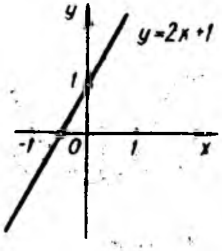
ГРАНЬ — ЁҚ: 1°. Кўпёқнинг ёғи — кўпёқ сиртининг қисмидан иборат бўлган ва унинг қирралари билан чегараланган текис кўпбурчак (қ. Многогранник).

2°. **Кўп ёқли (фазовий) бурчакнинг ёғи** — унинг учидаги текис бурчак.

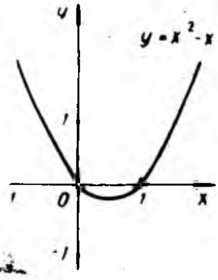
3°. **Арифметикада грань** — сондаги рақамлар группаси. Учтадан ортиқ рақам билан ёзилган соннинг ўқилишини осонлаштириш учун у ўнгдан чапга қараб синфларга ажратилади, ҳар бир синфда учтадан рақам бўлади. Сондан квадрат илдиз олишда у ўнгдан чапга қараб иккита-иккита қилиб синфларга ажратилади, куб илдиз олишда эса сон ҳар бирида учтадан рақами бўлган синфларга ажратилади.

4°. Ҳақиқий сонлар ёки сонлар ўқи нуқталарининг **чегараси** маъносини Верхняя грань терминидан қаранг.

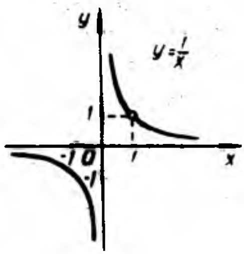
ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x)$ (действительного переменного) — ҳақиқий ўзгарувчили $y = f(x)$ **ФУНКЦИЯНИНГ ГРАФИГИ** — текисликда тўғри бурчакли декарт координаталари $y = f(x)$ муносабатни (тенгликни) қаноатлантирувчи нуқталарнинг геометрик ўрни. Геометрик томондан Ф. г. одатда нуқталарининг координаталари аргумент ва функциянинг мос қийматларидан иборат бўлган бирор текис эгри чизиқни тасвир этади. Масалан, $y = ax + b$ чизиқли функциянинг графиги тўғри чизиқдир (63- расм, бунда $y = 2x + 1$); $y = ax^2 + bx + c$ Ф. г.— парабола (қ.) (64- расм, бунда $y = x^2 - x$); ўзгарувчи x ва y орасидаги тескари пропорционал муносабатни ифодаловчи $y = \frac{a}{x}$ Ф. г. асимптоталари координата



63- расм.



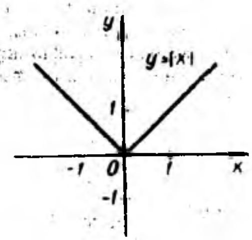
64- расм.



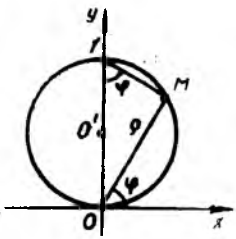
65- расм.

ўқлари бўлган гиперболадир (қ.) $\left(65\text{- расм, бунда } y=\frac{1}{x}\right)$. Асимптоталари координата ўқларига параллел бўлган гипербола каср-чизиқли функциянинг (қ. Дробно-линейная функция) графиги бўлади; $y=|x|$ Ф. г. томонлари 1- ва 2-координат бурчакларининг биссектрисаларидан иборат бўлган тўғри бурчакни тасвир этади (66- расм).

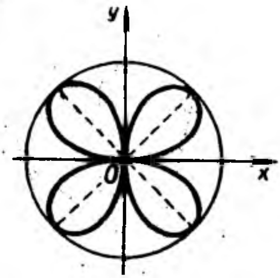
Агар $y=\sin x$ Ф. г. ни қутб координаталари системасида $y=\rho$, $x=\varphi$ деб қарасак, у ҳолда бу Ф. г. маркази $\left(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ нуқтада бўлган айланани тасвир этади (67- расм), $\rho=\sin 2\varphi$ Ф. г. қутб координаталари системасида тўрт япроқли гулни тасвирлайди (68- расм).



66- расм.



67- расм.

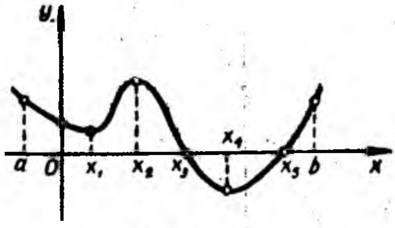


68- расм.

Бирор функция графигини ёки $f(x, y)=0$ тенгламанинг графигини (бу тенгламада y функция x аргумент орқали ошкормас ҳолда ифодаланган) ясаш учун одатда аргумент ва функциянинг (ёки тенгламага кирган ўзгарувчиларнинг) мос қийматлари жадвали тузилади ва танлаб олинган координаталар системасида (тўғри бурчакли Декарт системаси, аффин ёки қутб координатлари системаси) x ва y ларнинг қўш қийматларига тегишли нуқталар ясалади. Агар функция узлуксиз (қ. Непрерывная функция) ва етарлича силлиқ бўлса (аргумент ўзгарганда унинг 2- тартибли ҳосилалари кўп сакрамасдан ўзгарса), ясалган нуқталарни силлиқ эгри чизиқ билан туташтириб Ф. г. ҳосил қилинади. Координаталар тўрида нуқталар қанча кўп олинса, улар бир-бирига қанчалик яқин бўлса, Ф. г. шунча аниқ тасвир этилади.

Баъзи чизиқларнинг номлари уларни ифодаловчи функциялар номидан келиб чиққан, масалан: синусоида, косинусоида, тангенсоида, логарифмика (қ.).

Ф. г. функциянинг ўзгаришини ва унинг хоссаларини яққол тасвирлайди. Масалан, 69- расмда тасвирланган графикдан кўринадики, ax_1, x_2x_4 оралик-ларда функция камаяди, $x_1 x_2$, $x_4 b$ оралиқларда ўсади, ax_3, $x_5 b$ оралиқларда функция мусбат, $x_3 x_5$ оралиқда эса манфий ва ҳ. к. Бундан ташқари, Ф. г. тенглама ва тенгсизликларни график усул билан ечишда ва энг содда номограмма (қ.) сифатида ишлатилади. Масалан, сонларнинг квадрат илдизини x^2 (парабола) Ф. г. ёрдами билан, сонларнинг ҳар қандай даражадаги илдизини a^x Ф. г. ($a > 0$, $a \neq 1$) ёки $\lg_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) Ф. г. ёрдами билан тақрибан ҳисобласа бўлади.



69- расм.

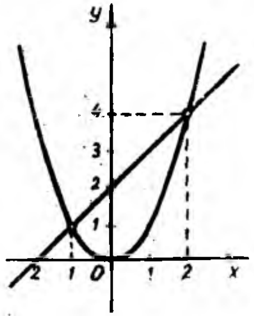
Адаб.: Г. Е. Шилов, Как строить графики, Физматгиз, М., 1959; Энц. элем. мат. тт. 2 и 3, Гостехиздат, М., 1951, 1952.

ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ уравнений — тенгламаларни **ГРАФИК УСУЛДА ЕЧИШ** — $f(x) = \varphi(x)$ кўринишдаги тенгламаларни $f(x)$ ва $\varphi(x)$ функциялар графикларини ясаш орқали тақрибий ечишдан иборат бўлиб, ечим $f(x)$ ва $\varphi(x)$ функциялар графикларининг кесишиш нуқталари абсциссаларини топишга келтирилади.

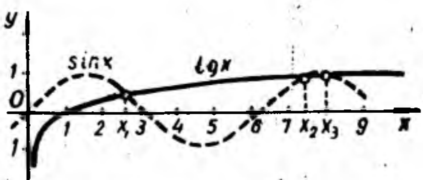
Мисоллар: 1) $x^2 - x - 2 = 0$ ($x^2 = x + 2$) тенгламани Г. у. е. $y = x^2$ ва $y = x + 2$ функциялар графикларини ясашга ва бу графиклар кесишган нуқталарнинг абсциссаларини топишга келтирилади (70- расм): $x_1 = -1$, $x_2 = 2$; 2) $\sin x = \lg x$ тенгламани Г. у. е. $y = \sin x$ ва $y = \lg x$ функциялар графикларининг кесишиш нуқталари абсциссаларини топишга келтирилади (71- расм)

$$x_1 = 2{,}7,\ x_2 = 7{,}4 \text{ ва } x_3 = 8{,}2$$

(0,1 гача аниқликда). Тенгламаларни Г. у. е. уларнинг ҳақиқий илдизлари ҳақида кўргазмали тасаввур беради, шунингдек графиклар ва функцияларнинг хоссалари ҳақидаги билимни чуқурлаштиради.



70- расм.



71- расм.

Тенгсизликларни график усулда ечиш ҳам шунга ўхшаш бўлади.

ГРИНА ФОРМУЛЫ — ГРИН ФОРМУЛАЛАРИ — интеграл ҳисоби формулалари бўлиб, улар ҳажм бўйича олинган интегрални сирт бўйича олинган интегралга келтиришга имкон беради. Булардан энг соддаси қуйидаги муҳим формуладир:

$$\iint\limits_D \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) dxdy = \int\limits_\Gamma udx + vdy,$$

бунда $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ лар D соҳада узлуксиз, Γ эса D соҳани чегараловчи контур.

ГРИНА ФУНКЦИЯ — ГРИН ФУНКЦИЯСИ. Г. ф. дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишда татбиқ этилади (қ. Краевая задача). Г. ф. шундай функцияки, у берилган дифференциал тенгламанинг ечими бўлиб чегара шартларини қаноатлантиради, шунингдек тенгламанинг тартиби ва фазонинг ўлчовига боғлиқ бўлган хусусиятга эга. Масалан, $G(P, Q)$ Г. ф. Лаплас оператори бўлиб, унинг учун биринчи чегаравий масала қўйилган бўлса, у ҳолда бу масаланинг ечимини

$$u(P) = \int_{\Gamma} \frac{\partial G}{\partial n} u(Q)\, dS_Q$$

формула бўйича топиш мумкин; бунда интеграл соҳанинг чегараси бўйича олинади ва чегаравий масаланинг Г. Ф. маълум бўлса, ҳамма вақт унинг ечимини баъзи бир интеграллар шаклида тасвирлаш мумкин.

Математик физиканинг нолинчи

$$Lu(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

чегаравий шартли чегаравий масалаларида $G(x, x_0)$ Г. ф. қуйидаги усул билан аниқланади: $u_\varepsilon(x, x_0)$ —

$$L[u] = \varphi_\varepsilon(x, x_0)$$

тенгламанинг ечими бўлсин, бунда

$$\varphi_\varepsilon(x, x_0) = \begin{cases} 0 & |x_i - x_i^0| > \varepsilon \text{ бўлганда, } i = 1, 2, \ldots, n \\ \dfrac{1}{\varepsilon^n} & |x_i - x_i^0| < \varepsilon \text{ бўлганда, } i = 1, 2, \ldots, n. \end{cases}$$

У ҳолда

$$G(x, x_0) = \lim_{\varepsilon \to 0} U_\varepsilon(x, x_0).$$

Биз текшираётган ҳолда

$$U(x) = \int G(x, x_0) f(x_0)\, dx_0$$

Бу таърифга Г.ф. нинг бошқа номлари — манба функцияси, таъсир функцияси номлари боғланган.

Адаб.: С. Л. Соболев, Уравнение математической физики, Гостехиздат, М.— Л., 1950.

ГРУППА — ГРУППА — $a, b, c, \ldots$ элементларнинг G тўплами бўлиб, бу элементлар учун кўпайтириш (композиция) амали шундай аниқланганки, G дан маълум тартибда олинган ҳар қандай икки a ва b элемент учун ўша тўпламнинг ўзидан олинган бирор c элемент бир қийматли равишда мос қўйилган; бу элемент a ва b элементларнинг кўпайтмаси деб аталади ва ab билан белгиланади; шу билан бирга, G нинг барча элементлари учун юқорида қайд қилинган операцияга нисбатан қуйидаги талаблар (аксиома, постулатлар) ўринли бўлади:

1) тўпламнинг ҳар қандай икки элементининг кўпайтмаси ёки бирор элементининг квадрати шу тўпламнинг ўзига тегишлидир; 2) тўпламнинг ҳар қандай учта элементи учун ассоциатив (группалаш) қонуни бажарилади: $a(bc) = (ab)c$; 3) тўпламда шундай e элемент мавжудки, бу элемент учун $ae = ea = a$ тенглик ўринли бўлади, e элемент бирлик элемент ёки группанинг бирлиги ёки нейтрал элемент деб аталади; 4) тўпламнинг ҳар қандай a элементи учун ўша тўпламга тегишли бўлган шундай a^{-1} элемент мавжудки, $aa^{-1} = a^{-1}a = e$ бўлади. a^{-1} элемент a элементга тескари элемент деб аталади.

Эслатма. 3 ва 4-аксиомаларда $ae=a$ ва $aa^{-1}=e$ (ёки $ea=a$ ва $a^{-1}a=e$) деб фараз қилинса, улардан $ea=a$ ва $a^{-1}a=e$ муносабатлар келиб чиқади.

Ўзларининг характерига кўра Г.нинг элементлари турли-туман (сонлар, матрицалар, функциялар, геометрик объектлар ва ҳ.к.) бўлиши мумкин.

Агар Г. да аниқланган амал коммутатив бўлса (яъни ҳар қандай иккита элементи учун $ab=ba$ бўлса), группа коммутатив Г. ёки Абель группаси дейилади. Агар Г. даги амал кўпайтириш эмас, балки қўшиш деб аталган бўлса, у ҳолда кўпайтма ўрнига йиғинди ишлатилади ва Г. аксиомаларида кўпайтириш ишораси ўрнига қўшиш ишораси ёзилади.

Бу ҳолда гап Г. нинг бирлиги тўғрисида эмас, балки Г. нинг ноли ҳақида боради ва у 0 символи билан белгиланади; бу ҳолда тескари элемент ўрнига «қарама-қарши элемент» термини ишлатилади.

Агар Г.нинг элементлари сони чекли бўлса, у чекли Г. дейилади, унинг элементлари сони эса Г. нинг тартиби дейилади. Агар Г. a элементдан ва унинг кетма-кет келган a^2, a^3, $\ldots$, $a^p=e$ даражаларидан ташкил топган бўлса, у ҳолда у p тартибли циклик Г. дейилади, бунда p — шундай энг кичик натурал сонки, унинг учун $a^p=e$. Циклик Г. нинг p тартиби a элементнинг тартиби деб ҳам аталади.

Шуни қайд қиламизки, элементлар тўплами бир композицияда (группа операциясида) Г. ҳосил қилиб, бошқа бир композицияда Г. ҳосил қилмаслиги ҳам мумкин. Масалан, барча (мусбат, манфий ва ноль) бутун сонлар тўплами қўшиш амалига нисбатан Г. ташкил қилади, лекин одатдаги кўпайтиришга нисбатан Г. ҳосил қилмайди.

Мисоллар: 1) барча бутун сонлар тўплами қўшиш амалига нисбатан Г. ҳосил қилади (барча бутун сонларнинг аддитив Г. си); 2) нолдан фарқли барча рационал сонлар тўплами кўпайтириш амалига нисбатан Г. ташкил қилади (нолдан фарқли рационал сонларнинг мультипликатив Г. си); 3) текисликдаги барча векторлар тўплами векторларни қўшиш амалига нисбатан Г. дир; 4) тўртта 1, — 1, i, — i сон кўпайтириш амалига нисбатан Г. ҳосил қилади. Бу Г. i ёки — i элементларнинг даражаларидан пайдо бўладиган тўртинчи тартибли циклик Г. дир.

Г. нинг олдинги таърифига тенг кучли бўлган иккинчи таърифини ҳам бериш мумкин: ҳар қандай иккита элементи устида бажариладиган амал аниқланган G тўпламда қуйидаги аксиомалар бажарилса, G тўплам Г. дейилади: 1) бу амал ассоциатив; 2) G нинг ҳар қандай иккита a ва b элементи учун G да шундай ягона x элемент мавжудки, бу элемент учун $ax=b$ ва G да шундай ягона y элемент мавжудки, бу элемент учун $ya=b$.

Бу терминларга қ.: Ли группа, Абелева группа, Галуа группа, Преобразование, Федоровские группы, Фактор-группа, Непрерывная группа.

Адаб.: А. Г. Курош, Теория групп, Гостехиздат, М., 1953.

ГРУППОИД — ГРУППОИД. Тўпламнинг ҳар қандай икки элементи учун битта бинар амал аниқланган ва бу амал натижаси бир қийматли бўлганда бундай тўплам Г. дейилади. Бошқача қилиб айтганда, Г.—ихтиёрий табиатли $\{a, b, \ldots\}$ элементларнинг шундай тўпламидан иборатки, унда тартибланган ҳар қандай икки a ва b элементга учинчи бир c элемент бир қийматли мос қўйилади, одатда бу элемент a нинг b га кўпайтмаси ($ab=c$ шаклида белгиланади) деб аталади. Бу ердаги кўпайтма сўзи шартли равишда ишлатилади. Бу ном умумий ҳолда сонларнинг кўпайтмаси тушунчасидан фарқ қилади, чунки Г. элементларининг ўзи сон бўлиши шарт эмас.

Г. тушунчаси жуда умумий тушунчадир. Математиканинг турли бўлимларида умумий тушунчадан бинар амалга бирор қўшимча шартлар қўйиш натижасида ҳосил қилинадиган Г. нинг анча тор синфлари татбиқ қилинади, масалан, группа (қ.), яримгруппа (қ. Полугруппа), квазигруппа (қ.) ва бошқалар.

Адаб.: А. Г. Курош, Лекции по общей алгебре, Физматгиз, М., 1962.

ГУРВИЦА КРИТЕРИЙ — ГУРВИЦ КРИТЕРИЙСИ — $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$ кўпҳаднинг барча илдизлари манфий ҳақиқий қисмга эга бўлишининг етарли ва зарурий шарти. $a_0 > 0$ ва кўпҳаднинг барча коэффициентлари ҳақиқий бўлган хусусий ҳолда $P(x)$ кўпҳаднинг барча илдизлари ушбу

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \ldots & a_{2k-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \ldots & a_{2k-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & \ldots & a_{2k-3} \\ 0 & a_0 & a_2 & \ldots & a_{2k-4} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & a_k \end{vmatrix} > 0$$

тенгсизликлар ($k = 1, 2, \ldots, n$ бўлганда) бажарилган ҳолда ва фақат шу ҳолдагина манфий ҳақиқий қисмга эга бўлади. Г.к. дифференциал тенгламалар назариясида катта аҳамиятга эга. Дифференциал тенгламалар системаси ечимларининг турғунлиги (қ. Устойчивость) Г.к. ёрдами билан аниқланади. Бу ҳолда Г. к. чизиқлаштирилган система матрицасининг характеристик кўпҳадига татбиқ қилинади. (қ. Характеристический многочлен). Г.к. ни биринчи бўлиб немис математиги А. Гурвиц берган.

Д

ДАЛАМБЕРА ЛЕММА — ДАЛАМБЕР ЛЕММАСИ — алгебра асосий теоремасининг (қ. Основная теорема алгебры) энг кўп тарқалган исботларидан бирига бағишланган лемма. Д.л. бундай таърифланади: комплекс коэффициентли, даражаси $n \geqslant 1$ ва $x = x_0$ да нолга айланмайдиган, яъни $f(x_0) \neq 0$ бўлган ҳар қандай $f(x)$ кўпҳад учун модули ҳар қанча кичик бўлган h комплекс сон топиладики, $|f(x_0 + h)| < |f(x_0)|$ бўлади. Д.л. нинг геометрик маъноси: $|f(x)|$ функция нолдан фарқли минимумга эга бўлолмайди.

ДАЛАМБЕРА УРАВНЕНИЕ (Лагранжа уравнение) — **ДАЛАМБЕР ТЕНГЛАМАСИ** (Лагранж тенгламаси)—

$$y = x\varphi(y') + f(y')$$

кўринишдаги дифференциал тенглама, бунда φ ва f—дифференциалланувчи бирор функциялар. Бу тенгламани биринчи бўлиб 1748 й. да Ж. Даламбер текширган.

ДВИЖЕНИЕ — ҲАРАКАТ — қуйидаги иккита шарт бажарилганда фазонинг ўзини ўзига алмаштириш: 1) нуқталар орасидаги масофалар ўзгармаслик шарти, $AB = A'B'$; 2) фазовий фигуралар жойлашишининг ўзгармаслик шарти. Фазодаги ҳар қандай Ҳ. ё бирор ўқ атрофидаги айланиш, ёки параллел кўчириш, ёки винтли Ҳ., яъни бирор ўқ атрофида айланиб боришда бу ўқ бўйлаб параллел кўчиш юз берадиган ҳаракатдир.

Агар фазони ўз-ўзига алмаштиришда фақат 1- шарт бажарилса, у ҳолда бу алмаштириш ортогонал алмаштириш дейилади. Бундай алмаштиришга текисликка нисбатан симметрик алмаштириш мисол бўлади, бунда фигураларнинг йўналиши ўзгаради (кўзгудан акслашишда ўнг қўл бизга чап қўл бўлиб туюлади).

Тўғри бурчакли Декарт координаталари системасида фазодаги Ҳ.

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a, \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + b, \\ z' &= a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + c \end{aligned}$$

формулалар билан аниқланади, бунда a_{ik} коэффициентлар

$$a_{1i}a_{1k} + a_{2i}a_{2k} + a_{3i}a_{3k} = \begin{cases} 1, & (i = k \text{ бўлганда}) \\ 0, & (i \neq k \text{ бўлганда}) \end{cases}$$

шартларни қаноатлантиради ва коэффициентлардан тузилган детерминант 1 га тенг:

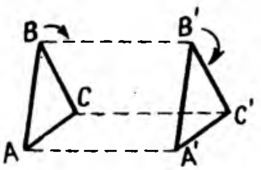
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = +1.$$

Ортогонал алмаштиришларда $\Delta = -1$ тенгликнинг бўлиши ҳам мумкин, улар Ҳ. дан шуниси билан фарқ қилади.

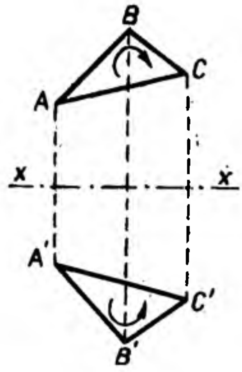
Текисликдаги Ҳ. ҳам шунга ўхшаш таърифланади, лекин фазодаги Ҳ. дан фарқли ўлароқ текисликдаги Ҳ. фақат нуқталар орасидаги масофани ўзгартирмайдиган алмаштириш деб таърифланади. Шунинг учун текисликда икки турли

Ҳ. бўлади: биринчи тур Ҳ. текисликдан ташқарига чиқармайди ва фигуралар йўналишини ўзгартирмайди (72- расм), иккинчи тур Ҳ. текисликдан ташқарига чиқарадиган Ҳ. бўлиб (текисликни фазода айлантиради), фигураларнинг йўналишини ҳам ўзгартиради (73- расм).

Текисликдаги ҳар қандай биринчи тур Ҳ. ё параллел кўчириш, ёки бирор нуқта атрофида айланишдир. Иккинчи турдаги ҳар қандай Ҳ. бирор тўғри чизиққа нисбатан симметрия бўлиб, бундан кейин кўчириш ёки айланма ҳаракат юз беради.



72- расм.



73- расм.

Текисликдаги биринчи тур Ҳ. тўғри бурчакли координаталар системасида қуйидаги формулалар билан ифода этилади:

$$x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi + a,$$
$$y' = x\sin\varphi + y\cos\varphi + b,$$

бунда a ва b — янги координаталар бошининг координаталари, (x', y') — M нуқтанинг (аслобразнинг) (x, y) координаталарига мос бўлган M' нуқтанинг (образнинг) координаталари, φ — Ox ўқнинг мусбат йўналиши билан унинг образи бўлган $O'x'$ ўқ орасидаги бурчак.

Тўғри бурчакли координаталар системасида иккинчи тур Ҳ. қуйидаги формулалар билан ифода этилади:

$$x' = x\cos\varphi + y\sin\varphi + a,$$
$$y' = x\sin\varphi - y\cos\varphi + b.$$

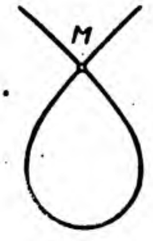
Координата ўқларини кераклигича қилиб танлаганда Ҳ. алмаштиришлари формулаларини соддалаштириш мумкин.

Фазодаги ва текисликдаги Ҳ. лар тўплами группа ташкил қилади. Элементар геометрияда Ҳ. аксиоматик усулда, яъни асосий тушунча сифатида киритилиши мумкин ёки ҳосилавий тушунча бўлиши, яъни бошқа тушунчалар орқали, масалан, тенглик (конгруэнтлик) тушунчаси орқали таърифланиши мумкин. Ўрта мактабда Ҳ. асосий тушунча деб қабул қилинади ва «устма-уст қўйиш», «буриш» ва бошқа терминлар билан ифода этилади.

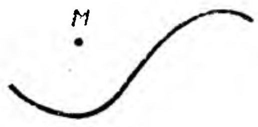
ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА счисления — **ИККИЛИК** саноқ **СИСТЕМАСИ** — асоси $g = 2$ бўлган позицион саноқ системаси. *И.с.с.* да фақат иккита рақам: 0 ва 1 бўлади, бу ҳол иккита физик ҳолат билан физик моделлаш учун жуда қулайдир. Масалан, электрон ҳисоблаш машиналарида электрон лампа (мисол учун, триггер) икки ҳолатдан бирида бўлиши мумкин: тайинли бир йўналишда ток ўтказади ёки ток ўтказмайди, бу эса мос тартибда 0 ёки 1 ни билдиради (ёки аксинча). Шунинг учун электрон ҳисоблаш машиналарининг кўпчилигида *И.с.с.* дан фойдаланилади. Амалда машинадан фойдаланмай оғзаки ва ёзиб ҳисоблашда *И.с.с.* ишлатиш ноқулайдир, чунки унча катта бўлмаган сонлар ҳам *И.с.с.* да жуда кўп хонали бўлади. Мисол учун 900 ни олайлик, *И.с.с.* да бу сон 11 хонали сон бўлиб ёзилади: 11 110 101 000.

ДВОЙНАЯ ТОЧКА КРИВОЙ—эгри чизиқнинг **ҚЎШАЛОҚ НУҚТАСИ**— $F(x, y)=0$ эгри чизиқ махсус нуқталарининг (қ. Особая точка) энг содда тури бўлиб, бу нуқтада қуйидаги тенгликлар бажарилади: $\frac{\partial F}{\partial x}=\frac{\partial F}{\partial y}=0$ (нуқта махсуслигининг умумий белгиси) ва иккинчи тартибли хусусий $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$ ёки $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$ хосилалардан камида биттаси нолдан фарқли бўлади.

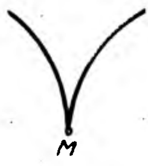
Э.ч.қ.н. тугун нуқта, ёки эгри чизиқнинг ўз-ўзини кесиш нуқтаси (74-расм), яккаланган махсус нуқта (75-расм), қайтиш нуқтаси (76-расм) бўлиши мумкин.



74-расм.



75-расм.



76-расм.

ДВОЙНОЕ ОТНОШЕНИЕ — ҚЎШ НИСБАТ. Тўғри чизиқ тўрт нуқтасининг (дастанинг тўртта тўғри чизиғининг, дастанинг тўртта текислигининг) Қ.н.— мураккаб нисбат (қ. Сложное отношение) ёки ангармоник нисбат (қ. Ангармоническое отношение) деган терминнинг худди ўзи.

ДВОЙНОЙ РЯД — ҚЎШ ҚАТОР — ушбу кўринишдаги ифода:

$$\begin{array}{c} a_{11}+a_{12}+\ \ldots\ +a_{1n}+\ \ldots \\ \ldots\ +a_{21}+a_{22}+\ \ldots\ +a_{2n}+\ \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ +a_{m1}+a_{m2}+\ \ldots\ +a_{mn}+\ \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

Қ.қ. ни йўл ва устунлари чексиз кўп бўлган жадвал шаклида ёзиш қулай. Агар a_{ij} лар сон бўлса, Қ.қ. сонли Қ.қ. дейилади, a_{ij} лар функция бўлса, у функционал Қ.қ. дейилади.

Одатдаги қаторлардаги (қ. Ряды) каби, Қ.қ. нинг $\sum\limits_{\alpha=1}^{m}\sum\limits_{\beta=1}^{n}a_{\alpha\beta}=S_{mn}$ хусусий йиғиндиси муҳим тушунчадир. Агар ҳар қандай $\varepsilon>0$ учун шундай N мавжуд бўлсаки, $m>N$ ва $n>N$ бўлганда

$$|S_{mn}-S|<\varepsilon$$

бўлса, сонли Қ.қ. S сонга (қаторнинг йиғиндисига) яқинлашади.

Қ.қ. билан такрорий қатор, яъни элементлари $b_m=\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{mn}$ бўлган (албатта, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{nm}$ қатор яқинлашувчи бўлганда) қатор бир-бирига боғланган. $\sum\limits_{m=1}^{\infty}b_m$ йиғинди мавжуд бўлса, у Қ.қ. нинг йўллари бўйича йиғиндиси дейилади. Унинг устунлари бўйича йиғиндиси ҳам шунга ўхшаш таърифланади. Яқинлашувчи Қ.қ. да йўллар ва устунлар бўйича олинган йиғиндилар мавжуд, бир хил ва

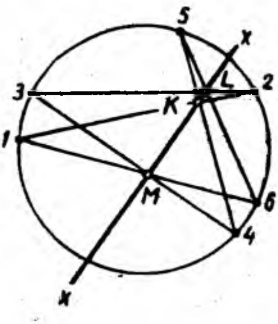
Қ.қ. йиғиндисига тенг. Бу фикрнинг акси тўғри эмас. Шундай Қ.қ. лар бўладики, уларда йўллар бўйича олинган S_1 йиғинди ва устунлар бўйича олинган S_2 йиғинди мавжуд бўлиб, лекин $S_1 \neq S_2$.

ДВОЙНОЙ ЭЛЕМЕНТ — ҚЎШ ЭЛЕМЕНТ. Геометрик алмаштиришнинг Қ.э — ўзи-ўзига ўтувчи (алмашинувчи) нуқта (тўғри чизиқ ёки текислик), яъни M' образи билан M прообрази устма-уст тушадиган нуқта: $M' = M$. Масалан, гомотетия (қ.) маркази қўш нуқтадир; симметрия алмаштиришида симметрия ўқининг нуқталари ва симметрия ўқининг ўзи қўш элементдир. Алмаштиришнинг Қ.э. геометрик алмаштиришнинг қўзғалмас элементи деб ҳам аталади.

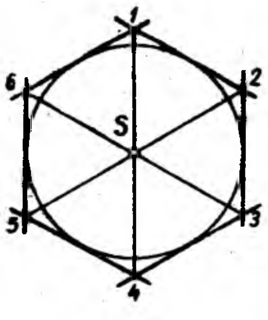
ДВОЙСТВЕННОСТИ ПРИНЦИП — ЎЗАРО МУНОСИБЛИК ПРИНЦИПИ — проектив геометриянинг (қ.) асосий теоремаларидан бири: 1°. **Проектив текисликдаги Ў.м.п.** (кичик Ў.м.п.) қуйидағидан иборат. Агар «нуқталар» ва «тўғри чизиқлар» нинг боғланишлиги (инцидентлиги) терминларида ифода этилган бирор жумла ўринли бўлса, у ҳолда «нуқта» сўзи ўрнида «тўғри чизиқ» сўзи ишлатилган ва, аксинча, «тўғри чизиқ» сўзи ўрнида «нуқта» сўзи ишлатилган бошқа жумла (биринчи жумланинг муносиби) ҳам ўринли бўлади.

2°. **Проектив фазодаги Ў.м.п.** (катта Ў.м.п.) қуйидагидан иборат: агар «нуқталар», «тўғри чизиқлар» ва «текисликлар» нинг боғланишлиги (инцидентлиги) терминларида ифода этилган бирор проектив жумла проектив фазода ўринли бўлса, «нуқта» сўзи ўрнида «текислик» сўзи ишлатилган ва аксинча, «текислик» сўзи ўрнида «нуқта» сўзи ишлатилган бошқа жумла (биринчининг муносиби) ҳам ўринли бўлади.

Проектив текисликда ўзаро муносиб жумлалар (улар одатда икки устун қилиб ёзилади) қуйидагилардир:



77- расм



78- расм

1. Паскаль теоремаси. 2-тартибли эгри чизиққа ички чизилган ҳар қандай олти учликда қарама-қарши томонларнинг кесишиш нуқтаси битта xx тўғри чизиқда — Паскаль тўғри чизиғида ётади.

77-расмдаги 123456 олти учликда 12 ва 45; 23 ва 56; 34 ва 61 томонлар қарама-қарши томонлардир. Қарама-қарши томонларнинг K, L, M кесишиш нуқталари битта тўғри чизиқда — Паскаль тўғри чизиғида ётади.

2°. Турли хил икки нуқта фақат битта тўғри чизиқни аниқлайди

1. Брианшон теоремаси. 2-тартибли эгри чизиққа ташқи чизилган ҳар қандай олти томонликда қарама-қарши учларни туташтирувчи тўғри чизиқлар битта нуқтада — Брианшон нуқтасида кесишади. 78- расмдаги 123456 олти томонликда 1 ва 4; 2 ва 5; 3 ва 6 учлар қарама-қарши учлардир. Қарама-қарши 14, 25 ва 36 учлар орқали ўтувчи тўғри чизиқлар битта S нуқтада — Брианшон нуқтасида кесишади.

2. Турли хил икки тўғри чизиқ фақат битта нуқтада кесишади.

Агар проектив геометриянинг бир теоремаси исбот қилинган бўлса, унга муносиб бўлган теорема, Ў.м.п. га асосан, ўринли бўлади. Ў.м.п. ни биринчи бўлиб француз олими Понселе таърифлаган. Проектив геометриянинг кўп тушунчалари ўзаро муносиблик характерига эга: жумладан, 1-тартибли қатор 1-тартибли дастага Ў.м., 2-тартибли қатор (2-тартибли эгри чизиқ) 2-тартибли даста га (2-синф эгри чизиққа) Ў.м. дир.

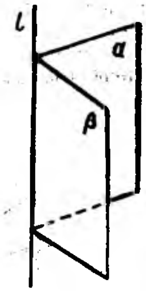
Ў.м.п. баъзан ўзаролик принципи ёки дуаллик принципи деб аталади. Ў.м.п. тўпламларнинг абстракт назариясида, математик мантиқда (фикр юритишлар ҳисобида ва предикатлар ҳисобида) ва топологияда ҳам бор.

Адаб.: Н. Ф. Четверухин, Проективная геометрия, Учпедгиз, М., 1953. Н. В. Ефимов, Высшая геометрия, Физматгиз, М., 1961; Дж. Юнг, Проективная геометрия, пер. с. англ., ИЛ, М., 1949; П. С. Александров, Введение в общую теорию множеств и функций, Гостехиздат, М., 1948; Д. Гильберт и В. Аккерман, Основы теоретической логики, пер. с нем., ИЛ., М., 1947.

ДВОЯКОЙ КРИВИЗНЫ КРИВАЯ — ЭГРИЛИГИ ИККИ ХИЛ ЭГРИ ЧИЗИҚ — фазовий эгри чизиқнинг (қ. Пространственная кривая) синоними.

Бу эгри чизиқ ўзининг ҳар бир нуқтасида иккита сон билан — биринчи ва иккинчи эгрилик (фазовий эгри чизиқнинг буралиши) билан характерланади. қ. Кривизна, Кручение.

ДВУГРАННЫЙ УГОЛ — ИККИЁҚЛИ БУРЧАК — умумий бир тўғри чизиқдан чиқадиган иккита ярим текислик тўплами (79-расм). Умумий тўғри чизиқ И.б. нинг қирраси деб, ярим текисликлар эса И.б. нинг ёқлари деб аталади. Қирраси l, ёқлари α ва β бўлган И.б. бундай белгиланади: $\alpha\, l\, \beta$ ёки $\angle(\alpha, \beta)$ ёки $\angle(l)$.



79- расм

Агар И.б. нинг иккала ёқи унинг қирраси билан бирга битта текисликни ташкил қилса, бу бурчак ёйиқ бурчак дейилади. Бурчак текисликни иккита соҳага бўлгани каби ёйиқ бурчакдан фарқ қилувчи И.б. фазони иккита соҳага ажратади, улардан бири қавариқ, иккинчиси қавариқ эмас. Одатда фазонинг қавариқ соҳаси И.б. нинг ички соҳаси, қавариқ бўлмаган соҳаси эса И.б. нинг ташқи соҳаси деб аталади. Агар ички соҳа учун қавариқ соҳа қабул қилинса, у ҳолда И.б. ёйиқ бурчакдан кичик дейилади. Агар ички соҳа учун қавариқ бўлмаган соҳа қабул қилинса, И.б. ёйиқ бурчакдан катта ёки кирувчи иккиёқли бурчак деб аталади. И.б. нинг қиррасига перпендикуляр бўлган текислик уни И.б. нинг чизиқли бурчаги деб аталадиган бурчак бўйича кесиб ўтади. Чизиқли бурчаги тўғри бурчак бўлган И.б. тўғри И.б. деб аталади.

80- расм

ДВУПОЛОСТНЫЙ ГИПЕРБОЛОИД — ИККИ ПАЛЛАЛИ ГИПЕРБОЛОИД — 2-тартибли сиртлардан бири бўлиб, унинг тўғри бурчакли Декарт координаталари системасидаги каноник тенгламаси

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

кўринишда бўлади, бунда a, b, c — И.п.г. нинг ярим ўқлари деб аталадиган кесмалар (сонлар). И.п.г. ни $z = 0$, $y = 0$, $x = 0$ координата текисликлари билан кесиб кесимда мос тартибда мавҳум эллипс, $\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ (xOz текисликда) ва $\frac{z^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (yOz текисликда) гиперболалар ҳосил қиламиз. И.п.г. икки қисмдан (палладан) иборат. $a = b$ бўлганда И.п.г. айланиш И.п.г. деб аталади, бу шакл $\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ гиперболанинг Oz ўқ атрофида айланишидан ҳосил бўлади. Айланиш И.п.г. нинг тенгламаси:

$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2 + y^2}{a^2} = 1.$$

И.п.г. симметрия марказига эга, у O (0, 0, 0) нуқта; координата текисликлари унинг симметрия текисликларидир. қ. Гиперболоиды.

ДВУЧЛЕН (бином) — **ИККИҲАД** (бином) — кўпҳаднинг роса иккита ҳадини ўз ичига олган кўпҳад (қ. Многочлен).

ДВУЧЛЕННОЕ УРАВНЕНИЕ — ИККИ ҲАДЛИ ТЕНГЛАМА — $x^n - a = 0$ кўринишдаги тенглама, бунда a — ҳар қандай комплекс сон, n — натурал сон. Комплекс сонлар майдонида И.ҳ.т. n та ечимга (илдизга) эга бўлиб, улар комплекс сонлар текислигида маркази координаталар бошида ва радиуси a нинг модулидан олинган n-даражали арифметик илдизга тенг бўлган айланага жойлашади.

$x^n - 1 = 0$ кўринишдаги И.ҳ.т. доирани (айланани) бўлиш тенгламаси дейилади, чунки доирани (айланани) n та тенг бўлакка бўлиш бу тенгламани ечиш билан эквивалентдир.

$x^n - 1 = 0$ тенгламанинг илдизлари 1 нинг n-даражали илдизларидан иборат; уларнинг барчаси радиуси 1 ва маркази координаталар бошида бўлган айланага жойлашади.

$x^n - 1 = 0$ тенгламанинг илдизлари қуйидаги кўринишда бўлади: $\varepsilon_k = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n}$, бунда $(k = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$; $x^n - a = 0$ тенгламанинг бирор илдизини билган ҳолда унинг қолган барча илдизларини 1 нинг ўша даражаси илдизига кўпайтириш йўли билан ҳосил қилиш мумкин.

Бирнинг n-даражали илдизларидан исталган иккитасининг $\varepsilon_{k_1} \cdot \varepsilon_{k_2}$ кўпайтмаси ва $\varepsilon_{k_1} : \varepsilon_{k_2}$ бўлинмаси бирнинг ўшандай даражали илдизидир.

1 нинг n-даражали шундай ε_k илдизлари мавжудки, 1 нинг ўшандай даражали барча қолган илдизлари ε_k илдизнинг даражаларига тенг. Бундай ε_k илдизлар бошланғич илдизлар (қ. Первообразный корень) деб аталади. Агар доирани бўлиш тенгламасининг чап томонини бутун (ҳақиқий) коэффициентли $(x-1) f_1(x) f_2(x) \ldots f_i(x)$ келтирилмайдиган кўпҳадлар кўпайтмаси шаклида тасвир этилса, бу кўпҳадлардан биттаси $[f_i(x)]$ нинг ҳамма илдизлари бошланғич илдизлар бўлади. ε_k илдизнинг бошланғич илдиз бўлиши учун k ва n нинг ўзаро туб сон бўлиши зарур ва етарли. Масалан, ε_1 — ҳамиша бошланғич илдиз бўлади: $\varepsilon_1^k = \varepsilon_k$.

$ax^m + bx^n = 0$ кўринишдаги тенгламани ҳам И.ҳ.т. деб аталади (m, n — натурал сонлар). Бу тенгламани ечиш юқорида қаралган тенгламани ечишга келтирилади.

ДЕДЕКИНДОВО СЕЧЕНИЕ — ДЕДЕКИНД КЕСИМИ — иррационал сонларни аксиоматик усулда киритиш. Буни биринчи бўлиб 1872 й. да Дедекинд берган. Бу методга мувофиқ, иррационал сон рационал сонлар тўпламини икки синфга, «юқори» ва «қуйи» синфларга ажратиш билан таърифланади. Бу синфлар икки хоссага эга: 1) «юқори» синфдаги ҳар бир сон «қуйи» синфдаги ҳар бир сондан катта ва 2) «юқори» синфда энг кичик сон йўқ, «қуйи» синфда энг катта сон йўқ.

Бундай сонлар тўпламида қўшиш, айириш ва бошқа арифметик амаллар тушунчаси табиий усулда таърифланади.

Рационал a сонни рационал сонлар тўпламини иккита синфга ажратиш деб талқин қилиш ҳам мумкин (a дан кичик ёки унга тенг бўлган сонлар бир синфга, a дан катта сонлар бошқа синфга қарашлидир).

Мисол. $\sqrt[3]{3}$ — иррационал сон, барча рационал сонларни икки синфга ажратади, биринчи синфга манфий сонлар, ноль ва $a^3 < 3$ тенгсизликка бўйсунувчи мусбат a сонлар киритилади, иккинчи синфга эса $b^3 > 3$ тенгсизликка бўйсунувчи мусбат b сонлар киритилади.

ДЕДУКТИВНЫЙ МЕТОД — ДЕДУКТИВ МЕТОД. Математика ўқитиш методикасида Д.м.— дедукциянинг (қ.) худди ўзи.

ДЕДУКЦИЯ — ДЕДУКЦИЯ — фикр юритиш (исбот қилиш) методи бўлиб, бунда умумийдан (умумий фикр юритишдан) хусусийга ўтилади. Д. нинг қадимий мисоли: барча одамлар — ўлимга маҳкумдир (катта асос). Сократ — одамдир (кичик асос). Демак, Сократ ҳам ўлимга маҳкумдир (натижа). Агар «рақамларининг йиғиндиси учга бўлинадиган ҳар қандай натурал соннинг ўзи ҳам учга бўлинади» деган фикр тўғри экани маълум бўлса, биз эса берилган конкрет соннинг, масалан 456 нинг учга бўлинишини билишни истасак, у ҳолда унинг рақамлари йиғиндиси $4+5+6=15$ нинг учга бўлинишига ишонч ҳосил қилиш етарли бўлади.

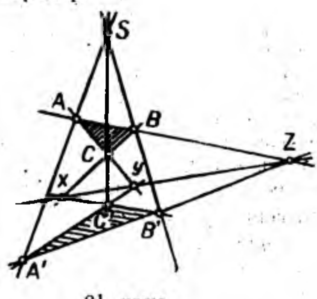
Худди шунингдек, ҳар қандай фигура учун (ҳар қандай учбурчак, ҳар қандай параллелограмм ва бошқалар учун) исбот этилган теоремани тайинли бир фигура учун татбиқ қиламиз. Ҳозирги вақтда Д. деб, яъни исботнинг дедуктив методи деб маълум аксиомалар системасига асосланган исботга айтилади. Шунинг учун дедуктив метод, яъни Д. аксиоматик метод деб аталади. Д. математикада исботнинг мантиқий жиҳатдан асосланган аниқ методидан иборат. Д. индукциянинг (қ.) аксидир. Ҳар қандай Д. да индукция элементи бўлади. Математик индукция (қ.) Д. га мисол бўла олади, чунки у математик индукциянинг аксиомасига (принципига) асослангандир.

Мактабда ўқувчилар дедуктив усул билан фикр юритиш ва исбот қилишга индуктив усулдан кейинроқ, таълим беришнинг анча кейинги босқичларида ўргатилади. Бошланғич мактабда эса ўқитувчи кўпроқ индукциядан, конкрет, кўргазмали исботдан фойдаланади, булар эса бирор нарсани исбот қилишдан кўра болаларда кўпроқ ишонч ҳосил қилади.

Д. синтез (қ.), анализ (қ.), индукция (қ.) ва ўхшатишлар (қ. Аналогия) билан бир қаторда илмий текшириш методларидан биридир.

Грек. deductio — келтириб чиқариш.

ДЕЗАРГА ТЕОРЕМА — ДЕЗАРГ ТЕОРЕМАСИ. Дезаргнинг биринчи теоремаси: агар ABC ва $A'B'C'$ уч учликларнинг мос томонлари бир тўғри чизиққа тегишли бўлган учта x, y, z нуқтада кесишса, у ҳолда мос учларни туташтирувчи тўғри чизиқлар битта S нуқта орқали ўтади (81-расм). Тескари теорема ҳам ўринли: агар ABC ва $A'B'C'$ уч учликларнинг мос учларини туташтирувчи тўғри чизиқлар битта нуқта орқали ўтса, у ҳолда бу уч учликларнинг мос томонлари битта тўғри чизиққа тегишли учта нуқтада кесишади (Дезаргнинг иккинчи теоремаси). Дезаргнинг иккинчи теоремасининг ўринли экани ўзаро



81-расм.

муносиблик принципига асосан унинг биринчи теоремасидан келиб чиқади (қ. Двойственности принцип). Д.т. бир текисликда ётган уч учликлар учун ҳам, турли текисликларда ётган уч учликлар учун ҳам ўринлидир.

Агар ABC ва $A'B'C'$ уч учликлар битта текисликда ётса, Д.т. ни (биринчи теоремани, иккинчи Д.т. ҳали исбот қилинмаган деб ҳисоблаб) уч ўлчовли фазога мурожаат қилмасдан исбот этиш мумкин эмас, яъни проектив текисликда қабул қилинган аксиомаларга асосланиб уни мантиқий йўл билан келтириб чиқариш мумкин эмас эканлигини Д. Гильберт исбот қилди. Демак, Д.т. ни текисликдаги проектив геометриянинг (қ.) мустақил аксиомаси (қ.) деб қараш мумкин.

Д.т. — проектив геометриянинг муҳим теоремаларидан биридир. Д.т. дан элементар геометрияда конструктив масалаларни ечишда ҳам фойдаланиш мумкин. Масалан, A ва B нуқталар орқали узунлиги AB нинг узунлигидан кичик бўлган чизғич ёрдами билан тўғри чизиқ ўтказилсин деган масала Д.т. га асосланиб ечилади.

Д.т. да эслатиб ўтилган уч учликлар гомологик уч учликлар деб аталади, шунинг учун Д.т. кўпинча гомологик учбурчаклар ҳақидаги Д.т. деб юритилади.

ДЕЗАРГОВА ГЕОМЕТРИЯ — ДЕЗАРГ ГЕОМЕТРИЯСИ — проектив текислик аксиомалари ва Дезаргнинг гомологик учбурчаклар ҳақидаги аксиомасидан иборат бўлган аксиомалар системасига асосланган геометрия (қ. Дезарга теорема, Недезаргова геометрия).

ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА — ҲАҚИҚИЙ СОНЛАР — барча рационал ва иррационал сонлар (қ. Иррациональные числа). Ҳ.с. майдон (қ. Поле) ташкил қилади. Ҳ с. термини мавҳум (комплекс мавҳум) сонларга қарама-қарши қўйилади (қ. Мнимое число).

ДЕКАРТОВА СИСТЕМА КООРДИНАТ — ДЕКАРТ КООРДИНАТАЛАРИ СИСТЕМАСИ — текислик ёки фазодаги тўғри чизиқли координаталар системаси (қ.) бўлиб, унда ўқлардаги масштаблар бир хил (ўқлар бўйича йўналган векторлар узунлиги тенг). Д.к.с. — вектор-реперлар узунлиги бир хил бўлган вақтда аффин координаталар системасининг хусусий ҳолидир. Д.к.с. француз олими Р. Декарт номи билан аталган, лекин Декартнинг ўзида координаталар системаси битта, умуман айтганда, қийшиқ бурчакли чорак: а келтирилган эди. Агар координата ўқлари ўзаро перпендикуляр бўлса, Д.к.с. тўғри бурчакли Д.к.с. деб аталади.

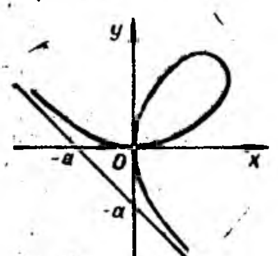
ДЕКАРТОВ ЛИСТ — ДЕКАРТ ЯПРОҒИ — тўғри бурчакли Декарт координаталари системасида (қ.) тенгламаси

$$x^3 + y^3 - 3axy = 0 \qquad (*)$$

кўринишда бўлган текис эгри чизиқ. Д.я. 3-тартибли эгри чизиқ. $x + y + a = 0$ тўғри чизиқ (82-расм) Д. я. нинг асимптотасидир (қ). Агар $y = xt$ (**) деб фараз қилинса, (*) ва (**) дан Д.я. нинг параметрик тенгламалари келиб чиқади:

$$x = \frac{3at}{1 + t^3},$$

$$y = \frac{3at^2}{1 + t^3}.$$



82-расм.

Д.я. нинг қутб координатларидаги тенгламаси

$$\rho = \frac{a \cos\varphi \sin\varphi}{\cos^3\varphi + \sin^3\varphi}$$

кўринишда бўлади.

x ва y координаталар (*) тенгламада симметрик равишда қатнашгани учун Д.я. 1- ва 3-координата бурчакларининг биссектрисасига нисбатан симметрик жойлашган. Координаталар боши Д я. нинг тугун нуқтаси (қ. Узловая точка). $x = 0$ ва $y = 0$ координат ўқлари тугун нуқтада Д.я. га уринма бўлади. Эгри чизиқ координаталар бошида ўзини-ўзи тўғри бурчак остида кесиб ўтади.

Д.я. Декартнинг 1638 й. да Фермага ёзган мактубида биринчи марта маълум хоссага эга бўлган эгри чизиқ деб эслатиб ўтилган. Д я нинг шаклини Роберваль аниқлаган. Эгри чизиқнинг асимптотаси билан биргаликдаги тўғри шаклини XVII аср охирида Гюйгенс ва И. Бернулли топган. Д.я. деган ном математикада фақат XVIII аср бошидан мустаҳкам ўрин олди.

Адаб.: А. А. Савелов, Плоские кривые, Физматгиз, М., 1960.

ДЕКАРТОВ ОВАЛ — ДЕКАРТ ОВАЛИ — ушбу хоссага эга бўлган текис эгри чизиқ: берилган икки F_1 ва F_2 (фокуслар) нуқтадан ҳар қандай M нуқтасигача бўлган r_1 ва r_2 масофалар бир жинслимас чизиқли $r_1 + mr_2 = a$ тенглама билан боғланган, бунда m ва a—ўзгармас сонлар. Бу тенглама Д.о. нинг биполяр координаталардаги тенгламаси.

Д.о. 4 тартибли эгри чизиқ. $m = 1$ бўлганда Д.о. эллипсга (қ.), $m = -1$ бўлганда эса Д.о. гиперболага (қ.) айланади.

Паскаль чиғаноғи (қ. Улитка Паскаля) ҳам Д.о. нинг хусусий ҳолидир. Д.о. ни биринчи бўлиб Декарт ўзининг «Геометриясида» (1637) оптикага доир масалалар муносабати билан текширган: шундай эгри чизиқ топиш талаб қилинганки, у битта нуқтадан чиқадиган нурларни синдирганда синган нурлар бошқа бир тайин нуқта орқали ўтадиган бўлсин.

И. Ньютон Д.о. га бошқача таъриф берган: Д.о. — текислик нуқталарининг шундай геометрик ўрники, бу нуқталардан ўша текисликда ётувчи берилган иккита айланагача бўлган масофалар нисбати ўзгармас сонга тенг; бу айланаларнинг марказлари овалнинг фокусларидир.

Д.о. ясашнинг стереометрик усули ҳам бор: ўқлари параллел бўлган иккита доиравий конус кесишиш чизиқларининг бу ўқларга перпендикуляр бўлган текисликдаги проекцияси Д.о. дир.

Адаб.: А. А. Савелов, Плоские кривые, Физматгиз, М., 1960.

ДЕКРЕМЕНТ ПОДСТАНОВКИ — ЎРНИГА ҚЎЙИШНИНГ ДЕКРЕМЕНТИ. n-даражали ўрнига қўйиш (қ. Подстановка) ҳақиқатда қўзғаладиган умумий ўзгарувчи символларга эга бўлмаган циклик ўрнига қўйишлар (қ. Циклическая подстановка) кўпайтмасига ажралган бўлсин деб фараз қилайлик. s — циклик ўрнига қўйишлар (кўпайтувчилар) сони билан бу ўрнига қўйишда ўз жойида қолдириладиган символлар сони йиғиндиси бўлсин. Бу ҳолда Ў.қ.д. $n - s$ айирмага тенг. Жуфт ўрнига қўйишлар (к. Четная подстановка) учун Ў.қ.д. жуфт ва тоқ ўрнига қўйишлар (қ. Нечетная подстановка) учун Ў.қ.д. тоқдир.

Мисол.

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 8 & 5 & 1 & 4 & 2 & 7 & 6 \end{pmatrix} = (1\ 3\ 5\ 4)(2\ 8\ 6)(7).$$

Ў.қ.д. $8 - 3 = 5$ га тенг, чунки бу ерда иккита циклик ўрнига қўйиш қатнашади ва битта символ (7) ўз жойидан қўзғалмайди. Ўрнига қўйиш тоқдир.

ДЕЛЕНИЕ — БЎЛИШ — кўпайтиришга тескари бўлган амал, яъни берилган кўпайтма ва кўпайтувчилардан биттасига кўра бошқа кўпайтувчини топишга имкон берадиган амал. Шундай қилиб, a ни b га бўлиш дегани шундай x ни топиш деган сўзки $bx = a$ ёки $xb = a$ бўлади. Берилган a кўпайтма бўлинувчи дейилади, берилган b кўпайтувчи бўлувчи дейилади ва изланаётган x кўпайтувчи эса a ни b га бўлишдан чиққан бўлинма ёки a нинг b га нисбати дейилади. a ни b га бўлиш амали икки нуқта билан $(a : b)$ ёки горизонтал ёки қия чизиқ билан (a/b) кўрсатилади. Бутун сонлар ҳалқасида Б. ҳамма вақт ҳам бажарилавермайди. Масалан, 12 сони 6 га бўлинади, лекин 5 га бўлинмайди. Агар бутун a сонни бутун b сонга бўлганда бўлинма бутун сон бўлиб чиқса, у ҳолда биринчи сон иккинчи сонга бутунлай (қолдиқсиз) бўлинади ёки, қисқача, a сон b га бўлинади дейишади ва уни кўпинча $a \vdots b$ шаклда ёзишади. Рационал сонлар майдонида нолга бўлишни эътиборга олмаганда Б. ҳамма вақт бажарилади ва бир қийматли бўлади, чунки $b \neq 0$ бўлса, бу ҳолда $a \neq 0$ бўлганда $a \neq b \cdot 0$. $a = 0$ ни $b = 0$ га бўлганда x бўлинма ҳар қандай сонга тенг бўлиши мумкин. Лекин амалнинг бир қийматлилигини бузмаслик учун нолга Б. мумкин эмас деб ҳисобланади.

Иккаласи ҳам манфий бўлмаган бутун a сонни b га қолдиқ билан бўлиш дегани қуйидаги талабларни қаноатлантирувчи манфий бўлмаган иккита x ва y сонни топиш демакдир: 1) $a = bx + y$, 2) $y < b$, a сон — бўлинувчи, b — бўлувчи, x — чала бўлинма ($y \neq 0$ бўлганда) ёки бўлинма ($y = 0$ бўлганда), y — қолдиқ деб аталади.

Кўпҳадларни Б. ва қолдиқли Б. шунга ўхшаш таърифланади.

қ. Деление комплексных чисел, Деление отрезка (Золотое деление), Гармоническая четверка, Евклида алгоритм.

Адаб.: И. В. Арнольд, Теория чисел, Учпедгиз, М., 1939; А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1962.

ДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ — КОМПЛЕКС СОНЛАРНИ БЎЛИШ. Бу амал қуйидаги формула бўйича бажарилади:

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}\, i.$$

Тригонометрик шаклдаги К.с.б. да бўлинманинг модули бўлинувчи модулини бўлувчи модулига бўлишдан чиққан бўлинмага тенг, бўлинманинг аргументи эса бўлинувчи аргументи билан бўлувчи аргументи орасидаги айирмага тенг:

$$\frac{r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)}{r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)} = \frac{r_1}{r_2}\,[\cos(\varphi_1-\varphi_2) + i\sin(\varphi_1-\varphi_2)].$$

ДЕЛЕНИЕ КРУГА (окружности) — **ДОИРАНИ** (айланани) **БЎЛИШ.** Доирани циркуль ва чизғич воситасида n та тенг бўлакка бўлиш қадимий масалалардан бири. Қадимги грек математиклари доирани циркуль ва чизғич ёрдами билан 3, 4, 5, 15 та тенг бўлакка бўлишни, шунингдек, бўлиниш сонини чексиз кўп икилантиришни билардилар. Гаусс доирани 17 та тенг бўлакка бўлиш мумкин эканлигини, демак, циркуль ва чизғич ёрдамида мунтазам 17 бурчак ясаш мумкин эканини исбот қилди; бунинг тасвири Гаусснинг мозорига қўйилган.

n сони

$$n = 2^m p_1 p_2 \ldots p_s$$

кўринишда бўлган ҳолда ва фақат шу ҳолдагина доирани циркуль ва чизғич билан n та тенг бўлакка бўлиш мумкин бўлишини ҳам Гаусс исбот қилди, бунда $p_i = 2^{2^k} + 1$ — Ферманинг турли хил туб сонлари ($i = 1, 2, \ldots, s$), k — натурал сон.

Д.б. масаласи $x^n - 1 = 0$ кўринишдаги икки ҳадли тенгламани ечишга келади (қ. Двучленное уравнение); агар доирани (айланани) бўлиш тенгламаси деб аталадиган бу тенгламанинг илдизлари квадрат радикаллар орқали ифода этиладиган бўлса, у ҳолда циркуль ва чизғич билан ясашга доир масалаларнинг ечилиш критерийсига мувофиқ, уларни ўша асбоблар билан ясаш мумкин (қ. Критерий); бундан ўша шартларнинг ўзида мунтазам n бурчак ясаш мумкин эканлиги келиб чиқади. Масалан, циркуль ва чизғич билан мунтазам 7, 9, 11 бурчаклар ясаш мумкин эмас.

қ. Трисекция, Правильные многоугольники.

Адаб.: Б. И. Аргунов и М. Б. Балк, Геометрические построения на плоскости, Учпедгиз, М., 1957.

ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА в крайнем и среднем отношении — **КЕСМАНИ** четки ва ўрта нисбатда **бўлиш** (қ. Золотое деление).

ДЕЛИЙСКАЯ ЗАДАЧА — ДЕҲЛИ МАСАЛАСИ — Делосс масаласининг нотўғри номи (қ. Удвоение куба).

ДЕЛИТЕЛИ НУЛЯ в кольце — ҳалқада **НОЛНИНГ БЎЛУВЧИЛАРИ** — ҳалқада $a \neq 0$, $b \neq 0$ бўлган ҳолда $ab = 0$ шартни қаноатлантирувчи иккита a ва b элементи.

Сонлар ҳалқасида Н.б. бўлмайди, лекин ихтиёрий ҳалқала масалан, матрицалар (қ.) ҳалқасида Н.б. бўлиши мумкин. Майдонда (қ. Поле) Н.б. бўлмайди.

ДЕЛИТЕЛЬ ЕДИНИЦЫ в кольце — ҳалқада **БИРНИНГ БЎЛУВЧИСИ** — ҳалқадаги шундай a элементки, бунинг учун тескари a^{-1} элемент мавжуд, яъни

$a \cdot a^{-1} = e$ тенгликни қаноатлантирувчи a элемент, бунда e — ҳалқанинг бирлиги (қ. Единица кольца). Масалан, бутун сонлар ҳалқасида Б.б. ± 1 бўлади, ихтиёрий майдондаги кўпҳадлар ҳалқасида Б.б. нолинчи даражали ихтиёрий кўпҳадлардан иборат.

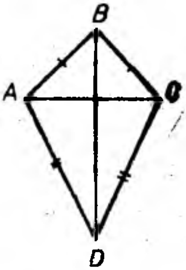
ДЕЛИТЕЛЬ МНОГОЧЛЕНА — КЎПҲАДНИНГ БЎЛУВЧИСИ. Агар $f = dg$ тенгликни қаноатлантирувчи g кўпҳад мавжуд бўлса, шу ҳолда ва фақат шу ҳолдагина d кўпҳад f кўпҳаднинг бўлувчиси дейилади, f кўпҳад эса d кўпҳадга бўлинадиган кўпҳад дейилади. Бошқача айтганда, $P(x)$ ҳалқадаги $f(x)$ кўпҳадни ўша ҳалқадаги $d(x)$ кўпҳадга қолдиқли бўлганда нолга тенг бўлган қолдиқ ҳосил бўлса, $d(x)$ кўпҳад ўша ҳалқадаги $f(x)$ нинг бўлувчиси бўлади.

ДЕЛИТЕЛЬНЫЙ ЦИРКУЛЬ — БЎЛУВЧИ ЦИРКУЛЬ — пропорционал циркулнинг (қ.) худди ўзи.

ДЕЛИТЕЛЬ ЦЕЛОГО ЧИСЛА a **— БУТУН** a **СОННИНГ БЎЛУВЧИСИ** — a сон қолдиқсиз бўлинадиган бутун сон. қ. Деление, Наибольший общий делитель

ДЕЛОССКАЯ ЗАДАЧА — ДЕЛОСС МАСАЛАСИ — кубни икки марта оширищ ҳақидаги масаланинг худди ўзи (қ. Удвоение куба).

ДЕЛЬТОИД — ДЕЛЬТОИД — BD диагонали билан устма-уст тушадиган битта симметрия ўқига эга бўлган қавариқ $ABCD$ тўртбурчак (83-расм). Д. ромбоид деб ҳам аталади. Д. номи учбурчак шаклидаги Δ грекча (дельта) ҳарфдан келиб чиққан.



83-расм.

ДЕСКРИПТИВНАЯ ТЕОРИЯ множеств — тўпламларнинг **ДЕСКРИПТИВ НАЗАРИЯСИ** — тўпламлар назариясининг Евклид фазосида нуқтавий тўпламлар тузилишини ўрганадиган бўлими (қ. Множеств теория). Т.д.н. нинг асосий вазифаси баъзи содда тўпламларнинг берилган системасидан ҳосил қилинган тўпламларни йиғинди, кўпайтма (кесишма), проекциялар ва ҳ.к. операциялар ёрдамида билан тавсифлашдан иборат.

ДЕСЯТИЧНАЯ ДРОБЬ — ЎНЛИ КАСР — q махражи 10 нинг бутун (мусбат) даражаларидан иборат бўлган $\frac{p}{q}$ каср. Нотўғри Ў.к. нинг махражида қанча ноль бўлса, суратда шунча хона олиб ўнгдан чапга вергул билан ажратиб махражсиз ёзилади. Тўғри ўнли касрни ҳам махражсиз ёзиш мумкин; бунинг учун p суратнинг олдига касрни нотўғри касрга айлантиришда унинг орқасига қўйиш учун зарур бўладиган энг оз ноллар қўйилади. Бунда биринчи ноль (бутун бирлик) вергул билан ажратилади. қ. Бесконечная десятичная дробь, Периодическая дробь.

Мисоллар. 1) $\frac{2341}{1000} = 2{,}341$; $\frac{38}{100} = 0{,}38$; $\frac{3}{100} = 0{,}03$. Ў.к. систематик касрларнинг (қ. Систематическая дробь) биридир. Ў.к.лар устидаги амаллар натурал сонлар устидаги амалларга кўп жиҳатдан ўхшайди. Ҳисоблаш ишларида Ў.к.лар кўп қўлланилади.

ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА счисления — **ЎНЛИ САНОҚ СИСТЕМАСИ** — q асоси 10 га тенг бўлган позицион саноқ системаси. Ў.с.с. да ҳаммаси бўлиб 10 та рақам бор: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

1-хонанинг ўнта бирлиги, яъни 10 сони кейинги хона бирлигини ташкил қилади, 2-хонанинг ўнта бирлиги, яъни 100 сони 3-хона бирлигини ташкил этади ва ҳ.к. Ў.с.с. ўлчовларнинг ўнли системаси ишлатилиши муносабати билан кўп мамлакатларда расм бўлган. Фан ва техникада (машина математикасида) Ў.с.с. билан бир қаторда иккили саноқ системаси (қ. Двоичная система) катта аҳамиятга эга. Бизда олтмишли саноқ системасининг (градуслар, минутлар, секундлар) қолдиқлари, ўн иккили саноқ системаси қолдиқлари (дюжиналаб санаш) сақланиб қолган.

ДЕСЯТИЧНЫЙ ЛОГАРИФМ числа N — N сонининг **ЎНЛИ ЛОГАРИФМИ** — бу сондан 10 асос бўйича олинган логарифм (қ.) яъни $10^b = N$ тенгликни қано-

...тлантирувчи b сон. N сонининг Ў.л. $\lg N$ билан белгиланади, бу $\lg N = \log_{10} N$ демакдир.

Ў.л. Бригг логарифми (қ.) деб ҳам аталади.

ДЕТЕРМИНАНТ — ДЕТЕРМИНАНТ (қ. Определитель).

Лат. determino—аниқлайман.

ДЕФЕКТ ТРЕУГОЛЬНИКА в геометрии Лобачевского — Лобачевский геометриясида **УЧБУРЧАК НУҚСОНИ**—π сон билан учбурчақ бурчаклари йиғиндиси (учбурчакнинг бурчак ўлчовлари) орасидаги айирма. У.н. D_{ABC} ёки δ_{ABC} ҳарфи билан белгиланади; демак, $D_{ABC} = \pi - (A + B + C)$. У.н. бирор масштабда учбурчакнинг юзига пропорционал. У.н. учун $0 < D_{ABC} < \pi$ тенгсизликлар ўринли.

У.н. бу учбурчакнинг камчилиги ҳам деб юритилади. Лат. defectus—камчилик (нуқсон, етишмовчилик).

ДЗЕТА-ФУНКЦИЯ Римана $\zeta(s)$ для $s = \sigma + it$ — $s = \sigma + it$ учун Риманнинг $\zeta(s)$ **ДЗЕТА-ФУНКЦИЯСИ**. $\operatorname{Re} s > 1$ бўлганда бу функция абсолют яқинлашувчи

$$\zeta(s) = \sum_{n=s}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$ қаторнинг қиймати деб қаралади.

Д-ф. s нинг ихтиёрий комплекс қийматлари учун Д-ф. нинг аналитик давоми (қ. Аналитическое продолжение) деб таърифланади. Д-ф. сонларнинг аналитик назариясида, жумладан, натурал сонлар қаторида туб сонлар тақсимоти ҳақидаги масалада муҳим аҳамиятга эга.

Адаб.: Э. Ч. Титчмарш, Теория дзета-функции Римана, ИЛ, М., 1953; А. Ингам, Распределение простых чисел, ОНТИ, М.—Л., 1936.

ДИАГОНАЛЬ — ДИАГОНАЛЬ: 1°. **Кўпбурчакнинг Д.** — кўпбурчакнинг бир томонига тегишли бўлмаган иккита учини туташтирувчи тўғри чизиқ кесмаси. Ҳар қандай n бурчакнинг диагоналлари сони C_n^2 комбинациялар сони билан унинг томонлари сони айирмасига тенг:

$$\frac{n(n-1)}{2} - n = \frac{n(n-3)}{2}.$$

2°. **Кўпёқнинг Д.** — кўпёқнинг бир ёғига тегишли бўлмаган иккита учини туташтирувчи тўғри чизиқ кесмаси. Проектив геометрияда Д. — қўшни бўлмаган иккита уч орқали ўтувчи тўғри чизиқ.

3°. **Детерминантнинг** (ёки квадрат матрицанинг) Д. — a_{ij} ($i, j = 1, 2, \ldots, n$) элементлар ёки $a_{1n}, a_{2(n-1)}, a_{3(n-2)}, \ldots, a_{n1}$ элементлар тўплами. a_{ii} ($i = 1, 2, \ldots, n$) элементлар жойлашган Д. биринчи ёки бош Д. дейилади, $a_{1n}, a_{2(n-1)}, \ldots, a_{n1}$ элементлар жойлашган Д. эса иккинчи ёки ёрдамчи Д. дейилади. қ. Детерминант. Грек. διαγώνιος—бурчакдан бурчакка борувчи.

ДИАГОНАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ многогранника — кўпёқнинг **ДИАГОНАЛ ТЕКИСЛИГИ** — кўпёқнинг иккита диагонали (ёки битта диагонали ва қирраси) орқали ўтувчи текислик. Агар кўпёқнинг диагоналлари кесишмаса ёки улар бутунлай бўлмаса (масалан, тетраэдрдаги каби) Д.т. мавжуд бўлмаслиги ҳам мумкин.

Кўпинча Д.т. кўпёқнинг диагонал кесимлари деб аталадиган кесимлар, яъни кўпёқни Д.т. билан кесганда ҳосил бўладиган кесимлар қараладиган геометрик масалаларни ечишда ишлатилади.

ДИАГРАММА — ДИАГРАММА — миқдорлар орасидаги муносабатни тасвирлаш усулларидан бири.

Устун (тўғри тўртбурчак) ва сектор (доиравий) шаклдаги Д. лар энг кўп тарқалган. Тўғри тўртбурчакли Д. да ҳар бир устуннинг баландлиги тасвирланадиган миқдорга пропорционал қилиб олинади. Секторли Д. да доиравий секторлар ўрганилаётган миқдорларга (ҳодисаларга) пропорционал қилиб олинади.

Д. лар текширилаётган миқдорлар орасидаги муносабатларни кўргазмали қилиб тасвирлайди. Тўғри тўртбурчакли Д. ларда тўғри бурчакли координаталар системаси элементлари, доиравий Д. ларда эса қутб координаталари системаси элементлари бўлади.

Грек. διάγραμμα — расм, фигура.

ДИАМЕТР — ДИАМЕТР. 1°. **Ёпиқ фигуранинг Д.** — ватарларнинг энг каттаси.

2°. **2- тартибли эгри чизиқнинг Д.** — эгри чизиқни ҳақиқий ёки мавҳум нуқталарда кесувчи параллел ватарлар ўрталарининг геометрик ўрни. Эллипс (қ.) ва гиперболанинг (қ.) Д. лари марказдан ўтадиган тўғри чизиқлар бўлади; параболанинг Д. — унинг ўқи ва ўққа параллел тўғри чизиқлардир.

Мисоллар: 1) тўғри тўртбурчакнинг Д. унинг диагоналлари; 2) тенг томонли учбурчакнинг Д. — унинг томонлари; 3) доира (айлананинг) Д. — маркази орқали ўтадиган ҳар қандай ватар; 4) кубнинг Д. — унинг диагонали; 5) нуқтавий ёпиқ тўпламнинг Д. — унинг иккита ихтиёрий нуқтаси орасидаги барча масофаларнинг юқори чегараси.

Грек. διαμετρος — кўндаланг ўлчам.

ДИАМЕТРАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ — ДИАМЕТРАЛ ТЕКИСЛИК. 2- тартибли сиртнинг Д.т. асимптота йўналиши билан бир хил бўлмаган **r** йўналишдаги барча параллел ватарлар ўрталарининг геометрик ўрни. Бу Д.т. **r** йўналишга қўшма Д т. дейилади. Агар 2- тартибли сиртнинг тенгламаси

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y +$$
$$+ 2a_{34}z + a_{44} = 0$$

кўринишда бўлиб, вектор **r** (α, β, γ) бўлса, у ҳолда асимптота йўналиши билан бир хил бўлмаган йўналишнинг **r** векторига қўшма бўлган Д т. нинг тенгламаси

$$(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14})\,\alpha + (a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24})\,\beta +$$
$$+ (a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34})\,\gamma = 0$$

кўринишда бўлади.

ДИВЕРГЕНЦИЯ — ДИВЕРГЕНЦИЯ. Координатлари (x, y, z) бўлган нуқтада (X, Y, Z) векторлар майдонининг Д. си деб

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$$

ифодага тенг бўлган скалярга айтилади. Д. майдоннинг (X, Y, Z) компонентлари берилган координаталар системасига боғлиқ эмас. Д. нинг геометрик маъноси: Д. векторлар майдонида берилган нуқтани ўраб олган ёпиқ сирт орқали ўтадиган оқимнинг (қ. Поток) бу сирт билан чегараланган ҳажмга нисбатининг бу сирт нуқтага тортилиб борган вақтдаги лимитига тенг. қ. Остроградского формула.

ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА — ДИНАМИК СИСТЕМА — метрик фазонинг ўзини-ўзига алмаштиришларининг бир параметрли узлуксиз группаси (қ. Непрерывная группа, Метрическое пространство). Кўп ҳолларда Д. с. n ўлчовли (x_1, x_2, . . . , x_n) Евклид фазосида

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (*)$$

кўринишдаги дифференциал тенгламалар системаси билан қуйидагича аниқланади. Ҳар бир ($x_1^{(0)}$, $x_2^{(0)}$, . . . , $x_n^{(0)}$) нуқта [$x_1(t)$, $x_2(t)$, . . . , $x_n(t)$] нуқтага ўтказилади, бунда [$x_1(t)$, $x_2(t)$, . . . , $x_n(t)$] (*) системанинг $t = 0$ бўлганда ($x_1^{(0)}$, $x_2^{(0)}$, . . . , $x_n^{(0)}$) нуқта орқали ўтувчи ечимидир. Бунда t — параметр. Бундай алмаштиришлар тўплами группа ташкил қилишини текшириб кўриш мумкин.

Адаб.: В. В. Немыцкий и В. В. Степанов. Качественная теория дифференциальных уравнений, Гостехиздат, М.— Л., 1949; Д. Д. Биркгоф, Динамические системы, перев. с англ., Гостехиздат, М.— Л., 1941.

ДИОФАНТОВ АНАЛИЗ — ДИОФАНТ АНАЛИЗИ — сонлар назариясининг бўлими бўлиб, унда бутун коэффициентли алгебраик тенгламаларнинг ёки бундай тенгламалар системасининг ечимини бутун ёки рационал сонлар билан ифодалашни ўрганилади. Масалан, $ax-my=b$ [$ax\equiv b$ (mod m)] тенгламанинг ечими $x=x_0+mk$, $y=y_0+mk$ кўринишда ёзиладиган формулалар билан ифодаланади, бунда a, b, m—бутун сонлар, a ва m—ўзаро туб сонлар, (x_0, y_0),— тенгламанинг исталган бир ечими, k — ҳар қандай бутун сон. Д.а. аниқмас анализ деб қам аталган эди.

Д. а. грек математиги Диофант (Александриялик) номи билан аталган. қ. Диофантовы уравнения.

ДИОФАНТОВЫ ПРИБЛИЖЕНИЯ — ДИОФАНТ ЯҚИНЛАШИШЛАРИ — сонлар назариясининг ҳақиқий коэффициентли чизиқли ёки чизиқлимас тенгсизликларнинг ёки шундай тенгсизликлар системасининг ечимини бутун сонлар билан ифодалашни ўрганувчи бўлими. Д. я. назариясида узлуксиз касрлар (қ. Непрерывная дробь) ва Дирихле принципи (қ.) катта аҳамиятга эга.

Д. я. соҳасида рус математикларидан А. А. Марков, П. Л. Чебишев, немис математикларидан Кронекер ва Минковский катта тадқиқот ишлари олиб боргандлар. Д. я. масалаларини ечиш учун Минковский геометрик методлардан фойдаланган.

Айтиб ўтилган типдаги чизиқли бир жинслимас тенгламалардан энг соддаси қуйидагидир:

$$x\alpha - y - \beta = 0,$$

бунда α ва β ҳақиқий сонлар, x ва y бутун қийматли номаълумлар бўлиб, улар тенгламанинг тақрибий ечимини қаноатлантириши керак, яъни

$$|x\alpha - y - \beta| < \varepsilon$$

тенгсизлик бажарилиши лозим.

Адаб.: А. Я. Хинчин, Цепные дроби, Физматгиз, М., 1961; А. О. Гельфонд, Алгебраические и трансцендентные числа, Гостехиздат, М., 1952; А. О. Гельфонд, Решение уравнений в целых числах, Гостехиздат, М., 1952; Энц. элем. мат., т. 1, Гостехиздат, М., 1951.

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ — ДИОФАНТ ТЕНГЛАМАЛАРИ — бутун коэффициентли алгебраик тенгламалар ёки номаълумлари икки ёки ундан кўп бўлган бундай тенгламалар системаси бўлиб, уларнинг бутун ёки рационал ечимлари изланади; бунда Д. т. даги номаълумлар сони тенгламалар сонидан ортиқ бўлади.

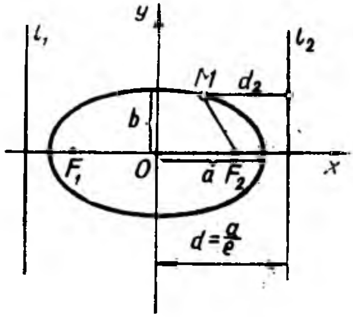
Мисоллар: 1) $ax+by=1$ Д. т. нинг $x=x_0+bn$, $y=y_0-an$ кўринишдаги чексиз кўп бутун ечимлари бўлиб, бунда a ва b—ўзаро туб сонлар, (x_0, y_0)— бирор ечим, n — ҳар қандай бутун сон;

2) $x^2-dy^2=1$ Д. т. (қ. Пелль тенгламаси) саноқсиз кўп бутун қийматли ечимлар тўпламига эга (қ. Пелля уравнение); 3) $x^n+y^n=z^n$ Д. т. ($n>2$; Ферманинг катта теоремаси); ҳар қандай бутун $n>2$ учун бу тенглама бутун ечимга эга ёки эга эмаслиги ҳозиргача маълум эмас. $n=3, 4, \ldots, 4000$ учун бутун x, y, z ечимларга эга эмаслиги исбот қилинган.

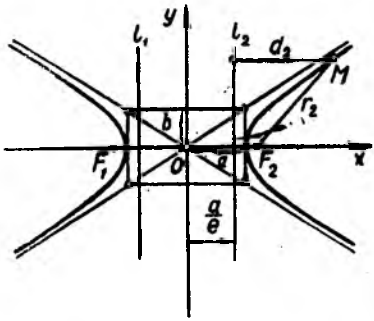
$n=2$ бўлганда $x^2+y^2=z^2$ Д. т. нинг ечимлари бутун бўлади; улар Пифагор сонлари дейилади, бутун қийматли x ва y катетларга ва бутун қийматли z гипотенузага эга бўлган учбурчак эса Пифагор учбурчаги дейилади (қ. Пифагора теорема). Д. т. ни текшириш методлари узлуксиз касрлар (қ. Непрерывная дробь) ва алгебраик сонлар назариясига (қ. Алгебраическое число) боғлиқдир.

Адаб.: А. О. Гельфонд, Решение уравнений в целых числах, Гостехиздат, М., 1952; И. В. Арнольд, Теория чисел, Учпедгиз, М., 1939; Б. А. Венков, Элементарная теория чисел. ОНТИ, М, 1937; Б. Н. Делоне и Д. К. Фаддеев, Теория иррациональностей третьей степени, Изд-во АН СССР, М., 1940.

ДИРЕКТРИСА — ДИРЕКТРИСА — берилган 2-тартибли эгри чизиққа (конус кесимига) нисбатан маълум хоссага эга бўлган тўғри чизиқ (қ. Конические сечения). 2-тартибли эгри чизиқнинг ҳар қандай нуқтасидан фокусгача бўлган ма-



84-расм.

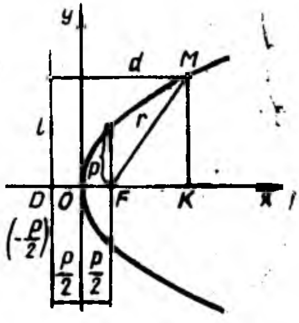


85-расм.

софанинг бу нуқтадан мос Д. гача бўлган масофага нисбати ўзгармас сон бўлиб, эгри чизиқнинг эксцентриситетига (қ.) тенг. Эллипс (84-расм) ва гиперболада (85-расм) иккитадан l_1 ва l_2 Д. бор (ҳар бир Д. битта фокусга мос); Параболада (86-расм) битта l Д. бор (параболанинг фокуси битта).

Энг содда тенгламалари билан берилган эллипс ва гипербола Д. ларининг тенгламалари $x = \pm\frac{a}{e}$ кўринишда бўлади, бунда a — эллипснинг катта ўқи ёки гиперболанинг ҳақиқий ўқи, e — эгри чизиқнинг эксцентриситети.

Эллипс учун $e < 1$ бўлгани сабабли эллипснинг иккала Д. си унинг марказидан a га қараганда катта масофага узоқлашган. Гипербола учун $e > 1$ бўлгани сабабли унинг иккала Д. си марказдан a га қараганда кичик масофага узоқлашган, яъни гиперболанинг Д. лари унинг марказига учидан яқин жойлашган бўлади.



86-расм.

$y^2 = 2px$ $(e = 1)$ парабола Д. си тенгламаси бундай: $x = -\frac{p}{2}$.

Лат. direstrix — йўналтирувчи.

ДИРИХЛЕ ЗАДАЧА — ДИРИХЛЕ МАСАЛАСИ — Лаплас тенгламасини (қ. Лапласа уравнение) қаноатлантирувчи $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функцияни топиш масаласи, яъни бирор G соҳа ичида

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} = 0$$

тенгламанинг ечими бўлган ва

$$f(P) = g(P)$$

чегаравий шартни қаноатлантирувчи гармоник функцияни (қ.) топиш масаласи-лар, бунда P — соҳа чегарасидаги нуқта, $g(P)$ берилган (одатда узлуксиз) функция.

ДИРИХЛЕ ПРИНЦИП — ДИРИХЛЕ ПРИНЦИПИ — $(n+1)$ та элементдан иборат бўлган тўпламни n та синфга ажратилганда синфларнинг бирида ҳеч бўлмаганда иккита элемент бўлади деган тасдиқ. Д. п. бундай масала билан тасдиқланади: Ўрмонда 10000 та арча дарахти бўлиб, уларнинг ҳар бирида камида 5000 тадан нина барг бор. Нина барглари сони бир хил бўлган иккита арча дарахти топилиши исбот қилинсин Д. п. сонлар назариясида, гармоник функциялар назариясида ва бошқаларда татбиқ этилади.

ДИРИХЛЕ РЯДЫ — ДИРИХЛЕ ҚАТОРЛАРИ — $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n^s}$ кўринишдаги қаторлар. Д. қ. сонларнинг аналитик назариясида, хусусан, арифметик прогрессияларда ва бошқа натурал сонлар кетма-кетликларида туб сонларнинг тақсимоти масаласида ишлатилади.

ДИРИХЛЕ ТЕОРЕМА в теории чисел — сонлар назариясида **ДИРИХЛЕ ТЕОРЕМАСИ**. 1788 йилда француз математиги Лежандр айтган ва фақат 1837 йилда немис математиги П. Г. Лежен Дирихле исбот қилган теорема Д. т. деб аталади: агар арифметик прогрессиянинг айирмаси ва биринчи ҳади ўзаро туб натурал сонлардан иборат бўлса, у ҳолда бундай прогрессияда туб сонларнинг чексиз кўп тўплами бўлади.

Д. т. исботи жуда ҳам мураккаб бўлиб, Дирихле қаторлари (қ. Дирихле ряды) деб аталадиган аналитик аппаратга таянади. Кейинги вақтда Ван дер Варден (1928) Д. т. нинг комплекс ўзгарувчили функциялар назариясига асосланмайдиган элементар исботини топди.

ДИСКРЕТНОЕ ПРОСТРАНСТВО — ДИСКРЕТ ФАЗО — топологик фазолар (қ. Топологическое пространство) кўринишларидан бири Бундай фазонинг ҳар қандай нуқтасининг атрофи хусусий ҳолда, шу нуқтанинг ўзи бўлади. Шундай қилиб, Д. ф. да нуқта — очиқ тўпламдир (қ. Открытое множество).

ДИСКРЕТНОСТЬ — ДИСКРЕТЛИК — узулувчанлик. Агар нуқталар тўплами лимит нуқтага эга бўлмаса, бундай тўплам Д. хоссасига эга.

ДИСКРИМИНАНТ — ДИСКРИМИНАНТ. ax^2+bx+c учҳаднинг дискриминанти $\Delta=b^2-4ac$ сондир, бунда $a\neq 0$ ва a, b, c — ҳақиқий сонлар. Агар учҳаднинг Д. $\Delta>0$ бўлса, учҳаднинг иккита илдизи ҳақиқий ва ҳар хил. Агар учҳаднинг Д. $\Delta=0$ бўлса, учҳад икки каррали ҳақиқий илдизга эга. Агар $\Delta<0$ бўлса, учҳад икки хил қўшма комплекс илдизга эга бўлади.

ДИСПЕРСИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ — ТАСОДИФИЙ МИҚДОР ДИСПЕРСИЯСИ (қ. Случайная величина) — тасодифий миқдорнинг муҳим характеристикаси. Д. тасодифий миқдорнинг ўзининг математик кутилиши (қ. Математическое ожидание) атрофидаги зичлиги даражасини акс эттиради. Таърифга кўра, Д. тасодифий миқдор билан унинг математик кутилиши орасидаги айирма квадратининг математик кутилишига тенг. Узлуксиз тақсимланган (қ. Распределение) тасодифий миқдорнинг дисперсияси қуйидагича ифодаланади:

$$D_\xi = \int |\xi - M\xi|^2 P_\xi \, d\xi,$$

бунда P_ξ — эҳтимолнинг зичлиги (қ. Плотность вероятности), $M\xi$ — математик кутилиш.

Д асосий хоссалари: 1) ишончли тасодифий миқдорнинг Д. си нолга тенг; 2) $D(\lambda\xi)=\lambda^2 D\xi$, бу ерда λ — скаляр, ξ — тасодифий миқдор.

Масалан, $[0,1]$ кесмада текис тақсимланган миқдорнинг Д. си қуйидагига тенг:

$$\int_0^1\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 dx = \left.\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+\frac{x}{4}\right|_0^1 = \frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{12}.$$

ДИСТРИБУТИВНОСТЬ — ДИСТРИБУТИВЛИК (қ. Закон дистрибутивности).

ДИФФЕРЕНЦИАЛ функции — функциянинг **ДИФФЕРЕНЦИАЛИ** — функция орттирмасининг чизиқли бош қисми. $f(x)$ функциянинг Д. $df(x)$ ёки df символ билан белгиланади. Агар бир ўзгарувчили $f(x)$ функция ҳосилага (қ. Производная) эга бўлса, у ҳолда $\Delta f = f(x+\Delta x) - f(x)$ орттирмани $\Delta f = f'(x)\Delta x + R$ кўринишда тасвирлаш мумкин, бунда R — Δx га нисбатан анча юқори тартибли бўлган чексиз кичик миқдор. $df = f'(x)\Delta x$ ифода Δx га нисбатан чизиқли бўлиб, $\Delta x \to 0$ да Δf миқдорнинг асосий қисмини ташкил этади. Бир ўзгарувчили функция орттирмасини чизиқли бош қисмга ва юқори тартибли чексиз кичик қисмга ажратиш ғояси кўп ўзгарувчили функциялар назариясида ҳам татбиқ этилади.

$f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг орттирмаси

$$\Delta f = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \ldots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

бўлсин. Хусусий $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ ҳосилаларнинг узлуксизлиги дифференциалнинг мавжудлиги учун етарли шартдан иборатдир; бу ҳолда

$$\Delta f = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i + R,$$

бунда R кўшилувчи $\sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \ldots + \Delta x_n^2}$ га нисбатан чексиз кичик миқдор. $df = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$ ифода кўп ўзгарувчилар функциясининг дифференциали.

Адабиётда бир кўпхилликнинг (қ. Многообразие) бошқа кўпхилликка акслантиришининг Д. деган термин ҳам учраб туради. Акслантиришнинг Д. — бирор матрица (қ.) билан бериладиган акслантиришнинг чизиқли бош қисми.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ДИФФЕРЕНЦИАЛ ГЕОМЕТРИЯ—геометриянинг бўлими бўлиб, унда геометрик образлар (эгри чизиқ, сирт ва уларнинг оилалари) математик анализ (қ.) ва биринчи навбатда дифференциал ҳисоб (қ. Дифференциальное исчисление) усуллари билан ўрганилади.

Д. г. нинг асосий тушунчалари эгри чизиқнинг эгрилиги (қ. Кривизна), буралиши (қ. Кручение), сиртнинг букилиши (қ. Изгибание), сиртнинг биринчи ва иккинчи асосий квадратик формалари ва бошқалар ҳисобланади.

Адаб.: П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М., 1950; А. П. Норден, Дифференциальная геометрия, Физматгиз, М., 1952; А. В. Погорелов, Лекции по дифференциальной геометрии, изд. Харьковского ун-та, 1955; М. Я. Выгодский, Дифференциальная геометрия Гостехиздат, М., 1949.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ФОРМА — ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФОРМА—бир неча ўзгарувчининг дифференциалларига нисбатан бутун бир жинсли ифода Бир жинслилик даражаси Д. ф. нинг даражаси дейилади. Масалан, Пфафф формаси (қ. Пфаффа уравнение) биринчи даражали форма; $f = a(x)dxdy - b(x,y)dy^2$ форма эса иккинчи даражали формадир. Дифференциал геометрия ва топологиянинг кўп масалаларида кососимметрик Д. ф. (қ. Кососимметричность) алоҳида аҳамиятга эга. Бундай Д. ф. га сирт юзининг элементи мисол бўлади (қ. Элемент поверхности) Формы терминига ҳам қ.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ—ДИФФЕРЕНЦИАЛ ҲИСОБ—математиканинг бўлими бўлиб, функцияларни ҳосила ва дифференциаллар ёрдами билан текширали Д. ҳ. нинг асосий тушунчалари ҳосила (қ. Производная) ва диференциал (қ.) бўлиб, булар ўз навбатида кетма-кетлик, ёки функциянинг лимити (қ. Предел функции) ва чексиз кичик миқдорлар (қ. Бесконечно малая) тушунчалари билан боғланган.

Функция ҳосиласини билиш функциянинг қаерда ўсиши ёки камайиши, қаерда максимумга, минимумга ва бурилиш нуқтасига эга эканлиги ҳақида мулоҳаза юритишга имкон беради. Бу тушунчалар кўп ўзгарувчили функцияларни ўрганишда ҳам татбиқ этилади.

Эгри чизиқларга уринма ўтказиш ҳақидаги масалаларни ечиш муносабати билан XVII аср математикларидан Декарт, Ферма ва бошқалар Д. ҳ. яратиш соҳасида биринчи қадам қўйган эдилар. Д. ҳ. нинг узил-кесил яратилиши И. Ньютон ва Г. Лейбницнинг илмий ишлари билан боғлиқдир. Д. ҳ. тушунчасининг чегараси жуда ҳам аниқ эмас. Одатда бунга қаторлар ҳам, лимитлар назарияси ҳам киритилади. Тўпламлар назарияси ва ҳақиқий ўзгарувчили функциялар назариясининг тараққиёти Д. ҳ. нинг дастлабки тушунчаларини чуқур таҳлил қилишга имкон берди.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. 1, 3, Физматгиз, М., 1963; А. Я. Хинчин, Восемь лекций по математическому анализу, Гостехиздат, М., 1953; А. Я. Хинчин, Курс математического анализа, Гостехиздат, М., 1953.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО - РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ — ДИФФЕРЕНЦИАЛ-АЙИРМАЛИ ТЕНГЛАМАЛАР — аргументни, номаълум функцияни, унинг ҳосиласини аргументнинг турли қийматларида бир-бирига боғловчи тенгламалар. Масалан, $y'(x) = Ay(x + b)$.

Татбиқ муносабати билан функция ва унинг ҳосиласидаги аргументнинг четланиши ўзгармас сон бўлган тенгламалар ўрганилган. Д. а. т. нинг энг муҳим синфини кечикувчи аргументли тенгламалар ташкил қилади. Бу тенгламалар кўп жиҳатдан оддий дифференциал тенгламаларга ўхшайди, аммо баъзи бир томондан улардан фарқ қилади.

Адаб.: А. Д. Мышкис, Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом, Гостехиздат, М., 1951.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ИНВАРИАНТЫ — ДИФФЕРЕНЦИАЛ ИНВАРИАНТЛАР. Ўзгарувчиларни алмаштиришнинг бирор системасига нисбатан Д. и. — функциялар, уларнинг турли тартибли ҳосилалари ва дифференциалларидан тузилган ифодалар бўлиб, ўзгарувчиларнинг қаралаётган алмаштирилишида ўз тузилишини ўзгартирмайди. Энг содда Д. и. лардан бири тўртта йўналишнинг қўш нисбатидан иборат:

$$\frac{k_3 - k_1}{k_2 - k_3} : \frac{k_4 - k_1}{k_2 - k_4},$$

бунда $k_i = \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ — нуқтанинг берилган тўртта йўналишдан бири бўйича чексиз кичик силжишига мос бўлган координаталар дифференциалларининг нисбатидир (u, v координаталар системаси — ихтиёрий). Бу Д. и. — текисликнинг ҳар қандай алмаштиришининг инварианти.

Адаб.: Г. Вейль, Классические группы, их инварианты и представления, пер. с англ., ИЛ, М., 1947.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ — ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР — номаълум функциялар, уларнинг ҳар қандай тартибли ҳосилалари ва эркли ўзгарувчиларни ўз ичига олган тенгламалар. Д. т. XVII асрда механика ва табиёт фанларининг бошқа бўлимлари эҳтиёжига қараб пайдо бўлади.

Ечилиши Д. т. га келтириладиган энг содда масалани келтирамиз. Агар температураси T га тенг бўлган жисм температураси нолга тенг бўлган муҳитда турган бўлса, у ҳолда бу жисм температурасининг Δt вақт оралиғида пасайиши бу формула билан анча аниқ ифодаланади: $\Delta T = -kT\Delta t$, бунда k — бирор ўзгармас коэффициент. Агар бу муносабатда Δt ни нолга интилтирсак, $T' = -\kappa T$ ҳосил бўлади. Ҳосил қилинган бу тенгламанинг барча хусусий ечимларини кўрсатиш мумкин, улар $T = Ce^{-kt}$ формула билан берилади, бунда C — ўзгармас миқдор.

Д. т. номаълум функция сифатида фақат бир ўзгарувчили функция қатнашадиган оддий Д. т. га ва кўп аргументли функциялар хусусий ҳосилалари қатнашадиган хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларга бўлинади.

1°. Оддий Д. т. Бундай тенгламалар ичида энг содласи 1 - тартибли тенглама, яъни

$$F(x, y, y') = 0$$

кўринишдаги тенглама. Баъзан уни

$$y' = f(x,y) \tag{*}$$

кўринишда ёзиш мумкин. (*) тенглама эса анча умумий бўлган

$$P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy = 0$$

тенгламанинг хусусий ҳолидир. Бу тенгламанинг ечими текисликда шундай эгри чизиқларки, улар бўйича бу тенглама ўринли бўлади.

(*) тенгламани геометрик томондан талқин қилиш мумкин. Текисликнинг ҳар бир (x, y) нуқтасида $k = f(x, y)$ йўналишга эга бўлган вектор ўтказиш мумкин. Шундай қилиб, йўналишлар майдони ҳосил бўлади.

Агар $y(x)$ эгри чизиқ ўзининг ҳар бир нуқтасида йўналишлар майдонининг бирор векторига уриниб ўтса, у ҳолда $y(x)$ эгри чизиқ (*) нинг ечими бўлади. Ҳар бир оддий Д. т. умуман айтганда, чексиз кўп ечимга эга. Шунинг учун хусусий ечимни топиш учун бошланғич шартларни, яъни ечимнинг қайси нуқтадан ўтишини кўрсатиш лозим бўлади. Шундай қилиб, ечимлар оиласи бир параметрли эгри чизиқлар оиласидир, яъни

$$y(x) = F(x, C). \tag{**}$$

Агар (**) ечимдан C ни тегишлича танлаб олиш йўли билан ҳар қандай ечим ҳосил қилиш мумкин бўлса, у ҳолда (**) ечим оддий Д. т. нинг умумий ечими дейилади.

Оддий Д. т. назариясида юқори тартибли тенгламалар ҳам, чунончи

$$F(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$$

кўринишдаги тенгламалар ва тенгламалар системаси ўрганилади. Оддий Д. т. ни чекли шаклда ечиш одатда мумкин эмас, шунинг учун уларни ечиш учун тақрибий усуллар: чекли айирмалар усули, график усул, қаторга ёйиш усули кенг татбиқ этилади. Д. т. нинг сифат методи катта аҳамиятга эга (қ. Качественная теория).

2°. Хусусий ҳосилали Д. т. Уларнинг оддий Д. т. дан қиладиган энг муҳим фарқи шундан иборатки, уларнинг умумий ечимлари ихтиёрий ўзгармас миқдорларга эмас, балки ихтиёрий функцияларга боғлиқ. Масалан, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ Д. т. нинг умумий ечими $u(x, t) = f(x + t) + g(x - t)$ ифодадир, бунда f ва g — ихтиёрий функциялар.

Хусусий ҳосилали Д. т. учун типик масала Коши масаласидир: шундай $u(t, x)$ ечим топилсинки, $t = 0$ бўлганда бу ечим берилган $\varphi_1(x)$ функцияга, u_t нинг $(n-1)$- тартибгача бўлган ҳосилалари эса (бунда n — тенгламанинг t га нисбатан тартиби) бирор берилган $\varphi_i(x)$ функцияларга айлансин. 1 - тартибли тенгламадан юқори тартибли тенгламалар учун чегаравий масалалар (қ. Краевые задачи) ҳам қаралади. Хусусий ҳосилали Д. т. гидромеханика, аэромеханика, эластиклик назарияси ва шунга ўхшаш техника фанларида асосий математик аппарат ҳисобланади.

Адаб.: В. В. Степанов, Курс дифференциальных уравнений, Физматгиз, М., 1959, И. Г. Петровский, Лекции об уравнениях с частными производными, Физматгиз, М., 1961.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ БИНОМ—ДИФФЕРЕНЦИАЛ БИНОМ—$x^m(a+bx^n)^p dx$ шаклдаги ифода, бунда a ва b—нолдан фарқли ўзгармас сонлар, m, n, p—рационал сонлар. Д. б. нинг асосий масаласи унинг элементар функцияларда интегралланишининг барча ҳолларини кўрсатишдан иборат. Л. Эйлер унинг интегралланишининг учта ҳолини кўрсатиб берди: 1) p—бутун сон, 2) $\frac{m+1}{n}$—бутун сон, 3) $\frac{m+1}{n}+p$—бутун сон. П. Л. Чебишев Д. б. интегралланишининг бошка ҳоллари йўқ эканлигини исбот қилди.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ОПЕРАТОР — ДИФФЕРЕНЦИАЛ ОПЕРАТОР — бирор синфга карашли $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функцияни

$$\varphi = F\left(f, f_{x_1}, f_{x_2}, \ldots, f_{x_n}, \ldots, \frac{\partial^k f}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}\right)$$

функцияга ўтказувчи оператор. Чизиқли Д. о. назарияси жуда яхши ривожланган. Агар бир эркли ўзгарувчининг f функцияси қараладиган бўлса, бу ҳолда чизиқли Д. о.

$$L(f) = \sum_{k=0}^{n} p_k(x) y^{(k)}(x)$$

кўринишга эга бўлади. Кўпинча чизиқли Д. о. нинг аниқланиш соҳасига қуйидаги шартлар қўйилади:

$$\sum_{k=1}^{n-1} \alpha_k^i y^{(k)}(x) + \beta^i y(x) = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m.$$

Чизиқли Д. о. назариясида ўз-ўзига қўшма операторларни текширишга кўп илмий ишлар бағишланган.

Хусусий ҳосилали чизиқли Д. о.

$$L(u) = \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_n<m} a^{(k_1, \ldots, k_n)} \frac{\partial^k u}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}$$

формула билан аниқланади. Бу ерда аниқланиш соҳасини ифодалаш имкониятлари оддий чизиқли Д. о. ҳолидагига қараганда анча кенг. Масалан, $L(u) = u_{xx} + u_{yy}$ оператор учун аниқланиш соҳаси бирор очиқ тўпламнинг чегарасида $\alpha\frac{\partial u}{\partial n} + \beta u = 0$ муносабати билан берилган бўлиши мумкин. Аслида чизиқли Д. о. назарияси функционал анализнинг бир бобидан иборат. Бундаги асосий масалалар: Д. о. нинг спектрини текшириш, хос функциялар бўйича ёйиш ва ҳ.к.з.; Д. о. квантлар механикасида татбиқ этилади.

Адаб.: Б. М. Левитан, Разложение по собственным функциям, Гостехиздат, М., 1950; М. А. Наймарк, Линейные дифференциальные операторы, Гостехиздат, М., 1954.

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ — ДИФФЕРЕНЦИАЛЛАШ — дифференциал (қ.) ёки ҳосила (қ. Производная), хусусий ҳосила, тўла дифференциалларни ҳисоблаш. Д.

дифференциал ҳисобнинг асосий амали бўлиб, бунда дифференциаллаш қоидалари (қ. «Правила дифференцирования) ва дифференциаллаш формулалари (қ.) келтирилиб чиқарилади.

ДИФФЕРЕНЦИРУЕМАЯ ФУНКЦИЯ — ДИФФЕРЕНЦИАЛЛАНУВЧИ ФУНКЦИЯ. Агар бирор нуқтада функциянинг дифференциали мавжуд бўлса, функция бу нуқтада Д. ф. дейилади. Агар функция бирор соҳанинг барча нуқталарида дифференциалланувчи бўлса, у функция шу соҳада Д. ф. дейилади. Бир ўзгарувчили функциялар учун дифференциалланувчанлик ҳосиланинг мавжудлиги билан эквивалент. Узлуксиз функция кесманинг ҳеч бир нуқтасида ҳосилага эга бўлмаслиги ҳам мумкин.

ДЛИНА ОТРЕЗКА — КЕСМА УЗУНЛИГИ. Евклид фазосида тўғри чизиқнинг AB кесмаси узунлиги қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи манфий бўлмаган $\rho(AB)$ сон: 1) $AB = 0$ бўлган ҳолда, яъни A ва B нуқталар устма-уст тушган ҳолда ва фақат шу ҳолдагина $\rho(AB) = 0$; 2) $\rho(AB) + \rho(BC) \geqslant \rho(AC)$ — «учбурчак тенгсизлиги»; 3) агар $AB = CD$ бўлса, у ҳолда $\rho(AB) = \rho(CD)$, яъни конгруэнт (тенг) кесмаларнинг узунлиги тенг бўлиши керак; 4) агар AB ва BC — тўғри чизиқнинг умумий ички нуқтага эга бўлмаган иккита кесмаси бўлса, у ҳолда $\rho(AC) = \rho(AB) + \rho(BC)$, яъни умумий нуқтага эга бўлмаган иккита кесма йиғиндисининг узунлиги бу кесмалар узунликлари йиғиндисига тенг (К. у. нинг аддитивлик хоссаси); 5) $\rho(A_1B_1) = 1$ тенгликни қаноатлантирувчи A_1B_1 кесма мавжуд; A_1B_1 кесма узунлик ўлчовининг бирлиги ёки бирлик кесма деб аталади.

Агар ҳар бир KL кесмага 1—5-шартларни қаноатлантирувчи $\rho(KL) \geqslant 0$ сонни мос қўйиш мумкин бўлса, кесмаларни ўлчаш системаси ёки кесмалар узунлиги системаси тайинланган деб айтилади. Бирлик A_1B_1 кесма танлаб олинган бўлганда ҳар бир AB кесмага 1—5-шартларни қаноатлантирувчи ёлғизгина ҳақиқий $\rho(AB) \geqslant 0$ сон мос келиши элементар геометрия ва геометрия асосларида исбот қилинади. Бу масалани ечишда Архимед аксиомаси (қ.) ишлатилади. Бунга тескари жумла ҳам ўринлидир. Ҳар бир ҳақиқий $\alpha > 0$ сон учун узунлиги берилган ўлчаш системасида α га тенг бўлган кесма мавжуд. Кесмаларни ўлчашнинг тескари масаласи Дедекинд аксиомасини (қ.) ишлатиб исбот қилинади.

ДЛИНА ЛОМАНОЙ — СИНИҚ ЧИЗИҚНИНГ УЗУНЛИГИ — синиқ чизиқ кесмалари, яъни унинг звенолари узунликлари йиғиндиси.

ДЛИНА КРИВОЙ (дуги кривой) — **ЭГРИ ЧИЗИҚ** (эгри чизиқ ёйи) **узунлиги** — эгри чизиққа (эгри чизиқ ёйига) ички чизилган синиқ чизиқлар узунлигининг звенолар сони чексиз ортиб бориб, энг катта звено узунлиги нолга интилган вақтда интиладиган лимити. Айлана узунлигини унга ички ёки ташқи чизилган қавариқ n бурчак периметрининг томонлари сони чексиз ўсиб бориб, энг катта томон узунлиги нолга интилиб борган вақтда интиладиган лимити деб қараш мумкин. $O(r)$ айлананинг узунлиги $l = 2\pi r$ формула бўйича ҳисобланади. Узлуксиз эгри чизиқлар учун юқорида айтилган лимит ҳамма вақт мавжуд бўлиб, у чекли ёки чексиздир. Агар бу лимит чекли бўлса, эгри чизиқ (унинг ёйи) тўғриланувчи дейилади. Эгри чизиқнинг тўғриланиш шартини Жордан топган (қ. Жордана кривая).

Агар текис эгри чизиқ тўғри бурчакли Декарт координаталари системасида $y = f(x)$ тенглама билан берилган бўлса (бунда $a \leqslant x \leqslant b$) ва $f(x)$ функция узлуксиз $f'(x)$ ҳосилага эга бўлса, унинг узунлиги қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\,dx;$$

агар эгри чизиқ параметрик $x = x(t)$, $y = y(t)$ тенгламалар билан берилган бўлса (бунда $a \leqslant t \leqslant b$), унинг узунлиги

$$l = \int_a^b \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}\; d\,t;$$

Фазовий Э. ч. у. ҳам шунга ўхшаш аниқланади.

Адаб.: Р. Н. Бончковский, Площади и объемы, изд-во АН СССР, М., 1937; А. Лебег, Об измерении величин, перев. с франц., Физматгиз, М., 1960.

ДЛИНА ПОДСТАНОВКИ циклической (или длина цикла) — циклик **ЎРНИГА ҚЎЙИШНИНГ УЗУНЛИГИ** (ёки цикл узунлиги) — берилган циклик ўрнига қўйишда ҳақиқатан ҳам қўзғалтириладиган символлар сони (қ. Циклическая подстановка). Мисол: $S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix} = (1\ 3\ 5)$. S Ц. ў. қ. узунлиги 3 га тенг.

ДОДЕКАЭДР — ДОДЕКАЭДР—ўн иккиёқ. Мунтазам Д.—мунтазам ўн иккиёқ—мунтазам кўпёқларнинг (қ. Правильные многогранники) беш туридан бири.

Мунтазам Д. нинг ёқлари мунтазам бешбурчаклардир. Мунтазам Д. нинг 20 учи, 12 ёғи ва 30 қирраси бор. Мунтазам Д. нинг ҳар бир учида 3 та қирраси учрашади. Мунтазам Д. мунтазам икосаэдрга (қ.) дуалдир (муносибдир), яъни мунтазам икосаэдр ёқларининг марказлари мунтазам Д. нинг учларидан иборат ва аксинча (қ. Двойственности принцип).

Грек. dodeka — ўн икки, hedra — ёқ, асос.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО — ИСБОТ—бирор тасдиқ (мулоҳаза, фикр, теорема) нинг ҳақиқат ёки нотўғри эканлигини аниқлашга имкон берадиган фикр юритиш. Теоремани И. қилишда биз тушунчаларга берилган таърифлардан фойдаланиб, аксиомаларга ёки олдин исбот этилган теоремаларга таянамиз. Исботлаш усулига қараб улар қуйидагиларга бўлинади: аналитик (қ. Анализ); синтетик (қ. Синтез), индуктив (қ. Индукция, Математик индукция), дедуктив (аксиоматик, қ. Дедукция) усуллари, тескарисидан (қ. Доказательство от противного) исботлаш ёки бемаъниликка (зиддиятликка) келтириш йўли билан исботлаш усуллари.

Адаб.: И. С. Градштейн, Прямая и обратная теорема, Физматгиз, М., 1960; Б. В. Репьев, Общая методика преподавания метематики, Учпедгиз. М., 1958.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОТ ПРОТИВНОГО — ТЕСКАРИСИДАН ИСБОТЛАШ—теоремани (жумлани) исботлаш усули бўлиб, бунда теореманинг ўзини эмас, балки унга тенг кучли (эквивалент) бўлган, тескарисига қарама-қарши (қарама-қаршига тескари) теоремани исбот қиладилар. Тўғри теоремани исботлаш қийин бўлиб, тескарисига қарама-қарши бўлган теоремани исботлаш осон бўлган ҳамма ҳолларда Т. и. усули ишлатилади. Т. и. да теоремадаги тасдиқ унинг инкор этилиши билан алмаштирилади ва мулоҳаза этиш йўли билан шарт инкор этилишига, яъни зиддиятга олиб келинади. Бундай бемаъниликка келтиришлик теоремани исбот қилади.

Т. и. математикада жуда кўп қўлланилади. Т. и. учинчини чиқариб ташлаш қонунига асосланган бўлиб, у бундан иборат. Иккита A ва $\overline{A}$ (A нинг инкор этилиши) фикрдан (даъводан) биттаси ҳақиқат, иккинчиси эса ёлғон.

қ. Доказательство, Теорема.

Лат. absurdum—бемаъниликка олиб бориш.

ДОЛЯ ЕДИНИЦЫ — БИРНИНГ ҚИСМИ, бирнинг бўлаги, яъни $\frac{1}{n}$ кўринишдаги каср ($n > 2$). Масалан, 1 сонининг бешдан бир қисми $\frac{1}{5}$ дир. Қисм бирлик каср деб ҳам аталади. қ. Дробь.

ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ МНОЖЕСТВО — ТЎЛДИРУВЧИ ТЎПЛАМ. Агар A тўплам B тўпламнинг қисм-тўплами бўлса, яъни $A \subseteq B$ бўлса, A тўпламнинг B тўпламдаги Т. т. деб тўпламларининг $B - A$ айирмасига (қ. Разность множеств) айтилади. Т. т. $\overline{A}$, CA символлари билан кўрсатилади ёки Т. т. нинг қайси тўпламда қаралаётгани қайд қилинмоқчи бўлганда $C_B A$ символи ишлатилади.

Мисол: ёпиқ тўпламнинг Т. т. очиқ тўпламдан иборат ва аксинча (қ. Замкнутое множество).

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ЛОГАРИФМ — ТЎЛДИРУВЧИ ЛОГАРИФМ — кологарифмнинг (қ.) худди ўзи; функция ва кофункциялар билан таққосланг.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ УГОЛ к углу β — β бурчакнинг **ТЎЛДИРУВЧИ БУРЧАГИ** — β бурчак билан йиғиндиси тўғри бурчак ташкил қилувчи α бурчак. α ва β бурчакларнинг ҳар бири бошқасига нисбатан Т. б.

ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ — ЕТАРЛИ ШАРТ. Бирор ўринли тасдиқнинг (жумла, мулоҳазанинг) бажарилиши учун Е. ш.—шу тасдиқнинг келиб чиқишини таъмин этадиган ҳар қандай шарт. Масалан, кўп хонали бутун соннинг 4 га бўлиниши учун Е. ш. бу сонниңг энг камида иккита ноль билан тугашидан иборат. Лекин бу шарт, яъни бутун соннинг охирги икки рақами нолга тенг бўлиши — бу соннинг 4 га бўлиниши учун зарур шарт (қ. Необходимое условие) эмасдир. Лекин кўп хонали бутун соннинг 4 га бўлиниши учун ҳам зарур, ҳам етарли бўлган шартни кўрсатиш мумкин; бу шарт кўп хонали соннинг охиридаги икки хонали соннинг тўртга бўлинишидир.

Дарҳақиқат, кўп хонали соннинг охиридаги икки хонали сон 4 га бўлинса, кўп хонали соннинг ўзи ҳам 4 га бўлинади ва аксинча; аксинчаси ҳам тўғри, яъни кўп хонали сон 4 га бўлинса, унинг охиридаги икки хонали сон ҳам 4 га бўлинади.

Е. ш. математиканинг энг муҳим тушунчаларидан бири бўлиб, теоремалар таърифида зарур шарт билан бир қаторда энг кўп учрайди. Е. ш. бирор ўринли тасдиқнинг бажарилиши учун етарли аломат деб ҳам аталади. Бирор тасдиқнинг ўринли бўлиши учун бир эмас, балки бир неча етарли шарт кўрсатиш мумкин. Масалан, қавариқ тўртбурчак параллелограмм бўлиши учун қуйидаги шартларнинг биттаси бажарилиши етарли: 1) унинг ҳар қандай иккита қарама-қарши томони бир-бирига тенг ва параллел бўлиши; 2) кесишиш нуқтасида диагоналлари тенг иккига бўлиниши; 3) бу тўртбурчак симметрия марказига эга бўлиши. қ. Необходимое условие, Критерий, Теорема.

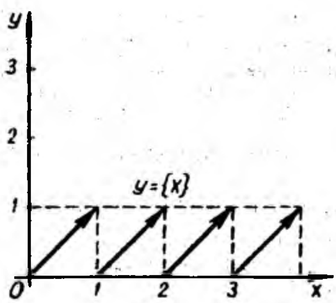
Адаб.: В. В. Репьев, Общая методика преподавания математики, Учпедгиз, М., 1958; П. С. Моденов, Сборник задач по специальному курсу элементарной математики, гл. XIV, «Советская наука», М., 1957; Н. С. Градштейн, Прямая и обратная теорема, Физматгиз, М., 1960; Д. Пойа, Математика и правдоподобные рассуждения, ИЛ, М., 1957.

ДРОБНАЯ ЧАСТЬ действительного числа x — ҳақиқий x соннинг **КАСР ҚИСМИ** — $(x - [x])$ айирма, бунда $[x]$ орқали x нинг бутун қисми (қ. Целая часть) белгиланган. x соннинг К. қ. $\{x\}$ символ билан белгиланади. Шундай қилиб, соннинг К. қ. билан унинг бутун қисми $x = [x] + \{x\}$ муносабат орқали боғланган. Мисол:

$$\{3,87\} = 0{,}87; \quad \left\{-5\frac{1}{4}\right\} = \frac{3}{4};$$

$$\{\pi\} = \{3{,}14\ldots\} = 0{,}14\ldots$$

$y = \{x\}$ функциянинг графиги 87-расмда тасвир этилган.



87-расм.

ДРОБЬ — КАСР: 1°. Арифметикада К. — бирнинг тенг қисмларининг бутун сонидан иборат бўлган сон. Умумий ҳолда К. ни $\frac{p}{q}$ кўринишда ёзиш мумкин, бунда бутун p сон К. нинг сурати, q эса унинг махражи дейилади. p сурат бирлик қисмларининг қанча олинганини, q махраж бирликнинг қанча қисмга бўлинганини кўрсатади.

Касрнинг сурати ва махражи унинг ҳадлари деб аталади. Агар p сурат q га бутунлай бўлинмаса, у ҳолда $\frac{p}{q}$ К. каср сон дейилади. Агар p сурат q га қолдиқсиз, аниқ, бутунлай) бўлинса, у ҳолда К. бутун сонга тенг $\left(\frac{12}{4}=3\right)$.

Агар $p>q$ бўлса, К. нотўғри К. дейилади, агар $p<q$ бўлса, К. тўғри К. дейилади. Нотўғри каср бутун сон билан тўғри касрнинг йиғиндиси шаклида, яъни аралаш сон (қ. Смешанное число) шаклида ёзилиши мумкин, масалан, $\frac{7}{3}=2+\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}$ — бу аралаш сон. Иккита К. нинг нисбати мураккаб каср (қ. Сложная дробь) деб аталади. Агар К. нинг махражи 10 нинг даражаси бўлса, К. ўнли К. дейилади ва у махражсиз ёзилиши ҳам мумкин, масалан, $\frac{423}{100}=4{,}23$; $\frac{1}{n}$ ($n\geqslant 2$ n — бутун сон) кўринишдаги К. лар бирлик К. ёки қисмлар дейилади. Арифметик К. оддий каср деб ҳам аталади

2°. **Алгебрада К.** деб $\frac{a}{b}$ шаклдаги ифодага айтилади, бунда a ва b — алгебраик ифодалар.

Қ. Цепная дробь, Непрерывная дробь, Бесконечная дробь, Систематическая дробь.

Адаб.: Энц. элем. мат., т. 1, Гостехиздат, М., 1951; И. В. Арнольд, Теоретическая арифметика, Учпедгиз, М., 1939; И. Я. Депман, История арифметики, Учпедгиз, М., 1959; М. Я. Выгодский, Арифметика и алгебра в древнем мире, Гостехиздат, М., 1941; И. Н. Шевченко, Арифметика, Учпедгиз, М., 1961.

ДРОБНО-ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ — КАСР-ЧИЗИҚЛИ ФУНКЦИЯ —

$$y=\frac{ax+b}{cx+d}$$

кўринишдаги функция, яъни иккита чизиқли функция (қ. Линейная функция) нисбатини (касрини) тасвир этувчи функция. Агар детерминант $\Delta=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=0$ бўлса, К-ч. ф. ўзгармас миқдор бўлади; агар $\Delta\neq 0$ бўлиб, $c=0$ бўлса, у ҳолда К.-ч. ф. бутун чизиқли $y=kx+l$ функциядир. $\Delta\neq 0$ ва $c\neq 0$ бўлганда К.-ч. ф. нинг графиги асимптоталари координата ўқларига параллел бўлган тенг томонли гиперболани тасвирлайди. Агар a, b, c, d — комплекс сонлар, x — комплекс аргумент бўлса, у ҳолда К.-ч.ф. комплекс текисликни ўзини-ўзига конформ ва ўзаро бир қийматли акслантиради (қ. Взаимно однозначное соответствие). Комплекс текисликдаги тўғри чизиқлар ва айланалар К. ч. ф. ёрдами билан акслантирилганда яна тўғри чизиқларга ва айланаларга ўтади.

К. ч. ф. каср-рационал функциянинг хусусий ҳолидир.

Адаб.: И. И. Привалов, Введение в теорию функций комплексного переменного, Гостехиздат, М., 1948; А. И. Маркушевич, Теория аналитических функций, Гостехиздат, М., 1950.

ДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА — ИНОҚ СОНЛАР — тотув (қ. Содружественные числа) сонларнинг анча кам тарқалган номи.

ДУГА — ЁЙ — эгри чизиқнинг исталган икки нуқтаси орасидаги қисми. Қ. Простая дуга.

Е

ЕВКЛИДА АЛГОРИТМ — ЕВКЛИД АЛГОРИТМИ — бутун сонлар ва бир ўзгарувчили икки кўпҳаднинг энг катта умумий бўлувчисини топиш усули. Дастлаб Евклиднинг «Асослар» китобида икки кесманинг умумий ўлчовини топиш усули сифатида геометрик шаклда баён қилинган эди (қ. «Начала» Евклида). Бутун сонлар ҳалқасида ҳам, бир ўзгарувчили кўпҳадлар ҳалқасида ҳам энг катта умумий бўлувчини топишнинг Е. а. Евклид ҳалқаларидаги (қ. Кольцо) бирор умумий алгоритмнинг хусусий ҳолидир.

Бутун сонлар учун Е. а. қуйидагидан иборат: a ва b—бутун сон ва $a \geqslant b$ бўлсин деб фараз қилайлик. Унда a ни b га қолдиқ билан бўламиз: тўлиқмас q_1 бўлинма ва r_1 қолдиқ ҳосил бўлади, бунда $0 \leqslant r_1 < b$. Бундан кейин b ни r_1 га қолдиқ билан бўламиз: тўлиқмас бўлинма q_2 ва r_2 қолдиқ ҳосил бўлади $(0 \leqslant r_2 < r_1)$. Сўнгра r_1 ни r_2 га қолдиқ билан бўламиз ва ҳ. к. Шунда қуйидаги тенгликлар занжирини ҳосил қиламиз:

$$
\begin{array}{ll}
a = bq_1 + r_1 & (0 \leqslant r_1 < b), \\
b = r_1 q_2 + r_2 & (0 \leqslant r_2 < r_1), \\
r_1 = r_2 q_3 + r_3 & (0 \leqslant r_3 < r_2), \\
\dots\dots\dots\dots\dots, & \\
r_{n-2} = r_{n-1} q_n + r_n & (0 \leqslant r_n < r_{n-1}), \\
r_{n-1} = r_n q_{n+1} + r_{n+1} & (r_{n+1} = 0).
\end{array}
$$

Бунда бир қанча қадамдан кейин нолга тенг бўлган $(r_{n+1} = 0)$ навбатдаги қолдиқ ҳосил бўлади, чунки қолдиқлар кетма-кетлиги манфий бўлмаган бутун сонларнинг камаювчи кетма-кетлиги, яъни

$$b > r_1 > r_2 > r_3 > \dots > r_n > r_{n+1}$$

бўлгани учун ва, демак, чекли сондаги қадамлардан сўнг ноль билан тугалланиши керак. Бу ҳолда a ва b сонларининг энг катта умумий бўлувчиси кетма-кет бўлишнинг (*) схемасидаги нолдан фарқли энг кейинги r_n қолдиққа тенг бўлади.

Мисол. 1981 ва 378 сонларининг энг катта умумий бўлувчисини топинг. Кетма-кет бўламиз:

$$
\begin{aligned}
1981 &= 378 \cdot 5 + 91, \\
378 &= 91 \cdot 4 + 14, \\
91 &= 14 \cdot 6 + 7, \\
14 &= 7 \cdot 2 + 0
\end{aligned}
$$

Нолдан фарқли энг кейинги қолдиқ 7; шунинг ўзи 1981 ва 378 сонларининг энг катта умумий бўлувчисидир.

Иккита $f(x)$ ва $g(x)$ кўпҳаднинг энг катта умумий бўлувчисини топишда ҳам Е. а. $f(x)$ ни $g(x)$ га, ундан кейин $g(x)$ ни биринчи $r_1(x)$ қолдиққа, бундан сўнг $r_1(x)$ ни иккинчи $r_2(x)$ қолдиққа ва ҳ. к. кетма-кет бўлишдан иборат:

$$\begin{aligned}
f(x) &= g(x)\,q_1(x) + r_1(x),\\
g(x) &= r_1(x)\,q_2(x) + r_2(x),\\
r_1(x) &= r_2(x)\,q_3(x) + r_3(x),\\
&\dots\dots\dots\dots\\
r_{n-2}(x) &= r_{n-1}(x)\,q_n(x) + r_n(x)\\
r_{n-1}(x) &= r_n(x)q_{n+1}(x) + 0.
\end{aligned}$$

Қолдиқларнинг даражалари натурал сонлар бўлиши билан бирга камайиб борғани учун бир қанча қадамдан кейин нолга тенг бўлган қолдиққа етиб келамиз. Нолдан фарқли бўлган энг кейинги $r_n(x)$ қолдиқ $f(x)$ ва $g(x)$ кўпҳадларнинг энг катта умумий бўлувчиси бўлади.

Кесмаларга оид Е. а. ҳам шунга ўхшаш таърифланади (қ. Отрезки соизмеримые, Отрезки несоизмеримые).

ЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ — ЕВКЛИД ГЕОМЕТРИЯСИ — абсолют геометрия (қ.) аксиомалари ва параллел тўғри чизиқлар ҳақидаги Евклид аксиомасига асосланувчи геометрия (a тўғри чизиққа тегишли бўлмаган A нуқта орқали A нуқта ва a тўғри чизиқ билан аниқланадиган текисликда a ни кесиб ўтмайдиган фақат битта тўғри чизиқ ўтказиш мумкин).

Кўпинча Е. г. элементар геометрия (қ.) деб аталади. Ўрта мактабда ўқиладиган геометрия ҳам кўпинча Е. г. деб аталади. Е. г. деган ном унинг биринчи изчил равишдаги тузилишини ўзининг «Асослар» китобида баён қилган қадимги грек геометри Евклид (эрамиздан олдинги III а.) номи билан боғлиқдир (қ. «Начала» Евклида).

Е. г. дан фарқ қиладиган биринчи геометрия Лобачевский геометрияси бўлиб, уни улуғ рус математиги Н. И. Лобачевский яратган. қ. Эрлангенская программа.

Адаб.; Евклид, Начала, Гостехиздат, М., 1950.

ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО — ЕВКЛИД ФАЗОСИ — хоссаси абсолют геометрия (қ.) аксиомалари ва Евклиднинг параллел тўғри чизиқлар ҳақидаги постулати (аксиомаси) билан таъриф қилинадиган фазо.

Анча умумийроқ қилиб айтганда, Е. ф. деб шундай n ўлчовли метрик фазога айтиладики, бунда Декарт координаталарини метрика қуйидагича аниқланадиган қилиб киритиш мумкин: координаталари $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ бўлган M нуқта билан координаталари $(x_1', x_2', \dots, x_n')$ бўлган M' нуқта орасидаги масофа

$$\rho = MM' = \sqrt{(x_1'-x_1)^2 + (x_2'-x_2)^2 + \dots + (x_n'-x_n)^2}$$

формула бўйича ҳисобланади. қ. Пространство, Геометрия.

ЕДИНИЦА ГРУППЫ — ГРУППА БИРЛИГИ — группанинг ҳар қандай a элементи учун $ae = a$ тенгликни қаноатлантирадиган e элементи. Бу ҳолда $ea = a$ бўлади. Г. б. ҳар бир группада мавжуд бўлиб, бир группада иккита турли бирлик элементнинг мавжуд бўлиши мумкин эмас.

ЕДИНИЦА КОЛЬЦА — ҲАЛҚА ВИРЛИГИ — ҳалқанинг ҳар қандай a элементи учун $ae = a$ тенгликни қаноатлантирувчи e элементи. Ҳ. б. ҳар қандай ҳалқада ҳам мавжуд бўлавермайди. Масалан, P майдондаги кўпҳадлар ҳалқасида бирлик мавжуд, аммо жуфт сонлар ҳалқасида бирлик элемент мавжуд эмас. Майдонда бирлик ҳамма вақт мавжуд.

ЕДИНИЦА МНИМАЯ — МАВҲУМ БИРЛИК — (0; 1) кўринишидаги комплекс сон (қ. Комплексные числа). М. б. i ишора билан белгиланади ва (-1) нинг квадрат илдизларининг икки қийматидан биттасини тасвир этади, яъни $\sqrt{-1} = \pm i$.

ЕДИНИЧНАЯ МАТРИЦА — БИРЛИК МАТРИЦА — бош диагоналида бирлар ва қолган жойларнинг ҳаммасида ноллар турган квадрат матрица. Матрицалар ҳалқасида Б. м. ҳалқа бирлиги (қ. Единица кольца) бўлади.

ЕДИНИЧНЫЙ ВЕКТОР — БИРЛИК ВЕКТОР — узунлиги бир бирликка тенг бўлган вектор. Б. в. орт (қ.) деб ҳам аталади. қ. Вектор.

***e*-ЧИСЛО — *e* СОНИ**—математик анализнинг энг муҳим ўзгармасларидан бири. $e=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. Бу лимит ва $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ кўпинча ажойиб лимитлар дейилади (қ. Замечательные пределы)·e сони трансцендент сон бўлиб, тақрибан 2,718281828459045235З . . . га тенг.

Математика ва унинг татбиқларида e асос бўйича олинган, **натурал логарифм** (қ.) деб аталадиган логарифмларни қараш қулайдир. Натурал логарифмларнинг бошқа логарифмлардан афзал эканини кўрсатадиган хоссаларидан бу формулани кўрсатиб ўтамиз:

$$\frac{d\ln x}{dx}=\frac{1}{x},$$

лекин

$$\frac{d\log_a x}{dx}=\frac{1}{x\ln a},$$

бу эса анча мураккабдир.

Ж

ЖЕНЕРАТРИСА — ЖЕНЕРАТРИСА — генератриса (қ.) терминининг эскирган номи.

ЖЕРГОНА ТОЧКА — ЖЕРГОН НУҚТАСИ — учбурчак учлари билан бу учларга қарама-қарши ётган томонларнинг ички чизилган айланага уриниш нуқталарини туташтирувчи тўғри чизиқларнинг кесишиш нуқтаси. Бу нуқта уни текширган француз математиги Жергон номи билан аталган.

ЖОРДАНА КРИВАЯ — ЖОРДАН ЭГРИ ЧИЗИҒИ — текисликда $x = f(t)$, $y = g(t)$ тенгламалар билан бериладиган нуқталарнинг геометрик ўрни, бунда $f(t)$ ва $g(t)$ функциялар — узлуксиз функциялар. Ж.э.ч. одатда тасвир этиладиган эгри чизиққа мутлақо ўхшамайдиган шаклда бўлиши мумкин. Масалан, Пеано квадратнинг ҳар бир нуқтаси орқали ўтувчи Ж.э.ч. ни ясаган (қ. Пеано кривая). Ж.э.ч. нинг анча қисқа таърифи — кесманинг узлуксиз образи. Эгри чизиқни Жордан таърифи бўйича ифодалаш эгри чизиқни таърифлашнинг мумкин бўлган усулларидан биридир.

ЖОРДАНОВА НОРМАЛЬНАЯ ФОРМА—ЖОРДАННИНГ НОРМАЛ ФОРМАСИ (қ. Нормальная жорданова форма).

З

ЗАВИСИМАЯ ПЕРЕМЕННАЯ величина — **ЭРКСИЗ ЎЗГАРУВЧИ** миқдор— «функция» (қ.) терминининг синоними.

ЗАДАЧА АПОЛЛОНИЯ — АПОЛЛОНИЙ МАСАЛАСИ — текисликда ясашга доир геометрик масалалардан бири бўлиб, қуйидагидан иборат: берилган учта айланага уринувчи айлана ясалсин. Бу масала одатда инверсия методи билан ечилади. Бу масала фақат ўз-ўзича муҳим бўлиб қолмай, балки айрим айланалар нуқталарга (ноль радиусли айланага) ёки тўғри чизиққа (чексиз катта радиусли айланага) айланадиган хусусий пировард ҳоллар учун ҳам аҳамиятга эга. Масалан, берилган иккита (кесишувчи ёки параллел) тўғри чизиққа уринувчи ва берилган нуқтадан ўтувчи айлана ясаш масаласи Аполлоний масаласининг хусусий ҳолидир. Бу масала уни биринчи бўлиб текширган грек математиги Аполлоний Перглик (эрамиздан олдинги III а.) номи билан аталган.

ЗАДАЧА ПОТЕНОТА (Потенота—Снеллиуса задача)—**ПОТЕНОТ МАСАЛАСИ** (Потенот — Снеллиус масаласи) — текисликнинг (жойнинг) x нуқтасидан берилган AB кесма α бурчак остида, бошқа бир берилган BC кесма эса β бурчак остида кўринадиган ўша x нуқтани топишдан иборат бўлган масала.

Бу масала унинг геометрик ечимларидан бирини кўрсатиб берган француз олими Л Потенот номи билан аталган. П. м ни XVII а. бошларидаёк голланд олими В. Снеллиус ечиб кўрсатган эди. П.м. нинг алоҳида ечимлари XVI а. да ҳам кўрсатилган. Бу масаланинг 100 дан ортиқ ечими маълум.

Адаб.: А. С. Чеботарев, Геодезия, ч. I, Геодезиздат, М., 1962; Г. П. Сенников, Решение задач на построение в VI—VIII классе, Учпедгиз, М., 1955, стр. 143; М. А. Знаменский, Измерительные работы на местности, Учпедгиз, М., 1960, стр. 135.

ЗАКОН АССОЦИАТИВНОСТИ — АССОЦИАТИВЛИК (группалаш) **ҚОНУНИ** — бинар операцияси бўйсунадиган қонун. Агар бинар амални кўпайтириш деб тушунилса, у ҳолда А. қ. $a(bc) = (ab)c$ кўринишда бўлади. А.қ. кўпинча группалаш қонуни деб аталади. Бу ном латинча associatio бирлаштириш деган сўздан келиб чиққан. А. қ. га бўйсунувчи амалларга сонларни қўшиш ва кўпайтириш амаллари, матрицаларни (қ.) қўшиш ва кўпайтириш, ўрнига қўйишларни (қ. Подстановка) кўпайтириш амалларини мисол қилиб кўрсатиш мумкин. Вектор кўпайтма (қ. Векторное произведение) А.қ. га бўйсунмайди. Сонларни айириш ва бўлиш амаллари ҳам А.қ. га бўйсунмайди, чунки, умуман айтганда, $(a:b):c \neq a:(b:c)$. А.қ. группа аксиомаларидан бири ҳисобланади.

ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ — КАТТА СОНЛАР ҚОНУНИ (қ. Больших чисел закон).

ЗАКОН ДИСТРИБУТИВНОСТИ — ДИСТРИБУТИВЛИК ҚОНУНИ — айни бир тўпламда аниқланган иккита бинар операциясини бир-бирига боғлайдиган қонун. Агар бир операцияни кўпайтириш, иккинчисини қўшиш деб қаралса, у ҳолда Д.қ. бундай кўринишда бўлади:

$$a(b + c) = ab + ac.$$

Д. қ. га кўпайтириш ва қўшиш операциялари симметрик бўлмаган ҳолда кирганлиги учун, кўпинча Д.қ. кўпайтиришнинг қўшишга нисбатан Д.қ. деб аталади. Бундан кейин кўпайтириш операцияси коммутатив бўлмай қолиши мумкин бўлгани учун чап Д.қ. деб аталадиган юқорида келтирилган Д.қ. билан бир қаторда ўнг Д.қ. ҳам қаралади:

$$(b+c)a = ba + ca.$$

Кўпинча Д.қ. тақсимот қонуни деб аталади. Дистрибутив деган ном латинча distributus — тақсимот сўзидан келиб чиқади. Тўпламларни (қ. Объединение множеств) бирлаштириш ва тўпламларнинг кесишмаси (қ. Пересечение множеств) ўзаро дистрибутивдир, яъни қуйидаги Д.қ. ўринли:

$$A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C);\ (B\cup C)\cap A = (B\cap A)\cup(C\cap A);$$
$$A\cup(B\cap C) = (A\cup B)\cap(A\cup C);\ (B\cap C)\cup A = (B\cup A)\cap(C\cup A).$$

Сонларни кўпайтириш қўшишга нисбатан дистрибутив. лекин сонларни қўшиш сонларни кўпайтиришга нисбатан дистрибутив эмас, яъни умуман айтганда,

$$ab + c \neq (a+c)(b+c).$$

ЗАКОН КВАДРАТИЧНОЙ ВЗАИМНОСТИ — КВАДРАТИК ЎЗАРОЛИК ҚОНУНИ — квадратик чегирмалар (қ. Квадратический вычет) назариясининг К. Ф. Гаусс топган энг муҳим хоссаларидан бири. Агар p ва q — турли тоқ туб сонлар бўлса, Қ.ў.қ. қуйидагини тасдиқлайди:

$$\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2}\cdot\frac{q-1}{2}}\left(\frac{p}{q}\right),$$

бунда $\left(\frac{q}{p}\right)$ ва $\left(\frac{p}{q}\right)$ — Лежандр символлари (қ.).

ЗАКОН КОММУТАТИВНОСТИ — КОММУТАТИВЛИК ҚОНУНИ — бинар операцияси бўйсуниши мумкин бўлган қонун. Агар бинар операциясини кўпайтириш деб тушунилса, у ҳолда К. қ. бундай кўринишда бўлади: $ab = ba$.

Қ.қ. кўпинча ўрин алмаштириш қонуни деб аталади. Қ.қ. га бўйсунувчи операцияларга мисол қилиб сонларни қўшиш ва кўпайтириш, тўпламларнинг кесишмаси (қ. Пересечение множеств) ҳамда тўпламлар бирлашмасини (қ. Объединение множеств) кўрсатиш мумкин. Сонларни айириш ва бўлиш (чунки, умуман айтганда, $a:b \neq b:a$ ва $a-b \neq b-a$), ўрнига қўйишларни (қ. Умножение подстановок) кўпайтириш, матрицаларни (қ.) кўпайтириш, вектор кўпайтма К.қ. га бўйсунмайди. Лат. commutare — силжитиш.

ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ — АЖОЙИБ ЛИМИТЛАР — математик анализ курсида қуйидаги иккита ажойиб лимит келтириб чиқарилади:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1 \text{ ва } \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e = 2{,}718\,281\,828\,459\ldots$$

Бу лимитларнинг ажойиблиги шундаки, бошқа йўл билан келтириб чиқарилиши анча мураккаб бўлган чексиз кўп бошқа лимитларнинг сон қийматларини булардан фойдаланиб жуда содда ва осон топиш мумкин.

Мисол учун ax, $\sin ax$, $\operatorname{tg} ax$, $\arcsin ax$, $\operatorname{arc\,tg} ax$ чексиз кичик миқдорларнинг бир-бирига эквивалент эканлиги, яъни $x\to 0$ да бу функциялардан исталган иккитасининг бир-бирига нисбатининг лимити бирга тенг бўлиши биринчи А.л. дан бирданига келиб чиқади.

Иккинчи А.л. дан мисол учун, қуйидаги лимитлар бевосита келиб чиқади:

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e,\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{1+x}\right)^x = e^{-1},$$

$$\lim_{x\to 0}(1+ax)^{\frac{1}{bx}} = e^{\frac{a}{b}} \text{ ва ҳ. к.}$$

Шуни айтиб ўтиш керакки, биринчи А. л. да x ўзгарувчи градус ўлчовида эмас, балки бурчакнинг радиан ўлчовида олинади. қ. Предел функции, Предел последовательности чисел, е- число.

ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ в треугольнике — учбурчакдаги **АЖОЙИБ НУҚТАЛАР.** Ҳар қандай учбурчакда қуйидаги тўртта А.н. мавжуд:

Учбурчакнинг томонлари ўртасидан бу томонларга ўтказилган учта перпендикуляр бир нуқтада кесишади. Бу А.н. ташқи чизилган доиранинг марказидир.

Учбурчак ички бурчакларининг учта биссектрисаси бир нуқтада кесишади. Бу А. н. ички чизилган айлананинг марказидир.

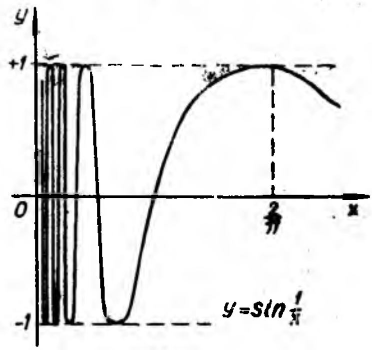
Учбурчакнинг учта баландлиги бир нуқтада кесишади. Бу А. н. учбурчакнинг ортомаркази дейилади.

Учбурчакнинг учта медианаси бир нуқтада кесишади. Бу А.н. (икки ўлчовли, яхлит) учбурчакнинг оғирлик марказидир. (қ. Треугольник).

Медианаларнинг кесишган нуқтаси ва биссектрисаларнинг кесишган нуқтаси ҳамма вақт учбурчакнинг ичида ётади, қолган икки А.н. эса учбурчакнинг ичида ҳам, ундан ташқарида ҳам, учбурчак томонлари устида ҳам ётиши мумкин.

Учбурчак медианаларининг кесишган нуқтаси (оғирлик маркази) ҳар бир медианани (медиана кесмаларини учбурчак учидан медиана асосигача ҳисоблаганда) 2 : 1 нисбатда бўлади.

Юқорида кўрсатиб ўтилган тўртта А.н. дан ташқари, учбурчакка алоқадор бўлган анча кўп ажойиб нуқталар ҳам маълум, лекин улар амалда анча кам ишлатилади. Учбурчакдаги бу анча «махсус» А. н. одатда бу нуқталарни биринчи бўлиб топган математикларнинг номлари билан аталади, масалан, Торричелли нуқтаси (қ.), Нагель нуқтаси (қ.), Жергон нуқтаси (қ.), Лемуан нуқтаси (қ.) ва ҳ. к.



88- расм.

ЗАМКНУТАЯ СФЕРА — ЁПИҚ СФЕРА — барча чегара нуқталари ўзига қўшиб олинган очиқ сфера (қ. Открытая сфера, Граничная точка). Ё.с. n ўлчовли метрик фазонинг $\rho(M_0, M) \leqslant \delta$ шартни қаноатлантирувчи M нуқталари тўплами, бунда $\delta > 0$, M_0 — тайинли нуқта, $\rho(M_0, M)$—тегишли фазодаги M ва M_0 нуқталар орасидаги масофа (қ. Расстояние).

ЗАМКНУТОЕ МНОЖЕСТВО — ЁПИҚ ТЎПЛАМ — ўзининг барча лимит нуқталарини (қ. Предельная точка) ўз ичига олган тўплам.

Ё. т. мисоллари: 1) $[a, b]$ кесма; 2) сонлар ўқи, n ўлчовли метрик фазодаги саноқли нуқталардан иборат тўплам; 3) текислик ёки фазодаги тўғри чизиқ ёки кесма нуқталарининг тўплами; 4) $y = \sin\frac{1}{x}$ $(0 < x \leqslant 1)$ эгри чизиқ нуқталаридан ва Oy ўқда ётган $-1 \leqslant y \leqslant 1$, $x = 0$ кесма нуқталаридан иборат бўлган текисликдаги тўплам (88- расм).

ЗАМКНУТЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД в n-мерном пространстве — n ўлчовли фазодаги **ЁПИҚ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД.** Уни соддагина қилиб n ўлчовли фазодаги параллелепипед (қ.) деб айтса бўлади.

ЗАОСТРЕНИЯ ТОЧКА — ЎТКИРЛАНИШ НУҚТАСИ — қайтиш нуқтасининг худди ўзи (қ. Возврата точка).

ЗВЕНО НЕПРЕРЫВНОЙ ДРОБИ $\left[a_0; \frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_{\nu=1}^{\infty} - \left[a_0; \frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_{\nu=1}^{\infty}$ **УЗЛУКСИЗ КАСРНИНГ ЗВЕНОСИ** — узлуксиз каср ёйилмасидаги $\frac{a_k}{b_k}$ каср. Бу $\frac{a_k}{b_k}$ каср (k— нату-

(...сон) узлуксиз касрнинг k-тартибли звеноси дейилади. Узлуксиз касрни бундай ёзиш мумкин:

$$a_0+\cfrac{a_1}{b_1+\cfrac{a_2}{b_2+\cdots+\cfrac{a_n}{b_n+\cdots}}}$$

ёки қисқача $\left[a_0;\ \dfrac{a_\nu}{b_\nu}\right]_{\nu=1}^{\infty}$.

Қ. Непрерывная (цепная) дробь.

ЗЕРКАЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЕ — КЎЗГУЛИ АКСЛАНИШ. Текисликдаги тўғри чизиққа (фазодаги текисликка) нисбатан кўзгули аксланиш — текисликдаги шу тўғри чизиққа (ёки фазодаги текисликка) нисбатан симметриянинг (қ.) худди ўзи.

ЗНАКИ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ — МАТЕМАТИК ИШОРАЛАР — математик тушунчалар, жумла ва ҳисобларни ёзиш учун ишлатиладиган шартли белгилар (символлар). Жумладан, айлана узунлигининг диаметрига нисбати π символи билан ёзилади. Ҳадлари сони чекли ёки чексиз қўшилувчилар йиғиндиси $\sum\limits_{n=1}^{k} a_n$ ёки $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ шаклида белгиланади.

М. и. ҳақида улуғ рус математиги Н. И. Лобачевский бундай деб ёзган эди: «Нутқ бойлиги бизни бошқаларнинг фикр-заковати билан бойитгани каби, математик ишоралар тили янада етук, янада аниқ ва равшан воситадирки, у бир кишининг ўзи ўрганиб олган тушунчалари, ўзи топган ҳақиқат ва барча нарсалар орасидаги ўзи очган боғланишларни бошқа кишиларга англатишга яроқлидир» (Н. И. Лобачевский, Наставления учителям математики в гимназиях).

Кўпгина математик назариялар (масалан, тензорлар ҳисоби) XIX асрда қулай тузилган символика туфайли самарали ривожлантирилди. М.и. ҳозирги замондаги қатъий кўринишга келгунча ўз тараққиётининг узундан-узоқ ва мураккаб тарихини бошидан кечирди.

М.и. асосан уч группага бўлинади:

1) Математик объектларнинг ишоралари, 2) амалларнинг ишоралари, 3) муносабатларнинг ишоралари.

Мисоллар: 1) одатда нуқта, тўғри чизиқ, текисликлар мос равишда A, B, C, . . ., a, b, c, . . .; α, β, γ, . . . ҳарфлари билан белгиланади.

2) Амалларнинг М.и.: $+$ ва $-$ ишорасини (қўшиш ва айириш) XV а. охирларида немис математиклари жорий қилди; кўпайтириш ва бўлиш амалини ифодаловчи $\cdot$ ва : ишораларини Г. Лейбниц киритган (1698); даражани ифодаловчи a^2, a^3, . . . М.и. ларни Декарт (1637); $\sqrt{\ }$, $\sqrt[3]{\ }$, . . . илдизларни Х. Рудольф (1525) ва А. Жирар (1629); Log логарифмни И. Кеплер (1624), log ни Б. Кавальери (1632); тригонометрик функцияларнинг sin, cos, tg дан иборат М.и. ни Эйлер (1753); факториални билдирувчи ! белгини Х. Крамп (1808); dx, ddx, . . ., $\int ydx$ (дифференциал ва интеграллар) белгиларни Г. Лейбниц (1675, матбуотда—

1684 й), модулни билдирувчи $|x|$ белгини К. Вейерштрасс (1841) жорий қилган ва ҳ. к.

3) Муносабатларнинг М.и.:=(тенглик) — Ф. Рекорд (1557); $>$, $<$ (катта ва кичик) — Т. Гарриот (1631), $\|$ (параллеллик) — У. Оутред (1677); $\perp$ (перпендикулярлик) — П. Эригон томонидан жорий этилган.

ЗНАКОПЕРЕМЕННЫЙ РЯД — ИШОРАСИ ЎЗГАРУВЧИ қатор—ҳадларининг ишораси ҳам мусбат, ҳам манфий бўлган қатор. И.ў.қ. ишораси ўзгармас бўлган қаторга, яъни барча ҳадларининг ишораси бир хил бўлган қаторга қарама-қарши қўйилади. И.ў.қ. нинг хусусий ҳоли ишораси алмашинувчи қатордир (қ. Знакочередующийся ряд).

ЗНАКОЧЕРЕДУЮЩИЙСЯ РЯД—ИШОРАСИ АЛМАШИНУВЧИ ҚАТОР—ҳадлари галмагалдан (навбат билан) мусбат ва манфий бўладиган ишора ўзгартирувчи қатор (қ. Знакопеременный ряд), яъни

$$u_1 - u_2 + u_3 - \ldots + (-1)^{n-1} u_n + \ldots$$

кўринишдаги қатор, бунда u_i лар мусбат сонлар.

Агар $u_n \to 0$ ва ҳадларининг абсолют қиймати монотон камаюви бўлса, яъни $|u_{n+1}| < |u_n|$ бўлса, И.а.қ. яқинлашувчи қатордир (Лейбниц аломати). Масалан; $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$ И.а.қ. $\ln 2$ га яқинлашади; $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$ И.а.қ. $\frac{\pi}{4}$ га яқинлашади

Яқинлашувчи И.а.қ. нинг $r_n = (-1)^n u_{n+1} + \ldots$ қолдиғи ўзининг биринчи u_{n+1} ҳадидан (ташлаб юборилган ҳадларнинг биринчисидан) кичик ва ишораси шу ҳаднинг ишораси билан бир хил бўлади. И.а.қ. йиғиндисини тақрибий ҳисоблашда бу хоссадан фойдаланилади.

Масалан, биринчи мисолда дастлабки учта ҳад йиғиндиси $\left(S_3 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}\right)$ бу қатор йиғиндисидан ($S = \ln 2$) ташлаб юборилган ҳадларнинг биринчисидан, яъни $\frac{1}{4}$ дан кичик миқдорга фарқ қилади. Демак, $\frac{5}{6}$ — бу қаторнинг ортиғи билан олинган тақрибий қиймати ($r_n < 0$).

ЗНАМЕНАТЕЛЬ арифметической (обыкновенной) дроби $\frac{p}{q}$ —арифметик (оддий) $\frac{p}{q}$ касрнинг **МАХРАЖИ** — бирнинг қанча тенг қисмга бўлинганини кўрсатувчи q сон (қ. Дробь). Алгебраик $\frac{P}{Q}$ касрнинг махражи Q дир, бунда P ва Q — алгебраик ифодалар (қ. Алгебраическое выражение).

ЗНАЧАЩИЕ ЦИФРЫ — ҚИЙМАТЛИ РАҚАМЛАР. Ўнли каср кўринишида ёзилган тақрибий соннинг Қ.р. чап томонда нолдан фарқли биринчи рақамдан кейинги ноллардан ташқари барча тўғри рақамлари.

Масалан, ўлчаш ёки ҳисоблаш натижасида биз 0,001 гача аниқлик билан 3,240, 0,0372 тақрибий сонларни ҳосил қилган бўлсак, у ҳолда биринчи соннинг Қ.р. 3,2,4 ва 0 бўлиб, иккинчи соннинг Қ.р. эса 3 ва 7 бўлади. Ёки бошқа мисол: 137, 13,7; 1,37; 0,137; 0,0137 сонларнинг Қ.р. бир хил: 1,3 ва 7.

Тақрибий соннинг Қ.р. сони бу соннинг қийматлилиги деб аталади. Қ. р. тушунчаси логарифмик чизғич билан ҳисоблашда ва электрон-ҳисоб машиналаридаги ҳисоблашда (сурилувчи вергулли сонлар устида бажариладиган амалларда) қўлланилади.

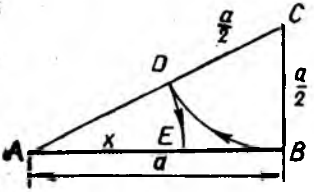
ЗНАЧНОСТЬ ЧИСЛА — СОННИНГ ҚИЙМАТЛИЛИГИ — бирор соннинг қийматли рақамлари (қ. Значащие цифры) сони.

ЗОЛОТОЕ ДЕЛЕНИЕ — ОЛТИН БЎЛИШ—кесмани шундай икки қисмга бўлишки, улардан каттаси кичик қисми билан бутун кесма орасида ўрта пропорционал кесма бўлади, яъни О.б. да

$$a : x = x : (a - x) \qquad (*)$$

муносабат ўринли бўлади, бунда a — бутун кесма, x — икки қисмдан каттаси (89- расм).

$x^2 + ax - a^2 = 0$ (1) тенгламани ечиб, $x = \frac{a}{2}(\sqrt{5}-1) \approx 0,62\,a$ ни ($0,01a$ гача аниқликда) ҳосил қиламиз. Узунлиги (1) тенгламани қаноатлантирувчи x кесма бундай ясалади; $AB = a$ кесманинг B учидан $BC = \frac{a}{2}$ перпендикуляр чиқарилади. Бундан кейин AC кесма ясалиб, унда $CD = CB = \frac{a}{2}$ кесма олинади. Бу ҳолда $AE = AD$ кесма изланаётган x кесма бўлади, яъни (*) тенглама қаноатлантирилади. О. б. қадим замонда ҳам маълум эди: Евклид «Асослари» нинг II китобида (*) тенглама ечимига тенг кучли бўлган ечим бор. «Асослар» нинг IV ва XIV китобларида Евклид мунтазам бешбурчак ва ўнбурчак ясаш учун О.б. ни татбиқ қилади. Стереометрияда Евклид О.б.ни мунтазам ўн иккиёқ ва йигирмаёқ ясаш учун татбиқ этади.



89- расм.

О.б. бошқа пропорциялар билан бирга архитектура ва санъатда кўп қўлланилади. Баъзи авторлар бу пропорцияни «илоҳий» пропорция деб атаганлар. О.б. баъзан олтин кесим, гармоник бўлиш, четки ва ўрта нисбатда бўлиш деб ҳам аталади.

Адаб.: Г. В. Тимердинг, Золотое сечение, Петроград, Научные кн. изд - ва, 1924; Е. И. Игнатьев, В царстве смекалки, ч. 2, ГИЗ, Петроград, 1924—1925.

ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ — ОЛТИН КЕСИМ — «Олтин бўлиш» терминининг синоними (қ. Золотое деление).

ЗОНА — ЗОНА — шар камарининг худди ўзи (қ. Шаровой пояс).

И

ИДЕАЛ кольца R — R ҳалқа **ИДЕАЛИ** (қ. Кольцо) — шундай P қисм-ҳалқадирки, $x \in R$ ва $y \in P$ ихтиёрий бўлганда xy кўпайтма P га қарашли бўлади. Масалан, бутун сонлар ҳалқасида жуфт сонлар қисм-ҳалқаси идеалдир; $[0,1]$ кесмада узлуксиз бўлган функциялар ҳалқасида $f(0) = 0$ шартни қаноатлантирадиган f функциялар қисм-ҳалқаси идеалдир.

Адаб.: Б. Л. Ван дер Варден, Современная алгебра, ч. 1,2. Гостехиздат, М., 1947.

ИДЕМПОТЕНТНОСТИ ЗАКОН—ИДЕМПОТЕНТЛИК ҚОНУИН—бинар амалини қаноатлантирадиган конун. Агар бинар амалини кўпайтма деб тасаввур қилинса, у ҳолда И.қ. $aa = a$ кўринишда бўлади.

Тўпламлар кесишмаси (қ. Пересечение множеств) ва тўпламлар бирлашмаси (қ. Объединение множеств), шунингдек, конъюнкция (қ.) ва дизъюнкция (қ.) амаллари И.қ. ни қаноатлантирадиган амалларга мисол бўла олади. Сонларни қўшиш ва кўпайтириш амали И.қ. ни қаноатлантирмайди.

ИЗВЛЕЧЕНИЕ КОРНЯ — ИЛДИЗ ЧИҚАРИШ — даражага кўтаришга (қ. Возведение в степень) тескари бўлган алгебраик амал. И. ч. — берилган даража ва унинг берилган кўрсаткичига қараб даража асосини излашдан иборат. a сонидан n-даражали илдиз чиқариш n-даражаси a га тенг бўлган x сонини топиш демакдир. a сонидан чиқарилган n-даражали илдиз $\sqrt[n]{a} = x$ кўринишда ёзилади: бунда a— илдиз остидаги сон (ифода), n—илдиз кўрсаткичи, x сони (ифодаси) эса a сонининг n-даражали илдизи (радикали) дейилади.

Агар $n = 2$ бўлса, 2-даражали $\sqrt{a}$ илдиз квадрат илдиз деб, $n = 3$ бўлганда 3-даражали $\sqrt[3]{a}$ илдиз куб илдиз деб аталади.

Агар a сонидан чиқариладиган n-даражали илдиз комплекс сонлар майдонида қараладиган бўлса, бу илдиз роса n та қийматга эга бўлади.

Агар $a > 0$ бўлса, a сонидан чиқарилган n-даражали илдиз деганда кўпинча илдизнинг мусбат қиймати, яъни арифметик илдиз (қ. Арифметический корень) тушунилади.

Бошқа бирор натурал соннинг n-даражаси бўла олмаган $N > 1$ натурал сонидан чиқарилган n-даражали илдиз (n — натурал сон, $n > 1$) ҳар доим иррационал сон (қ. Иррациональные числа) бўлади.

Арифметик илдизларни топишда кўпинча унинг рационал яқинлашмаларидан, жумладан илдиз жадвали, ҳисоб (логарифмик) чизғичи, тақрибий формулалар, биномиал қаторлар ва бошқалардан фойдаланилади.

Лат. radix — илдиз.

ИЗГИБАНИЕ — ЭГИЛИШ — сиртнинг шундай алмаштирилишики, бунда сиртдаги чизиқлар узунлиги ўзгаришсиз қолади. Э. да сиртда жойлашган фигураларнинг бурчаклари ва юзлари ўзгармайди. Э. га яққол мисол қоғоз варағини цилиндр ёки конус қилиб ўрашдир. Шунинг учун Э. ни сиқилмайдиган ва чўзилмайдиган парданинг букилишидан иборат сирт орқали тасаввур қилиш мумкин.

Коэффициенти $k \neq \pm 1$ бўлган гомотетик алмаштириш Э. бўла олмайди. Эгилишда бош эгриликларнинг кўпайтмасига тенг бўлган k тўлиқ эгрилик сиртнинг ихтиёрий нуқтасида ўзгармайди. Эгиб текисликка келтирилган ҳар қандай сирт ёйилувчан сиртдир (қ. Развертывающаяся поверхность).

қ. Внутренняя геометрия.

ИЗМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ $f(x)$ — $f(x)$ **ФУНКЦИЯНИНГ ЎЗГАРИШИ** — ҳақиқий ўзгарувчили функцияларнинг муҳим характеристикаси. $[a, b]$ кесмада $f(x)$ Ф.Ў. $V_a^b f$ ёки $\int_a^b |df|$ билан белгиланади ва қуйидаги йиғиндиларнинг юқориги чегарасини англатади:

$$\sum_{i=1}^{n} |f(x_i) - f(x_{i-1})|,$$

бунда $[a, b]$ кесмани чекли сондаги мумкин бўлган бўлакларга бўлишда $a=x_0<$ $<x_1<\ldots<x_{n-1}<x_{n=b}$ бўлади. f функция узлуксиз бўлганда $V_a^b f$ нинг геометрик маъноси (каррали қоплашларни ҳисобга олганда) $y=f(x)$ нинг ордината ўқидаги проекцияси узунлиги $V_a^b f$ га тенг эканлигини билдиради. Ўзгариши чексиз бўлган узлуксиз функциялар ҳам бор. Масалан, $y = x \cdot \sin \frac{1}{x}$ функция $[0, 1]$ да ўша хоссага эга. Ўзгаришлари чекли бўлган функциялар синфи кўпгина қизиқарли хоссаларга эга бўлиб, улар кўпинча тригонометрик қаторлар назарияси, геометрия ва функционал анализда ўрганилади.

ИЗМЕРЕНИЕ ОДНОРОДНОЙ ФУНКЦИИ — БИР ЖИНСЛИ ФУНКЦИЯНИНГ ЎЛЧОВИ. $f(\lambda x, \lambda y, \lambda z, \ldots, \lambda t) = \lambda^n f(x, y, z, \ldots, t)$ тенгликни қаноатлантирадиган $f(x, y, z, \ldots, t)$ бир жинсли функциянинг ўлчови n сонидир, бунда λ — ихтиёрий ($\lambda \neq 0$) ҳақиқий сон. Б.ж.ф.ў. шу функциянинг бир жинслилик даражаси деб ҳам аталади. Масалан, бир жинсли $f(x, y) = x^2 - 3xy + y^2$ функциянинг ўлчови 2 га тенг, $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ ники 0 га тенг.

ИЗМЕРЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА — БИРҲАДНИНГ ЎЛЧОВИ. Баъзи ҳарфларга нисбатан ёзилган бирҳаднинг ўлчови ўша бирҳадга кирган барча ҳарфларнинг даража кўрсаткичлари йиғиндисидир; шу билан бирга, ўзига нисбатан ўлчови аниқланаётган ҳарф бирҳадга кирмаса, унинг ўлчови 0 га тенг бўлади.

Мисоллар: $2ax^2y^5$ нинг x ва y га нисбатан ўлчови $7(7 = 2 + 5)$; $3x^2y$ нинг z га нисбатан ўлчови 0 га тенг.

Б.ҳ. ўлчови бирҳаднинг даражаси деб ҳам аталади.

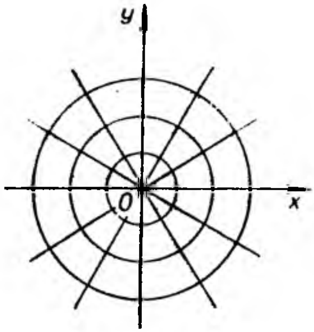
ИЗМЕРЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА — КЎПҲАДНИНГ ЎЛЧОВИ. Кўпҳаднинг ўзида қатнашаётган баъзи ҳарфларга нисбатан ўлчови унинг юқори (катта) ҳадининг ўлчови, яъни энг катта ўлчовга эга бўлган ҳаднинг ўлчовидир. Масалан, $7x^4 +$ $+ 6x^2y^3z$ кўпҳаднинг x, y ва z га нисбатан ўлчови 6 га тенг, лекин x га нисбатан 4 га тенг.

ИЗМЕРИМАЯ ФУНКЦИЯ — ЎЛЧОВЛИ ФУНКЦИЯ шундай $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциядирки, $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant A$ тенгсизликни қаноатлантирадиган ва координаталари $x_1, x_2, \ldots, x_n$ бўлган нуқталар тўплами ихтиёрий A учун ўлчовли тўплам бўлади (қ. Измеримое множество). Математик анализда кўриладиган функциялар ўлчовлидир. Ўлчовсиз функция мисоли бирмунча мураккаб ясашлар ёрдамида берилиши мумкин.

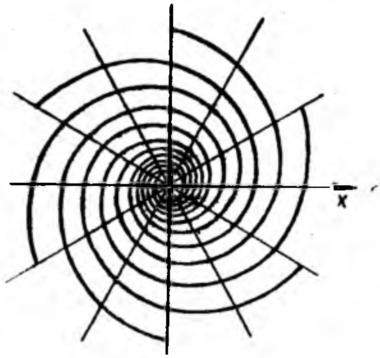
Адаб.: П. С. Александров и А. Н. Колмогоров, Введение в теорию функций действительного переменного, М. — Л., 1938; И. П. Натансон, Теория функций вещественной переменной, Гостехиздат, М., 1957; Н. Н. Лузин, Теория функций действительной переменной, Учпедгиз, М., 1948.

ИЗМЕРИМОЕ МНОЖЕСТВО — ЎЛЧОВЛИ ТЎПЛАМ — Лебег (қ. Мера множества) берган маънода ўлчови мавжуд бўлган тўплам. Ҳар қандай ёпиқ ёки очиқ чегараланган тўплам ўлчовлидир. Лебег берган маънодаги Ў. т. E баъзан $E(L)$ шаклида белгиланади.

ИЗОГОНАЛЬНАЯ ТРАЕКТОРИЯ — ИЗОГОНАЛ ТРАЕКТОРИЯ. Берилган чизиқлар оиласининг И. т. берилган чизиқлар оиласидаги барча чизиқларни бир хил α бурчак остида кесувчи чизиқдир. Агар $\alpha = 90°$ бўлса, И. т. ортогонал траектория дейилади. $y = kx$ тўғри чизиқлар дастасининг ортогонал траекторияси тўғри бурчакли декарт координаталари системасида ихтиёрий $x^2 + y^2 = r^2$ айлана бўлади (90-расм). $y = kx$ тўғри чизиқлар дастасининг И. траекторияси қутб координаталари системасида $\rho = ae^{k\varphi}$ логарифмик спираль бўлади (91-расм). Қ. Локсодромия, Конфокальные кривые.



90- расм.



91- расм.

Грек. ἴσος — тенг, бир хил ва γωνία — бурчак.

ИЗОКЛИНА — ИЗОКЛИН — шундай чизиқки, унинг ҳар бир нуқтасида $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ дифференциал тенгламанинг ўнг қисми ўзгармас бўлади.

ИЗОЛИРОВАННАЯ ТОЧКА МНОЖЕСТВА — ТЎПЛАМНИНГ ЯККАЛАНГАН НУҚТАСИ. Бу шундай нуқтаки, унинг берилган тўпламнинг бошқа нуқталарини ўз ичига олмайдиган атрофи мавжуддир (қ. Окрестность точки). Геометрияда эгри чизиқ ёки сиртнинг Я.н. қаралади. Масалан $(0, 0)$ нуқта $y^2 = x^4 - 4x^2$ эгри чизиқнинг Я.н. дир.

ИЗОМЕТРИЯ — ИЗОМЕТРИЯ: 1°. **И.** — бир сиртнинг (умуман Риман фазоси) иккинчи сиртга (Риманнинг бошқа фазосига) шундай акслантиришидирки, унда барча эгри чизиқларнинг узунликлари ўзгармайди. Масалан, цилиндрнинг текисликка эгилиши (қ. Изгибание) изометриядир.

2°. Бузилиш кўрсаткичи (коэффициенти) учала координата ўқи бўйича тенг бўлганда И. аксонометриянинг (қ.) хусусий ҳоли бўлади.

ИЗОМОРФИЗМ — ИЗОМОРФИЗМ — ҳозирги замон математикасининг муҳим тушунчаси. P ва Q икки тўплам бўлсин, $\{\varphi_i\}$ ва $\{\psi_i\}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ алмаштиришлар системаси $\{\underbrace{P\times \ldots \times P}_{n_i \text{ марта}}\}$ ва $\{\underbrace{Q\times \ldots \times Q}_{n_i \text{ марта}}\}$ тўпламларни мос равишда P ва Q га алмаштирсин ($\times$ орқали бевосита кўпайтириш амали белгиланди). Бу ҳолда изоморфизм P тўпламни Q га шундай ўзаро бир қийматли A акслантиришдирки, бунда ихтиёрий $y \in P$ учун $A\varphi_i(\underbrace{y\times \ldots \times y}_{n_i \text{ марта}}) = \psi_i(\underbrace{Ay \times Ay \times \ldots \times Ay}_{n_i \text{ марта}})$ бўлади. И. жуда кенг тушунчадир. Алгебрада майдон И. (қ. Поле), ҳалқа (қ. Кольцо), алгебра (қ.), группа (қ.) И. қаралади. Масалан, иккита 1 ва 2 элементдан тузилган ўрнига қўйишлар (қ. Группа подстановок) группаси $+1$ ва -1 сонлари бўйича кўпайтиришга нисбатан изоморфдир. Бу ҳолда И. (12) → +1, (21) → −1 аксланиш билан ифодаланади. n ўлчовли чизиқли иккита ихтиёрий фазо ўзаро изоморфдир. P ва Q икки гомеоморф (қ.)топологик фазо, φ ва ψ шундай узлуксиз аксланишлар онласидирки, бунда P ва Q ўзига аксланади. Бу ҳолда P ва Q фазоларининг A гомеоморфизми (қ.) φ ва ψ системаларга нисбатан икки P ва Q тўпламининг изоморфизмидир. Группа, ҳалқа, алгебра изоморфизмининг таърифлари Гомоморфизм терминида берилган.

Иккита изоморф тўплам ўзларининг φ ва ψ терминларида аниқланган хоссалари жиҳатидан фарқ қилмайди. Икки хил изоморф тўплам бирор абстракт математик тушунчанинг турли хил конкрет моделлари бўлади.

Адаб.: А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М. — Л., 1962; Энц. элем. мат., т. 2, Гостехиздат, М., 1951.

ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА — ИЗОПЕРИМЕТРИК МАСАЛА — вариацион ҳисобнинг асосий масалаларидан бири бўлиб, қуйидагидан иборат: узунлиги берилган барча эгри чизиқлар орасидан шундайини топиш керакки, бу эгри чизиққа боғлиқ бўлган бирор миқдор максимал ёки минимал қийматга эга бўлсин.

Масалан, берилган узунликдаги (бир хил периметрли) барча ёпиқ текис эгри чизиқлар орасида айлана энг катта юзни чегаралайди.

Адаб.: Д. А. Крыжановский, Изопериметры, Физматгиз, М., 1959; М. А. Лаврентьев и Л. А. Люстерник, Курс вариационного исчисления, Гостехиздат, М., 1950; И. М. Яглом и В. Г. Болтянский, Выпуклые фигуры, Гостехиздат, М., 1951.

ИЗОТРОПНЫЕ ПРЯМЫЕ — ИЗОТРОП ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛАР — комплекс текисликдаги шундай тўғри чизиқларки, уларнинг тенгламаси тўғри бурчакли декарт координаталари системасида $x \pm iy + c = 0$ кўринишда бўлади, бунда i мавҳум бирлик, (x, y) нуқтанинг координаталари эса комплекс қийматлар олади. Айни бир И.т.ч. даги икки $M_1(x_1, y_1)$ ва $M_2(x_2, y_2)$ нуқта орасидаги

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

«масофа» нолга тенг. Комплекс текисликнинг ҳар бир (x_0, y_0) нуқтаси орқали тенгламалари $(x - x_0) \pm i(y - y_0) = 0$ бўлган иккита И.т.ч. ўтади. Агар комплекс текислик хосмас элементлар билан тўлдирилса, у ҳолда хосмас нуқталар орасида иккита доиравий нуқта (қ. Круговая точка) бўлади. И.т.ч. ни доиравий нуқталарнинг бири орқали ўтувчи тўғри чизиқ сифатида таърифлаш мумкин.

Грек. *izos* — тенг, бир хил, *tropos* — бурилиш, йўналиш.

ИКОСАЭДР — ИКОСАЭДР — йигирмаёқ. Мунтазам И., яъни мунтазам йигирмаёқ мунтазам кўпёқлиларнинг (қ. Правильные многогранники) бешта типидан бири бўлиб, унинг 20 учбурчакли ёғи, 12 учи ва ҳар бир учида бештадан учрашувчи 30 қирраси бор.

Мунтазам И. мунтазам додекаэдрга (қ.) дуалдир (қ. Двойственности принцип); агар мунтазам додекаэдр ёқларининг марказини мунтазам И. нинг учи деб олинса, уни мунтазам додекаэдрдан ҳосил қилиш мумкин.

Грек. *eikosi* — йигирма, *hedra* — ёқ, асос.

ИМЕНОВАННОЕ ЧИСЛО — ИСМЛИ СОН — қаралаётган миқдорнинг ўлчов бирлиги номи билан бирга қўшиб ёзилган сон, масалан: 5 *м* (беш метр), 2° (икки градус), 3 *га* (уч гектар), 40 *кв.см* ёки 40 *см*² (қирқ квадрат сантиметр).

ИНВАРИАНТ — ИНВАРИАНТ — алмаштириладиган миқдор координаталарининг шундай функциясидирки, бу миқдорнинг мазкур алмаштиришларида бу функция ўзининг қийматини ўзгартирмайди. Масалан, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ функция Евклид фазосини координаталар боши атрофида ҳар қандай айлантиришга нисбатан инвариантдир.

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{Vmatrix}$$ матрицали квадратик форманинг инвариантлари $\det A$,

$a_{11}+a_{22}+a_{33}$ бўлади. Бунда алмаштиришлар тўплами уч ўлчовли Евклид фазосидаги ҳар қандай айлантиришлар тўпламидан иборат бўлади.

ИНВЕРСИЯ — ИНВЕРСИЯ: 1°. Геометрияда берилган $O(r)$ айланага нисбатан И. — бу айлана текислигидаги нуқталарни шундай алмаштиришки, бунда O нуқтадан фарқли ҳар бир M нуқтага шу текисликнинг шундай M' нуқтаси мос келадики, бунда қуйидаги талаблар қаноатлантирилади: 1) M' нуқта OM' нурда ётади; 2) $OM.\ OM'=r^2$. Бу ҳолда $O(r)$ айлана И. айланаси деб, O нуқта И. маркази (қутби) деб, r^2 эса И. коэффициенти (даражаси) деб аталади.

Агар $r=1$ деб олинса, $OM=\frac{1}{OM'}$ $(\rho=\frac{1}{\rho'})$ бўлади, бундан инверсиянинг бошқача номи келиб чиқади: тескари радиус-векторлар билан бажариладиган алмаштириш. Юқорида айтиб ўтилган И. гиперболик И. дейилади. Агар M' нуқта OM нурга нисбатан қарама-қарши бўлган нурда ётса, бундай И. эллиптик И. дейилади.

И. нинг хоссалари: 1) И. текислик нуқталарини (O нуқта мустасно) ўзаро бир қийматли алмаштиради; 2) И. текислик нуқталарини инволюцион алмаштиради; 3) $O(r)$ айлананинг O нуқтадан бошқа ҳар қандай ички нуқтаси ташқи нуқтага алмашади, бунда M нуқта марказдан қанча узоқда турса, унинг образи бўлган M' нуқта марказга шунча яқин бўлади; 4) И. марказидан ўтувчи тўғри чизиқ ўзига алмашади; 5) И. айланаси ўзига алмашади, яъни $O(r)$ И. айланаси инверсиянинг қўш нуқталарининг геометрик ўрнидир (қ. Двойной элемент); 6) И. марказидан ўтмайдиган ҳар қандай тўғри чизиқ И. марказидан ўтувчи айланага алмашади (бунда O нуқта айланадан чиқариб ташланади) ва аксинча; 7) И. марказидан ўтмайдиган айлана марказдан ўтмайдиган айланага алмашади; бунда ўзаро инверсион бўлган айланаларнинг марказлари мос нуқталар бўла олмайди; 8) И. 2-тур конформ алмаштиришдир (қ. Конформное преобразование), яъни инверсияда чизиқлар орасидаги бурчаклар ўзгармасдан қолади, лекин инверсияда фигураларнинг жойлашиши қарама-қаршисига ўзгаради; 9) И. айланасига ортогонал бўлган айланалар И. да ўз-ўзига алмашади (бунда айланалар нуқталари қўш нуқталар бўлмайди, булардан бу айлана билан И. айланаси кесишадиган икки нуқта мустаснодир).

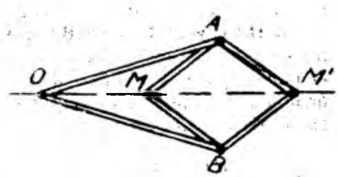
И. алмаштириши ясашга доир масалалар ечишда, айниқса бошқа айланаларга уринувчи (тўғри чизиқ ва нуқталарни айлананинг хусусий ҳоли (қ. Задача Аполлония) деб қараш мумкин) айланалар ясашга доир масалаларда қўлланилади. И. комплекс ўзгарувчили функциялар назариясида, геометрия асосларида (Лобачевский текислигининг Пуанкаре берган модели) ҳам қўлланилади.

Агар $O(r)$ айлана ўрнига $O(r)$ сфера олинса, И га фазода юқоридагига ўхшаш таъриф бериш мумкин. Инверсион мос икки Ф ва Ф′ фигура ўзаро инверсион фигуралар дейилади. Ф фигурани Ф′ фигурага инверсион алмаштириш Ф фигурани Ф′ фигурага инверсиялаш деб ҳам айтилади.

2°. Комбинаторикадаги И. — икки элементнинг ёнма-ён туриши ёки ёнма-ён турмаслигидан қатъи назар, уларнинг нормал (одатдаги, алфавит бўйича) тартибининг ҳар қандай бузилишидан иборатдир. Масалан, элементларнинг нормал жойланиш тартиби *abc* шаклида бўлади деб ҳисобланганда *bca* ўрин алмаштиришда *b* ва *a*, *c* ва *a* элементлар И. ташкил қилади.

Лат. *inversio* — ўрин алмаштириш, ўзгартириш.

ИНВЕРСОР — ИНВЕРСОР — берилган фигураларга инверсион мос фигуралар (қ. Инверсия) ясашда қўлланиладиган асбоб. И. нинг бир неча конструкциялари бор. Масалан, Поселье инверсори шарнир билан бирлаштирилган 6 та стерженден иборат (92-расм), бунда $OA=OB$ ва $AMBM'$ — ромб, O — қўзғалмас нуқта. Агар M нуқта бирор Ф фигура чизса, M' нуқта унга инверсион мос, маркази O нуқтада ва инверсия коэффициенти OA^2-OM^2 га тенг бўлган Ф′ фигура чизади.



92-расм.

И. техникада айланма ҳаракатни тўғри чизиқли ҳаракатга айлантиришда қўлланилади. Қ. Инверсия.

Адаб.: А. Адлер, Методы геометрических построений, Учпедгиз, М., 1940.

ИНВОЛЮТА — ИНВОЛЮТА — эвольвентанинг (қ.) худди ўзи.

ИНВОЛЮЦИОННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — ИНВОЛЮЦИОН АЛМАШТИРИШ — текислик (фазо) нуқталарини шундай алмаштиришки, уни такрорий қўллаш айний алмаштиришни беради, яъни И.а. нинг квадрати айний алмаштиришдир. И.а. га мисоллар: симметрия (марказий ва ўқ симметрияси), инверсия, қутб алмаштириши. И.а. инволюция деб ҳам аталади.

Лат. *involutio* — ўраш, варақнинг ўралган ҳолати.

ИНДЕКС — ИНДЕКС — бир хил символлар билан белгиланган ифодаларни фарқлантириб турадиган сон, ҳарф ёки бошқа белги. Масалан:

$$x_0,\ x_1,\ y^i,\ y^j,\ z_1,\ z_4,\ {}^{2}T,\ {}^{i}T.$$

Лат. *index* — кўрсаткич.

ИНВОЛЮЦИЯ — ИНВОЛЮЦИЯ — инволюцион алмаштиришнинг (қ. Инволюционное преобразование) худди ўзи.

ИНДИКАТРИСА ДЮПЕНА — ДЮПЕН ИНДИКАТРИСАСИ — сиртда берилган нуқтада сиртнинг эгриланиши ҳақида яққол тасаввур берадиган ясси эгри чизиқ.

Агар сиртдаги ихтиёрий $P(u, v)$ нуқтадан ҳар бир $(du : dv)$ йўналиш бўйича $|1:k|^{0,5}$ га тенг кесмалар ажратилса, бу кесмалар учларининг геометрик ўрни сиртдаги P нуқтада сиртнинг Д.и. дейилади, бунда k — сиртнинг ўша йўналишдаги нормал кесимининг эгрилиги (қ. Нормальное сечение).

Сиртда ётган нуқтанинг типига қараб бу нуқтадаги Д.и. ҳар хил кўринишга эга бўлади: эллиптик нуқтадаги Д.и. бир жуфт эллипс бўлиб, улардан бири мавҳумдир; гиперболик нуқтадаги Д.и. бир жуфт қўшма гипербола; параболик нуқтадаги Д.и. бир жуфт параллел тўғри чизиқ.

Д.и. сиртнинг P нуқтадаги эгрилик индикатрисаси ҳам дейилади. Д.и. уни биринчи бўлиб сиртни ўрганишга қўллаган француз инженери ва математиги Шарль Дюпен (Монжнинг шогирди) номи билан аталган.

ИНДУКЦИЯ (индуктивный метод) — **ИНДУКЦИЯ** (индуктив метод) — хусусий хулосага асосланиб умумий хулоса чиқариладиган, яъни айрим хусусий фактларга (хусусий эксперимент ва кузатишларга) асосланиб умумий хулоса чиқариладиган фикр юритиш методи. И. га мисол: икки номаълумли чизиқли тенгламалардан бир қанчасининг масалан, $2x - y + 3 = 0$ ва $x + 2y + 4 = 0$ тенгламаларнинг графикларини ясаб ва бу тенгламаларнинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги графиклари тўғри чизиқ эканлигига ишонч ҳосил қилиб, биз $ax + by + c = 0$ кўринишдаги ҳар қандай тенгламанинг ўша координаталар системасидаги графиги тўғри чизиқ бўлади, деган хулосага келамиз.

Агар умумий хулоса барча хусусий фактларни (объект, фигура, сон ва бошқаларни) ўрганиш асосида чиқарилган бўлса, И. тўлиқ ёки мукаммал И. дейилади. Агар умумий хулоса барча хусусий фактлардан фақат айримларини ўрганиш асосида чиқарилган бўлса, И. тўлиқ бўлмаган ёки мукаммал бўлмаган И. дейилади. Юқорида келтирилган мисолдаги мулоҳаза юритиш тўлиқ бўлмаган И. га мисол бўла олади.

Агар айланага ички чизилган бурчак ҳақидаги теоремани исботлашда айлана марказининг бурчак томонларига нисбатан жойланишидаги барча хусусий ҳоллар (марказ бурчак томонларидан бирида ётади, марказ бурчак ичида ётади ва марказ бурчакдан ташқарида ётади) кўздан кечирилса, чиқарилган хулоса (исбот) тўлиқ И. дан иборат бўлади.

И. индуктив хулоса (мулоҳаза) ёки индуктив метод ҳам дейилади. И. тўғри хулосага ҳам, нотўғри хулосага ҳам олиб келиши мумкин.

Масалан, $(2^{2^n} + 1)$ кўринишдаги сонларни (Ферма сонларини) кўриб чиқайлик. n га 1, 2, 3 қийматлар бериб, мос равишда 5, 17, 257 туб сонлар ҳосил қиламиз.

Хулоса: $(2^{2^n}+1)$ кўринишдаги барча сонлар туб сонлардир. Бу хулоса нотўғри экан; $n=5$ бўлгандаёқ $(2^{2^n}+1)$ сони 641 га бўлинишини Эйлер исбот қилган.

И. мактабда сонларнинг бўлиниш қоидаларини (белгиларини) келтириб чиқаришда, рационал сонлар устида бажариладиган амалларда ва ҳоказоларда кенг қўлланилади.

Ҳар қандай И. да дедукция (қ.) элементлари бўлади ва улар бир-бирига узвий боғлиқдир. «Умумий фақат алоҳида, алоҳида орқали яшайди» (В. И. Ленин, Асарлар, 38-т., 387-бет). «Тушунмоқ учун эмпирик тарзда тушуна, ўргана бошламоқ, эмпириядан умумийга кўтарилиб бормоқ керак» (В. И. Ленин, ўша асар, 210-бет).

Лат. **induktio** — ҳосил қилиш; яратиш.

Адаб.: В. В. Репьев, Общая методика преподавания математики. Учпедгиз, М., 1958; И. С. Соминский, Метод математической индукции. Гостехиздат, М., 1950, И. Я. Депман, Метод математической индукции. Учпедгиз, М., 1957; Д. Пойа, Математика и правдоподобные рассуждения, ИЛ, М., 1957; Л. И. Головина-Копейкина и И. М. Яглом, Математическая индукция в геометрии, Физматгиз, М., 1961.

ИНДУКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ — МАТЕМАТИК ИНДУКЦИЯ — математикадаги муҳим исботлаш методларидан бири бўлиб, математик индукция аксиомасига (принципига) асосланади. М.и. аксиомаси қуйидагича. Айтайлик: 1) $n=1$ бўлганда A хосса ўринли; 2) бирор натурал n сонининг A хоссаси бор деган фараздан $n+1$ сонининг ҳам шундай A хоссаси бўлиши келиб чиқади. Бу ҳолда A хосса ҳар қандай натурал сон учун ўринли бўлади.

Мисол: қуйидаги формуланинг тўғри эканини исбот қилинг:

$$1+2+3+\ldots+n=\frac{(n+1)n}{2}. \qquad (*)$$

$n=1$ бўлганда, текширишнинг кўрсатишича, формула тўғри бўлади. (*) формула бирор $n=k$ учун ҳам ўринли бўлсин, деб фараз қилайлик. Бу формуланинг k дан кейин келувчи $n=k+1$ сони учун ҳам ўринли бўлишини кўрсатамиз. (*) формулани $n=k+1$ да текширамиз:

$$1+2+3+\ldots+k+(k+1)=\frac{(1+k)k}{2}+(1+k)$$

ёки тенгликнинг ўнг томонини соддалаштириб, қуйидагига эга бўламиз:

$$1+2+3+\ldots+k+(k+1)=\frac{(k+2)(k+1)}{2},$$

яъни биз n нинг ўрнида $k+1$ турган формулани ҳосил қилдик. Шундай қилиб, М.и. аксиомасига асосан, (*) формула ҳар қандай натурал n учун ўринли, деган хулосага келамиз.

Мактабда М.и. арифметик ва геометрик прогрессия формулаларини, логарифмларни ўрганишда учрайдиган формулаларни, Ньютон биноми ва комбинаторикага доир формулаларни чиқаришда ва ҳоказоларда кенг қўлланади.

М.и. исботлашнинг қатъий, дедуктив методидир, лекин ҳар қандай дедукция каби, унда қаралаётган жумлани (хоссани) бирга тенг бўлган n сони учун бевосита текшириб кўришдан иборат индукция элементи бўлади. Қ. Индукция.

ИНЕРЦИИ ЗАКОН — ИНЕРЦИЯ ҚОНУНИ. Ҳақиқий квадратик формаларнинг И.қ. қуйидагидан иборат: махсусмас чизиқли алмаштириш ёрдамида ҳақиқий коэффициентли нормал кўринишга келтирилган квадратик формадаги мусбат ва манфий квадратлар сони бу алмаштиришга боғлиқ эмас. Бу жумла ҳақиқий квадратик формалар назариясининг асосий теоремаларидан биридир.

ИНТЕГРАЛ — ИНТЕГРАЛ — математик анализнинг муҳим тушунчаси. $f(x)$ функциянинг аниқмас интеграли $\left(\int f(x)dx\right.$ билан белгиланади) шундай $F(x)$ функциялар тўпламидирки, уларнинг ҳар бир нуқтадаги ҳосиласи $f(x)$ га тенг, Бу функциялар $f(x)$ учун бошланғич ёки примитив функциялар деб аталади. Бу тўпламдаги функциялар бир-биридан ўзгармас миқдор қадар фарқ қилади, уни қуйидагича ёзиш мумкин: $\int f(x)\,dx = F(x) + C$. $f(x)$ функциянинг a дан b гача аниқ интеграли ($\int_a^b f(x)\,dx$ билан белгиланади) деб $F(b) - F(a)$ айирмага айтилади, бунда $F(x)$—бошланғич функциялардан исталган биттаси. Агар $f(x)$ функция узлуксиз бўлса, у ҳолда $\int_a^b f(x)dx$ интеграл $y = f(x)$ эгри чизиқ, абсциссалар ўқи ва $x = a$, $x = b$ тўғри чизиқлар билан чегараланган фигуранинг юзига тенг бўлади.

Аниқ И. нинг (агар $f(x)$ узлуксиз функция бўлса) бу таърифи қуйидагига эквивалентдир: $[a, b]$ кесмани $[x_i, x_{i+1}]$ кесмачаларга бўламиз, бунда $i = 1, 2, \ldots, n-1$, $x_n = b$, $x_0 = a$. Ҳар бир кесмачада ихтиёрий t_i нуқта олиб, қуйидаги йиғиндини тузамиз:

$$S = f(t_1)(x_1 - x_0) + f(t_2)(x_2 - x_1) + \ldots + f(t_n)(x_n - x_{n-1}). \qquad (*)$$

Бу йиғиндининг $\max |x_i - x_{i-1}|$ нолга интилгандаги лимити $\int_a^b f(x)dx$ га тенг.

И. тушунчаси узлукли функцияларга ҳам умумлаштирилади. Агар (*) да $f(t_i)$ ўрнига $f(x)$ нинг $[x_i, x_{i+1}]$ даги юқориги (қуйи)чегараси олинса, Дарбунинг юқориги (қуйи) йиғиндиси ҳосил бўлади. Агар юқориги йиғиндиларнинг қуйи чегараси қуйи йиғиндиларнинг юқориги чегараси билан бир хил бўлса, уларнинг умумий $\int_a^b f(x)dx$ қиймати Риман интеграли дейилади.

Риман интеграли тушунчасининг янада ривожланиши математикада муҳим ҳисобланган Лебег интеграли ва Стильтьес интеграли тушунчаларига олиб келади. Лебег интеграли тушунчаси $[a, b]$ кесмадаги интеграллашни эмас, балки қаралаётган фазонинг ихтиёрий ўлчовли тўпламидаги (қ. Измеримое множество) интеграллашни ўз ичига олади. И. нинг янада умумийроқ тушунчасини А. Данжуа ва А. Я. Хинчинлар бердилар.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления т. 2, Физматгиз, М., 1963; П.С. Александров и А. Н. Колмогоров, Введение в теорию функций действительного переменного, Гостехиздат, М., 1948; И. П. Натансон, Теория функций вещественной переменной, Гостехиздат М., 1950; С. Сакс, Теория интеграла пер. с англ., ИЛ, М., 1949.

ИНТЕГРАЛ ВЕРОЯТНОСТИ — ЭҲТИМОЛ ИНТЕГРАЛИ — қуйидаги кўринишдаги интеграл: $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$. Э.и. элементар функциялар орқали ифода қилинмайди. Бу интеграл эҳтимоллар назариясида нормал тақсимот қонунига (Гаусс қонунига) бўйсунувчи тасодифий миқдорнинг берилган интервалга тушиш эҳтимолини текширишда қўлланилади.

Э.и. Лаплас функцияси ҳам дейилади.

ИНТЕГРАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ИНТЕГРАЛ ГЕОМЕТРИЯ — математиканинг бир тармоғи бўлиб, унда геометрик образларнинг маълум сон характеристикалари — ўлчовлари (қ. Мера) интеграллаш ёрдамида ўрганилади.

Адаб.: В. Бляшке, Лекции по интегральной геометрии, «Успехи математических наук», вып. 5, 1938; «Математика в СССР за тридцать лет, 1917—1947» (обзорная статья П.К. Рашевского); А. А. Сантало, Введение в интегральную геометрию, ИЛ, М., 1956.

ИНТЕГРАЛЬНАЯ КРИВАЯ — ИНТЕГРАЛ ЭГРИ ЧИЗИҒИ — дифференциал тенглама ёки дифференциал тенгламалар системасининг ечимини тасвирлайдиган эгри чизиқ.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ — ИНТЕГРАЛ ҲИСОБ — математиканинг бир бўлими бўлиб, унда интегралларни ҳисоблаш усуллари ва уларнинг хоссалари ўрганилади. Интегралларнн тақрибий ҳисоблаш усуллари ҳам бунга қарашли. И.ҳ. нинг бошланғич тушунчалари антик даврда юза ва ҳажмларни топишга доир масалалардан келиб чиққан бўлиб, кейинчалик XVII — XVIII асрларда И. ҳ. И. Ньютон ва Г. Лейбниц асарларида ниҳоясига етказилган.

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ИНВАРИАНТ — ИНТЕГРАЛ ИНВАРИАНТ. Динамик системанинг (қ.) И.и. бирор D соҳа бўйича олинган

$$\iint\limits_D \ldots \int M\,(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dx_1\, dx_2 \ldots dx_n$$

кўринишдаги интеграл бўлиб, у исталган t пайтда D ни G соҳа билан алмаштирганда ўз қийматини ўзгартирмайди.

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ — ИНТЕГРАЛ ТЕНГЛАМАЛАР — номаълум функциялар интеграл ишораси остида бўлган тенгламалар. Қуйидаги кўринишдаги чизиқли И.т. назарияси тўлароқ ишлаб чиқилган:

$$\varphi(P) + \int\limits_G K(P, Q)\,\varphi(Q)\, dQ = f(P), \qquad (*)$$

бунда $\varphi(P)$ — номаълум функция. Бу ерда $K(P, Q)$ функция ядро дейилади. G соҳаси чекли, $K(P, Q)$ ядроси эса чегараланган бўлса, (*) кўринишдаги И.т. Фредгольм тенгламаси дейилади. Унинг хусусий ҳоли Вольтерра тенгламасидир:

$$\varphi(x) + \int\limits_a^x K(x, s)\,\varphi(s) ds = f(x)\,.$$

Татбиқларда $K(P, Q) = K(Q, P)$ бўлган, яъни симметрик ядроли (*) кўринишдаги тенгламалар кўп учрайди. Эллиптик тенгламаларга доир чегаравий масалаларни ечиш И. т. га келтирилиши мумкин. И.т. назарияси чизиқли операторлар назариясига қарашлидир. $u(x) = \lambda \int [K(x,y)\, f[u\,(y), y] dy$ кўринишдаги чизиқли бўлмаган И.т. лар учун ҳам бирмунча натижалар олинган.

Адаб.: И. Г. Петровский, Лекции по теории интегральных уравнений, Гостехиздат, М., 1951.

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ КОСИНУС — ИНТЕГРАЛ КОСИНУС — $ci(x) = -\int\limits_x^\infty \frac{\cos t}{t}\, dt$ кўринишдаги функция. И.к. чекли равишда элементар функциялар орқали ифода қилинмайди.

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ЛОГАРИФМ — ИНТЕГРАЛ ЛОГАРИФМ — $f(x) = \int\limits_0^x \frac{dt}{\ln t}$ кўринишдаги функция. И.л. чекли равишда элементар функциялар орқали ифода қилинмайди.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ — ИНТЕГРАЛЛАШ — аниқмас интегрални топиш.

ИНТЕГРИРУЕМОСТЬ дифференциального уравнения в квадратурах — дифференциал тенгламанинг квадратураларда **ИНТЕГРАЛЛАНИШИ** — бу тенгламанинг умумий ечимини элементар функциялар орқали ва улардан олинган аниқмас интеграллар орқали ифодалаш.

Квадратураларда интегралланадиган тенгламаларнинг муҳим типлари: а) ўзгарувчилари ажратиладиган: $y' = F(x)\Phi(y)$; б) 1-тартибли бир жинсли: $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$; в) 1-тартибли чизиқли: $y' + p(x)y = q(x)$; г) Бернулли тенгламаси: $y' + p(x)y = q(x)y^n$.

Квадратураларда интегралланадиган тенгламалар синфи оз. Амалий масалаларни ечишда кўпинча ечими квадратураларда ифода қилинмайдиган дифференциал тенгламалар учрайди. Бундай тенгламаларни ечиш учун кучли тақрибий сон методлари ишлаб чиқилган.

ИНТЕГРИРУЮЩИЙ МНОЖИТЕЛЬ — ИНТЕГРАЛЛОВЧИ КЎПАЙТУВЧИ — шундай кўпайтувчидирки, унга кўпайтирилгандан кейин $P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy = 0$ дифференциал тенгламанинг чап томони бирор $u(x, y)$ функциянинг тўла дифференциалига айланади.

Умуман айтганда, И.к. икки x ва y ўзгарувчининг функциясидир, лекин хусусий ҳолда у битта ўзгарувчига боғлиқ бўлиши мумкин. Масалан, $ydx - xdy = 0$ дифференциал тенглама учун $-\frac{1}{x^2}$ функция И.к. бўлади. $\mu(x, y)$ И.к. хусусий ҳосилали қуйидаги тенгламани қаноатлантириши керак:

$$\frac{\partial(\mu P)}{\partial y} - \frac{\partial(\mu Q)}{\partial x} = 0,$$

бу тенглама $\mu(Pdx + Qdy)$ ифоданинг тўла дифференциал бўлиши шартидир.

Ҳар қандай 1-тартибли $Pdx + Qdy = 0$ дифференциал тенглама чексиз кўп И.к. га эга. Тенгламани интеграллаш мақсадида И.к. лардан қандайдир биттасини билиш етарлидир. 1-тартибли дифференциал тенгламаларнинг кўпгина кўринишлари учун И.к. аввалдан маълум бўлади. Масалан,

$$Ldy + (My + N)\,dx = 0$$

чизиқли дифференциал тенглама учун $e^{\int \frac{M}{L} dx}$ ифода И.к. бўлади.

ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ — ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР — номаълум функция интеграл ҳамда ҳосила белгилари остида бўлган тенгламалар.

ИНТЕРВАЛ СХОДИМОСТИ — ЯҚИНЛАШИШ ИНТЕРВАЛИ. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ даражали қаторнинг Я.и. шундай интервалки, унинг ҳар бир нуқтасида қатор абсолют яқинлашади, бу интервалга тегишли бўлмаган нуқталарда эса қатор узоқлашади. Я.и. нинг учларида қатор узоқлашиши ёки яқинлашиши мумкин. Я.и. фақат биргина $x = 0$ нуқтадан иборат бўлиши, шунингдек, тўғри чизиқдаги барча нуқталар тўпламидан иборат бўлиши мумкин.

ИНТЕРВАЛ ЧИСЛОВОЙ ОСИ (или промежуток) — **СОНЛАР ЎҚИ ИНТЕРВАЛИ** (ёки оралиги) — $a < x < b$ тенгсизликларни (тенглик белгиси қўйилмайди!) қаноатлантирувчи ҳақиқий сонлар тўплами, бунда a ва b — интервалнинг учлари деб аталувчи ҳақиқий сонлар. $\frac{a+b}{2}$ сон И. нинг маркази, $b - a$ эса И. нинг узунлиги дейилади. И. $|x - x_0| < \delta$ тенгсизлик билан аниқланиши мумкин, бунда x_0 — И. маркази, 2δ эса И. узунлиги дейилади. Бундай И. x_0 нуқтанинг δ-атрофи деб ҳам аталади. Қ. Отрезок.

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ — ИНТЕРПОЛЯЦИЯ — эркли ўзгарувчи миқдор билан функциянинг бир неча (дискрет) нуқталардаги мос қийматлари орасидаги муносабат маълум бўлган ҳолда функционал боғланишнинг тақрибий ёки аниқ аналитик ифодасини тузиш. И. нинг асосий масаласи сонлар ўқидаги (x_0, x_n) интервалнинг барча нуқталардаги $f(x)$ функция қийматларини бу функциянинг ўша интервал-та қарашли чекли сондаги $(x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нуқталаридаги $y_i = f(x_i)$ қийматлари орқали топишдан иборатдир. Чизиқли И. усули энг оддий усулдир.

Чизиқли И. да $f(x)$ функциянинг x $(x_i < x < x_{i+1})$ нуқтадаги қиймати

$$y = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}\,[f(x_{i+1}) - f(x_i)]$$

чизиқли функциянинг қийматига тенг деб олинади, бунда $f(x)$ нинг x_i ва x_{i+1} нуқталардаги қийматлари y нинг шу нуқталардаги қийматларига тенгдир.

Агар $f(x)$ функцияга ёки унинг ҳосилаларига баъзи бир миқдорий чекланишлар қўйилмаса, яъни функциянинг ўзи ёки унинг ҳосилалари баъзи тенгсизликларга бўйсунмаса И. хатоси ноаниқ бўлиб қолади. Масалан, $f(x)$ функциянинг x $(x_i < x < x_{i+1})$ нуқтадаги қийматини излаш учун чизиқли И. методи татбиқ қилинганда ўша интервалдаги x учун иккинчи $f''(x)$ ҳосилага $|f''(x)| \leqslant M$ шарт қўйилса, хато тўла аниқ бўлиб қолади.

Чизиқли И. даги хатони қуйидаги тенгсизлик билан баҳолаш мумкин:

$$\left|f(x) - \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}\,[f(x_{i+1}) - f(x_i)]\right| \leqslant \frac{M}{2}\,(x - x_i)\,(x_{i+1} - x).$$

Анча мураккаб интерполяциялаш методлари мавжуд, лекин улардан одатда функция унча тез ортиб бормайдиган анчагина ҳосилага эга бўлганда фойдаланилади.

Бунга Лагранжнинг интерполяциялаш формуласи (қ.) мисол бўла олади. $[x_0, x_n]$ сегмент нуқталар ёрдамида ҳар хил интервалларга ажратилган ҳолда $P_n(x)$ полином Ньютоннинг интерполяциялаш формуласи (қ.) ёрдамида ёзилиши мумкин.

Агар x_i нуқталар жуда кўп бўлса, у ҳолда (x_0, x_n) интервални қисмларга ажратиш ва ҳар бир қисмда айрим - айрим интерполяциялаш яхшироқ. Кузатишда хато мавжуд бўлган ҳолларда кузатиш натижаларини ишлаб чиқишда одатда интерполяциялаш учун даражаси унча юқори бўлмаган кўпҳад қўлланилади, бу кўпҳад x_i нуқталарда энг кичик квадратлар усули бўйича олинган қийматлардан (қ. Способ наименьших квадратов) кам фарқ қилади. Қ. Экстраполяция.

Адаб.; А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат, М., 1954

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ системы аксиом — аксиомалар системасининг **ИНТЕРПРЕТАЦИЯСИ** — шундай объектлар системасидирки, улар асосий тушунчаларни ифодалайди ва улар ўртасидаги муносабатларни аксиомалар системасида кўрсатилганидек сақлаб қолади. А.с.и. ни тузиш — берилган аксиомалар системасининг ўзаро зид эмаслигини исботлаш усулларидан биридир. Айни бир аксиомалар системаси бир неча хил интерпретацияланиши мумкин.

А.с.и. аксиомалар системасининг модели ёки реализацияси деб ҳам аталади.

Лат. interpretatio — талқин қилиш, бирор нарсанинг маъносини очиш, бирор нарсани тушунтириш.

ИНТУИЦИОНИЗМ — ИНТУИЦИОНИЗМ — математикадаги фалсафий оқимлардан бири. И. нинг мазмуни шундан иборатки, у математиканинг табиат ҳодисаларининг баъзи бир томонларини акс эттирувчи фан эканлигини инкор қилади. Интуиционистлар математикани интуицияга суянган айрим кишиларнинг «фаолияти» деб ҳисоблайди. И. нинг асосчиси голланд математиги Л. Брауэрдир. Авторнинг фикрича, тўпламлар назариясининг математикада ҳали тўлиқ қарор топмаган баъзи тушунчаларини изоҳлашга қаратилган ғоялари қўпол ва чалкаш натижаларга олиб келади.

Интуиционистлар хусусан чексиз тўпламлар учун (қ. Антиномии) учинчиси истисно қонунини инкор қилалилар. И. ғояларини тушуниш учун фақат Брауэрнинг сохта фалсафий концепциясига иқрор бўлиш керак бўлади. И. ни баъзи йирик математиклар (Г. Вейль ва бошқалар) қўллаб-қувватлаган. И. математик анализнинг кўп ютуқларини инкор қилишга олиб келади. Улар элементар геометрияни ҳам инкор қилади. Брауэр конструктив мантиқ (қ. Математическая логика) соҳасида баъзи ютуқларга эришган, шунинг учун бу фаннинг Ғарб мамлакатларида кўпинча интуиционистик фан дейилиши нотўғридир.

ИНФОРМАЦИЯ — ИНФОРМАЦИЯ — информация назариясининг (қ. Теория информации) асосий тушунчаларидан бири

ИНЦИДЕНТНОСТЬ — ИНЦИДЕНТЛИК — геометрияда «фалон нарса фалоннинг устида ётади» ёки «фалон нарса фалон нарса орқали ўтади» каби тушунчаларни ифодалаш учун қўлланадиган термин; масалан, «нуқта тўғри чизиқда ётади» ёки барибир «тўғри чизиқ нуқта орқали ўтади» деган жумлаларни «тўғри чизиқ ва нуқта инцидент» деган битта жумла билан алмаштириш мумкин.

Инцидентлик $\ni$ — $\in$ ёки $\in$ ёки $\subset$ белгилари билан белгиланади. Агар A нуқта ва a тўғри чизиқ И. бўлса, у $A \ni - \in a$ каби ёзилади.

ИРРАЦИОНАЛЬНОЕ ВЫРАЖЕНИЕ—ИРРАЦИОНАЛ ИФОДА—радикал (илдиз) дан ташкил топган алгебраик ифода (қ. Алгебраическое выражение), масалан, $a+ + \sqrt{a+2b}$, $a\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{a+\sqrt{a-b^2}}$, $\sqrt{a^2}$ ва бошқалар.

Шуни таъкидлаш лозимки, И.и. иррационал сон (қ. Иррациональные числа) бўлмаслиги ҳам мумкин. Масалан, $\sqrt{a}$ И.и. $a=4$ да рационал сон.

ИРРАЦИОНАЛЬНОСТЬ n-й степени — n-даражали **ИРРАЦИОНАЛЛИК** — рационал сонлар майдонида келтирилмайдиган бутун коэффициентли n-даражали кўпҳаднинг илдизи. $n=2$ бўлганда биз квадратик иррационаллик (қ.) тушунчасига келамиз. n-даражали И. тушунчаси «n-даражали алгебраик сон» тушунчаси билан бир хил (қ. Алгебраическое число). n-даражали И. ни ўрганишда украин математиги Г. Ф. Вороной ва Петербург сонлар назарияси мактаби олимлари катта ҳисса қўшдилар Бу ҳақда тўлароқ маълумот олиш учун Б. Н. Делоненинг «Петербургская школа теории чисел» (Изд-во АН СССР, М., 1950) номли китобига қаранг.

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ — ИРРАЦИОНАЛ ТЕНГЛАМАЛАР — номаълумлар радикал ишораси остида бўлган тенгламалар. Масалан, $\sqrt{x-2}=5$ ва $\sqrt{x-2}+x=\sqrt{x^2-4}$ тенгламалар И.т. дир. И.т. даражаси тушунчаси киритилмайди. И.т. ни ечиш методларига қуйидагилар киради: 1) ёрдамчи номаълум киритиш методи, уни киритиш натижасида И.т. ни ечиш масаласи рационал тенгламалар системасини ечишга келтирилади; масалан, юқорида берилган иккинчи тенгламани ечишда ўзгарувчилар

$$y+x=s,\quad \sqrt{x-2}=y,\quad \sqrt{x^2-4}=s$$

билан белгиланса, бу иш $x-2=y^2$; $y+x=s$, $x^2-4=s^2$ системани ечишга келтирилади; 2) радикални яккалаш ва тенгламанинг ҳар икки томонини квадратга кўтариш, бунинг натижасида радикаллар оз бўлган (ёки радикаллар бўлмайдиган) тенгламага келинади; 3) тенгламанинг иккала томонини унинг бир томонида турган ифодага қўшма бўлган ифодага кўпайтириш.

И.т. чексиз кўп ечимга ҳам эга бўлиши мумкин: масалан,

$$\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}=1$$

тенглама $5 \leqslant x \leqslant 10$ дан иборат чексиз кўп (континуум) илдизларга эга.

И.т. нинг ечимлари одатда ҳақиқий сонлар соҳасида (майдонида) қаралади, тенгламага кирган илдизлар эса фақат арифметик илдиз деб қаралади. И.т. ни ечишда тенгламаларни тўғри алмаштиришга, тенгламалар тенг кучлилигининг бузилиши мумкинлигига (қ. Равносильные уравнения), янги илдизлар пайдо бўлиши ва тенглама илдизларининг йўқолишига диққат қилиб туриш керак.

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА — ИРРАЦИОНАЛ СОНЛАР — даврий бўлмаган чексиз ўнли каср кўринишида ёзиладиган сонлар, масалан,

$$\pm 0{,}1010010001\ \ldots;\quad \pm\sqrt{2};\quad \pm\lg 5;\quad \pm\sin 31^\circ;$$

$\pm(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ва бошқалар. И.с. $\frac{p}{q}$ кўринишда тасвирланиши мумкин эмас, бунда p ва q—ўзаро туб сонлар ($q \neq 0$). И.с. нинг изчил назарияси XIX асрнинг иккинчи ярмида немис математиги Дедекинд томонидан ишлаб чиқилган. Ҳар қандай И.с.ни ихтиёрий даражадаги аниқликда рационал сон билан тақрибий равишда ифодалаш мумкин. И.с. алгебраик (қ.) ва трансцендент (қ.) бўлиши мумкин. И.с. устида амал бажаришда одатда улар тақрибий рационал қийматлари билан алмаштирилади. И с. аввало алгебрада илдиз чиқаришда ва геометрияда кесмаларни ўлчашда чиқади.

Дедекиндово сечение, Число, Иррациональность n - степени, Галуа теория терминларига қаранг.

Адаб.: А. И. Маркушевич, Действительные числа и пределы, Изд-во АПН РСФСР, М., 1948.

ИСКЛЮЧЕНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ — НОМАЪЛУМЛАРНИ ЙЎҚОТИШ—бир неча номаълумни ўз ичига олган тенгламалар системасидан номаълумлар сони оз бўлган тенгламалар системасига (ёки битта тенгламага) ўтиш.

К. Результант.

ИСКОМАЯ ВЕЛИЧИНА (фигура) — **ИЗЛАНАЁТГАН МИҚДОР** (фигура) — аниқланиши лозим бўлган миқдор (фигура). Масалан, нуқталарнинг изланаётган геометрик ўрни, бир неча қўшилувчиларнинг изланган йиғиндиси ҳақида сўз юритилади.

ИСТИННОЕ ПОДМНОЖЕСТВО множества A — A тўпламнинг **ҲАҚИҚИЙ ҚИСМТЎПЛАМИ** — A тўпламнинг ўзидан фарқли қисм - тўплам.

ИСЧИСЛЕНИЕ ВЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ — ЧЕКСИЗ КИЧИК МИҚДОРЛАР ҲИСОБИ — математиканинг дифференциал ҳисоб (қ.) ва интеграл ҳисобни (қ.) ўз ичига олган бўлими. Бу ном шундан келиб чиққанки, Ч.к.м. ҳисобининг асосий тушунчалари бўлган ҳосила ва интеграл — чексиз кичик миқдорларни ўрганиш ёрдамида пайдо бўлган.

ИСЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — ЭҲТИМОЛЛИКНИ ҲИСОБЛАШ. Қ. Теория вероятностей.

ИСЧИСЛЕНИЕ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ — ЧЕКЛИ АЙИРМАЛАР ҲИСОБИ. Қ. Конечных разностей исчисление.

ИТЕРАЦИЯ — ИТЕРАЦИЯ — бирор математик амални бир неча марта қўллаш натижаси. $y = f(x)$ бўлсин дейлик. У ҳолда $f(x)$, $f[f(x)]$, $f\{f[f(x)]\}, \ldots$ кетма-кетлик $f(x)$ функция итерациясининг кетма-кетлигидир. Хусусий ҳолда $f(x) = ax$ бўлса, бу кетма-кетлик $ax, a^2x, a^3x, \ldots, a^nx\ldots$ кўринишда ёзилади. Бу амал неча марта қўлланилганлигини кўрсатувчи сон И. нинг кўрсаткичи дейилади. И. тузиш жараёни, яъни итерациялаш математикада жуда кўп татбиқ қилинади (қ. масалан. Последовательных приближений метод).

К

КАВАЛЬЕРИ ПРИНЦИП — КАВАЛЬЕРИ ПРИНЦИПИ — қуйидаги жумладан иборат: агар икки текис фигурани бошқа бирор тўғри чизиққа параллел бўлган тўғри чизиқ билан кесганда кесимда тенг ватарлар ҳосил бўлса, у ҳолда бу фигураларнинг юзлари тенг бўлади. Шунга ўхшаш жумла фазовий фигуралар учун ҳам тўғри бўлади.

Қ.п. — итальян математиги Қавальери исбот қилган теоремадир.

Бу жумла ҳатто қадимги грек математикларига ҳам маълум бўлган, лекин улар буни исботсиз қабул қилганлар.

КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ — КАНОНИК ТЕНГЛАМА. 2-тартибли эгри чизиқ ёки 2-тартибли сиртнинг К.т. — эгри чизиқ ёки сиртнинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги энг содда тенгламасидир. Масалан, эллипснинг (қ.) К.т. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ кўринишда бўлади, бунда a ва b — унинг ярим ўқлари. Бир паллали гиперболоиднинг (қ.) К.т. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ кўринишда бўлади.

Ҳар қандай 2-тартибли эгри чизиқ ёки 2-тартибли сиртнинг умумий тенгламаси координата алмаштириш йўли билан унинг бирор К.т. га келтирилиши мумкин; 2-тартибли эгри чизиқ ёки сиртнинг хоссаларини уларнинг К.т. бўйича текшириш қулай.

Шунингдек, 2-тартибли эгри чизиқ ва сиртга оид терминларга қаранг.

Грек. χανων — қоида, қонун.

КАНОНИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ многочлена — кўпҳаднинг **КАНОНИК ТАСВИРИ**. Агар бирор кўпҳадда ўхшаш ҳадлар мумкин бўлган барча ҳолларда ихчамланса (қ. Приведение подобных членов) ва ҳосил бўлган ноль коэффициентли барча ҳадлар ташлаб юборилса, натижада кўпҳаднинг К.т. ҳосил бўлади. Агар бунда барча ҳадлар ташлаб юбориладиган бўлса, кўпҳаднинг К.т. ни ноль деб ҳисоблаймиз, бу ҳолда эса бошда берилган кўпҳадни эса ноль-кўпҳад дейилади. Ҳар қандай кўпҳад ўз ҳадларининг жойлашиш тартибигача (қ. Многочлен) аниқлик билан биргина К.т. га эга бўлишини осонгина кўрсатиш мумкин. Кўпҳаднинг К.т. даги барча ҳадлари жуфт-жуфти билан ўхшаш бўлмайди (Подобные члены)

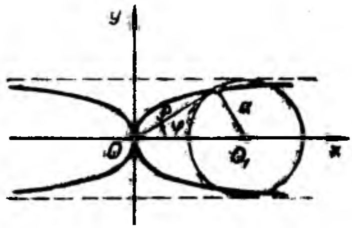
Грек. χανων — қоида, қонун.

КАНТОРА — ВЕРНШТЕЙНА ТЕОРЕМА — КАНТОР — БЕРНШТЕЙН ТЕОРЕМАСИ. Тўпламлар назариясидаги бу теорема бундай таърифланади: агар A тўплам B тўпламнинг B' қисм-тўпламига ва B тўплам A тўпламнинг A' қисм-тўпламига эквивалент бўлса, у ҳолда A ва B тўпламлар эквивалент бўлади.

КАНТОРА МНОЖЕСТВО — КАНТОР ТЎПЛАМИ — бирорта ҳам кесмани ўз ичига ололмайдиган тўғри чизиқдаги оддий мукаммал тўплам. [0,1] кесманинг 2 рақами қатнашмаган учли каср ёрдамида ёзилган нуқталаридан тузилади. К.т. ноль ўлчовга эга (қ. Мера множества). Ҳар қандай мукаммал тўплам каби К.т. континуум қувватига эга. К.т. математиканинг кўпгина бўлимларида муҳим роль ўйнайди.

КАППА — КАППА — радиуси a га тенг ва маркази абсциссалар ўқи бўйлаб ҳаракатланадиган айланага координаталар бошидан ўтказилган урінма тўғри чизиқлар уриниш нуқталарининг геометрик ўрни. К. нинг қутб координаталаридаги тенгламаси $\rho = a\operatorname{tg}\varphi$ кўринишида бўлади.

Тўғри бурчакли декарт координаталари системасида К. тенгламаси $(x^2+y^2)y^2=a^2x^2$ кўринишда бўлади, бу эса 4- тартибли тенгламадир (93-расм). Координаталар боши — К. нинг тугун нуқтасидир (қ. Узловая точка). $y = \pm a$ тўғри чизиқлар К. учун асимптота бўлади. Бу эгри чизиқ тугунлар деб аталадиган эгри чизиқлар оиласининг (қ. Узлы) хусусий ҳолидир. К. эгри чизиқ грек ҳарфи $\varkappa$ (каппа) га ўхшайди.



93- расм.

КАРДАНО ФОРМУЛА — КАРДАНО ФОРМУЛАСИ. $x^3 + px + q = 0$ (*) шаклидаги куб тенглама илдизларини унинг коэффициентлари орқали ифодалайдиган формула К.ф. дейилади.

Ҳар қандай куб тенглама (*)кўринишга келтирилади. К.ф. бундай ёзилади:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

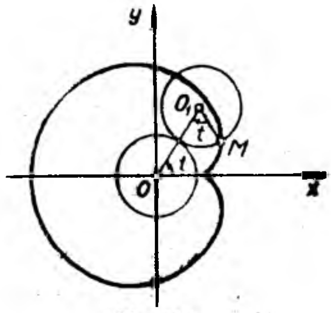
Биринчи куб радикалнинг қийматини ихтиёрий танлаб, иккинчи радикалнинг шундай қийматини олиш лозимки (учтасидан бирини), уни биринчи радикалнинг танлаб олинган илдизига кўпайтирилганда кўпайтма $\left(-\frac{p}{3}\right)$ га тенг бўлсин. (*) тенгламанинг учала илдизи шу йўл билан ҳосил қилинади. К.ф. нинг Ж. Кардано, Н. Тарталье ва С. Ферроларидан қайси бирига тегишли эканлиги ҳозиргача маълум бўлган эмас: К.ф XVI асрда топилган.

КАРДИНАЛЬНОЕ ЧИСЛО — КАРДИНАЛ СОН — абстракт тўпламлар назариясининг (қ. Множеств теория) муҳим тушунчаси. К.с. тўпламни унинг элементлари сони — тўпламнинг қуввати (қ. Мощность множества) нуқтаи назаридан характерлайди. К.с. миқдорий сонларнинг чексиз тўплам тушунчасига умумлаштганидир. Бундай умумлаштиришда шу нарса ажойибки, айни бир чексиз тўпламни ҳар хил тартиблаш (қ. Вполне упорядоченное множество) мумкин ва шу муносабат билан К.с. трансфинит (қ.) сонлардан, яъни тартиб сонларининг умумлашганидан кескин фарқ қилади. Чекли тўпламлар учун К.с. трансфинит сон билан бир хил бўлиб, тўплам элементлари сонига тенг.

Адаб.: П. С. Александров, А. Н. Колмогоров, Введение в общую теорию множеств и функций, Гостехиздат, М., 1948.

КАРДИОИДА — КАРДИОИДА. Радиуси $O_1M = a$ бўлган айлана радиуси худди шундай бўлган қўзғалмас айланага ташқи равишда уриниб сирғанмасдан ғилдираганида ундаги бирор M нуқта чизадиган текис эгри чизиқ К. дейилади (94-расм). К. эпициклоиданинг (қ.) хусусий ҳолидир. К. ни айлананинг бирор нуқтасига нисбатан подераси (қ.) деб ҳисоблаш мумкин. К. конхоидалардан (қ.) бири ёки Паскаль чиғаноғи (қ. Улитка Паскаля) бўла олади.

Агар парабола устида маркази парабола фокусида бўлган инверсион алмаштириш (қ. Преобразование инверсии) бажарилса, у ҳолда парабола К. га айланади.



94- расм.

Қутб координаталарида К. нинг тенгламаси $\rho = 2a(1 + \cos\varphi)$ кўринишда, декарт координаталари системасида эса: $(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$ кўриниш, да бўлади.

Охирги тенгламадан К. нинг 4-тартибли алгебраик эгри чизиқ эканлиги келиб чиқади.

Грек. χαρδια — юрак; εἶδος — кўриниш; кўриниши юракка ўхшаш.

КАРНО ТЕОРЕМА — КАРНО ТЕОРЕМАСИ. Айтайлик, ABC — маълум вазиятда жойлашган учбурчак ва $f(x)$ — учбурчак томонларини ёки уларнинг давомларини m та нуқтада кесиб ўтувчи m-тартибли текис алгебраик эгри чизиқ бўлсин. Агар $f(x)$ эгри чизиқнинг AB тўғри чизиқ билан кесишиш нуқталарини $C_1, C_2, \ldots, C_m$ орқали, BC тўғри чизиқ билан кесишиш нуқталарини $A_1, A_2, \ldots, A_m$ орқали, CA тўғри чизиқ билан кесишиш нуқталарини $B_1, B_2, \ldots, B_m$ орқали белгиланса ва $3m$ та

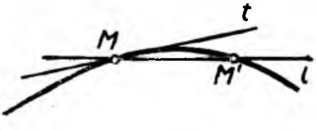
$$\frac{C_iA}{C_iB}, \quad \frac{A_iB}{A_iC}, \quad \frac{B_iC}{B_iA} \quad (i = 1, 2, 3, \ldots, m)$$

нисбатлар тузилса, бу нисбатларнинг кўпайтмаси $+1$ га тенг бўлади. Агар C_i нуқта A ва B нуқталар орасида ётса ёки, бари бир, AC_i ва C_iB кесмаларнинг йўналишлари бир хил бўлса, у ҳолда $\frac{C_iA}{C_iB} > 0$ бўлади, акс ҳолда $\frac{C_iA}{C_iB} < 0$ бўлади. $m=1$ бўлганда Менелай теоремаси, $m = 2$ бўлганда конус кесимнинг учбурчак томонлари билан кесишиши ҳақидаги теорема келиб чиқади.

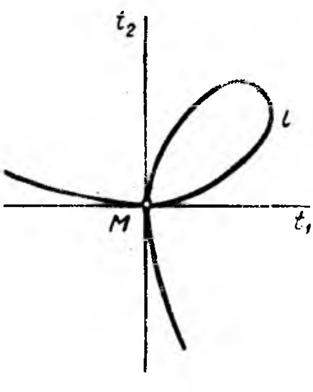
Бу теорема уни асослаган француз математиги Л. Карно номи билан аталган.

КАСАНИЕ — УРИНИШ — икки эгри чизиқ ёки бир эгри чизиқ билан сиртнинг бирор нуқтада умумий уринма тўғри чизиққа (қ. Касательная прямая) эга бўлиш хоссаси ёки икки сиртнинг бирор нуқтада умумий уринма текисликка (қ. Касательная плоскость) эга бўлиш хоссаси. Икки эгри чизиқнинг (эгри чизиқ билан сирт ёки икки сиртнинг) У. га эга бўлиш нуқтаси уриниш нуқтаси ёки туқнашиш нуқтаси дейилади.

КАСАТЕЛЬНАЯ—УРИНМА. l эгри чизиққа M нуқтада ўтказилган У.— эгри чизиқнинг иккинчи M' нуқтаси M нуқтага чексиз яқинлашганда MM' кесувчи эгаллайдиган t тўғри чизиқнинг лимит ҳолати (95-расм). Ҳар қандай узлуксиз эгри чизиқ ҳам уринмага эга бўлавермайди. Масалан, 96-расмдаги эгри чизиқ M нуқтада аниқ уринмага эга эмас, бу нуқтада у иккита t_1 ва t_2 лимит тўғри чизиққа эга. Узлуксиз эгри чизиқ ҳеч бир нуқтасида уринмага эга бўлмаслиги мумкин.



95- расм.



96- расм.

Агар текис эгри чизиқнинг тўғри бурчакли координаталардаги тенгламаси $y = f(x)$ кўринишда бўлса, у ҳолда абсциссаси x_0 бўлган M нуқтадаги У. тенгламаси бундай ёзилади:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0),$$

бунда $f'(x_0)$ ҳосила У. нинг бурчак коэффициентидир. S сиртнинг M нуқтасидаги У. деб, M нуқтадан ўтувчи ва S га M нуқтадан ўтказилган уринма текисликда ётувчи ихтиёрий тўғри чизиққа айтилади. (қ. Касательная плоскость).

КАСАТЕЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ — УРИНМА ТЕКИСЛИК. S сиртга M нуқтада ўтказилган У. т. — M нуқтадан ўтувчи текислик бўлиб, сиртнинг ўзгарувчи M' нуқтаси M га интилганда M' нуқтадан бу текисликкача бўлган масофа MM' масофага нисбатан чексиз кичик бўлади.

Агар сирт $f(x, y, z) = 0$ тенглама билан берилган бўлса, у ҳолда бу сиртнинг $M(x_0, y_0, z_0)$ нуқтасидаги У. т. тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x-x_0)+\frac{\partial f}{\partial y}(y-y_0)+\frac{\partial f}{\partial z}(z-z_0)=0,$$

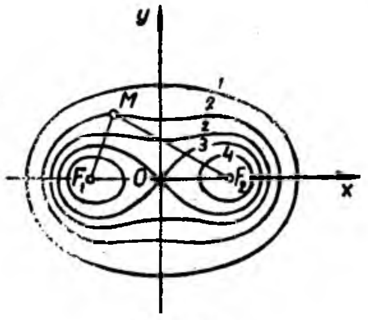
бунда $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ — хусусий ҳосилаларнинг (x_0, y_0, z_0) нуқтадаги қийматлари.

$O(r)$ сферага унинг M нуқтасида ўтказилган У. т. уриниш нуқтасида сферанинг радиусига перпендикуляр бўлган текисликдан иборат бўлади. Конус ва цилиндрнинг (қ. Коническая, Цилиндрическая поверхность) M нуқтасидаги У. т. бу сиртларнинг M нуқтасига қарашли ясовчиларидан фақат биттаси орқали ўтади.

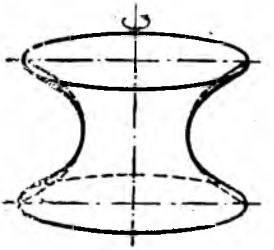
КАССИНИ ОВАЛ — КАССИНИ ОВАЛИ — берилган икки нуқтагача бўлган масофалари кўпайтмаси доимий бўлган нуқталарнинг геометрик ўрнини тасвирловчи текис эгри чизиқ. Қ. о. нинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги энг содда тенгламаси:

$$(x^2+y^2)^2-2c^2(x^2-y^2)=a^4-c^4,$$

бунда c — берилган F_1 ва F_2 нуқталар орасидаги масофанинг ярми, a^2 эса $MF_1 \cdot MF_2$ кўпайтмага (97-расм) тенг бўлган берилган ўзгармас миқдордир.



97-расм.



98-расм.

Агар $a \geqslant c\sqrt{2}$ бўлса, у ҳолда Қ. о. *1* кўринишдаги қавариқ эгри чизиқ бўлади, $c < a < c\sqrt{2}$ бўлса, Қ. о. 2 кўринишдаги эгри чизиқ бўлади, агар $a = c$ бўлса, Қ. овали 3 кўринишдаги Я. Бернулли лемнискатасига (қ.) айланади, агар $c > a$ бўлса, у ҳолда Қ. о. икки овалдан тузилган икки боғламли *4* эгри чизиқ бўлади.

Қ. о. бу эгри чизиқни биринчи бўлиб текширган француз олими Жон Кассини номи билан аталган.

КАТЕНОИД — КАТЕНОИД — занжир чизиқнинг (қ. Цепная линия) ўз директрисаси (98-расм) атрофида айланишидан ҳосил бўлган сирт. Қ. — айланиш сиртлари орасида ягона минимал сиртдир (қ. Минимальные поверхности). Қ.

нинг моделини бундай ясаш мумкин: икки сим доирани шундай жойлаштириш лозимки, уларнинг текислиги марказлар чизиғига перпендикуляр бўлсин. Бунда бу доиралар текисликлари билан чегараланган совун пардаси сирт таранглиги кучлари таъсири натижасида Қ. шаклига эга бўлади.

ҚАТЕТ — КАТЕТ — тўғри бурчакли учбурчакнинг (текис ёки сферик) тўғри бурчагига ёпишган икки томондан ҳар бири. Бунда тўғри бурчакли сферик учбурчак деб фақат битта тўғри бурчакка эга бўлган учбурчакка айтилади.

Қ. Пифагора теорема.

Грек. καθετοζ (кatetoc) — шовун.

КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ дифференциальных уравнений — дифференциал тенгламаларнинг **СИФАТ НАЗАРИЯСИ**—дифференциал тенгламаларнинг ечимларининг ўзини топмасдан, бу ечимларнинг хоссаларини ўрганиш. Кўп ҳолларда ечимларни ошкор кўринишда топиб бўлмагани учун, дифференциал тенгламаларнинг С. н. катта аҳамиятга эга. Дифференциал тенгламалар С. н. асосчилари рус математиги А. М. Ляпунов ва француз математиги А. Пуанкаредир. Кейинчалик дифференциал тенгламаларнинг С. н. ривожланишига совет математикларидан А. А. Андронов, Н. Н. Боголюбов, Н. М. Крилов, В. В. Немицкий, И. Г. Петровский, В. В. Степанов ва бошқалар катта ҳисса қўшдилар.

Дифференциал тенгламалар С. н. нинг асосий бўлимлари: чизиқли проблемалар, чизиқлимас проблемалар ва ечимларнинг параметрларга боғланиши.

Чизиқли проблемалар. Чизиқли дифференциал тенгламаларнинг

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^{n} p_{ik}(t)\, x_k(t) \qquad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

системаси ёки битта:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(t)\, y^{(i)} = 0$$

тенглама қараб чиқилади.

Дифференциал тенгламаларнинг С. н. да бундай тенгламалар ечимининг $t \to \infty$ даги асимптотик ҳолати ҳақидаги масала ўрганилади. Бундай ечимларнинг ўсиш даражаси коэффициентларга боғлиқ равишда олинади. Ечимлар барқарорлигининг критерийлари ҳосил қилинади. Уларни биринчи марта А. М. Ляпунов ўрганган. Дифференциал тенгламаларнинг С. н. чизиқли дифференциал тенгламалар ечимининг ноллариии текшириш билан ҳам шуғулланади (уларнинг сони, чизиқли эркли ечимлари ноллариииг такрорланиши).

Чизиқлимас проблемалар. Қуйидаги тенгламалар системаси қараб чиқилади:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ t)\ \ (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Ечимларнинг Ляпунов бўйича турғунлиги ва даврий ечимларнинг мавжудлиги масалалари энг муҳим ҳисобланади. Бу масалаларни ҳал қилишда асосан Ляпунов ишлаб чиққан методлар қўлланилади. Ечимларнинг махсус нуқта атрофидаги ҳолати тўла-тўкис ўрганилган. Интеграл эгри чизиқларни махсус нуқта атрофида эмас, балки бутунича текшириш муҳим масала ҳисобланади.

Ечимларнинг параметрларга боғлиқ бўлиши. Ўнг томонлар боғлиқ бўлган параметрларнинг ўзгариши билан даврий ечимларнинг сақланиши ҳақидаги масала текширилади. Юқори ҳосилалари ёнида кичик параметрлар қатнашган тенгламаларни текширишга кўп ишлар бағишланган.

Адаб.: А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движений, Гостехиздат, М.—Л., 1950; А. Пуанкаре, О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями, М.—Л., 1949.

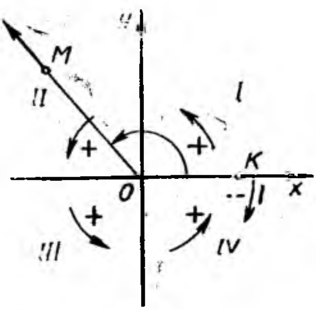
КАЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ — СИФАТ МЕТОДЛАРИ — масалани ечмасдан унинг ечимининг баъзи хоссаларини кўрсатишга имкон берувчи методлар. С. м. билан ечиладиган масалаларга қуйидагилар мисол бўла олади: 1) дифференциал тенгламанинг ечими турғун ёки турғун эмаслигини, уларнинг тебраниши ёки тебранмаслигини, қандай типдаги махсус нуқталар учрашини аниқлаш; 2) $f(z)=0$ тенглама илдизларининг жойланиш хусусиятларини кўрсатиш масалан, улар ҳақиқий ва қандай ярим текисликда жойлашганлигини аниқлаш.

Математика сифат характеридаги айрим масалалар билан аллақачонлар учрашган, лекин С. м. фақат XX асрга келибгина кенг тарқалди. Масалан, дифференциал тенгламаларнинг сифат назариясига рус математиги А. М. Ляпунов асос солди. Вариацион масалаларда С. м. соҳасида совет математикларидан Л. А. Люстерник ва Л. Г. Шнирельман энг муҳим натижаларга эришдилар.

Адаб.: А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения, Гостехиздат, М., 1950; Л. А. Люстерник и Л. Г. Шнирельман, Топологические методы в вариационных задачах, ОНТИ, М., 1930; В. В. Немыцкий, Метод неподвижных точек в анализе, «Успехи математических наук», вып. 1, 1936.

КВАДРАНТ — КВАДРАНТ — икки перпендикуляр координата ўқи ҳосил қилган тўртта тўғри бурчакдан бири.

Қ. соат стрелкасининг ҳаракатига тескари йўналишда номерланади Ox ва Oy ярим ўқларнинг мусбат йўналишлари билан чегараланган тўғри бурчак биринчи Қ. деб ҳисобланади.



99- расм.

Тўртинчи Қ. баъзан биринчи манфий Қ. деб, учинчи эса иккинчи манфий Қ. деб аталади ва ҳоказо. Агар MOK бурчакнинг учи координаталар боши билан, бурчакнинг қўзғалмас OK томони Ox ярим ўқ билан устма-уст тушса, лекин қўзғалувчи OM томони бирор Қ. нинг ичида жойлашган бўлса, у ҳолда MOK бурчак ўша Қ. да ётади дейишади, масалан, MOK бурчак иккинчи Қ. да (чоракда) ётади (99- расм).

Қ. координат бурчаги ёки чорак ҳам дейилади.

КВАДРАТ — КВАДРАТ — икки қўшни томони тенг бўлган (бундан барча томонларининг тенглиги келиб чиқади) тўғри тўртбурчак. Қ. ни учларидан биридаги бурчаги тўғри бурчак бўлган (бундан барча бурчакларининг тўғри бурчаклиги келиб чиқади) ромбдир деб таърифлаш ҳам мумкин. Квадратга бундай таъриф бериш ҳам мумкин: Қ. — барча томонлари ва барча бурчаклари тенг бўлган параллелограммдир.

Қ. нинг тўртта симметрия ўқи бор: икки диагональ ва икки ўрта чизиқ (қарама-қарши томонларини туташтирувчи кесма). Қ. га ташқи чизилган ва ички чизилган айлана ясаш мумкин Қ. мунтазам кўпбурчаклардан биридир (қ. Правильный многоугольник). Қ. нинг диагонали ўз томони билан ўлчовдош эмас (қ. Соизмеримые величины, Несоизмеримые величины).

КВАДРАТИЧЕСКАЯ ОШИБКА — КВАДРАТИК ХАТО — қуйидаги ифода:

$$\sqrt{\frac{\Delta_1^2+\Delta_2^2+\ldots+\Delta_n^2}{n}}=\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}},$$

бунда Δ — ўлчаш хатоси, яъни миқдорнинг ҳақиқий қиймати билан ўлчаб топилган қиймати орасидаги айирма. n—ўлчашлар сони, $[\Delta^2]$ — Гаусс бўйича йиғиндининг белгиланиши.

Қ. х. ўтказилган ўлчашлар аниқлигининг ва афзаллигининг яхши критерийси, чунки, биринчидан, Қ. х. миқдорига абсолют қиймати катта бўлган тасодифий хатолар қиёсан кам таъсир қилади, иккинчидан, Қ. х. барқарор, шу туфайли амалда унча катта бўлмаган сондаги ўлчашлар бу хато қийматини қониқарли даражадаги аниқлик билан топишга имкон беради.

Чаманинг Қ. х. қанча кичик бўлса, бу чамалашнинг ўзи шунча эффектив ҳисобланади.

қ. Ошибка округления, Погрешность, Округление.

Адаб.: В. И. Романовский, Элементарный курс математической статистики, изд. АН Узбекской ССР, Ташкент, 1963.

КВАДРАТИЧНАЯ ИРРАЦИОНАЛЬНОСТЬ — КВАДРАТИК ИРРАЦИОНАЛЛИК — бутун (рационал) коэффициентли квадрат тенгламанинг иррационал илдизи. Бошқача айтганда, Қ. и. — рационал сонлар майдонида келтирилмайдиган квадрат тенгламанинг илдизидир. Қ. и. ҳар доим $\frac{A+B\sqrt{C}}{D}$ кўринишда тасвирланиши мумкин, бунда A, B, C, D — бутун сонлар, $D \neq 0$ ва C бошқа бутун соннинг квадрати бўла олмайди. Қ. и. ҳақидаги асосий теорема Лагранж теоремаси (қ.) ва унга тескари теоремадир.

Қ. Квадратное уравнение, Иррациональность n-й степени.

КВАДРАТИЧНАЯ ФОРМА — КВАДРАТИК ФОРМА — қуйидаги бир жинсли иккинчи даражали полином:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j.$$

Қ. ф. одатда $A = \|a_{ij}\|$ квадратик матрица билан характерланади. Комплекс коэффициентли x ўзгарувчиларни чизиқли алмаштириш ёрдамида Қ. ф. ни қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_k^2, \quad k \leqslant n.$$

Агар a_{ij} ҳақиқий бўлса, лекин x ўзгарувчиларнинг чизиқли алмаштириши ҳақиқий сонлар майдонида қаралса, у ҳолда F Қ. ф. қуйидаги кўринишга келтирилади:

$$y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_s^2 - y_{s+1}^2 - \ldots - y_k^2, \quad k \leqslant n,$$

бунда мусбат квадратларнинг s сони F ни бу кўринишга қандай усул билан келтиришга боғлиқ бўлмаган ҳолда ўзгармайди (қ. Инерции закон Қ. ф., Сигнатура Қ. ф). C матрицали $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ўзгарувчиларни чизиқли алмаштирганда Қ. ф. нинг A матрицаси CAC' матрицага ўтади (C — транспонирланган (қ.) матрица).

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ ўзгарувчиларни ортогонал алмаштириш натижасида F ни қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$\lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + \ldots + \lambda_n y_n^2, \tag{*}$$

бунда $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ — Қ. ф. нинг инвариантлари бўлган ҳақиқий сонлар (қ. Ортогональное преобразование).

Юқорида баён қилинган теоремалар математиканинг кўпгина бўлимларида муҳим ва кўп татбиқ этилади. Масалан, аналитик геометрияда 2-тартибли эгри чизиқ (сирт) нинг турини аниқлашда аслида Қ. ф. ни (*) кўринишга келтириш ҳақидаги масала ечилади, эллипс, гипербола ва шу кабиларнинг ярим ўқларини ҳисоблаш эса (*) формуладаги λ сонларни ҳисоблашга келтирилади.

Дифференциал геометрияда ўзгарувчи $a_{ij} = a_{ij}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ коэффициентли Қ. ф. қаралади, шу муносабат билан Қ. ф. назарияси янги мазмун билан бойитилади. Қ. ф. орасида мусбат аниқланган Қ. ф. лар катта аҳамиятга эга, уларда $\lambda_i > 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$ (қ. Положительно определенная Қ. ф.). Шунингдек, манфий аниқланган Қ. ф. лар ($\lambda_i < 0$, $i=1, 2, \ldots, n$) ҳам қаралади.

Адаб.: И. М. Гельфонд, Основы линейной алгебры, Гостехиздат, М., 1951; Г. Е. Шилов, Введение в теорию линейных пространств, Гостехиздат, М., 1952.

КВАДРАТИЧНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ — КВАДРАТИК ОҒИШ — x_1, x_2, ..., x_n миқдорларнинг бирор c миқдордан қуйидагига тенг оғиши:

$$\sqrt{\frac{(x_1-c)^2+(x_2-c)^2+\ldots+(x_n-c)^2}{n}}.$$

$c=\bar{x}$ бўлганда К. о. энг кичик қийматга эга бўлади, бунда $\bar{x}$ — миқдорларнинг ўрта арифметик қиймати:

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}.$$

Бу ҳолда К. о. x_1, x_2, ... x_n миқдорлар системасининг сочилиш ўлчови бўлади. Вазний К. о. қуйидаги ифоданинг квадратик илдизи сифатида аниқланади:

$$\frac{p_1(x_1-c)^2+p_2(x_2-c)^2+\ldots+p_n(x_n-c)^2}{p_1+p_2+\ldots+p_n},$$

бунда p_1, p_2, ..., p_n сонлар мос равишда x_1, x_2, ..., x_n миқдорларнинг оғирликлари. c миқдор вазний ўрта қийматга, яъни

$$\frac{p_1x_1+p_2x_2+\ldots+p_nx_n}{p_1+p_2+\ldots+p_n}$$

ўрта қийматга тенг бўлганда вазний К. о. нинг қиймати энг кичик бўлади.

Эҳтимоллар назариясида ξ тасодифий миқдорнинг ўз математик кутилмасидан σ К. о. деганда дисперсиядан олинган квадрат илдиз тушунилади (қ. Математическое ожидание):

$$\sigma\xi=\sqrt{D\xi}.$$

К. о. статистик баҳолашнинг сифат ўлчови ўрнида қўлланади ва бу ҳолда тегишли баҳолашнинг квадратик хатоси деб аталади (қ. Квадратическая ошибка).

КВАДРАТИЧНОЕ СРЕДНЕЕ — КВАДРАТИК ЎРТА ҚИЙМАТ. n та a_1, a_2, ..., a_n ($n\geqslant 2$) сонниг квадратик ўрта қиймати қуйидагига тенг сон:

$$\sqrt{\frac{a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2}{n}}.$$

К. ў. қ. a_1, a_2, ..., a_n сонларнинг ўрта қийматидир (қ. Среднее чисел) a_1, a_2, ..., a_n сонларнинг К. ў. қ. шу сонлар квадратларининг ўрта арифметик қийматидан олинган квадрат илдиздир.

КВАДРАТИЧНЫЕ ЧИСЛА — КВАДРАТИК СОНЛАР — n^2 кўринишидаги натурал сонлар, бунда $n=1, 2, \ldots, n$. К. с. иккинчи тартибли арифметик қатор ҳосил қилади (қ. Арифметический ряд), қаторнинг биринчи айирмалари натурал қатор бўлади, иккинчи айирмалари бирга тенг бўлади. К. с. фигурали сонларнинг (қ. Фигурные числа) хусусий ҳолидир.

КВАДРАТИЧЕСКИЙ ВЫЧЕТ по модулю p — p модул бўйича **КВАДРАТИК ЧЕГИРМА.** $x^2\equiv a \pmod p$ таққослама ечимга эга бўлган ҳолда ва фақат шу ҳолда p билан ўзаро туб бўлган a сони p модул бўйича К. ч. дейилади; бу таққослама ечимга эга бўлмаган ҳолда ва фақат шу ҳолда p билан ўзаро туб бўлган a сони p модул бўйича квадратик чегирмамас деб аталади.

Агар p — туб сон бўлса, у ҳолда p модул бўйича келтирилган чегирмалар системасидаги (қ. Приведенная система вычетов) сонлардан ярми К. ч. бўлади, ярми эса квадратик чегирмамас бўлади, яъни униси ҳам, буниси ҳам $\frac{p-1}{2}$ тадан бўлади К. ч. ни ва квадратик чегирмамасларни билиб олиш учун Эйлер критерийсидан (қ.) фойдаланилади. Бу масала Лежандр ва Якоби символлари (қ. Лежандра символ, Якоби символ) ёрдамида осонгина ҳал қилинади.

Мисол. 13 модул бўйича 1, 3, 4, 9, 10 ва 12 сонлари К. ч. бўлади, 2, 5, 6, 7, 8, 11 сонлари квадратик чегирмамас бўлади.

КВАДРАТИЧЕСКИЙ НЕВЫЧЕТ по модулю p—p модул бўйича **КВАДРАТИК ЧЕГИРМАМАС.** қ. Квадратический вычет.

КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ — КВАДРАТ ТЕНГЛАМА: $ax^2+bx+c=0$ кўринишдаги тенглама, бунда $a \neq 0$, a, b, c коэффициентлар ҳақиқий ёки комплекс сонлар бўлиши мумкин. Одатда ҳақиқий коэффициентли К. т. қаралади. Комплекс сонлар майдонида К. т. ҳар доим иккита ечимга эга бўлади.

Агар $a=1$ бўлса, К. т. келтирилган К. т. дейилади, у одатда $x^2+px+q=0$ кўринишда ёзилади. Агар $b=0$ ёки $c=0$ ёки $b=c=0$ бўлса, К. т. чала К. т. дейилади.

Агар бутун коэффициентли К. т. битта иррационал $x_1=r_1+\alpha$ илдизга эга бўлса, бу тенглама иккинчи иррационал $x_2=r_1-\alpha$ илдизга ҳам эга бўлади, бунда r_1—рационал сон, α — иррационал сон.

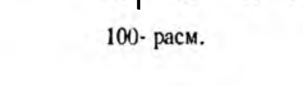
Агар a, b, c лар ҳақиқий сонлар ва $u+vi$ $(v \neq 0)$—К. т. нинг илдизи бўлса, унга қўшма бўлган $u-vi$ сони ҳам К. т. нинг илдизи бўлади. Бутун (ёки рационал) коэффициентли К. т. нинг иррационал илдизлари квадратик иррационаллик дейилади (қ. Иррациональность n-й степени).

К. т. илдизларининг йиғиндиси $-\frac{b}{a}$ га тенг, яъни $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, илдизларининг кўпайтмаси эса $\frac{c}{a}$ га тенг, яъни $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$ (қ. Виета формулы).

К. т. иккинчи даражали бир номаълумли тенглама деб ҳам аталади.

КВАДРАТНАЯ МАТРИЦА — КВАДРАТ МАТРИЦА — йўл ва устунлари сони бир хил бўлган матрица.

КВАДРАТРИСА — КВАДРАТРИСА — тўғри бурчакли декарт координаталари системасида тенгламаси $y=x\cdot\operatorname{ctg}\frac{\pi x}{2r}$ кўринишда бўлган текис эгри чизиқ, бунда r — маркази координат бошида бўлган айлананинг OA радиуси (100- расм).



100- расм.

Квадратриса O нуқта атрофида (соат стрелкаси бўйича) текис айланувчи OM тўғри чизиқ билан $A'B'$ тўғри чизиқ кесишган P нуқталарнинг геометрик ўрни деб таърифланиши мумкин; бу $A'B'$тўғри чизиқ Oy ўққа параллел бўлиб Ox ўқ йўналишида текис ҳаракат қилиб кўчади; OM тўғри чизиқ тўғри бурчакка (90° га) бурилганда $A'B'$ тўғри чизиқ Ox ўқ бўйича $OA=r$ масофага кўчади.

К. қадимги грек математикларига маълум бўлган: бурчакни тенг уч қисмга бўлиш (қ. Трисекция угла) ҳақидаги масалани ечишда Гиппий Элидский К. ни эрамиздан олдинги V асрда, доира квадратураси (қ. Квадратура круга) ҳақидаги масалани ечишда К. ни Динострат эрамиздан олдинги IV асрда ишлатган.

Агар $x \to 0$ бўлса, К. тенгламасидан:

$$y_0=\lim_{x\to 0} x\operatorname{ctg}\frac{\pi x}{2r}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2r}}=\frac{2r}{\pi}$$

келиб чиқади, бундан y_0 кесмани билган ҳолда радиуси r бўлган доирага тенгдош квадрат ясаш мумкин.

Адаб.: Г. ф. де Л' Опиталь, Анализ бесконечно малых, Гостехиздат. М., 1935; Г. Г. Цейтен, История математики в древности и в средние века, ОНТИ, М., 1938.

КВАДРАТУРА — КВАДРАТУРА: 1°. К. — квадрат бирликларда ифодаланган юз катталиги. 2°. К. — берилган фигурага тенгдош бўлган квадрат ясаш. 3°. К. — интегрални ҳисоблаш. Кубатура терминига солиштиринг.

КВАДРАТУРА КРУГА — ДОИРА КВАДРАТУРАСИ — берилган доирага тенгдош квадрат ясаш ҳақидаги масала. Бу масала бурчакни тенг учга бўлиш (қ. Трисекция угла) ва кубни иккилантириш (қ. Удвоение куба) каби, циркуль ва чизғич ёрдами билан ечилмайди. Д. к. $x^2 = \pi r^2$ тенгламани ечишга (бунда x — изланган квадратнинг томони, r эса берилган доиранинг радиуси) ёки $x = \sqrt{\pi r \cdot r}$ кесма ясашга келтирилади. Лекин кесмани циркуль ва чизғич ёрдами билан ясаш критерийсига (қ. Критерий) кўра, x кесмани циркуль ва чизғич ёрдамида ясаш мумкин эмас, чунки π сони (ва $\sqrt{\pi}$ ҳам) трансцендент, яъни у бутун коэффициентли ҳеч қандай алгебраик тенгламанинг илдизи бўла олмайди.

Бироқ $x = \sqrt{\pi r \cdot r}$ кесмани ясашнинг бошқа воситалари бор, масалан, Д. к. масаласини квадратриса (қ.) ёрдамида ечиш, ечишнинг тақрибий усуллари ва Д. к. ҳақидаги масалани ечишнинг механик усулларидан (масалан, Леонардо да Винчи цилиндридан) фойдаланиш мумкин.

Адаб.: Ф. Рудио, О квадратуре круга, ОНТИ, М., 1936; А. Адлер, Теория геометрических построений, М., Учпедгиз, 1940.

КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ — КВАДРАТУРА ФОРМУЛАЛАРИ — интеграл остидаги функциянинг баъзи нуқталардаги қийматларига қараб аниқ интегрални ҳисоблаш формулалари. К. ф. га Симпсон (қ. Симпсона формула), Котес формуласи ва бошқалар мисол бўла олади. Энг оддий К. ф. дан бири трапеция формуласидир:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{2}\,[f(a) + f(b)] - \frac{(b-a)^3}{12} f''(\xi),$$

бунда

$$a \leqslant \xi \leqslant b.$$

Адаб.: С. М. Никольский, Квадратурные формулы, Гостехиздат, М., 1958.

КВАДРИЛЛИОН — КВАДРИЛЛИОН — орқасига 15 та ноль ёзиладиган бир билан тасвирланган сон (Франция ва АҚШ да), яъни 10^{15} сони. Баъзи мамлакатларда (Англия, Германия) К. деб 10^{24} сонига айтилади.

Совет математика адабиётида К. термини ишлатилмайдиган бўлиб қолди, деса бўлади.

КВАДРИРУЕМАЯ ОБЛАСТЬ — КВАДРАТЛАНУВЧИ СОҲА — маълум юзга эга бўлган соҳа ёки бари бир Жордан маъносидаги маълум текис ўлчовли соҳа (қ. Площадь, Мера множества).

Соҳа квадратланувчи бўлиши учун унинг чегараси нолга тенг юзага эга бўлиши зарур ва етарлидир. Бу шартни қаноатлантирмайдиган ва, демак, квадратланмайдиган соҳалар ҳам мавжуд.

Адаб.: В. В. Немыцкий и др., Курс математического анализа, т. т., 1, 2, Гостехиздат, М., 1944; Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, т т. 2, 3, Физматгиз, М., 1963; Э. Лебег, Об измерении величин, Учпедгиз, М., 1960.

КВАЗИГРУППА — КВАЗИГРУППА — қуйидаги тенгламалардан ҳар бири ечимга эга ва фақат биргина ечимга эга бўлган группоид (қ.):

$$ax = b, \quad ya = b. \qquad (*)$$

Шундай қилиб, К. деб шундай $G = \{a, b, c, \ldots\}$ тўпламга айтиладики, унда кўпайтириш деб аталган биргина бинар амал аниқланган ва $ab = c$ каби белгиланадиган бўлиб, бу амал (*) тенгламанинг бир қийматли ечилишини қаноатлантиради. Агар К. амалига қандайдир қўшимча шартлар қўйилса, К. нинг бирор махсус синфи ажратилган бўлади. К. нинг энг муҳим синфи квазигруппадан ассоциативлик (қ.) $(ab)c = a(bc)$ қонунини қаноатлантиришни талаб қилганда ҳосил бўладиган группалардир (қ.).

К. нинг иккинчи қизиқарли синфи дистрибутивлик квазигруппадир, бу синф К. да дистрибутивлик қонуни бажариладиган шартда ҳосил қилинади:

$$(ab)\,c = (ac)\,(bc) \text{ ва } c(ab) = (ca)\,(cb).$$

Ўрта арифметик қийматини топиш амалига нисбатан олинган барча ҳақиқий сонлар тўплами дистрибутив К. га мисол бўла олади (қ. Среднее чисел).

Агар a, b элементлар ҳар қандай бўлганда (*) тенгламанинг биргина e ечимга эга бўлиши талаб қилинса, бундай К. лупа дейилади.

Адаб.: А. Г. Курош, Лекции по общей алгебре, Физматгиз, М., 1962.

КВАЗИЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ — КВАЗИЧИЗИҚЛИ ТЕНГЛАМАЛАР — қуйидаги кўринишдаги тенгламалар:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(x_1, x_2, \ldots, x_n, u)\frac{\partial u}{\partial x_i} + b(x_1, x_2, \ldots, x_n, u) = 0. \qquad (*)$$

(*) К. т. u нинг ҳосиласига нисбатан чизиқли бўлиб, u нинг ўзига нисбатан чизиқли эмас; агар дифференциал тенглама тартиби бирдан юқори бўлган ҳосилаларга эга бўлгани ҳолда u нинг юқори ҳосиласига нисбатан чизиқли бўлиб, u нинг қуйи тартибли ҳосилаларига нисбатан чизиқли бўлмаса, у ҳолда бу дифференциал тенглама К. т. дейилади.

КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — КВАЗИДАВРИЙ ФУНКЦИЯЛАР — бутун ҳақиқий ўқда қуйидаги кўринишдаги умумлашган тригонометрик полиномлар воситасида аниқланиб, текис яқинлашадиган функциялар:

$$\sum a_{n_1 n_2 \ldots n_k}\, e^{i(n_1\alpha_1 + n_2\alpha_2 + \ldots + n_k\alpha_k)x},$$

бунда $n_1, n_2, \ldots, n_k$ — ихтиёрий сонлар, $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$ — берилган ҳақиқий сонлар. Функцияларнинг бу синфи биринчи марта латиш математиги П. Боль томонидан 1893 йилда киритилган ва текширилган. Боль квазидаврий функцияларнинг қатор зарурий ва етарлилик шартларини кўрсатиб берган. Хусусий ҳолда

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \ldots + f_k(x)$$

кўринишдаги ҳар қандай функция К. ф. бўлади, бунда $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_k(x)$ функциялардан ҳар бири узлуксиз ва даврий (уларнинг даврлари ҳар хил бўлиши мумкин), К. ф. назарияси кейинчалик деярли даврий функциялар (қ. Почти-периодическая функция) назариясини яратиш учун асос бўлди.

КВАТЕРНИОНЫ — КВАТЕРНИОНЛАР — $a + bi + cj + dk$ кўринишдаги ифода, бунда a, b, c, d — ҳақиқий сонлар, i, j, k ўзаро ва 1 сони билан қуйидаги кўпайтириш жадвали ёрдамида боғланган бирор символлар:

	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

Жадвалда устунларда турган символларнинг сатрларда турган символларга кўпайтмалари ёзилган. Бунда кўпайтувчиларнинг тартиби сақланиши (ўрни алмашмаслиги) зарур. Иккита К. ни кўпайтириш учун кўпҳадни кўпҳадга кўпайтириш қоидасига амал қилиб, юқорида келтирилган кўпайтириш жадвалини эътиборга олиш керак. Иккита К. кўпайтмаси кўпайтувчилар тартибига боғлиқ. $\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}$ сони К. нинг нормаси дейилади, $(a+bi+cj+dk)\times$ $\times(a-bi-cj-dk)$ кўпайтмаси эса норманинг квадратига тенг бўлади. $a-bi-cj-dk$ К. $a+bi+cj+dk$ К. га қўшма К. дейилади. Ноль бўлмаган К. лар кўпайтириш бўйича группа ҳосил қилади. Кўпайтманинг нормаси нормалар кўпайтмасига тенг.

К. ни инглиз олими Гамильтон комплекс сонларни умумлаштириш ҳақидаги масала муносабати билан 1843 йили киритган. Фробениусга қуйидаги теорема тааллуқлидир: ҳақиқий сонлар майдонида чекли рангли бўлиниш билан барча ассоциатив алгебралар уч хил бўлади: ҳақиқий сонлар алгебраси, комплекс сонлар алгебраси ва кватернионлар алгебраси. Ҳозирги замон математикасида К. нинг аҳамияти унча катта эмас.

Адаб.: Л. Я. Окунев, Высшая алгебра, Учпедгиз, М., 1958; Ф. Клейн, Элементарная математика с точки зрения высшей, перев. с немецкого, т. 1., ОНТИ, М., 1935.

КВИНТИЛЛИОН — КВИНТИЛЛИОН — 10^{18} сони (Франция ва АҚШ да) ёки 10^{30} сони (Англия ва Германияда).

КЕПЛЕРА УРАВНЕНИЕ — КЕПЛЕР ТЕНГЛАМАСИ. Бу тенглама $y-$ $-a\sin y=x$ кўринишда бўлади. Уни биринчи марта И. Кеплер осмон механикаси масалалари муносабати билан текширган.

КИБЕРНЕТИКА — КИБЕРНЕТИКА — машина, тирик организм ва уларнинг бирикмалари каби ташкил қилинган системаларда бошқариш ва алоқа процессларининг умумий қонуниятлари ҳақидаги фан. К. ни машина, тирик организм ва уларнинг бирикмаларида информация (қ. Теория информации) идрок этиш, етказиш, сақлаш, фойдаланиш ва қайта ишлаш ҳақидаги фан сифатида ҳам таърифласа бўлади.

К. яратишда И. Винер, К. Шеннон, Ж. Нейман, А. Н. Колмогоров, А. М. Ляпунов, И. В. Вишнеградский ва физиолог И. П. Павловларнинг ишлари катта роль ўйнади. қ. Программирование, Алгоритм.

Адаб.: Н. Винер, Кибернетика, или управление и связь в животном и машине, ИЛ, М., 1958; А. Н. Колмогоров, Кибернетика, БСЭ, изд. 2, т. 51, 1958; Б. А. Трахтенброт, Алгоритмы и машинное решение задач, Физматгиз, М., 1960.

КЛАСС — СИНФ — ҳар хил маънога эга бўлган термин. Масалан, бирор тўпламни элементларининг баъзи бир хоссалари бўйича яқин бўлган бир-бири билан кесишмайдиган қисм-тўпламларга бўлиш тўпламни С. ларга бўлиш дейилади. Тўпламни С. ларга бўлиш баъзи ҳолларда қуйидаги талабларни қаноатлантирувчи эквивалентлик ($\sim$ каби белгиланади) муносабатлари билан аниқланади: 1) $x\sim x$ (рефлексивлик); 2) агар $x\sim y$, $y\sim z$ бўлса, у ҳолда $x\sim z$ бўлади (транзитивлик); 3) агар $x\sim y$ бўлса, у ҳолда $y\sim x$ бўлади (симметриклик). Бу ҳолда С. ўзаро эквивалент элементлар тўплами бўлади.

Мисоллар: 1. G группа (қ.) ва унинг H қисм-группаси берилган бўлсин дейлик. G да эквивалентлик муносабатини киритамиз: агар $xy^{-1}\in H$ бўлса, $x\sim y$

бўлади. Бунда пайдо бўладиган синфлар G группанинг H қисм-группаси бўйича қўшмалик синфи дейилади.

2. $a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1$ сони берилган бўлсин, бунда $a_i = 0, 1, 2, \dots, 9$. Унда ҳар қандай $a_{i+2} a_{i+1} a_i$ рақамлар группаси, ўнгдан чапга саналганда, синфлар С.), и. бунда $i \equiv 1 \pmod 3$). $a_3 a_2 a_1$ рақамлар группаси биринчи С. (бирликдейилад $a_6 a_5 a_4$ лар иккинчи С. (минглар С.) ва ҳоказо. Рақамлар С. бир-биридан бир оз ажратиб ёзилади.

КЛАССИФИКАЦИЯ БЭРА—БЭР КЛАССИФИКАЦИЯСИ — функциялар тўпламини рекуррент равишда синфларга бўлиш. Бэрнинг биринчи синфига ҳамма жойда яқинлашувчи узлуксиз функциялар кетма-кетлигининг лимити бўлган узлукли функциялар киради. Унга, масалан, чекли сондаги узилишларга эга бўлган функциялар киради. Биринчи синфга кирмаган, лекин биринчи синфнинг ҳамма жойда яқинлашувчи функциялари кетма-кетлигининг лимити бўла оладиган ҳар бир функция иккинчи синфга киради. Бундан кейинги синфлар ҳам худди шундай аниқланади, бироқ бунда синфлар номери сонлар билан чегараланиб қолмасдан трансфинит сонлар (қ. Трансфинтные числа) ёрдамида давом эттирилиши мумкин.

Адаб.: И. П. Натансон, Теория функций вещественной переменной, Гостехиздат, М., 1950.

КЛЕЙНА ПОВЕРХНОСТЬ — КЛЕЙН СИРТИ — бир томонли сиртлардан бири. Уч ўлчовли фазода К. с. иккала учи очиқ бўлган трубадан ясалиши мумкин (101- расм); бунинг учун трубани шундай букиш керакки, унинг ингичка учи труба деворидан ичкарига ўтказилиб, иккала доиравий учлари ёпиштириб қўйи-

101- расм.

102- расм.

лади (102- расм). К. с. ни биринчи бўлиб немис математиги Ф. Клейн текширган. К. с. Клейн «шишаси» ҳам дейилади.

КЛЕРО УРАВНЕНИЕ — КЛЕРО ТЕНГЛАМАСИ — қуйидаги кўринишдаги тенглама:

$$y = px + \varphi(p),$$

бу ерда $p = \frac{dy}{dx}$, φ — дифференциалланувчи функция.

К. т. нинг умумий ечимини топиш учун (*) тенгламадаги p ўрнига ихтиёрий ўзгармас C сони қўйилади.

КЛОТОИДА — КЛОТОИДА — Корню спиралининг (қ.) худди ўзи.

КОВАРИАНТНОСТЬ — КОВАРИАНТЛИК — чизиқли алгебра ва тензор анализининг тушунчаси. n ўлчовли чизиқли фазода икки миқдор (қ. Тензор, Спинор) ўзларининг $x(x_1, x_2, \dots, x_k)$, $y(y_1, y_2, \dots, y_k)$ координаталари билан берилган бўлсин. Агар чизиқли фазонинг базиси ўзгарганда уларнинг иккаласи бир хил матрица ёрдамида алмашса, у ҳолда x ва y миқдорлар ковариант миқдорлар дейилади. Агар x миқдорни алмаштиришнинг A матрицаси y миқдорни алмаштиришнинг B матрицасига $A = (B')^{-1}$ муносабат билан боғланган бўлса, у ҳолда x ва y миқдорлар контравариант (контрагредиент) миқдорлар дейилади [$(B')^{-1}$—B матрицага тескари транспонирланган матрица]. Масалан, вектор билан чизиқли форма контрагредиентдир (векторнинг координаталари ва чизиқли форманинг коэффициентлари юқорида кўрсатилган каби алмашади (қ. Линейная форма).

Лат. co (cum) — биргаликда, contra — аксинча, тескарича, vario — ўзгараман.

КОНГРЕДИЕНТНОСТЬ — КОНГРЕДИЕНТЛИК — чизиқли алгебра ва тензор ҳисобининг тушунчаси бўлиб, ковариантликнинг (қ.) худди ўзи.

КОЛЕБАНИЕ ФУНКЦИИ на множестве E — E тўпламдаги **ФУНКЦИЯНИНГ ТЕБРАНИШИ** — E тўпламдаги функциянинг юқори чегараси билан қуйи чегараси орасидаги айирма.

КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ЧИСЛО — МИҚДОРИЙ СОН — кардинал сон (қ.) ёки тўплам қувватининг худди ўзи (қ. Мощность множества).

Чексиз тўпламлар учун М. с. трансфинит сонлардан (қ.) фарқ қилади, чунки айни бир чексиз тўпламни турлича тартиблаштириш мумкин.

КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРЫ — КОЛЛИНЕАР ВЕКТОРЛАР — бир тўғри чизиқда ёки параллел тўғри чизиқларда ётувчи векторлар. Нолдан фарқли бўлган икки **a** $\{x_1, y_1\}$ ва **b** $\{x_2, y_2\}$ вектор коллинеар бўлиши учун уларнинг бир исмли координаталари пропорционал бўлиши зарур ва етарлидир:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}.$$

Икки векторнинг коллинеарлик шарти баъзан бундай ёзилади: $a + \lambda b = 0$, бунда $\lambda \neq 0$

Лат. co (cum)—биргаликда, linea — чизиқ.

КОЛЛИНЕАЦИЯ — КОЛЛИНЕАЦИЯ — текислик (фазо) нуқталарини шу текисликнинг ёки бошқа бир текисликнинг нуқталарига шундай алмаштиришки, бунда бир тўғри чизиқда ётган нуқталар яна бир тўғри чизиқда ётувчи нуқталарга ўтади. Масалан, уч ўлчовли Евклид фазосида ҳар қандай ҳаракат (қ. Движение) К. дир, гомотетия (қ.) ҳам К. дир. Бироқ инверсия (қ.) К. бўла олмайди. Ҳар қандай аффин алмаштиришлар ҳам К. бўлади. Проектив фазода К. проектив алмаштириш бўлади (қ. Проективное преобразование).

КОЛОГАРИФМ — КОЛОГАРИФМ. a ($a > 0$, $a \neq 1$) асосдаги N сонининг кологарифми — $\frac{1}{N}$ сонининг логарифми. К. бундай белгиланади: $\mathrm{colog}_a N$.

К. баъзан логарифмик ҳисоблашларда манфий мантиссалар билан амаллар бажаришдан қочиб, айиришни қўшиш билан алмаштиришда учрайди. Масалан: $\lg\frac{2}{3} = \lg 2 - \lg 3 = \lg 2 + \mathrm{colg}\, 3$; $\mathrm{colg}\, 3 = -\lg 3 = -0{,}4771 = \bar{1}{,}5229$; $\lg\frac{2}{3} = 0{,}3010 + \bar{1}{,}5229 = \bar{1}{,}8239$.

Ҳозирги вақтда К. термини совет адабиётида ишлатилмайдиган бўлиб бормоқда.

КОЛЬЦО — ҲАЛҚА — ихтиёрий табиатли элементлар тўплами бўлиб, улар учун қўшиш (+ билан белгиланади) ва кўпайтириш (· билан белгиланади) амаллари аниқланган. Бу амаллардан ҳар бири Ҳ. нинг тартибланган элементларининг ҳар қандай жуфтига шу ҳалқанинг бир элементини мос келтиради, шу билан бирга қуйидаги шартлар бажарилади: 1) $a + b = b + a$ — қўшишнинг коммутативлиги; 2) $(a + b) + c = a + (b + c)$ — қўшишнинг ассоциативлиги; 3) ихтиёрий a ва b лар учун $a + x = b$ тенглама ягона бир ечимга эга; 4) қўшишга нисбатан кўпайтиришнинг дистрибутивлиги:

$$a(b + c) = ab + ac, \quad (b + c)a = ba + ca.$$

Ҳ. да кўпайтиришнинг ассоциативлиги (ассоциатив бўлмаган Ҳ.) ва кўпайтиришнинг коммутативлиги (коммутатив бўлмаган Ҳ.) бажарилмаслиги мумкин; Ҳ. учун бирликнинг бўлиши ҳам шарт эмас. Ҳ. даги маълум табиатли элементлар устида бажариладиган қўшиш ва кўпайтириш амалларини сонларни одатдаги қўшиш ва кўпайтириш билан аралаштириб юбориш ярамайди. 1—4- қонунлар маълум табиатли элементлар ва сонлар учун умумийдир.

Ҳ. га мисоллар: 1) одатдаги қўшиш ва кўпайтириш амаллари билан олинган ҳақиқий сонлар; 2) кўпҳадларни қўшиш ва кўпайтириш амалларига нисбатан олинган бир ўзгарувчили кўпҳадлар тўплами; 3) барча n- тартибли қия симметрияли матрицалар тўплами, бу тўпламда матрицаларни қўшишнинг одатдаги амали ва $a \cdot b = ab - ba$ формула билан аниқланган кўпайтириш амали олинган, бундаги ab ва ba — икки матрицани одатдагича кўпайтиришни билдиради. Бу ҳалқада бирлик иштирок этмайди ва кўпайтиришнинг ассоциатив ва коммутатив қонунлари ўринли эмас.

КОМБИНАТОРИКА — КОМБИНАТОРИКА — элементар математиканинг бўлими бўлиб, бунда чекли тўпламлар учун элементларнинг комбинация, ўринлаштириш, ўрин алмаштириш (қ. Перестановка) каби ҳар хил бирлашмалари (қ. Соединения), шунингдек барча бу бирлашмаларнинг такрорий турлари ва шунга ўхшаш тушунчалар ўрганилади. К. масалалари биринчи марта эҳтимоллик назарияси вужудга келиши муносабати билан XVI — XVIII асрларда қаралди; бунда эҳтимолларни «тенг имкониятли» элементар ҳодисалар гипотезаси асосида ҳисоблаш К. масаласига олиб келади. Кўпҳадлар алгебрасида, масалан, Ньютон биноми (қ.) формуласида ва унинг умумлаштирилишидан иборат бўлган полиномиал теоремада (қ.) К. дан фойдаланилади. К. мактабда Ньютон биноми формуласи муносабати билан ўрганилади. Пединститутларда К. «Элементар алгебра махсус курси» номли курсда алоҳида бўлим сифатида ўрганилади.

Адаб.: С. И. Новоселов, Специальный курс элементарной алгебры, «Советская наука», М., 1958.

КОМБИНАТОРНАЯ ТОПОЛОГИЯ — КОМБИНАТОРИК ТОПОЛОГИЯ — топологиянинг (қ.) бир қисми бўлиб, топологик фазони (қ. Топологическое пространство) анча оддий қисмларга [симплекслар (қ.), полиэдрлар (қ.) ва ҳоказо] бўлиб ўрганади.

Бетти группалари (қ. Бетти числа) ва топологик фазонинг бошқа муҳим характеристикалари К. т. терминларида аниқланади.

Адаб.: Л. С. Понтрягин, Основы комбинаторной топологии, Гостехиздат, М., 1947

КОММУТАНТ — КОММУТАНТ — группалар назариясининг термини. Турли коммутаторлар (қ.) коммутант элементлари бўла олади. Коммутант — группанинг нормал бўлувчисидир (қ. Нормальный делитель). Группанинг коммутант бўйича факторгруппаси — Абель группасидир (қ. Абелева группа).

КОММУТАТИВНАЯ ГРУППА — КОММУТАТИВ ГРУППА — Абель группасининг (қ.) худди ўзи.

КОММУТАТИВНОСТЬ — КОММУТАТИВЛИК. қ. Закон коммутативности.

КОММУТАТОР — КОММУТАТОР — алгебра термини бўлиб, коммутатив бўлмаган группа (қ.), алгебра (қ.), ҳалқа (қ. Кольцо) ва бошқаларни ўрганишда қўлланади. a ва b элементларнинг коммутатори $ab - ba$ га (ҳалқада), $a^{-1}b^{-1}ab$ га (группада) тенг. Ли алгебрасининг (қ. Ли группа) асосий амали ҳам К. деб аталади.

КОМПАКТ — КОМПАКТ — компакт метрик фазо, хусусий ҳолда Евклид фазосининг ихтиёрий чегараланган ёпиқ тўплами.

КОМПАКТНОСТЬ — КОМПАКТЛИК — математиканинг кўпгина бўлимларида кенг қўлланиладиган муҳим топологик тушунчадир. Агар топологик фазонинг (қ. Топологическое пространство) M тўплами нуқталарининг ҳар қандай чексиз кетма-кетлиги M тўпламга тегишли бўлган лимит нуқтага (қ. Предельная точка) эга бўлса, у ҳолда бу M тўплам компакт тўплам дейилади. Агар M тўплам чекли ўлчовли Евклид фазосида ётса, M тўплам чегараланган ва ёпиқ тўплам бўлган ҳолда ва фақат шу ҳолда компакт тўплам бўлади. Гильберт фазосининг сфераси — чегараланган ва ёпиқ бўлишига қарамасдан компакт тўплам бўла олмайди. Компакт тўпламдаги узлуксиз функциялар: чегараланган бўлади, максимум ва минимумга эришади, шунингдек уларнинг бошқа ажойиб хоссалари ҳам бор.

Адаб.: П. С. Александров и А. Н. Колмогоров. Введение в общую теорию множеств и функций, Гостехиздат, М., 1938.

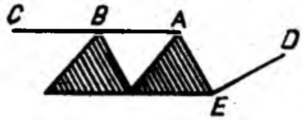
КОМПЛАНАРНЫЕ ВЕКТОРЫ — КОМПЛАНАР ВЕКТОРЛАР — бир текисликда ёки параллел текисликларда ётувчи векторлар. Учта **a** (x_1, y_1, z_1), **b** (x_2, y_2, z_2), **c** (x_3, y_3, z_3) вектор К. в. бўлиши учун уларнинг аралаш кўпайтмаси (қ. Смешанное произведение) нолга тенг бўлиши зарур ва етарлидир:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Агар бу шарт бажарилмаса, векторлар компланар эмас векторлар дейилади. Уч векторнинг компланарлик шарти бундай ҳам ёзилади: $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} = 0$,

бунда α, β ёки γ сонларидан ақалли биттаси нолга тенг эмас.

Шунга ўхшаш, бир текисликда ётувчи тўғри чизиқлар компланар тўғри чизиқлар дейилади, бир текисликда ётмайдиганлари эса компланар эмас тўғри чизиқлар дейилади Хусусий ҳолда учрашмас тўғри чизиқлар ҳам компланар эмас.



103-расм.

КОМПЛЕКС — КОМПЛЕКС — комбинаторик топологиянинг (қ.) асосий тушунчаларидан бири. Топологик фазолар кенг синфини ўрганиш К. нинг топологик хоссаларини ўрганишга келтирилади. К. тўғри жойлаштирилган ҳар хил ўлчамли симплекслар (қ.) тўпламидир, яъни К. га тегишли бўлган ҳар қандай икки симплекс ёки кесишмайди, ёки умумий ёғи бўйича кесишади ва ҳоказо. Ҳар қандай симплекс билан бирга К. га симплекснинг барча ёқлари ҳам тегишли бўлади. К. га кирувчи симплекснинг энг катта ўлчами К. нинг ўлчами дейилади. Масалан, штрихланган икки учбурчакдан ва *AB*, *BC* ва *ED* кесмалардан тузилган К. нинг ўлчами 2 га тенг (103- расм).

Адаб. Л. С. Понтрягин, Основы комбинаторной топологии, Гостехиздат, М., 1947; П. С. Александров.: Комбинаторная топология, Гостехиздат, М., 1947.

КОМПЛЕКСНО - СОПРЯЖЕННЫЕ ФУНКЦИИ — ҚЎШМА КОМПЛЕКС ФУНКЦИЯЛАР — ҳақиқий қисмлари тенг, мавҳум қисмларининг ишоралари қарама-қарши бўлган комплекс ўзгарувчили икки функция.

КОМПЛЕКСНО - СОПРЯЖЕННЫЕ ЧИСЛА — ҚЎШМА КОМПЛЕКС СОНЛАР — $z = a + bi$ ва $\bar{z} = a - bi$ кўринишдаги комплекс сонлар (қ. Комплексные числа). Бундай икки сон — ўзаро қўшма сонлар дейилади ёки, бари бир, z ва $\bar{z}$ сонларидан ҳар бири бошқасига қўшма дейилади; бу таъриф қўшма сонлар (қ. Сопряженные числа) умумий терминига анча мос келади. Агар z комплекс сондан унга қўшма бўлган $\bar{z}$ сонга ўтишни $\bar{z}$ (устида чизиқчаси бўлган z сон) билан белгиланса, қуйидаги тенгликлар ўринли бўлади:

$$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2, \quad \overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2, \quad \bar{\bar{z}} = z,$$

буларни бундай ўқиш мумкин: комплекс сонлар йиғиндисига (кўпайтмасига) қўшма бўлган сон қўшилувчиларга (кўпайтувчиларга) қўшма бўлган сонлар йиғиндисига (кўпайтмасига) тенг ва z га қўшма комплекс бўлган сонга қўшма бўлган комплекс сон аввалги комплекс сонга тенг бўлади.

Қ. к. с. йиғиндиси уларнинг ҳақиқий (умумий) қисмларининг (қ. Комплексные числа) иккиланганига тенг бўлган ҳақиқий сондир, яъни $z+\bar{z}=(a+bi)+(a-bi)=2a$. Қ. к. с. нинг кўпайтмаси ҳам уларнинг модули (қ.) квадратига тенг бўлган ҳақиқий сондир, яъни $z\cdot\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2=r^2$.

Сон ҳақиқий бўлган ҳолда ва фақат шу ҳолда ўзига қўшма бўлган сон билан бир хил бўлади. Барча комплекс сонлар тўпламини улар билан қўшма бўлган комплекс сонларга акслантириш комплекс сонлар майдонида автоморфизм (қ.) бўлади. Комплекс сонларни геометрик талқин этишда бундай акслантириш ҳақиқий ўққа нисбатан симметрияни билдиради.

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА — КОМПЛЕКС СОНЛАР — биринчи марта тасвирлашда $a+bi$ кўринишдаги ифодалардир, бунда a ва b—ҳақиқий сонлар, i— бирор символ. Қ. с. ни қўшиш, кўпайтириш ва бўлиш қуйидаги формулалар билан берилади:

$$(a+bi)+(x+yi)=(a+x)+(b+y)\,i,$$

$$(a+bi)(x+yi)=(ax-by)+(ay+bx)\,i,$$

$$\frac{a+bi}{x+yi}=\frac{ax+by}{x^2+y^2}+\frac{bx-ay}{x^2+y^2}\,i.$$

$z=a+bi$ Қ. с. да a — унинг ҳақиқий қисми ($a=\operatorname{Re} z$ каби белгиланади) дейилади, b сони эса мавҳум қисми ($b=\operatorname{Im} z$ каби белгиланади) дейилади.

Ҳақиқий қисми $\operatorname{Re} z=0$ бўлган z комплекс сон соф мавҳум сон дейилади.

Ҳақиқий сонлар Қ. с. нинг хусусий ҳолидир (i нинг коэффициенти нолга тенг бўлган ҳол). Ҳақиқий сонлар бирор миқдорни ифода қилгани ҳолда Қ. с. миқдорни ифода қилмаса ҳам ҳақиқий сонлар терминларида тузилган масалаларни, масалан, ўтказгичдан ток ўтиши, самолёт қанотининг профили (Жуковский функциясидан фойдаланиб) ҳақидаги ва бошқа масалаларни ечишда уларни ишлатиш фойдали бўлади.

Қ. с. ни соф математик масалалар учун қўллашнинг аҳамияти катта. Масалан, куб тенгламанинг ҳақиқий илдизларини топиш Қ. с. устида амаллар бажаришни талаб қилади. Тарихан Қ. с. иккинчи даражали тенгламаларни ечиш муносабати билан киритилган. Қ. с. миқдорни ифода қилмайди деган факт Қ. с. ни идеалистик талқин қилишга (Г. Лейбниц) рўкач бўлди. Қ. с. ни материалистик талқин қилиш соҳасида Л. Эйлернинг хизматлари катта. Қ. с. ҳақиқий сонларнинг тартибланган (a, b) жуфти сифатида аксиоматик равишда таърифланади. Қўшиш, кўпайтириш, бўлиш формулалари постулат тариқасида қуйидагича белгиланади:

$$(a,\ b)+(x,\ y)=(a+x,\ b+y),$$

$$(a,\ b)\cdot(x,\ y)=(ax-by,\ ay+bx),$$

$$\frac{(a,\ b)}{(x,\ y)}=\left(\frac{ax+by}{x^2+y^2},\ \frac{bx-ay}{x^2+y^2}\right). \qquad (*)$$

$(0;1)$ жуфт мавҳум бирлик дейилади ва i символи билан белгиланади. (*) формуладан $i^2=-1$ эканлиги келиб чиқади. Қ. с. устидаги амаллар одатдаги коммутативлик, дистрибутивлик ва ассоциативлик (ҳақиқий сонлардаги каби) қонунларини қаноатлантиради. Бироқ илдиз остидаги Қ. с. устида амаллар бажариш ҳақиқий сонлар устида бажариладиган шунга ўхшаш амаллардан бир оз фарқ қилади. Масалан, $-1=i^2=\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}\neq\sqrt{(-1)(-1)}=1$

Қ. с. нинг муҳим хоссаларидан бири шуки, комплекс коэффициентли n-даражали ҳар қандай кўпҳад роса n та комплекс илдизга (карралисини ҳисоблаганда) эга бўлади. Бу хулоса алгебранинг асосий теоремасидан (қ. Основная теорема алгебры) ва Безу теоремасидан (қ.) келиб чиқади.

Баъзан Қ. с. ни тригонометрик шаклда ёзиш қулай:

$$a + bi = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a>0$ бўлганда $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}$ ва $a<0$ бўлганда $\varphi = \pi + \operatorname{arctg}\frac{b}{a}$.

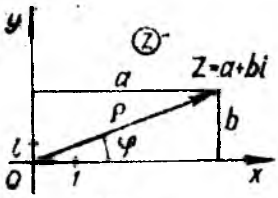
$a = 0$ бўлганда $b > 0$ бўлса, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ бўлади, $b<0$ бўлса, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ бўлади.

ρ сони Қ. с. нинг модули, φ эса аргументи дейилади. Бундай шаклда Қ. с. ни кўпайтириш жуда қулай: Қ. с. ни кўпайтиришда уларнинг модуллари кўпайтирилади, аргументлари эса қўшилади. Бу қоидадан Муавр формуласи келиб чиқади:

$$(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = \cos n\varphi + i\sin n\varphi.$$

Қ. с. кўпинча комплекс текисликда векторлар билан тасвирланади (104-расм). a, b, ρ ва φ сонларининг геометрик маъноси чизмадан кўриниб турибди. Қ. с. ни қўшишда уларнинг векторлари параллелограмм қоидаси бўйича қўшилади. Тригонометрик шаклдаги Қ. с. мавҳум аргументли кўрсаткичли функция билан боғланган; Эйлернинг қуйидаги формуласи ўринлидир:

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi;$$



104-расм.

Қ. с. ни даражага кўтариш, уларнинг логарифми ва бошқа тушунчалар шу формула орқали аниқланади.

Қ. с. алгебраик ёпиқ майдон (қ. Поле, Алгебраическое замкнутое поле) ҳосил қилади. Қ. с. майдони ҳақиқий сонлар майдонининг кенгайтирилганидир, бу майдон ҳақиқий сонлар майдонига $i^2 = -1$ бўлган i элементни киритиш йўли билан ҳосил қилинади.

Адаб.: А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1962; Энц. Элем. мат. кн. 1, Гостехиздат, М., 1951; И. И. Привалов, Введение в теорию функций комплексного переменного, Гостехиздат, М., 1954.

КОМПЛЕКС ПРЯМЫХ — ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛАР КОМПЛЕКСИ—уч параметрга боғлиқ бўлган тўғри чизиқлар тўплами. Т. ч. к. бутун фазони ёки унинг бир қисмини шундай тўлдирадики, унинг ҳар бир нуқтаси орқали шу тўпламнинг чексиз кўп тўғри чизиқлари ўтади. Т. ч. к. нинг бирор нуқтадан ўтувчи тўғри чизиқлари учи бу нуқтада бўлган конус ҳосил қилади. Агар конус текис тўғри чизиқлар дастасига айланса, у ҳолда Т. ч. к. чизиқли комплекс дейилади. Қ. Линейчатая геометрия.

Адаб.: Ф. Клейн, Высшая геометрия, М., ОНТИ, 1939.

КОМПОЗИЦИЯ — КОМПОЗИЦИЯ — бирор тўпламнинг тартибланган икки a ва b элементига учинчи c элементни мос келтирувчи амалнинг умумий номи. Бу амал $a^* b = c$ каби белгиланади. Масалан, Қ. мураккаб $h(x) = f[g(x)]$ ($h = f^*g$) функцияни тузишдир. Функцияларнинг свёрткаси К. га мисол бўла олади (қ. Свертка функций).

Лат. compositio — тузиш.

КОМПОНЕНТА — КОМПОНЕНТ—(таркибий) қисм. Масалан, вектор (қ.) координаталарини унинг Қ. деб аташ мумкин. Йиғиндининг ҳар бир қўшилувчиси ёки кўпайтманинг ҳар бир кўпайтувчиси мос равишда қўшиш ва кўпайтириш амалларининг К. дейилади.

Лат. componens — тузувчи.

КОНВЕНЦИОНАЛИЗМ — КОНВЕНЦИОНАЛИЗМ — математикадаги илмий бўлмаган идеалистик фалсафий оқим. К. математиканинг кўпгина бўлимларида атрофимиздаги дуне ҳодисаларининг акс этишини инкор қилади ва математикага аксиомаларни тан олишга тааллуқли бўлган ихтиёрий келишимлар (конвенциялар) асосида ривожланувчи фан деб қарайди. Бу аксиомалар эса тафаккурнинг қулайлиги (Махнинг «тафаккурнинг тежамлиги» принципи) нуқтаи назаридан танланади. «Тафаккурнинг тежамлиги» принципини В. И. Ленин «Материализм ва эмпириокритицизм» номли китобида яксон қилган. К. нинг асосчиси бўлган йирик француз математиги А. Пуанкаре бу оқимни яратиб, математикани аксиоматик методда тузишни ноҳақ равишда абсолютлаштирди. Конвенционалистлар учун ҳар хил геометрияларнинг ҳақиқатлиги масаласи (қ. Ноевклидовы геометрии) мавжуд эмас. Улар ҳар хил геометриялар (масалан, Евклид ва Лобачевский геометриялари) фазонинг реал хоссаларини ҳар хил нуқтаи назардан яқинлаштириб акс эттириши ҳақидаги фактни инкор қиладилар.

КОНГРУЭНТНОСТЬ — КОНГРУЭНТЛИК — элементар геометрияни Д. Гильберт схемаси бўйича аксиоматик асослашдаги асосий тушунчалар орасидаги асосий муносабатлардан бири. Агар «нарсалар» (нуқта, тўғри чизиқ ва текисликлар) орасидаги асосий муносабат учун ҳаракат қабул қилинса, у ҳолда К. ҳосилавий тушунча бўлиб қолади.

К. баъзан тенглик дейилади.

КОНГРУЭНЦИЯ — КОНГРУЭНЦИЯ. 1°. **Тўғри чизиқли** К. — икки параметрга боғлиқ бўлган тўғри чизиқлар тўплами (нурлар К.). К. бутун фазони ёки унинг бир қисмини шундай тўлдирадики, ҳар бир нуқта орқали К. нинг битта ёки бир неча тўғри чизиғи ўтади, масалан: берилган сиртнинг нормаллари тўплами (нормал К.), берилган икки сиртга ўтказилган умумий уринмалар тўплами.

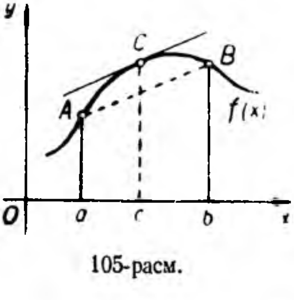
2°. **Эгри чизиқли** К. — икки параметрли эгри чизиқлар оиласи.

К. тушунчаси биринчи марта Г. Монж (1781) ишларида учрайди ва дифференциал геометрияга тааллуқлидир.

Адаб.: П. С. Фиников, Теория конгруэнций, Гостехиздат, М., 1950.

КОНЕЧНАЯ ГРУППА — ЧЕКЛИ ГРУППА — чекли сондаги элементлардан тузилган группа (қ.). Ч. г. элементлари сони группанинг тартиби дейилади.

КОНЕЧНЫХ ПРИРАЩЕНИЙ ФОРМУЛА (Лагранжа формула) — **ЧЕКЛИ ОРТТИРМАЛАР ФОРМУЛАСИ** (Лагранж формуласи) — дифференциалланувчи $f(x)$ функциянинг орттирмаси билан унинг ҳосиласи орасидаги боғланишни ифодаловчи формула, бу формула $f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)$ кўринишда бўлади, бунда c сон — $a<c<b$ тенгсизликларни қаноатлантирувчи бирор сон. Агар ҳар қандай $f(x)$ функция $[a, b]$ ёпиқ ораликда аниқланган ва узлуксиз ҳамда унинг $f'(x)$ ҳосиласи ҳеч бўлмаганда (a, b) очиқ ораликда мавжуд бўлса, Ч. о. ф. ўринли бўлади. Геометрик жиҳатдан (105-расм) Ч. о. ф. AB ёйда доимо ақалли битта c нуқта топилишини билдирадики, бу нуқтада уринма AB ватарга параллел бўлади.



105-расм.

Ч. о. ф. кўпинча бундай ёзилади:

$$f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=f'(x_0+\theta\Delta x)\,\Delta x,$$

бунда θ—умуман олганда x_0 ва Δx га боғлиқ бўлган ва $0<\theta<1$ тенгсизликларни қаноатлантирувчи номаълум сон.

Кўп ўзгарувчили функциялар бўлган ҳолда Ч. о. ф. бундай ёзилади:

$$F = (x_0 + \Delta x,\ y_0 + \Delta y,\ \dots,\ z_0 + \Delta z) - F(x_0,\ y_0,\ \dots,\ z_0) =$$
$$= \Delta x F_x{}' (x_0 + \theta\Delta x,\ y_0 + \theta\Delta y,\ \dots,\ z_0 + \theta\Delta z) +$$
$$+ \Delta y F_y{}'(x_0 + \theta\Delta x,\ y_0 + \theta\Delta y,\ \dots,\ z_0 + \theta\Delta z) + \dots +$$
$$+ \Delta z F_z{}' (x_0 + \theta\Delta x, y_0 + \theta\Delta y,\ \dots,\ z_0 + \theta\Delta z).$$

Ч. о. ф. ни француз математиги Лагранж (1797) топган.

КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ИСЧИСЛЕНИЕ—ЧЕКЛИ АЙИРМАЛАР ҲИСОБИ— математиканинг бўлими бўлиб, аргумент узлуксиз ўзгариб турадиган дифференциал ва интеграл ҳисобдан фарқли ўлароқ, бунда функция аргументнинг дискрет қийматларида ўрганилади.

Интерполяциялаш (қ.), сонли дифференциаллаш ва интеграллаш (қ. Численное интегрирование), дифференциал тенгламаларни тақрибий ечиш масалалари Ч. а. ҳ. асосий масалаларидир

$y = f(x)$ функция $x_n = a + nh$ кўринишдаги барча қийматлар учун аниқланган бўлсин, деб фараз килайлик (a, h — тайинли сонлар, n — ихтиёрий бутун сон). $f(x)$ нинг ҳосиласига ўхшаш ифода ҳосил қилиш мумкин:

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{x_{n+1} - x_n} = \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{x_{n+1} - x_n} = \frac{f[a + (n+1)h] - f(a + nh)}{h}.$$

$f[a + (n+1)h] - f(a + nh)$ ифода $\Delta_h f(x)$ билан белгиланади ва $f(x)$ функциянинг x_n нуқтадаги 1-тартибли чекли айирмаси дейилади. 1-тартибли чекли айирмалар 2-тартибли чекли айирмалар ҳосил қилиш учун қўлланилиши мумкин ва ҳоказо:

$$\Delta_h f(x) = f(x + h) - f(x)$$
$$\Delta_h^2 f(x) = \Delta_h f(x + h) - \Delta_h f(x)$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\Delta_h^k f(x) = \Delta_h^{k-1} f(x + h) - \Delta_h^{k-1} f(x).$$

$\Delta_h^k f(x)$ айирмалар (мос $d^k f(x)$ дифференциалдан фарқли ўлароқ) чекли айирмалар деб аталади.

Дифференциал ҳисобга ўхшаш, элементар функцияларнинг чекли айирмалари изланади. Масалан, аргументнинг кетма-кет келган икки қиймати айирмаси бирга тенг ва $k \geqslant n$ деган фаразда қуйидагилар ҳосил қилинган:

$$\Delta^n x(x-1)\dots[x-(k-1)] = k(k-1)\dots(k-n+1)\,x(x-1)\dots$$
$$\dots[x-(k-n-1)],$$
$$\Delta^n a^x = (a-1)^n a^x,$$
$$\Delta^n \sin \alpha x = \left(2\sin\frac{\alpha}{2}\right)^n \sin\left[\alpha x + n\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)\right].$$

Бу формулалар дифференциал ҳисоб ($dx = 1$ деб олинган) формулаларига мос келади:

$$d^n x^k = k(k-1)\dots(k-n+1)\,x^{k-n},$$
$$d^n a^x = (\ln a)^n a^x.$$
$$d^n \sin dx = d^n \sin\left(\alpha x + n\cdot\frac{\pi}{2}\right).$$

Дифференциал ҳисобдаги Тейлор формуласига Ч. а. ҳ. да Ньютон формуласи ўхшайди. Масалан, $f(x)$ функциянинг бирор $x = a$ даги қиймати ва унинг кетма-кет келган айирмалари маълум бўлса, у ҳолда Ньютон формуласи функциянинг аргументнинг бошқа қийматидаги қийматини ҳисоблашга имкон беради:

$$f(x) = f(a) + \frac{x-a}{1!} \cdot \frac{\Delta f(a)}{h} + \frac{(x-a)(x-a-h)}{2!} \cdot \frac{\Delta^2 f(a)}{h^2} + \dots$$
$$\dots + \frac{(x-a)(x-a-h) \dots [x-a-(n-1)h]}{n!} \cdot \frac{\Delta^n f(a)}{h^n} + R_n.$$

бунда қолдиқ ҳад:

$$R_n = \frac{(x-a)(x-a-h) \dots (x-a-nh)}{(n+1)!} \cdot \frac{\Delta^{n+1} f(\xi)}{h^{n+1}},$$
$$a < \xi < a + nh.$$

Ч. а. ҳ. да айирмаларни қўшиш масаласи муҳим аҳамиятга эга. Агар $F(x)$ функциянинг 1-тартибли айирмаси $\varphi(x)$ бўлса, у ҳолда:

$$\varphi(a) = F(a+h) - F(a),$$
$$\varphi(a+h) = F(a+2h) - F(a+h),$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\varphi[a+(k-1)h)] = F(a+kh) - F[a+(k-1)h].$$

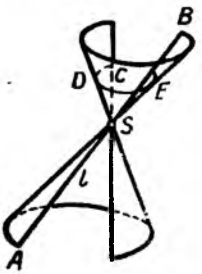
Бу тенгликларнинг ҳаммасини қўшиб, интеграл ҳисоб формуласига ўхшаш бўлган тенгликни ҳосил қиламиз; бу формула аниқ интегралнинг бошланғич функция орқали ифодасига ўхшайди:

$$\sum_{m=0}^{k-1} \varphi(a+mh) = F(a+kh) - F(a)$$

Дифференциал тенгламани тақрибий ечиш учун кўпинча, тенгламада қатнашган ҳосилаларни аргументларнинг ҳар хил даражаларига бўлинган мос айирмалар билан алмаштирилади ва шу йўл билан ҳосил қилинган чекли айирмали тенгламалар ечилади.

Адаб.: А. О. Гельфонд, Исчисление конечных разностей, Физматгиз, М., 1959.

КОНИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ — КОНУС СИРТИ — l тўғри чизиқ ҳамма вақт қўзғалмас (берилган) S нуқтадан ўтиб ва қўзғалмас (берилган) CDE чизиқни кесиб (106-расм) ўтганда К. с. ҳосил бўлади. l тўғри чизиқ К. с. нинг ясовчиси, S — унинг учи, CDE чизиқ—йўналтирувчиси дейилади. К. с. иккита паллага эга бўлади, булардан бирини SA нур, иккинчисини SB нур чизади.



106-расм.

Агар К. с. нинг йўналтирувчиси айлана бўлиб, S нуқта айлананинг O марказига проекцияланса, у ҳолда К. с. айланиш ўқи SO бўлган айланиш сирти бўлади. Айланиш ўқи Oz бўлган ва учи $S \equiv 0$ бўлган айланиш К. с. тенгламаси тўғри бурчакли декарт координаталари системасида қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{x^2+y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

Кўпинча айланиш К. с. доиравий конус сирт ёки соддагина қилиб конус (қ.) дейилади.

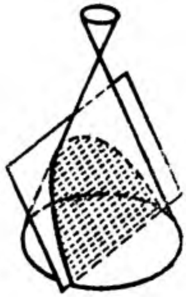
КОНИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ — КОНУС КЕСИМЛАРИ — йўналтирувчиси айлана бўлган конус сиртини унинг учидан ўтмайдиган текисликлар билан кесганда ҳосил бўлган чизиқлар (қ. Коническая поверхность).

Агар кесувчи текислик конус сиртининг ҳеч бир ясовчига параллел бўлмаса, у ҳолда К. к. эллипс, хусусий ҳолда айлана бўлади (107-расм).

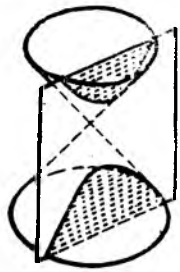
Агар кесувчи текислик конус сиртининг фақат битта ясовчисига параллел бўлса, у ҳолда Қ. к. парабола бўлади (108- расм).

Агар кесувчи текислик конус сиртининг икки ясовчисига параллел бўлса, у ҳолда Қ. к. гипербола бўлади (109- расм).

107- расм.



108- расм.



109- расм.

Қ. к. эллипс ва парабола бўлган ҳолларда кесувчи текислик конус сиртининг фақат бир палласини кесади, кесим гипербола бўлган ҳолда эса кесувчи текислик конус сиртининг иккала палласини кесади.

Қ. к. 2- тартибли эгри чизиқлар ҳам дейилади. Қ. к. ни ҳатто қадимги грек математиклари текширган, масалан, эрамиздан олдинги IV асрда Менехм Қ. к. ёрдамида кубни иккилантириш ҳақидаги масалани ечган (қ. Удвоение куба). Қ. к. ни перглик Аполлоний (эрамиздан олдинги III аср) батафсил текширган.

Қ. к. техникада масалан, эллиптик тишли ғилдиракларда, прожектор қурилмаларида (параболик кўзгулар) қўлланилади ва ҳоказо. Қуёш системасининг планеталари эллипс бўйлаб, кометалар парабола ва гипербола бўйлаб ҳаракат қилади.

Бельгиялик геометр Ж. Данделен (XIX аср) Қ. к. ни конус сиртига ички чизилган сфера ёрдамида текширган.

Қутб координаталарида Қ. к. нинг тенгламаси бундай бўлади:

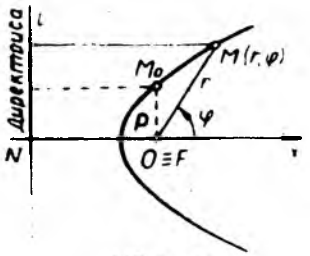
$$r = \frac{p}{1 - e\cos\varphi},$$

бунда r — фокал радиус-вектор (110- расмда F — Қ. к. нинг ўнг фокуси); p — фокал параметр; e — эксцентриситет; φ — қутб бурчаги.

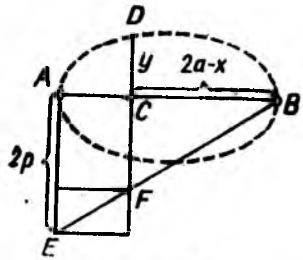
Агар $e<1$ бўлса, бу тенглама эллипсни (қ.) аниқлайди; бунда φ бурчак 0 дан 2π гача ўзгаради. Агар $e = 1$ бўлса, бу тенглама параболани (қ.) аниқлайди, бунда φ бурчак 0 дан 2π гача ўзгаради. Агар $e > 1$ бўлса, бу тенглама гиперболани (қ.) аниқлайди; бунда φ бурчак φ_0 дан $2\pi - \varphi_0$ гача ўзгарганда гиперболанинг ўнг тармоғи ҳосил бўлади (бунда $2\varphi_0$ — асимптоталар орасидаги бурчак, $\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{b}{a}$), φ бурчак $-\varphi_0$ дан φ_0 гача ўзгарганда гиперболанинг чап тармоғи ҳосил бўлади.

Конус кесимларининг эллипс, парабола ва гипербола деб аталиши сабаби шундаки, қадимги геометрлар масала ечишда чизиқли ёки квадрат тенгламаларни ечишга олиб келувчи методлардан, яъни юзларни ёндаштириш методидан ёки параболик методдан фойдаланганлар; параболик метод геометрик алгебра методи деб ҳам аталади.

$AB=2a$ — эллипс диаметри (111- расм), $AE=2p$, CF — AB га перпендикуляр бўлсин, деб фараз қилайлик, у ҳолда CD га ясалган квадрат (AF) тўғри тўртбурчакнинг юзига тенг бўлади:



110- расм.



111- расм.

$$CD^2 = AC\cdot CF, \quad \text{яъни } CF = \frac{p}{a}\cdot CB \left(\frac{CF}{2p} = \frac{CB}{2a}\right).$$

$AC = x$, $CB = 2a - x$, $CD = y$ бўлсин деб олсак, у ҳолда

$$y^2 = \frac{p}{a}(2a - x)x \text{ ёки } y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2.$$

Шунга ўхшаш, гипербола учун:

$$y^2 = \frac{p}{a}(2a + x)x \quad \text{ёки} \quad y^2 = 2px + \frac{p}{a}x^2$$

тенглама ҳосил қиламиз.

Эллипс бўлган ҳолда формулада минус ишора туради, яъни (CE) тўғри тўртбурчакнинг юзи ками билан фойдаланилади (грекча ἐλλείφιζ — камчилик). Гипербола бўлган ҳолда формулада плюс ишора туради, яъни (CE) тўғри тўртбурчакнинг юзи ортиғи билан фойдаланилади (грекча ὑπερβολη — орттириш, ортиқча).

Агар квадратнинг юзи билан (CE) тўғри тўртбурчакнинг юзи орасида оддий тенглик ўринли бўлса (формулада минус ҳам, плюс ҳам — ортиқлик ҳам, камчилик ҳам йўқ), яъни $y = 2px$ бўлса, у ҳолда эгри чизиқ (конус кесими) парабола дейилади (παραβολη — юзларни ёнма-ён қўйиш, тенглаштириш).

КОНОИД — КОНОИД — берилган текисликка (йўналтирувчи текислик) параллел ҳолда маълум тўғри чизиқни (йўналтирувчи тўғри чизиқ) ва берилган чизиқни (йўналтирувчи чизиқ) кесувчи тўғри чизиқнинг ҳаракати натижасида ҳосил бўлган сирт; бунда йўналтирувчи чизиқ текис бўлса, у йўналтирувчи текисликда ётмаслиги керак. К. чизиқсимон сиртдир, К. га геликоид (қ.) мисол бўла олади, унда йўналтирувчи текислик ўққа перпендикуляр, йўналтирувчи чизиқ—винт чизиқ (қ. Винтовая линия), йўналтирувчи тўғри чизиқ эса айланиш ўқи бўлади.

Грек. κωνοεδηζ — сўзи конусни билдирувчи κωνοζ дан ва кўриниш — ειδοζ сўзларидан олинган.

КОНСТАНТА — КОНСТАНТА — ўзгармас миқдор. Агар x миқдор К. бўлса, у символик равишда бундай белгиланади: $x = \text{const}$.

Лат. constans — доимий, ўзгармас.

КОНСТРУКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — КОНСТРУКТИВ ГЕОМЕТРИЯ — геометриянинг бўлими бўлиб, унда геометрик ясаш методлари ва назариялари ўрганилади. К. г. геометрик ясашлар ҳам дейилади (қ. Геометрические построения). Лат. constructio — ясаш.

КОНСТРУКТИВНАЯ ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ — ФУНКЦИЯЛАРНИНГ КОНСТРУКТИВ НАЗАРИЯСИ — функцияларнинг тақрибий тасвирланишига кўра уларнинг хоссаларини ўрганадиган назария. Ф. к. н. тўла равишда С. Н. Бернштейн ишларида расмийлашди, у эса П. Л. Чебишев ишларига асосланган эди. Ф. к. н. ҳозирги вақтда тез ривожланмоқда.

КОНТАКТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ — КОНТАКТ АЛМАШТИРИШЛАР — эгри чизиқларни текисликда (ёки фазода сиртларни) шундай алмаштиришки, бунда уринувчи эгри чизиқлар (сиртлар) яна уринувчи эгри чизиқларга алмашади. Лат. contactus — уриниш.

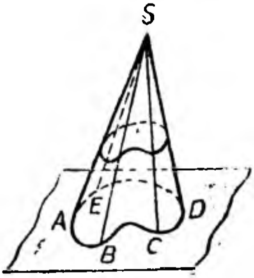
КОНТИНУУМ — КОНТИНУУМ — $0 \leqslant x \leqslant 1$ кесмадаги сонларнинг L тўпламининг қуввати номи (қ. Мощность множества). Маълумки, L ни бутун мусбат сонлар (саноқли тўплам) тўпламига ўзаро бир қийматли акслантириш мумкин эмас. «Континуум математикаси» термини узлуксизлик тушунчаси билан боғлиқ бўлган назарияларда қўлланилиб, у дискрет математикага қарама-қарши қўйилади. Дискрет математикада одатда саноқли тўпламлар билан иш кўрилади, К. математикасида эса янада қувватлироқ тўпламлар билан, жумладан қуввати К. бўлган L тўплам билан иш кўрилади. Лат. continuum — узлуксизлик.

КОНТИНУУМА ПРОБЛЕМА — КОНТИНУУМ ПРОБЛЕМАСИ — қуввати (қ. Мощность множества) саноқли тўплам қувватидан катта ва континуум (қ.) қувватидан кичик бўлган тўплам мавжудми, деган масала. К. п. бундан бир неча ўн йиллар олдин ўртага ташланган бўлса-да, ҳалигача ҳал қилинмаган (қ. Гильберта проблемы).

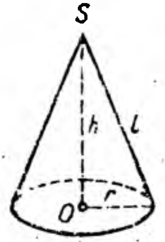
КОНТРАВАРИАНТНОСТЬ — КОНТРАВАРИАНТЛИК — чизиқли алгебра ва тензор ҳисобларининг тушунчаси (қ. Тензорное исчисление). Ковариантность ва Контрагредиентность терминларига ҳам қаранг.

КОНТРАГРЕДИЕНТНОСТЬ — КОНТРАГРЕДИЕНТЛИК — контравариантликнинг (қ.) худди ўзи. Группаларни тасвирлаш назариясида (қ. Представление группы) контрагредиентлик группаларнинг тасвирига ҳам жорий этилади. Агар группа тасвири транспонирланган матрицалар (қ.) ва берилган тасвир матрицасига тескари матрицалар билан ифодаланган бўлса, у ҳолда бу тасвир берилган тасвирга контрагредиент тасвир (ифода) дейилади.

КОНТРПАРАЛЛЕЛОГРАММ — КОНТРПАРАЛЛЕЛОГРАММ — антипараллелограммнинг (қ.) худди ўзи. қ. Параллелограмм, Антипараллельные прямые.



112- расм.



113- расм.

КОНУС — КОНУС — ёпиқ конус сиртнинг (қ. Коническая поверхность) икки палласидан бири билан чегараланган ва S учидан ўтмайдиган текислик билан кесилган геометрик жисм (112- расм). Бу текисликнинг конус сирти ичида ётган қисми ($ABCDE$) К. асоси дейилади. S учидан кесувчи текисликкача бўлган масофа К. баландлиги дейилади. Конус сиртининг учи ва асоси орасидаги қисми К. нинг ён сирти дейилади.

Агар Қ. асоси доира бўлса, Қ. доиравий К. дейилади, шу билан бирга унинг S учи шу доиранинг марказига проекцияланса, у ҳолда Қ. тўғри доиравий Қ. (баъзан юмалоқ Қ.) дейилади. SM кесма Қ. ясовчиси дейилади, бунда M нуқта К. асоси айланасида ётади. Тўғри доиравий Қ. тўғри бурчакли учбурчакнинг бир катети атрофида айланиши натижасида ҳосил қилиниши мумкин (113-расм).

Элементар геометрияда кўпинча тўғри доиравий Қ. қаралади, бунда «доиравий» сўзи ташлаб юборилиб, қисқагина Қ. деб гапирилади.

К. нинг ён сирти (тўғри доиравий)

$$S_{\text{ён}} = \frac{1}{2} C \cdot l = \pi r l$$

формула бўйича ҳисобланади, бунда l — ясовчи, r эса К. асосининг радиуси.

Қ ҳажми (тўғри доиравий)

$$V = \frac{1}{3} qh = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

формула билан ҳисобланади, бунда h — Қ. баландлиги.

Пирамида (қ.) Қ. нинг хусусий ҳолидир, бунда конуснинг асоси — конус сиртининг йўналтирувчиси кўпбурчак бўлади,

Аналитик геометрияда кўпинча конус сиртлари ҳам Қ. дейилади. қ. Усеченный конус, Симпсона формула.

Грек, κῶνος—қарағай ғуддаси, темир қалпоқнинг ўткир учли юқори қисми.

КОНФИГУРАЦИЯ—КОНФИГУРАЦИЯ: 1°. Текисликдаги К. — шундай жойлашган n нуқта ва m тўғри чизиқлар системасидирки, ҳар бир нуқта орқали бир хил (k) сондаги тўғри чизиқлар ўтади ва ҳар бир тўғри чизиқда бир хил сондаги (e) нуқталар ётади.

Масалан, Дезарг Қ. си (қ. Дезарга теорема) 10 та тўғри чизиқ ва 10 та нуқтадан ($n = m$) иборатдир, бунда ҳар бир нуқта орқали учта тўғри чизиқ ўтади ва ҳар бир тўғри чизиқда учта нуқта ётади ($k = e$). Дезарг К. си бундай белгиланади: n_k ёки 10_3.

2°. **Фазодаги К.** (n^b_a, m^d_c, r^f_e) типидаги К. n та нуқта, m та тўғри чизиқ ва r та текисликдан иборат бўлиб, бунда ҳар бир нуқта орқали a та текислик ва b та тўғри чизиқ ўтади, ҳар бир тўғри чизиқ d та нуқта орқали ўтади ва c та текисликда ётади, ҳар бир текисликда эса f та нуқта ва e та тўғри чизиқ жойлашган бўлади.

Фазовий К. га мисол қилиб Рейе К. сини кўрсатиш мумкин, 12 нуқта ва 12 текисликдан тузилган, уни куб моделида яққол кўриш мумкин. Бу Қ. нуқталари учун кубнинг 8 учи, кубнинг маркази ва кубнинг параллел қирраларига тегишли бўлган учта чексиз узоқлашган нукта олинади. Қ. текислиги учун кубнинг 6 та ёқи ва ҳар бири кубнинг қарама-қарши қирраларидан ўтувчи 6 та диагонал текисликлари олинади. Бу ҳолда ҳар бир нуқтада 6 та текислик кесишади, ҳар бир текисликда эса 6 та нуқта (хос ва хосмас) жойлашади. Бу Қ. символик равишда бундай белгиланади: 12_6.

Адаб.: Д. Гильберт, С. Кон-Фоссен, Наглядная геометрия, Гостехиздат, М., 1951; Б. И. Аргунов и Л. А. Скорняков, Конфигурационные теоремы, Гостехиздат, М., 1959; Н. Ф. Четверухин, Проективная геометрия, Учпедгиз, М., 1953.

КОНФОКАЛЬНЫЕ КРИВЫЕ — КОНФОКАЛ ЭГРИ ЧИЗИҚЛАР — умумий фокусларга эга бўлган 2-тартибли эгри чизиқлар (конус кесимлари). Қ. э. ч. софокусли эгри чизиқлар ҳам дейилади (қ Софокусные кривые).

Лат. con (cum) — бирга, бирликда, focus — фокус, луғавий маъноси — ўчоқ.

КОНФОРМНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — КОНФОРМ ГЕОМЕТРИЯ — геометриянинг бир тармоғи бўлиб, бунда фигураларнинг конформ хоссалари, яъни фазонинг барча конформ алмаштиришларида инвариант бўлиб қоладиган хоссалари ўрганилади.

Адаб.: Ф. Клейн, Высшая геометрия, ОНТИ, М., 1939.

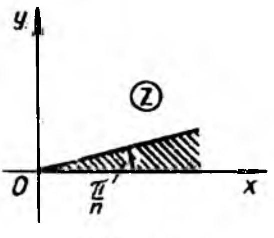
КОНФОРМНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — КОНФОРМ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ГЕОМЕТРИЯ — дифференциал геометриянинг (қ.) бир тармоғи бўлиб, унда фигураларнинг конформ хоссалари, яъни фазонинг барча конформ алмаштиришларида инвариант бўлиб қоладиган хоссалари ўрганилади (қ. Конформное преобразование).

Адаб.: А. П. Норден, Пространства аффинной связности, Гостехиздат, М., 1960.

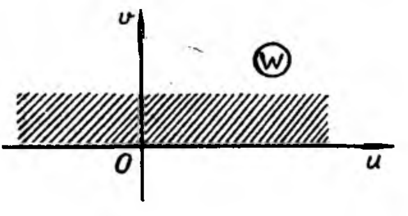
КОНФОРМНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ — КОНФОРМ АКСЛАНТИРИШ — сиртлардаги икки соҳа нуқталари ўртасидаги ўзаро бир қийматли узлуксиз мослик бўлиб, бунда чизиқлар орасидаги бурчаклар ўзгармайди; биринчи сиртдаги икки чизиққа (уларнинг умумий нуқтасида) ўтказиладиган икки уринма орасидаги бурчак иккинчи сиртдаги уларнинг нусхаларига ўтказилган уринмалар орасидаги бурчакка тенг бўлади. Масалан, сферанинг текисликдаги стереографик проекцияси К. а. бўлади. Текислик соҳаларини К. а. да чексиз кичик фигураларга чексиз кичик ўхшаш фигуралар мос келади. К. а. латинча conformis — бир-бирига яқин, бир-бирига ўхшаш сўзидан келиб чиққан бўлиб, бу хоссага алоқадордир.

Комплекс ўзгарувчи текислигининг D соҳасида бир варақли бўлган $w=f(z)$ аналитик функция D соҳани W текисликнинг D' соҳасига К. а. ни ифодалайди. Аксинча, тўлиқ текисликдан ёки бир нуқтаси чиқариб ташланган текисликдан фарқ қиладиган бир боғламли иккита D ва D' соҳанинг биринчисидаги (яъни D даги) тайинли нуқтага ва тайинли йўналишга D' соҳада маълум бир нуқта ва тайинли бир йўналиш мос келсин деб талаб қилинганда бу иккала соҳа бир қийматли аниқланадиган аналитик функция ёрдамида бир-бирига конформ акслана олади. К. а. назариясининг бу муҳим теоремасини Риман исбот қилган.

Юқорида биз биринчи тур К. а. билан иш кўрдик, бунда айланиб ўтиш йўналиши (ёпиқ эгри чизиқ ва унинг нусхаси бўйича) ўзгармайди. Айланиб ўтиш йўналиши қарама-қаршисига ўзгарадиган К. а. иккинчи тур К. а. дейилади. Иккинчи тур К. а. $w=f(z)=u+iv$ аналитик функцияга қўшма бўлган $w=\overline{f(z)}=u-iv$ функция билан ифодаланади.



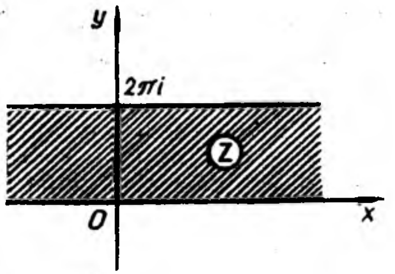
114- расм.



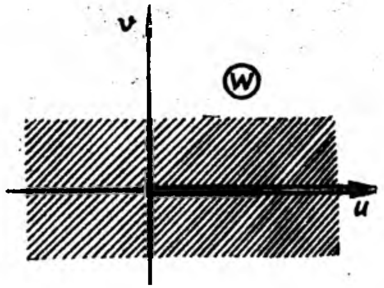
115- расм.

Мисоллар: 1) $w=z^n$ функция z текисликдаги (114-расм) $0<\varphi<\frac{\pi}{n}$ бурчакнинг (φ—бу z нинг аргументи) w текисликнинг юқориги ярим текислигига (115-расм) К. а. ни ифодалайди. 2) $w=e^z$ функция z текисликнинг $-\infty<x<\infty$, $0<y<2\pi$ $(z=x+iy)$ поло касини (116-расм) ҳақиқий ўқнинг мусбат қисми чиқариб ташланган w текисликка (117-расм) К. а. ни ифодалайди.

Адаб.: А. И. Маркушевич, Комплексные числа и конформные отображения, Гостехиздат, М., 1954 («Популярные лекции по математике», Вып. 13).



116- расм.

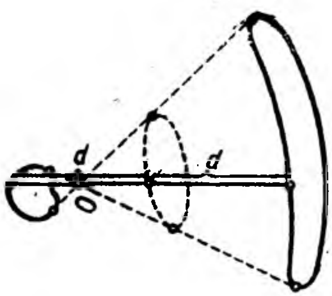


117- расм.

КОНФОРМНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — КОНФОРМ АЛМАШТИРИШ—конформ акслантиришда бир фигурадан унинг нусхасига (образига) ўтиш (қ. Конформное отображение).

КОНФОРМНОЙ СВЯЗНОСТИ ГЕОМЕТРИЯ — КОНФОРМ БОҒЛАМЛИ ГЕОМЕТРИЯ — дифференциал геометрия бўлими бўлиб конформ боғламли фазоларни ўрганади. Бундай фазонинг ҳар бир нуқтаси билан бирор «уринма» конформ фазо боғланган ва шундай қонун берилган бўлиб, бунда бир нуқтанинг «уринма» фазоси қўшни нуқтанинг «уринма» фазосига шу қонун билан конформ аксланади.

Адаб.: А. П. Норден, Пространства аффинной связности, Гостехиздат, М., 1950.



118- расм.

КОНХОИДА — КОНХОИДА. Бирор эгри чизиқнинг К. си — эгри чизиқнинг ҳар бир нуқтасининг радиус-векторини бир хил d миқдорга орттириш ёки камайтириш натижасида ҳосил бўладиган текис эгри чизиқ. Агар эгри чизиқнинг қутб координаталаридаги тенгламаси $r = f(\varphi)$ кўринишда бўлса, у ҳолда унинг К. си тенгламаси $r = f(\varphi) \pm d$ кўринишда бўлади. 118- расмда пунктир чизиқ билан чизилган эллипснинг К. си яхлит чизиқ билан тасвирланган. Одатда К. деганда тўғри чизиқ К. си тушунилади. Бу К. Никомед К. си деб аталади, чунки уни қадимги грек геометри Никомед (тахминан эрамиздан аввалги 250—150 йиллар) бурчакни учга бўлиш (қ. Трисекция угла) ва кубни иккилантириш (қ. Удвоение куба) масалаларини ечишга татбиқ этган.

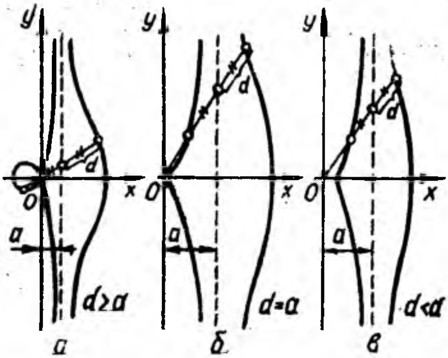
Агар қутб системасининг O қутбидан берилган тўғри чизиққача бўлган масофа a бўлса, у ҳолда Никомед К. сининг тенгламаси

$$r = \frac{a}{\cos\varphi} \pm d$$

кўринишида ёки боши қутбда бўлган декарт координаталари системасида:

$$(x - a)^2 (x^2 + y^2) - d^2x^2 = 0$$

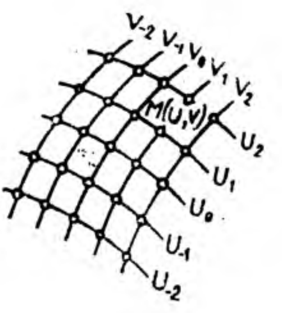
кўринишда бўлади. Никомед К. си икки шохчадан тузилган 4- тартибли алгебраик эгри чизиқдир. a ва d орасидаги муносабатга қараб Никомед К. сининг шохчаларидан бири ҳар хил шаклга эга бўлади; шу билан бирга, O қутб тугун нуқтаси ($d>a$, 119- *а* расм), ўткирланиш нуқтаси ($d = a$, 119- *б* расм) ва яккаланган нуқта ($d<a$, 119- *в* расм) бўлиши мумкин. Никомед К. сининг иккала шохчаси иккала йўналишда тўғри чизиққа асимптотик равишда яқинлашади. Айланада ётган қутбга нисбатан айлана К. си Паскаль чиғаноғи (қ. Улитка Паскаля) дейилади. Грек. κονκοειδηξ — қисқичбақасимон.



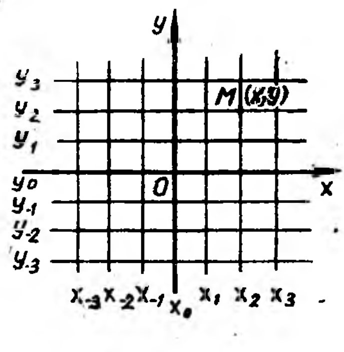
119- расм.

КОНЦЕНТРИЧЕСКИЕ ОКРУЖНОСТИ— КОНЦЕНТРИК АЙЛАНАЛАР. қ. Окружности концентрические.

КООРДИНАТЫ — КООРДИНАТАЛАР — маълум тартибда олинган ва нуқтанинг чизиқдаги, текисликдаги, сиртдаги ёки фазодаги вазиятини характерлайдиган сонлар. Бирор объектни текшириш характери ва мақсадига қараб ҳар хил К. системалари танланади, булар ёрдамида фазонинг ҳар бир нуқтасига аниқ сонлар тўплами—нуқта К. мос келтирилади. Масалан, текисликнинг бирор соҳасида ёки бутун текисликда ўз-ўзи билан кесишмайдиган чизиқларнинг иккита $U(M) = \text{const}$ ва $V(M) = \text{const}$ оиласи қараладики, бир оиланинг ҳар бир чизиғини иккинчи оиланинг ҳар бир чизиғи фақат битта M нуқтада кесиб ўтади. Бу ҳолда $U = 0$ ва $V = 0$ ни бошланғич чизиқлар деб олиб, $U = \text{const}$ ва $V = \text{const}$ чизиқларнинг M кесишиш нуқтасини ҳосил қиламиз (120- расм).



120- расм.

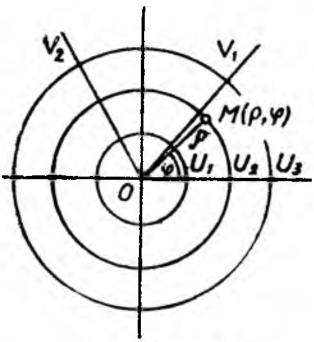


121- расм.

$U(M)$ ва $V(M)$ сонлари M нуқтанинг текисликдаги К. бўлади. Ихтиёрий сирт ёки фазодаги нуқтанинг К. ҳам шу каби аниқланади. $U=\text{const}$ ва $V=\text{const}$ чизиқлар координата чизиқлари дейилади.

Агар $U=\text{const}$ ва $V=\text{const}$ чизиқлар тўғри чизиқлар бўлса, у ҳолда К. тўғри чизиқли К. деб, агар $U=\text{const}$ ва $V=\text{const}$ чизиқлар оиласидан бири ёки иккаласи эгри чизиқлар бўлса, у ҳолда у эгри чизиқли К. ёки Гаусс К си деб аталади.

Масалан, текисликдаги энг содда тўғри чизиқли К.—тўғри бурчакли декарт координаталаридир, текисликдаги энг содда эгри чизиқли К. — қутб координаталаридир. Тўғри бурчакли декарт К. системасида x ва y координата чизиқлари ўзаро перпендикуляр бўлиб, ўқлар (нолинчи координата чизиқлари) бўйича олинган узунлик ўлчов бирликлари бир хил бўлади (121-расм).



122- расм.

Агар К. ўқлари, умуман олганда, ўзаро перпендикуляр бўлмаса, x ва y ўқлар бўйича олинган узунлик ўлчов бирликлари ҳар хил бўлса, у ҳолда бу К. системасидаги ихтиёрий нуқтанинг К. си аффин ёки умумий декарт К. дейилади.

Қутб К. системасида (122- расм) U чизиқлар маркази бирор бошланғич O нуқта—қутбда бўлган концентрик айланалар, V чизиқлар эса O нуқтадан чиқувчи нурлар бўлади, бунда текисликнинг ҳар бир M нуқтасига биргина (ρ, φ) сонлар жуфти, яъни M нуқтанинг К. тўғри келади, бунда $0\leqslant\rho<\infty$, $0\leqslant\varphi$ 2π.

Қ. Барицентрические координаты (Мёбиус координаталари), Биполярные координаты, Тангенциальные координаты, Однородные координаты, Проективные координаты.

Адаб.: Аналитик геометрия терминининг охирига қаранг.

КОРЕНЬ ИЗ ЧИСЛА — СОННИНГ ИЛДИЗИ. a соннинг n-даражали илдизи ($\sqrt[n]{a}$ каби белгиланади) шундай x сонки, унинг n-даражаси a га тенг, яъни $\sqrt[n]{a}=x$ ёзув $x^n-a=0$ ёзув билан тенг кучли. Иккинчи даражали илдиз ($n=2$) квадрат илдиз дейилади. Учинчи даражали илдиз ($n=3$) куб илдиз дейилади; ўнли логарифмнинг (қ. Логарифм) асоси 10 ёзилмагани каби, квадрат илдизнинг кўрсаткичи ($n=2$) ҳам ёзилмайди. x сонини топиш илдиз чиқариш дейилади. Квадрат ва куб илдиз чиқариш учун маълум умумий қоидалар — алгоритмлар (қ) мавжуд; бунда бу алгоритмлар амалда кам қўлланса ҳам $(a+b)^2$ ва $(a+b)^3$ формулалардан фойдаланилади, илдиз чиқариш учун ($n=2$; 3) эса ҳисоблаш чизғичи, жадваллар ва тақрибий формулалардан (Ньютон биноми формуласидан каср кўрсаткичлар учун чиқарилган формулалардан) фойдаланилади; шунингдек илдиз чиқаришнинг график усули ва номограммалардан фойдаланилади. Комплекс сонлар майдонида a сонининг n-даражали илдизи қуйидаги формула билан топиладиган роса n та қийматга эга бўлади:

$$\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{|a|}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right),$$

бунда $|a|$ — a сонининг модули; φ — унинг аргументи, $k=0, 1, 2, \ldots, (n-1)$. Бирор n_1 натурал соннинг n-даражасига тенг бўлмаган N натурал соннинг n-даражали илдизи шундай α иррационал сонки, $\sqrt[n]{N}=\alpha$ бўлади, бунга n-даражали иррационаллик дейилади.

КОРЕНЬ УРАВНЕНИЯ—ТЕНГЛАМАНИНГ ИЛДИЗИ. $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n = 0$ кўринишдаги алгебраик тенгламанинг илдизи x аргументнинг бу тенгламани айниятга айлантирувчи сон қийматидир. n-даражали ҳар қандай алгебраик тенглама комплекс сонлар майдонида роса n та илдизга эга бўлади [бу факт алгебранинг асосий теоремасидан (қ. Основная теорема алгебры) ва Безу теоремасидан (қ.) келиб чиқади]. Агар бунда n та илдиз орасида m таси ўзаро тенг бўлса ($1 \leqslant m \leqslant n$), у ҳолда m та тенг илдизнинг ҳар бири m каррали илдиз дейилади (қ. Кратный корень).

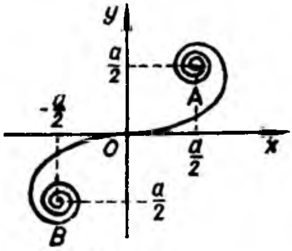
$f(x) = 0$ Т. и. унинг ечими ҳам дейилади.

$f(x) = 0$ Т. и. $f(x)$ кўпҳад (функция) нинг илдизи ёки ноли ҳам дейилади, бунда $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$.

КОРНЮ СПИРАЛЬ — КОРНЮ СПИРАЛИ — параметрик тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлган спиралсимон эгри чизиқ:

$$x = a\int_0^t \cos\frac{\pi u^2}{2}\,du \qquad y = a\int_0^t \sin\frac{\pi u^2}{2}\,du.$$

К. с координаталар бошига нисбатан симметрик жойлашган икки тармоқдан тузилган (123-расм). $A\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ ва $B\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}\right)$ нуқталар асимптотик нуқталар бўлади (қ. Особые точки). Бу эгри чизиқ ундан ёруғлик дифракциясини ўрганишда фойдаланган француз физиги Корню номи билан аталган. К. с. клотоида ёки Эйлер спирали дейилади.



123- расм.

КОРРЕЛЯЦИЯ (коррелятивное преобразование) — **КОРРЕЛЯЦИЯ** (коррелятив алмаштириш): 1°. К.—проектив фазонинг нуқталари билан тўғри чизиқлари ўртасидаги ўзаро бир қийматли мослик бўлиб, бунда тўғри чизиқ ва нуқталарнинг инцидентлик муносабати сақланиб қолади (қ. Инцидентность). К. нинг муҳим хусусий ҳоли қутб алмаштиришдир (қ. Преобразование).

2°. Математик статистикада К. — умуман олганда қатъий функционал характерга эга бўлмаган эҳтимоллик боғланишдир.

Адаб.: Н. А. Глаголев, Проективная геометрия, «Высшая школа», М., 1963; Г. Крамер, Математические методы статистики, перев. с англ., ИЛ, М., 1948.

КОСЕКАНС — КОСЕКАНС — тригонометрик функциялардан бири бўлиб, $\operatorname{cosec} x$ билан белгиланади (x — аргумент) ва қуйидаги формула билан аниқланади:

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x},$$

бунда $\sin x$ — шу x аргумент (бурчак) нинг синуси (қ.). К. нинг аниқланиш соҳаси сонлар ўқи бўлиб (радиан ўлчови $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаради), унга абсциссалари

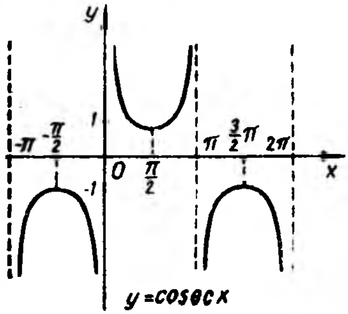
$$x = \pi n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

бўлган нуқталар кирмайди. К. чегараланмаган ($1 \leqslant |\operatorname{cosec} x| < \infty$) тоқ (124 расм), даврий (2π даврли) функциядир.

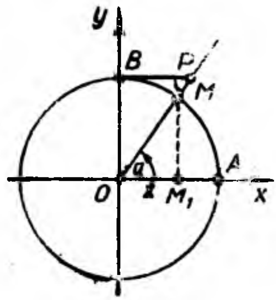
Агар боши координаталар боши билан устма-уст тушадиган (125- расм) ихтиёрий $\mathbf{OM} = \mathbf{r}$ радиус-вектор (кўзғалувчи вектор) қаралса, у ҳолда $\frac{|r|}{y_M} = \operatorname{cosec} \alpha$

нисбат ўринлидир, бунда α — радиус-вектор билан Ox ўқининг мусбат йўналиши ($\alpha = \angle AOM$ бурчакнинг қўзғалмас OA томони) орасидаги бурчак, y_M эса қўзғалувчи радиус-векторнинг учидаги M нуқтанинг ординатаси.

Қ. ишораси ўша аргумент синусининг ($\sin\alpha$) ишораси билан бир хил бўлади. Агар фақат α ўткир бурчакни текшириш билан чегараланилса, у ҳолда Қ. ни тўғри бурчакли OMM_1 учбурчакдан OM гипотенузанинг α бурчак қаршисида



124- расм.



125- расм.

ётган MM_1 катетга нисбати деб таърифлаш мумкин. Тўғри бурчакли координаталар системасида Қ. нинг графиги косекансоида (124- расм) дейилади. Қ. га тескари функция арккосеканс (қ.) дейилади.

Қ. ҳосиласи қуйидаги формула бўйича ҳисобланади:

$$(\operatorname{cosec} x)' = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{cosec} x.$$

Баъзан x бурчакнинг Қ. қисқача бундай белгиланади: $\csc x$.

Қ. секансга (қ.) нисбатан кофункция (яъни секанс функциянинг номига мос) ёки тўлдирувчи бурчак функцияси деб ҳам аталади:

$$\operatorname{cosec}\alpha = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$

Қ. дан олинган интеграл қуйидаги формула бўйича ҳисобланади:

$$\int \operatorname{cosec} x\, dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

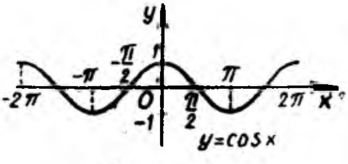
Қ. нинг қаторга ёйилмаси:

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{x} + \frac{x}{6} + \frac{7x^3}{360} + \frac{31x^5}{15120} + \ldots \quad (0 < |x| < \pi).$$

Тўлдиришни билдирувчи латинча complementum сўзининг қисқартирилгани (co) билан секанс (қ.) сўзидан ясалган.

КОСЕҚАНСОИДА — **КОСЕКАНСОИДА** — косеканс (қ.) функциянинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги графиги.

ҚОСИНУС — **КОСИНУС** — тригонометрик функциялардан (қ.) бири бўлиб, $\cos x$ (x — аргумент) орқали белгиланади ва қуйидагича аниқланади. Ориентирланган текисликда тўғри бурчакли xOy декарт системаси (125- расм) ва AOM бурчакка тенг ихтиёрий α бурчак танланган бўлсин деб фараз қилайлик, бу бурчакнинг учи координаталар боши билан, унинг қўзғалмас томони Ox ўқи билан устма-уст тушади, қўзғалувчи (ўзгарувчи) OM томони эса O учи атрофида айланиши натижасида Ox ўқ билан ҳар хил α бурчаклер ҳосил қилади. α бурчакнинг (ёки x бурчакнинг) К. деб $\frac{x_M}{|OM|}$ ёки $\frac{x_M}{|r|}$ нисбатга айтилади, бунда x_M — α бурчакнинг қўзғалувчи OM томонига тегишли бўлган ихтиёрий M нуқтанинг абсциссаси, $|OM|$ эса M нуқта радиус-векторининг узунлиги. OM кесма кўпинча қўзғалувчи радиус-вектор, M нуқтанинг координаталари эса радиус-вектор охирининг координаталари дейилади. α бурчакнинг К. шу бурчакнинг функциясидир; К. графиги 126-расмда кўрсатилган. К. нинг энг кичик мусбат даври 2π га тенг, яъни $\cos x = \cos(x + 2\pi\, n)$, бунда $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



126- расм.

К. нинг аниқланиш соҳаси барча сон ўқидан иборат (бурчакнинг радиан ўлчови $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгаради), ўзгариш соҳаси $[-1;\ 1]$ сегментдир. К.— чегараланган, жуфт ва даврий функциядир.

Бурчак 0° дан 90° гача ортганда К. барча тригонометрик кофункциялар (қ.) каби камаяди; К. 1 дан 0 гача камаяди.

К. ва синус (қ.) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ формула билан боғланган; формуланинг чап томони тригонометрик бирлик дейилади; К. ва секанс $\cos x = 1 : \sec x$ формула билан боғланган.

К. ҳосиласи $(\cos x)' = -\sin x$ формула бўйича ҳисобланади. К. дан олинган интеграл қуйидаги формула бўйича топилади: $\int \cos x\, dx = \sin x + C$. К. нинг даражали қаторга ёйилмаси:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots \quad (-\infty < x < \infty).$$

К. га тескари функция арккосинус (қ.) дейилади.

Агар фақат ўткир α бурчак қаралса, α бурчакнинг К. ни ўша бурчакка ёпишган катетнинг гипотенузага (125-расмдаги тўғри бурчакли OMM_1 учбурчакдан) нисбати деб таърифлаш мумкин.

z комплекс аргументли К. ва синус кўрсаткичли функцияга Эйлер формуласи воситасида боғланган:

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z,$$

бундан $\sin x$ ва $\cos x$ нинг (x—ҳақиқий сон) соф мавҳум аргументли кўрсаткичли функцияларга боғлиқ бўлган ифодалари топилади:

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}, \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}.$$

Бу формулалардан $\cos z$ (ва $\sin z$) ларни ҳисоблаш учун фойдаланиш мумкин. Агар $z = ix$ (соф мавҳум сон) бўлса, у ҳолда

$$\cos ix = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \operatorname{ch} x,$$

бунда $\operatorname{ch} x$ — гиперболик косинус (қ.).

$\cos x = \operatorname{ch} i x$ тенглик ҳам ўринлидир. Комплекс аргументли К. $\cos z$ функция (шунингдек, $\sin z$ ҳам) 1 дан катта ҳар қандай қийматлар қабул қилиши мумкин. Қуйидаги формула ўринлидир:

$$\cos z = \cos(x + iy) = \cos x \operatorname{ch} y - i \sin x \operatorname{sh} y.$$

Агар $z=\pi+i$ бўлса, бу формулага бинoан, қуйидагини топамиз:

$$\cos(\pi+i)=\cos\pi\operatorname{ch}1-i\sin\pi\operatorname{sh}1=-\operatorname{ch}1=$$
$$=-\frac{e+e^{-1}}{2}\approx-1{,}5,\ \text{яъни}\ |\cos z|>1.$$

К ҳам тригонометрик кофункциялардан (қ.) биридир.

Латинча co (complementum — тўлдириш сўзининг қисқартирилгани) **билан синус** (қ.) сўзидан ҳосил бўлган, яъни тўлдирувчи бурчак функцияси ёки номи синусга мос келувчи функция.

КОСИНУС-ВЕРЗУС угла α—α бурчакнинг **КОСИНУС-ВЕРЗУСИ** $-\frac{BM_2}{r}$ (*) нисбатдир (125-расм), бунда M_2—қўзғалувчи радиус-вектор охирининг Oy ўқдаги проекцияси, $r=OB$. α бурчакнинг К-в. бундай белгиланади: $\operatorname{cosvers}\alpha$. Агар (*) да $BM_2=r-OM_2$ деб олинса, у ҳолда К-в. $1-\sin\alpha$ га тенг бўлади. К-в. тушунчаси синус-верзус (қ.) тушунчаси каби, математикага XVII асрда киритилган бўлиб, ҳозир эса деярли қўлланилмайди.

К-в. тригонометрик функциялар (қ.) каби, бурчакнинг функциясидир.

Латинча co (complementum — тўлдириш сўзининг қисқартирилгани) билан sinus — дўнглик, шишган, versus бошқа ҳолатга айланганлик сўзларидан ҳосил бўлган; косинус верзус — бошқа ҳолатга айланган косинус.

КОСИНУС ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ — ГИПЕРБОЛИК КОСИНУС —қ. Гиперболический косинус.

КОСИНУСОВ ТЕОРЕМА—КОСИНУСЛАР ТЕОРЕМАСИ: 1. Текисликдаги тригонометриянинг К. т. — ҳар қандай учбурчак ихтиёрий томонининг квадрати қолган икки томони квадратлари йиғиндисидан шу томонлар билан улар орасидаги бурчак косинуси иккиланган кўпайтмаси айрилганига тенг:

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C,$$

бунда a, b, c — учбурчак томонларининг узунликлари, C эса a ва b томонлар орасидаги бурчак. К. т. кўпинча элементар геометрия ва тригонометрия масалаларини ечишда қўлланилади.

2. Сферик учбурчак томонлари учун К. т.: сферик учбурчак бир томонининг косинуси қолган икки томон косинуслари кўпайтмасига шу томонлар синуслари билан шу томонлар орасидаги бурчак косинусининг кўпайтмасини қўшилганига тенг:

$$\cos a=\cos b\cos c+\sin b\sin c\cos A.$$

3. Сферик учбурчак бурчаклари учун К. т.: сферик учбурчак бурчагининг косинуси қолган икки бурчаги косинусларининг тескари ишора билан олинган кўпайтмаси ва шу бурчаклар синуслари билан биринчи бурчак қаршисидаги томон косинуси кўпайтмаси йиғиндисига тенг:

$$\cos A=-\cos B\cos C+\sin B\sin C\cos a.$$

КОСИНУСОИДА — КОСИНУСОИДА — тўғри бурчакли декарт координаталари системасида (126-расмга қаранг) $y=\cos x$ функциянинг графиги. К. синусоиданинг (қ.) худди ўзи бўлиб, фақат Ox ўқ бўйича чапга $\frac{\pi}{2}$ га сурилгандир, чунки

$$\cos x=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right).$$

КОСОСИММЕТРИЧЕСКИЙ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ — ҚИЙШИҚ СИММЕТРИЯЛИ ДЕТЕРМИНАНТ — бош диагоналига нисбатан симметрик бўлган элементлари ишораси қарама-қарши, яъни $a_{ij}=-a_{ji}$ бўлган детерминантдир. Қийшиқ симметрияли n-тартибли d детерминант учун $d=(-1)^n d$ муносабат ўринлидир, бундан тартиби (n) тоқ бўлган қийшиқ симметрияли детерминант ҳар доим 0 га тенг, деган хулоса келиб чиқади.

КОСОСИММЕТРИЧНОСТЬ— ҚИЙШИҚ СИММЕТРИКЛИК: 1°. **Функциянинг қийшиқ симметриклиги** — бир неча ўзгарувчили $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг шундай хоссасидирки, аргументларни ихтиёрий тоқ ўрин алмаштиришда (қ. Перестановка) функциянинг ишораси қарама-қаршисига ўзгаради, ихтиёрий жуфт алмаштиришда ўзгармайди. Масалан, уч ўзгарувчили $f(x, y, z) = (x - y)(y-z)(z - x)$ функция қийшиқ симметрикдир.

2. **Тензорнинг** (ковариант ёки контравариант тензорнинг) **Қ. с.**— тензорнинг (қ.) шундай хоссасидирки, фақат индексларининг тартиби билан фарқланувчи координаталар ўзаро тенг бўлади ёки ишоралари билан фарқ қилади. Индексларини жуфт ўрин алмаштиришда координаталар тенг бўлади, тоқ ўрин алмаштиришда эса координаталар ишоралари билан фарқ қилади. Фазонинг бир ортонормаллаштирилган координаталар системасини бошқа ортонормаллаштирилган системасига алмаштирганда тензорнинг Қ.с. ўзгармайди. (қ. Ортонормированная система).

КОСОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ — ҚИЙШИҚ БУРЧАКЛИ КООРДИНАТАЛАР — текислик ёки фазодаги аффин координаталарнинг (умумий декарт координаталарининг) шундай хусусий ҳолики, унда координата ўқлари бир-бирига перпендикуляр эмас, лекин ўқлар бўйича олинган бирлик (базис) кесмалар ўзаро тенг. қ. Координаты.

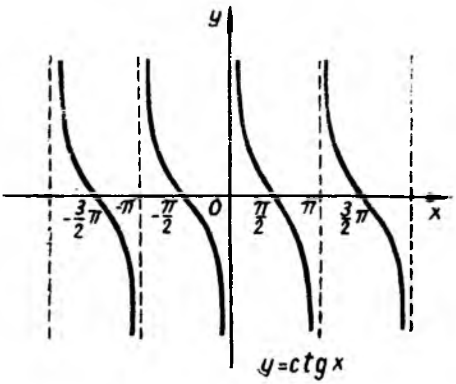
КОТАНГЕНС — КОТАНГЕНС — тригонометрик функциялардан бири бўлиб, $\operatorname{ctg} x$ (x — аргумент) орқали белгиланади ва қуйидаги формула билан аниқланади:

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x},$$

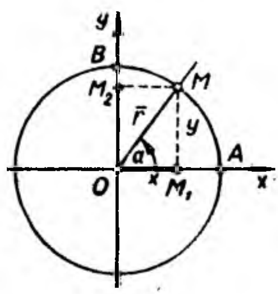
бунда $\cos x$ — косинус (қ.), $\sin x$ — синус (қ.). К. нинг аниқланиш соҳаси сонлар ўқи бўлиб, унга абсциссалари

$$x = \pi n \ (n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

бўлган нуқталар кирмайди. К. графиги алоҳида шохчалардан иборат (127- расм).



127- расм.



128- расм.

К. ихтиёрий ҳақиқий сонга тенг қийматлар қабул қила оладиган чегараланмаган функциядир; К. тоқ ва энг кичик мусбат даври π га тенг бўлган даврий функциядир.

К. ни бошқача таърифлаш ҳам мумкин. Агар боши координаталар бошида бўлган (128- расм) ихтиёрий радиус-вектор (қўзғалувчи $OM = r$ радиус) қаралса, у ҳолда $\frac{x_M}{y_M} = \operatorname{ctg}\alpha$ нисбат ўринли бўлади, бунда α — радиус-вектор билан Ox ўқнинг мусбат йўналиши ($\alpha = \angle AOM$ бурчакнинг қўзғалмас OA томони) орасидаги бурчак, x_M ва y_M лар эса қўзғалувчи радиус-вектор охирининг, яъни M нуқтанинг координатлари. К. билан тангенс (қ.) қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha},$$

бунда α — К. ва тангенс аргументининг олиши мумкин бўлган қиймати. К. ишораси билан тангенс ишораси бир хил бўлади.

Агар фақат α ўткир бурчакни текшириш билан чегараланилса, у ҳолда тўғри бурчакли OMM_1 учбурчакни ёки унга ўхшаш учбурчакни (128- расм) кўздан кечириб, α бурчакка ёпишган OM_1 катетнинг бу бурчак қаршисида ётган MM_1 катетга нисбатини *К.* деб таърифлаш мумкин.

Тўғри бурчакли декарт координаталари системасида К. графиги котангенсоида дейилади. К. га тескари бўлган функция арккотангенс (қ.) дейилади. К. нинг ҳосиласи:

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

К. дан олинган интеграл

$$\int \operatorname{ctg} x\, dx = \ln|\sin x| + C.$$

К. нинг қаторга ёйилмаси:

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \ldots$$

($0 < |x| < \infty$); бу ёйилма комплекс текисликда ҳам ўринлидир. Комплекс z аргумент учун К. ноллари $z = \pi n$ нуқталарда бўлган мероморф функция бўлади, бунда $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

К. тригонометрик кофункция (қ.), яъни тўлдирувчи бурчак функцияси ҳам дейилади.

Латинча co (complementum — тўлдириш сўзининг қисқартирилгани) ва тангенс (қ.) сўзларидан ясалган.

КОТАНГЕНСОИДА — КОТАНГЕНСОИДА — тўғри бурчакли декарт координаталари системасида $y = \operatorname{ctg} x$ котангенс (қ.) функциясининг графиги. К. алоҳида шохчалардан иборат бўлади (127- расм).

КОТЕСА ФОРМУЛА — КОТЕС ФОРМУЛАСИ — аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблаш формуласи бўлиб, кўриниши қуйидагичадир:

$$\int_a^b f(x)\, dx = \frac{b-a}{n}\left[H_n^0 y_0 + H_n^1 y_1 + H_n^2 y_2 + \ldots + H_n^n y_n\right],$$

бунда n — $[a, b]$ ораликнинг бўлиниш нуқталари сони, H_n^i коэффициентлар эса махсус жадвалларда берилади. К.ф. механик квадратураларнинг (қ. Численное интегрирование) энг умумий формуласидир. (x_i, x_{i+1}) кесмаларнинг ҳар бирига $n = 1$ бўлгандаги К.ф. қўлланганда трапециялар формуласи (қ.) ҳосил қилинади, $n = 2$ бўлганда параболалар формуласи (қ.) ҳосил қилинади.

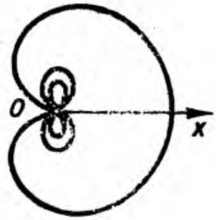
Адаб.: С. М. Никольский, Квадратурные формулы, Гостехиздат, М., 1958.

КОХЛЕОИДА — КОХЛЕОИДА — қутб координаталаридаги тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлган эгри чизиқ (129- расм):

$$\rho = a\,\frac{\sin\varphi}{\varphi}.$$

Қ. квадратрисалар (қ.) жумласидандир. Эгри чизиқ чиғаноқнинг проекциясига ўхшашлиги туфайли уни Юнг (1883) шундай деб аташни тавсия этган. Грек. κοχλοη — чиғаноқ.

КОШИ ЗАДАЧА — КОШИ МАСАЛАСИ — дифференциал тенгламалар назариясининг (қ. Дифференциальные уравнения) асосий масалаларидан бири бўлиб, уни биринчи марта француз математиги Коши батафсил ўрганган.



129- расм.

Бирор дифференциал қонун ва маълум бошланғич ҳолат билан характерланадиган процесслар Коши масаласига олиб келади. К.м. дифференциал тенгламанинг берилган бошланғич шартларни қаноатлантирувчи ечимини излашдан иборатдир. Масалан,

$$y^{(n)} = f(x,\ y',\ y'',\ \ldots,\ y^{(n-1)})$$

оддий дифференциал тенглама учун К.м. $x = x_0$ бўлганда берилган ушбу қийматларда унинг ечимини излашдан иборат:

$$y,\ y',\ \ldots,\ y^{(n-1)}.$$

Эркли ўзгарувчилари иккита бўлган

$$a(x,\ y,\ u)\frac{\partial u}{\partial x} + b(x,\ y,\ u)\frac{\partial u}{\partial y} = C(x,\ y,\ u)$$

чизиқли дифференциал тенглама учун К.м. бу тенгламанинг $u(x_0,\ y) = \varphi(y)$ шартни қаноатлантирувчи ечимини топишдан иборат бўлади, бунда $\varphi(y)$ — берилган функция.

Умуман, хусусий ҳосилали n- тартибли дифференциал тенглама бўлган ҳолда t аргументнинг бирор тайинланган қиймати учун $u,\ \frac{\partial u}{\partial t},\ \ldots,\ \frac{\partial^{n-1} u}{\partial t^{n-1}}$ лар берилган бўлса, К.м. қуйидаги дифференциал тенгламанинг ечимларини топишдан иборат бўлади:

$$\frac{\partial^n u}{\partial t^n} = F\left(t,\ x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_m,\ u,\ \ldots,\ \frac{\partial^{k_0+k_1+\ldots+k_m} u}{\partial t^{k_0}\partial x_1^{k_1}\ldots\partial x_m^{k_m}}\right). \quad (*)$$

$$(k_0 + k_1 + \ldots + k_m \leqslant n,\ k_0 < n).$$

Геометрия тилида, бунга координаталари $(t,\ x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_m,\ u)$ бўлган $(m+2)$ ўлчовли фазо мос келади.

$$a_1(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ u)\frac{\partial u}{\partial x_1} + \ldots + a_n(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ u)\frac{\partial u}{\partial x_n} =$$
$$= C(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ u)$$

кўринишдаги чизиқли тенглама учун К.м. бу тенгламанинг берилган $(n-1)$ ўлчовли эгри чизиқдан ўтадиган $u = u(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$ интеграл сиртини аниқлашдан иборат бўлади.

1842 йилда Коши ва ундан бехабар ҳолда 1874 йилда С. Ковалевская F функция (қ. *) ва бошланғич шартларга кирувчи функциялар аналитик бўлганда К.м. нинг ечими мавжуд ва ягона эканлигини исбот қилдилар.

К.м. ва Коши — Ковалевская теоремаси дифференциал тенгламалар системаси учун ҳам ўринлидир.

1923 йилда Адамар эллиптик тенгламалар учун К.м. коррект эмас эканлигини, яъни К.м. ечими бошланғич шартларга узлуксиз боғлиқ эмаслигини кўрсатди.

КОШИ ИНТЕГРАЛ — КОШИ ИНТЕГРАЛИ — қуйидаги кўринишдаги интеграл:

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{(c)}\frac{\varphi(z)\,dz}{z-a},$$

бунда i — мавҳум бирлик, (c) — тўғриланувчи ёпиқ эгри чизиқ, $\varphi(z)$ — z комплекс ўзгарувчининг функцияси бўлиб, у (c) чегарада ва унинг ички соҳасида аналитикдир. Агар ёпиқ эгри чизиқ соҳанинг бирор a нуқтасини ўз ичига олса, у ҳолда К.и. $\varphi(a)$ га тенг бўлади, яъни ҳар қандай аналитик функция унинг чегаралаги қийматлари орқали К.и. воситасида ифода қилиниши мумкин.

К.и. нинг умумлашган ҳоллари Коши типидаги интеграллардир; уларнинг кўриниши ҳам ўшанда-ю, лекин c эгри чизиқ ёпиқ бўлиши ва $\varphi(z)$ функция аналитик бўлиши шарт эмас.

Адаб.: А. И. Маркушевич, Теория аналитических функций, Гостехиздат, М.— Л., 1950.

КОЭФФИЦИЕНТ — КОЭФФИЦИЕНТ. Алгебраик ифодадаги К.— бу ифодадаги кўпайтувчидир. Масалан, $2yx^2$ ифодада x^2 олдидаги К. $2y$ кўпайтувчидир; $c(a+b)$ ифодада $(a+b)$ олдидаги К. c сонидир; ўша ифодада c олдидаги К. $(a+b)$ кўпайтувчидир.

Баъзан К. тушунчаси махсус мазмунли ҳар хил формулаларда кўпайтувчи бўлиб ҳисобланади: бурчак К.— текисликдаги $y = kx + b$ тўғри чизиқ тенгламасидаги k сони бу тўғри чизиқ билан абсциссалар ўқининг мусбат йўналиши орасидаги бурчакнинг тангенсини ифода қилади; гомотетия К. (қ. Гомотетия), кенгайиш К. ва ишқаланиш К. (физикада) ва бошқалар.

Ундош ҳарф билан бошланувчи латинча сўз билан бирикканда «co» га айланадиган «cum» ва efficiens (қаратқич келишиги — efficientis) — тайёрловчи, бирор нарсага сабаб бўлувчи сўзларидан ясалган (кофункция, кологарифм билан солиштиринг); сўзма-сўзига: коэффициент — кўмаклашувчи.

КОШИ КРИТЕРИЙ — КОШИ КРИТЕРИЙСИ: 1. Кетма-кетликнинг яқинлашишига оид К.к. қ. Фундаментальная последовательность.

2. Функция лимитининг мавжудлигига оид К.к. Функциянинг чекли лимити $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ мавжуд бўлиши учун ихтиёрий $\varepsilon > 0$ учун шундай $\delta > 0$ мавжудки, $0 < |x' - a| < \delta$ ва $0 < |x'' - a| < \delta$ бўлганда

$$|f(x') - f(x'')| < \varepsilon$$

тенгсизликнинг бажарилиши зарур ва етарлидир.

3. Қаторнинг яқинлашишига оид К.к.— $u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots$ сонли қаторнинг яқинлашиши учун ихтиёрий $\varepsilon > 0$ учун шундай N номер мавжудки, барча $n > N$ ва $p \geqslant 1$ да

$$|u_{n+1} + u_{n+2} + \ldots + u_{n+p}| < \varepsilon$$

тенгсизлик ўринли бўлиши зарур ва етарлидир.

КОШИ НЕРАВЕНСТВО — КОШИ ТЕНГСИЗЛИГИ — чекли йиғиндилар учун ўринли бўлган

$$\left(\sum_{k=1}^{n} a_k b_k\right)^2 \leqslant \sum_{k=1}^{n} a_k^2 \sum_{k=1}^{n} b_k^2$$

тенгсизлик; математиканинг турли соҳаларида ва математик физикада энг кўп қўлланадиган жуда муҳим тенгсизлик. 1821 йилда биринчи марта Коши топган. К.т. нинг интеграл аналоги (ўхшаш.н), яъни

$$\left(\int_a^b a(x)\cdot b(x)\,dx\right)^2 \leqslant \int_a^b a^2(x)\,dx \int_a^b b^2(x)\,dx$$

тенгсизликни рус математиги В. Я. Буняковский кўрсатган.

КОШИ — РИМАНА УРАВНЕНИЯ — КОШИ — РИМАН ТЕНГЛАМАЛАРИ (тўғрироғи, Эйлер — Даламбер тенгламалари) — хусусий ҳосилали қуйидаги тенгламалар системаси:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y},\ \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x}.$$

К.—Р. т.нинг ечимлари қўшма гармоник функциялардир (қ. Сопряженные гармонические функции). Бу ечимларнинг бир жуфт u ва v функцияларини мос равишда комплекс ўзгарувчили бирор аналитик функциянинг (қ.) ҳақиқий ва мавҳум қисмлари деб қараш мумкин. Аксинча, $x+iy$ комплекс ўзгарувчили аналитик функциянинг ҳақиқий ва мавҳум қисмлари К.—Р. тенгламаларини қаноатлантиради.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА — ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛА — ўзи дифференциал тенгламанинг ечими бўладиган ва чегаравий шартларни, яъни соҳанинг чегарасидаги баъзи шартларни қаноатлантирадиган функцияни топиш масаласи. Масалан, Лаплас тенгламасининг соҳанинг чегарасида берилган функцияга айланадиган ечимини топиш. Бундай масала биринчи Ч.м. дейилади. Агар гармоник функциядан нормал бўйича олинган ҳосила берилган узлуксиз функцияга айланишини талаб қилинса, бу масала иккинчи Ч.м. бўлади. Ч.м. ни ечишда Грин функцияси (қ.) катта роль ўйнайди. Ч.м. ни ечиш методлари орасида уларни интеграл тенгламаларга келтириш катта роль ўйнайди. Кўп ҳолларда Ч.м. одатдаги ечимга эга бўлмаса, умумлашган ечимлар киритилади.

Адаб.: С. Л. Соболев, Некоторые применения функционального анализа в математической физике, Гостехиздат, М.— Л., 1950.

КРАЙНИЕ ЧЛЕНЫ ПРОПОРЦИИ — ПРОПОРЦИЯНИНГ ЧЕТКИ ҲАДЛАРИ. $a:b=c:d$ пропорциянинг четки ҳадлари — бу пропорциянинг a ва d ҳадлари. Агар пропорция $a:b=c:d$ кўринишда ёзилса, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ кўринишдаги П. ч. ҳ. терминининг келиб чиқиши айниқса тушунарли бўлади. b ва c ҳадлар пропорциянинг ўрта ҳадлари дейилади. Агар $a:b=c:d$ пропорция $b:a=d:c$ кўринишида ёзилса, у ҳолда П.ч.ҳ. унинг ўрта ҳадлари бўлади ва аксинча.

КРАТНАЯ ПРОПОРЦИЯ — КАРРАЛИ ПРОПОРЦИЯ — пропорциянинг (қ.) худди ўзи. К.п. ни арифметик пропорциядан (қ.) фарқ қилиш учун, геометрик пропорция деб ҳам айтилади.

КРАМЕРА ПРАВИЛО—КРАМЕР ҚОИДАСИ — чизиқли тенгламалар системасини ечиш қоидаси. Детерминанти (қ. Определитель) нолдан фарқли бўлган n номаълумли n та тенглама системаси доимо ечимга эга. Бу ечим ягона ва қуйидаги К.қ. билан аниқланади: x_i ($i=1, 2, 3, \ldots, n$) номаълумлардан ҳар бирининг қиймати шундай касрга тенгки, унинг махражи системанинг $D\neq 0$ детерминантидан иборат бўлиб, D_i сурати эса системанинг детерминантидан изланаётган x_i номаълумнинг коэффициентларидан тузилган устун ўрнига озод ҳадлардан тузилган устунни қўйиш йўли билан ҳосил қилинади (қ. Система уравнений).

Мисол. Системани ечинг:

$$\begin{aligned} x_1-x_2+x_3&=1,\\ 2x_1+3x_2-2x_3&=2,\\ x_1+x_2+3x_3&=-4,\end{aligned}$$

К.қ. бўйича махражларда турувчи D детерминантни ва мос суратларда турувчи D_1, D_2, D_3 детерминантларни ёзамиз:

$$D=\begin{vmatrix}1&-1&1\\2&3&-2\\1&1&3\end{vmatrix},\ D_1=\begin{vmatrix}1&-1&1\\2&3&-2\\-4&1&3\end{vmatrix},\ D_2=\begin{vmatrix}1&1&1\\2&2&-2\\1&-4&3\end{vmatrix},\ D_3=\begin{vmatrix}1&-1&1\\2&3&2\\1&1&-4\end{vmatrix}.$$

Бу детерминантларни ҳисоблаб ва $D\neq 0$ эканлигига ишонч ҳосил қилиб, қуйидагиларни ёзишимиз мумкин:

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{23}{18},\ x_2=\frac{D_2}{D}=-\frac{20}{18},\ x_3=\frac{D_3}{D}=-\frac{25}{18}.$$

КРАТНОЕ натурального числа n — n натурал соннинг **БЎЛИНУВЧИСИ** — n сонига қолдиқсиз бўлинадиган N натурал сон. Масалан, 65 сони 13 сонининг Б. бўлади. Иккита n_1 ва n_2 натурал соннинг умумий Б. n_1 га ҳам, n_2 га ҳам бўлинувчи N натурал сондир. n_1 ва n_2 сонларининг бўлинувчиларидан энг кичигини бу сонларнинг энг кичик умумий Б. дейилади (ЭКУБН (n_1, n_2) каби белгиланади). қ. Наименьшее общее кратное.

Иккига бўлинувчи натурал сонлар жуфт, иккига бўлинмайдиган натурал сонлар эса тоқ дейилади.

КРАТНЫЙ ИНТЕГРАЛ — ҚАРРАЛИ ИНТЕГРАЛ — текисликнинг маълум соҳасида, уч ўлчовли ёки n ўлчовли фазода берилган функциялардан олинган интеграл. Қ.и. одатда икки ўлчовли, уч ўлчовли ва ҳ.к. n каррали интеграллар деб юритилади.

$f(x, y)$ функция текисликнинг бирор D соҳасида берилган бўлсин, дейлик. Бутун D соҳани юзи S_i бўлган n та майда d_i соҳаларга бўламиз; ҳар бир d_i соҳада (ξ_i, η_i) нуқта танлаб, қуйидаги интеграл йиғиндини тузамиз:

$$S=\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \eta_i)\,S_i.$$

d_i майда соҳаларнинг энг катта диаметрини нолга интилтирамиз. Агар лимит $\lim\limits_{n\to\infty} S$ мавжуд бўлса ва соҳанинг S_i бўлакларга қандай усул билан бўлинганига ҳамда (ξ_i, η_i) нуқталарнинг қандай олинганига боғлиқ бўлмаса, у ҳолда бу лимит D соҳа бўйича $f(x, y)$ функциядан олинган икки каррали интеграл дейилади; у $\iint\limits_D f(x, y)\,dS$ билан белгиланади.

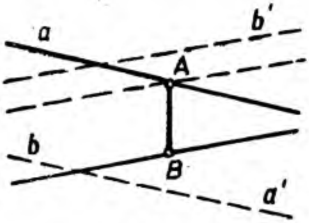
Уч каррали ва умуман n каррали интеграл ҳам шунга ўхшаш таърифланади. Икки каррали интегралнинг мавжуд бўлиши учун D соҳа квадратланувчи бўлиши зарур (қ. Квадрируемая область).

Грин ва Остроградскийнинг Қ.и. ни ўлчамлари кичик бўлган интегралларга келтирувчи формулалари бор. Қ.и. механика ва физикада жуда кўп қўлланилади.

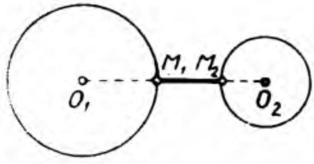
КРАТНЫЙ КОРЕНЬ многочлена — кўпҳаднинг **КАРРАЛИ ИЛДИЗИ.** $f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n$ кўпҳаднинг Қ.и. шундай x_0 сонки, $f(x)$ кўпҳад $(x-x_0)^k$ бином даражасига қолдиқсиз бўлинади, лекин $(x-x_0)^{k+1}$ га бўлинмайди, бунда $1<k\leqslant n$. k — натурал сон. Бу ҳолда x_0 илдиз k каррали илдиз дейилади. Агар x_0 сон $f(x)$ кўпҳаднинг k каррали илдизи бўлса, у ҳолда бу илдиз l-ҳосиланинг $(k-l)$ каррали илдизи бўлади, $l=1, 2, \ldots, k-1$. $f(x)$ кўпҳаднинг Қ.и. $f(x)=0$ тенгламанинг Қ.и. ҳам дейилади. $f(x)$ кўпҳаднинг биринчи каррали (бир каррали) x_0 илдизи бу кўпҳаднинг оддий илдизи (ёки $f(x)=0$ тенгламанинг оддий илдизи) ҳам дейилади. Қ. Корень уравнения.

КРАТЧАЙШЕЕ РАССТОЯНИЕ — ЭНГ ҚИСҚА МАСОФА. Метрик фазонинг (қ. Метрическое пространство) икки тўплами орасидаги энг қисқа масофа — биринчи тўплам нуқталари билан иккинчи тўплам нуқталари орасидаги масофаларнинг қуйи чегараси. Барча бундай масофалар манфий бўлмагани учун юқорида кўрсатилган қуйи чегара мавжуд бўлиб, манфий эмасдир. Лекин кесишмайдиган икки тўплам орасидаги Э.қ.м. нолга тенг бўлиши мумкин. Масалан, тўғри чизиқдаги нуқталарнинг икки [0, 1) (ярим очиқ интервал) ва (1, 2] тўплами бундай хоссага эга бўлади.

a ва *b* учрашмас тўғри чизиқлар орасидаги Э.қ.м. уларнинг умумий *AB* перпендикулярининг узунлиги бўлади (130-расм). Кесишмайдиган икки айлана орасидаги Э.қ.м. марказлар чизиғининг M_1M_2 кесмаси узунлигидан иборат бўлади (131-расм).



130-расм.



131-расм.

Кесишувчи икки тўплам орасидаги Э.қ.м. нолга тенг.

КРИВАЯ — ЭГРИ ЧИЗИҚ — геометрик тушунча бўлиб, эгри чизиқнинг одатдаги тасаввурининг абстракцияси. Тадқиқотнинг мақсад ва методларига қараб Э.ч. термини математиканинг турли бўлимларида турлича таърифланади. Э.ч. фазонинг шундай нуқталарининг геометрик ўрнидирки, уларнинг координаталари бир ўзгарувчининг функцияларидан иборат. Э.ч. нинг турли таърифлари бу функцияларнинг силлиқлиги турлича бўлишини талаб қилади.

Масалан, Жордан маъносидаги Э.ч. (қ. Жордана кривая) узлуксиз функциялар орқали ифодаланиб, Э.ч. нинг одатдаги тасаввуридан кескин фарқ қилиши мумкин. Агар Э.ч. нуқталарининг координаталари параметрларнинг узлуксиз дифференциалланувчи функциялари бўлса, у ҳолда Э.ч. тўғриланувчи чизиқ дейилади. Бундай Э.ч. учун ёй узунлиги (қ. Длина кривой) тушунчасини киритиш мумкин. Э.ч. нинг муҳим синфи алгебраик Э.ч. дир (қ. Алгебраическая кривая). Улар қуйидаги тенгламалар билан берилади:

$$F_1(x, y, z) = 0, \quad F_2(x, y, z) = 0,$$

бунда F_1 ва F_2 — уч ўзгарувчили кўпҳадлар. Хусусий ҳолда тўғри чизиқ алгебраик Э.ч. дир.

Адаб.: Л. С. Пархоменко, Что такое линия, Гостехиздат, М., 1954; П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М.— Л., 1956.

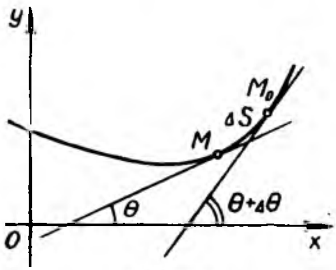
КРИВАЯ ОШИБОК — ХАТОЛАР ЭГРИ ЧИЗИҒИ — нормал тақсимот қонунининг графиги бўлиб, техисликда ётган чизиқ (қ. Нормальное распределение).

КРИВАЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ — ТАҚСИМОТ ЭГРИ ЧИЗИҒИ — эҳтимоллар тақсимоти функциясининг графиги.

КРИВИЗНА ПЛОСКОЙ КРИВОЙ — ТЕКИС ЭГРИ ЧИЗИҚ ЭГРИЛИГИ — эгри чизиқнинг бирор *M* нуқта атрофида тўғри чизиқдан оғиш даражасини характерловчи миқдор. Эгри чизиқнинг *M* нуқтадаги йўналишини эгри чизиқнинг *M* нуқтасида ўтказилган уринма билан *Ox* ўқи орасидаги θ бурчак орқали характерлаш мумкин (132-расм). *M* нуқта эгри чизиқ бўйлаб текис ҳаракат қилганида θ бурчакнинг ўзгариш тезлиги эгри чизиқнинг *M* нуқтасидаги Э. дейилади.

θ бурчакни M_0M ёй узунлигининг функцияси деб қараш мумкин, бунда M_0 белгиланган (бошланғич) нуқта, шунинг учун эгри чизиқнинг M нуқтасидаги Э. қуйидаги формула кўринишида ёзилади:

$$k = \left|\frac{d\theta}{dS}\right| = \lim_{\Delta S\to 0}\frac{|\Delta\theta|}{|\Delta S|},$$



132-расм.

бунда $\Delta\theta$ — эгри чизиқнинг M ва M_0 нуқталарида ўтказилган уринмалар орасидаги бурчак, ΔS — MM_0 ёй узунлиги.

Айлананинг Э. $k = \frac{1}{R}$, яъни айлана радиусига тескари.

Ихтиёрий эгри чизиқ бўлган ҳолда (маълум дифференциалланиш шартларида) ҳар қандай M нуқтада ёпишма айлана (Э. доираси) ясаш мумкинки, бу айлана шу M нуқтада эгри чизиққа уринувчи бошқа айланаларга нисбатан эгри чизиққа M нуқтада энг яқин ёндошади. Ёпишма айлананинг маркази ва радиуси Э. нинг маркази ва радиуси дейилади.

Э. ва ρ Э. радиуси $k = \frac{1}{\rho}$ муносабат билан боғланган. Агар эгри чизиқ тўғри бурчакли декарт координаталарида берилган бўлса, у ҳолда унинг Э. қуйидаги формула бўйича ҳисобланади:

$$k = \left|\frac{d^2y}{dx^2}\right| : \left|1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right|^{\frac{3}{2}}.$$

Агар абсолют қиймат ишораси ёзилмаса, у ҳолда Э. эгри чизиқнинг M нуқтада қавариқ (қ. Выпуклость) ёки ботиқ бўлишига қараб + ёки — ишора билан олинади.

Агар фазовий эгри чизиқ қаралаётган бўлса, у ҳолда ёпишма айланалар (Э. доиралари) ўрнига M нуқтада ва у билан қўшни M' нуқтадаги ёпишма текисликлар, яъни M ва M' нуқталардаги ёпишма айланаларнинг текисликлари қаралади (қ. Соприкасающаяся плоскость). Агар β — бу текисликлар орасидаги икки ёқли бурчак, ΔS—MM' ёй узунлиги бўлса, у ҳолда

$$\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\beta}{\Delta S} = \sigma$$

ифода фазовий эгри чизиқнинг M нуқтада буралишининг (иккинчи Э.) абсолют қийматини аниқлайди. σ буралишнинг ишораси «парма қоидаси» (ўнг винт ёки чап винт) бўйича ёзилади.

Адаб.: К. П. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М.—Л, 1956; В. Бляшке, Дифференциальная геометрия, перев. с нем., ОНТИ, М.—Л., 1935.

КРИВОЛИНЕЙНЫЕ КООРДИНАТЫ — ЭГРИ ЧИЗИҚЛИ КООРДИНАТАЛАР. Сиртдаги нуқтанинг Э.ч. к. шундай u ва v координата эгри чизиқларнинг икки системаси ёрдамида аниқланадиган координаталарки (қ.), бунда сиртнинг ҳар бир нуқтаси орқали ҳар бир оиланинг фақат битта чизиғи ўтади. Координата чизиқларининг оилаларидан бири тўғри чизиқлардан ташкил топиши мумкин. Масалан, қутб координаталари системасида координата чизиқлари оилаларидан бири тўғри чизиқлар дастаси бўлиб, иккинчи оила эса дастанинг ихтиёрий тўғри чизиғига ортогонал бўлган концентрик айланалар оиласи бўлади. Сиртдаги нуқтанинг Э.ч. к. га мисол қилиб географик координаталарни, яъни сфера сиртидаги нуқтанинг географик узоқлиги ва кенглигини кўрсатиш мумкин.

Фазодаги нуқтанинг Э.к. ҳам шунга ўхшаш аниқланади, лекин бунда иккита эмас, балки учта координата сиртлари оиласи қаралади.

Э.к. гаусс координатлари ҳам дейилади. Э.к. сиртлар назариясида (қ. Теория поверхностей) кенг қўлланилади.

КРИВОЛИНЕЙНЫЙ ИНТЕГРАЛ — ЭГРИ ЧИЗИҚЛИ ИНТЕГРАЛ — текислик ёки фазодаги бирор эгри чизиқ бўйича олинган интеграл. 1- ва 2- тур Э.ч.и. лар бўлади.

Масалан, 1-тур Э.ч.и. зичлиги ўзгарувчи эгри чизиқ массасини ҳисоблаш ҳақидаги масала қаралаётганда учрайди. Бу интеграл

$$\int\limits_C f(p)\, ds$$

кўринишда бўлади, бунда C — берилган эгри чизиқ, ds — унинг ёйи дифференциали, $f(p)$ эса эгри чизиқдаги нуқтанинг функцияси бўлиб, тегишли интеграл йиғиндиларнинг лимитини билдиради. $C\ (y = f(x))$ текис эгри чизиқ учун 1-тур Э.ч.и. оддий интегралга келтирилади, яъни

$$\int\limits_C f(p)\, ds = \int\limits_a^b f[x,\ y(x)]\sqrt{1+(y')^2}\ dx.$$

2-тур Э.ч.и. эса, масалан, C текис эгри чизиқ бўлган ҳолда куч майдонининг ишини ҳисоблашда учрайди. У қуйидаги кўринишга эга:

$$\int\limits_C P(x,\ y)\, dx + Q(x,\ y)\, dy$$

ва тегишли интеграл йиғиндиларнинг лимити бўлади. Агар эгри чизиқ тенгламаси

$$x = x(t),\quad y = y(t),\quad (\alpha \leqslant t \leqslant \beta)$$

параметрик кўринишда берилган бўлса, у ҳолда 2-тур Э.ч. и. ни оддий интегралга қуйидаги формула бўйича келтириш мумкин:

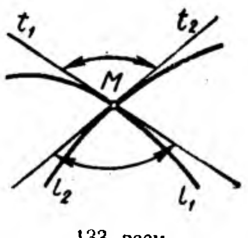
$$\int\limits_C P(x,\ y)\, dx + Q(x,\ y)\, dy = \int\limits_\alpha^\beta \{P[x(t),\ y(t)]\, x'(t) + $$
$$+ Q[x(t),\ y(t)]\, y'(t)\}\, dt$$

ва 1-тур Э.ч.и. га қуйидаги формула бўйича келтириш мумкин:

$$\int\limits_C P(x,\ y)\, dx + Q(x,\ y)\, dy = \int [P\cos\alpha + Q\sin\alpha]\, ds,$$

бунда α — эгри чизиқ ёйининг ўсиш томонига йўналган уринма билан Ox ўқ орасидаги бурчак. Фазовий эгри чизиқ учун ҳам шунга ўхшаш формулалар бор. Э.ч и. учун Грин ва Стокс формулалари (қ.) мавжуд.

КРИВОЛИНЕЙНЫЙ УГОЛ — ЭГРИ ЧИЗИҚЛИ БУРЧАК — умумий M нуқтадан чиқувчи ва шу M нуқтада дифференциалланувчи икки l_1 ва l_2 эгри чизиқ оддий ёйларининг бирлашмаси. Умумий M нуқта Э.ч.б. учи, l_1 ва l_2 ёйлар унинг томонлари дейилади. Э.ч.б. ўз учидан томонларига ўтказилган t_1 ва t_2 уринмалар билан чегараланган тўғри чизиқли бурчак (қ. Угол) билан ўлчанади (133-расм).



133-расм.

l_1 ва l_2 эгри чизиқлар кесишган нуқтада улар орасидаги бурчак шунга ўхшаш аниқланади. Э.ч.б. тушунчаси сферик тригонометрия (қ.) ва дифференциал геометрияда (қ.) қўлланилади.

КРИСТОФФЕЛЯ СИМВОЛ — КРИСТОФФЕЛЬ СИМВОЛИ. Риман фазосининг (сиртининг, $n=2$ бўлганда)

$$\sum_{r,\ s=1}^{n} g_{rs}dx^r dx^s$$

дифференциал квадратик формаси учун К.с. қуйидаги ифодадан иборат:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_j}+\frac{\partial g_{jk}}{\partial x_i}+\frac{\partial g_{ij}}{\partial x_k}\right).$$

К. с. бундай белгиланади: $[{}^{i}{}_{k}{}^{j}]$. Бу символ 1-тур К. с. дейилади 2-тур К. с. $\{{}^{i}{}_{k}{}^{j}\}$ билан белгиланади ва қуйидаги муносабат билан аниқланади:

$$\{{}^{i}{}_{k}{}^{j}\}=\sum_{t=1}^{n} g^{kt}[{}^{i}{}_{k}{}^{j}],$$

бунда

$$\sum_{k=1}^{n} g^{kt}g_{ks}=\begin{cases}1 & (t=s \text{ бўлганда})\\ 0 & (t\neq s \text{ бўлганда}).\end{cases}$$

К. с. бундай ҳам белгиланади:

$$\Gamma_{ij,k}=[{}^{i}{}_{k}{}^{j}],\quad \Gamma^{k}_{ij}=\{{}^{i}{}_{k}{}^{j}\}$$

ёки

$$\Gamma_{k,ij}=\left[{k \atop i\ j}\right],\ \Gamma^{ij}_{k}=\left\{{k \atop i\ j}\right\}.$$

К. с. ни Кристоффель қавслари ҳам дейишади. Адабиётда К. с. ниг Христоффель символи деган бошқача номи ҳам учрайди.

К. с. учун $\Gamma^{i}_{jk}=\Gamma^{i}_{kj}$ тенглик ўринлидир. К. с. тензор эмас: координаталар системаси ўзгарганда унинг компонентлари тензор қонунига қараганда янада мураккаброқ қонун бўйича ўзгаради. Риман фазосида К. с. ёрдамида параллел кўчириш (қ. Параллельный перенос) тушунчаси киритилади ва, шундай қилиб, ҳар қандай Риман фазоси айни вақтда аффин боғламли фазо (қ. Связность аффинная) бўлади. Евклид фазосининг К. с. айнан нолга тенг. К. с. ни немис математиги Э. Кристоффель киритган.

КРИТЕРИЙ НЕПРИВОДИМОСТИ многочленов — **КЎПҲАДЛАРНИНГ КЕЛТИРИЛМАСЛИК** критерийси. Келтирилмайдиган кўпайтувчиларга ажратишнинг умумий методларини тажрибада қўллаш катта қийинчиликларга дуч келгани учун (солиштиринг Кронекера метод) турли вақтларда турли авторлар кўпҳаднинг келтирилмаслигини бирданига аниқлашга имкон берадиган кўпгина хусусий критерийлар излаб топганлар.

Бу критерийлардан энг биринчиси (1850) деб Эйзенштейн критерийсини (қ.) кўрсатиш лозим, лекин у Шёнеманнинг уидан ҳам аввалги (1846) ишларида учрайди.

Ҳозиргача топилган барча К. к. ни уларнинг мазмуни яқинлигига қараб синфларга (типларга) ажратиш мумкин.

Масалан, шундай К. к. турларидан бирини 1919 йилда Пойа исбот қилди: даражаси $n\geqslant 17$ бўлган бутун қийматли кўпҳаднинг қийматлари аргументнинг n та ҳар хил бутун қийматларида абсолют миқдори бўйича айни бир p туб сонга тенг бўлса, у ҳолда бу кўпҳад рационал сонлар майдонида келтирилмайди ёки бир хил даражали кўпҳадлар кўпайтмасига ажралади.

Кейинроқ А. Брауер (1934) бу теорема $n > 6$ учун тўғри, лекин $n = 6$ бўлгандаёқ нотўғри эканлигини исбот қилди. Деярли Брауер билан бир вақтда Дорварт ва Оре ҳамкорликдаги ишларида бу масалани тўлиқ тадқиқ қилиб, бу иш натижаларини мавҳум квадратик майдонларда келтирилмаслик ҳақидаги масалага жорий этдилар.

Бу турдаги барча К. к. лар кейинчалик М. В. Яковкин томонидан анчагина такомиллаштирилди. У ҳар қандай даражали бутун қийматли кўпҳаднинг келтирилмаслиги учун бу кўпҳад аргументнинг бирор чекли (амалда унча катта бўлмаган) кесмадан ташқарида ётган *битта* қийматида туб сонга тенг бўлиши етарли эканлигини исбот қилди.

М. В. Яковкин бу соҳадаги тадқиқотларини давом эттириб, К. к. нинг янги синфларини топди. Унинг қатор ишларида («СССР ФА Докладлари» ва «СССР ФА Ахборотлари» да нашр қилинган) кўпҳаднинг қиймати фақат туб сонга эмас, балки *мураккаб* сонга тенг бўлганда ҳам кўпҳад келтирилмаслигини тасдиқлашга имкон берадиган теоремалар исбот қилинган. Аниқроқ қилиб айтганда, Яковкин теоремалари кўпҳад қийматларининг бўлувчилари табиатига қараб кўпҳаднинг ўзининг бўлувчилари табиатини билишга имкон беради.

Масалан, бошқа авторларнинг барча мавжуд К. к. келтирилмаслик учун фақат *етарли* шартлардан иборат ва фақат баъзи бир хусусий кўринишдаги кўпҳадларга тааллуқли бўлгани ҳолда М. В. Яковкин исбот қилган теоремалар анча содда бўлиб, рационал сонлар майдонида ҳар қандай кўпҳадларнинг келтирилиши ва келтирилмаслиги учун етарли ва зарурий шартлардан иборат бўлган.

Адаб.: Г. М. Шапиро, Высшая алгебра, Учпедгиз, М., 1938; А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1962; Н. Г. Чеботарев, Основы теории Галуа, ч. I и II, ОНТИ, М., 1934; М. М. Постников, Теория Галуа, Физматгиз, М., 1963; М. В. Яковкин, Численная теория приводимости многочленов, Изд-во АН СССР, М., 1959.

КРИТЕРИЙ — КРИТЕРИЙ — зарурийлик ва етарлилик аломати.

Мисоллар: 1) Текисликда циркуль ва чизғич ёрдамида ясаш масаласини ҳал қилиш мумкинлигининг К. си шундан иборатки, бирор кесманинг (масалада ясалиши талаб қилинадиган кесманинг) узунлиги берилган кесмалар узунликлари орқали чекли сондаги асосий амаллар (қўшиш, айириш, кўпайтириш, бўлиш ва квадрат илдиз чиқариш) орқали ифодаланадиган мусбат функция бўлиши керак. 2) Қаторнинг яқинлашувчи бўлишига оид Больцано — Коши К. қуйидагидан иборат: истаганча кичик бўлган ихтиёрий $\varepsilon > 0$ сон учун ε га боғлиқ бўлган шундай N сон мавжуд бўлсаки, ҳар қандай $n > N$ ва ҳар қандай $p \geqslant 1$ учун

$$|U_{n+1} + U_{n+2} + \ldots + U_{n+p}| < \varepsilon$$

тенгсизлик ўринли бўлганда ва фақат шу ҳолда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ қатор яқинлашувчи бўлади.

Кўпинча К. деганда фақат етарлилик аломати назарда тутилади, масалан, кўпҳадларнинг келтирилмаслик критерийси (қ. Критерий неприводимости многочленов), Эйзенштейн критерийси (қ.) ва бошқалар. Грек. κριτήριον—ечиш воситаси.

КРИТИЧЕСКАЯ ТОЧКА функции — функциянинг **КРИТИК НУҚТАСИ** — функциянинг градиенти (қ.) нолга тенг бўлган нуқта. Қ. Особая точка.

КРОНЕКЕРА-КАПЕЛЛИ ТЕОРЕМА—КРОНЕКЕР-КАПЕЛЛИ ТЕОРЕМАСИ —чизиқли алгебранинг асосий теоремаларидан бири бўлиб, m номаълумли n та чизиқли тенгламалар системасини ечишнинг етарли ва зарурий шартини ифодалайди. К. — К. т. бундай ифодаланади:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

тенгламалар системаси ҳеч бўлмаганда битта ечимга эга бўлиши учун система матрицасининг (асосий матрица) ранги (қ. Ранг матрицы) кенгайтирилган матрицанинг рангига тенг бўлиши зарур ва етарлидир.

Бунда системанинг матрицаси деб шу системанинг номаълумлари олдидаги a_{ik} коэффициентлардан тузилган $\|a_{ik}\|$ $(i = 1, 2, \ldots, h)$, $(k = 1, 2, \ldots, m)$ матрицага айтилади, кенгайтирилган матрица деб эса a_{ik} коэффициентлар ва b_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ озод ҳадлардан тузилган матрицага айтилади.

Бу теорема уни исботлаган немис математиги Кронекер ва итальян математиги Капелли номи билан аталади.

КРОНЕКЕРА МЕТОД — КРОНЕКЕР МЕТОДИ. Кўпҳадни кўпайтувчиларга ажратишнинг Кронекер методи.

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$$

кўпҳад рационал сонлар майдонида келтириладиганми ёки келтирилмайдиганми деган масалани, келтириладиган бўлса унинг энг камида иккита кўпайтувчисини топиш масаласини ҳал қилиш талаб этилсин.

$f(x)$ ни доимий кўпайтувчигача аниқликда бутун қийматли функция деб ҳисоблаш мумкин, Гаусс леммаси (қ.) бўйича бу кўпҳаднинг кўпайтувчиларини ҳам бутун қийматли кўпҳад деб фараз қилиш мумкин.

Демак, $f(x)$ келтириладиган бўлса, у ҳолда бутун қийматли $f(x)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ кўпҳадлар учун $f(x) = \varphi(x)\psi(x)$ айният ўринли бўлиши керак. Мулоҳазанинг умумийлигига путур етказмасдан, $\varphi(x)$ функциянинг m даражасини $n/2$ дан юқори эмас деб тасаввур қилиш мумкин, яъни $m \leqslant [n/2]$, бунда $[n/2]$ — $n/2$ нинг бутун қисми, энди $f(x)$ ни аргументнинг $(m+1)$ та ҳар хил бутун $x = x_0, x_1, x_2, \ldots, x_m$ қийматларида ҳисоблаймиз, бу ҳолда изланаётган $\varphi(x)$ ва $\psi(x)$ кўпайтувчиларнинг мос қийматлари ҳам бутун бўлиши керак.

Лекин, иккинчи томондан, $\varphi(x_k)$ ва $\psi(x_k)$ қийматлари фақат $f(x_k)$ $(k = 0, 1, 2, \ldots, m)$ соннинг бўлувчилари бўлиши мумкин. Лекин ҳар бир бутун $f(x_k)$ сон фақат чекли сондаги бутун бўлувчиларга эга, шунинг учун $\varphi(x_0)$ нинг қиймати $f(x_0)$ соннинг бутун бўлувчиларидан фақат биттаси бўлиши мумкин, $\varphi(x_1)$ нинг қиймати $f(x_1)$ соннинг бутун бўлувчиларидан фақат биттаси бўлиши мумкин ва ҳоказо. Хуллас, $\varphi(x_m)$ нинг қиймати $f(x_m)$ соннинг бутун бўлувчиларидан фақат биттаси бўлиши мумкин.

Демак, изланаётган $\varphi(x)$ кўпайтувчининг $\varphi(x_0)$, $\varphi(x_1)$, $\varphi(x_2)$, $\ldots$, $\varphi(x_m)$ ҳақиқий қийматлари системаси $f(x_0)$, $f(x_1)$, $f(x_2)$, $\ldots$, $f(x_m)$ сонларнинг барча мумкин бўлган бўлувчилари (мусбат ва манфий) комбинацияси орасидан топилади. Бу қийматларнинг $(m+1)$ та бўлувчиларининг ҳар бир комбинацияси учун кўпҳад топамиз, масалан, бу кўпҳадни Лагранжнинг интерполяциялаш формуласи (қ.) бўйича топиб, берилган $f(x)$ кўпҳадни ҳосил қилинган кўпҳадга бўламиз.

Шу йўл билан $f(x)$ қийматлари бўлувчиларининг мумкин бўлган комбинацияларини синашни то берилган $f(x)$ кўпҳад қолдиқсиз бўлинадиган $\varphi(x)$ кўпҳад ҳосил бўлгунча давом эттирамиз. Бу ҳолда $f(x)$ ни $\varphi(x)$ га бўлишдан ҳосил бўлган бўлинма $f(x)$ кўпҳаднинг иккинчи $\psi(x)$ кўпайтувчиси бўлади. Шундан сўнг, К. м. ни топилган икки $\varphi(x)$ ва $\psi(x)$ кўпҳаддан ҳар бирига қўллаш мумкин ва бу билан $f(x)$ ни иккита эмас, балки жуда кўп кўпайтувчиларга (агар улар мавжуд бўлса) ажратиш ҳақидаги масала ечилади.

Бу методни немис математиги Леопольд Кронекер топган ва ишлаб чиққан (1845) Кронекердан кейин баъзи математиклар (Мандль, Рунге ва бошқалар) бу методга муҳим такомиллаштиришлар киритган бўлишларига қарамасдан, кўп ҳолларда бу метод берилган кўпҳад қийматларининг амалда жуда кўп бўлувчилари комбинациясига олиб келади, шунинг учун бу методни қўллаш ҳаддан ташқари кўпол ва қийин бўлганича қолиб бормоқда. Шуни қайд қилиш керакки, барча ҳолларда ҳам М. Я. Яковкин топган ва батафсил ишлаб чиққан янги методлар анча ихчам ва амалий жиҳатдан енгилдир.

Адаб.: Л. Я. Окунев, Высшая алгебра, ОНТИ, М., 1937; Н. Г. Чеботарев, Основы теории Галуа, ОНТИ, М., 1934; М. В. Яковкин, Численная теория приводимости многочленов, Изд-во АН СССР, М., 1959.

КРОНЕКЕРА СИМВОЛ — КРОНЕКЕР СИМВОЛИ — бир марта ковариант (қ.) ва бир марта контравариант (қ.) бўлган иккинчи валентли тензор (қ.). К. с. δ_j^i орқали белгиланади. Таърифга кўра, $i \neq j$ бўлганда К. с. нолга тенг, $i = j$ бўлганда эса бирга тенг. К. с. тензор алгебраси ва тензор анализи (қ. Тензорное исчисление) ҳисобларида қулай. Математиканинг бошқа соҳаларида К. с. нинг тензор характеридан четга чиқилади ва уни икки бутун аргументнинг функцияси сифатида аниқланади; аргументлар тенг бўлмаганда функция нолга тенг, аргументлар тенг бўлганда эса функция бирга тенг. К. с. ни Л. Кронекер 1866 йилда киритган.

КРУГ — ДОИРА. Маркази O ва радиуси r бўлган доира — текисликда O нуқтадан масофалари r дан катта бўлмаган нуқталарнинг геометрик ўрни, яъни O нуқта жойлашган текисликнинг шундай M нуқталари тўпламики, бу нуқталар учун $OM \leqslant r$. Д. — текисликдаги нуқталарнинг ёпиқ тўпламидир.

Қ. Большой круг, Окружность, Круг кривизны.

КРУГ КРИВИЗНЫ — ЭГРИЛИК ДОИРАСИ — ёпишма доиранинг худди ўзи (қ. Соприкасающийся круг). қ. Кривизна. Радиус кривизны.

КРУГ СХОДИМОСТИ — ЯҚИНЛАШИШ ДОИРАСИ. Даражали

$$a_0 + a_1(z-c) + a_2(z-c)^2 + \ldots + a_n(z-c)^n + \ldots$$

қаторнинг яқинлашиш доираси — радиуси R, маркази комплекс текисликдаги $z = c$ нуқтада бўлган ва барча ички z нуқталарида ($|z-a| < R$) даражали қатор абсолют яқинлашадиган доира. Я. д. нинг R радиуси даражали қаторнинг яқинлашиш радиуси дейилади. Я. д. чегарасида даражали қатор махсус нуқтага (қ. Особая точка) эга бўлади. Даражали қаторнинг яқинлашиш радиуси 0 га тенг ёки ∞ бўлиши мумкин, яқинлашиш радиуси ∞ бўлган ҳолда даражали қатор комплекс текисликнинг ҳар қандай нуқтасида яқинлашади. Ҳар қандай даражали қаторнинг яқинлашиш соҳаси доимо доира бўлади, доира чегарасида ётувчи баъзи бир нуқталар тўплами бундан мустасно бўлиши мумкин. Қ. Интервал сходимости, Абеля теорема.

КРУГЛЫЕ ТЕЛА — ДОИРАВИЙ (юмалоқ) **ЖИСМЛАР** (элементар геометрияда) — шар, тўғри доиравий конус ва тўғри доиравий цилиндр. Д. ж. номи жуда шартли номдир.

КРУГЛЫЙ КОНУС — ДОИРАВИЙ КОНУС (элементар геометрияда) — йўналтирувчиси айлана бўлган конус. S учи асосининг марказига проекцияланадиган Д. к. тўғри Д. к. дейилади; агар S учи асосининг марказига проекцияланмаса, у ҳолда Д. к. оғма ёки қийшиқ Д. к. дейилади. Тўғри Д. к. тўғри бурчакли учбурчакни катети атрофида айлантиришдан ҳосил қилинади. Оғма Д. к. ни асосига параллел бўлмаган текислик билан кесиб доира ҳосил қилиш мумкин. Одатда конус деганда тўғри Д. к. назарда тутилади. Қ. Круглые тела, Конус.

Адаб.: О. Теплиц и Г. Радемахер, Числа и фигуры, Физматгиз, М., 1962; Ж. Адамар, Элементарная геометрия, ч. II., Учпедгиз, М., 1952.

КРУГЛЫЙ ЦИЛИНДР — ДОИРАВИЙ ЦИЛИНДР (элементар геометрияда)— йўналтирувчиси айлана бўлган цилиндр. Агар Д. ц. ясовчиси асосига перпендикуляр бўлса, у тўғри Д. ц. дейилади; агар ясовчиси цилиндрнинг асосига оғма бўлса, у ҳолда Д. ц. оғма ёки қийшиқ Д. ц. дейилади.

Одатда цилиндр деганда тўғри Д. ц. тушунилади. Тўғри Д. ц. ни тўғри тўртбурчакнинг бир томони атрофида айланишидан ҳосил бўлган фигура сифатида тасаввур қилиш мумкин. Қ. Круглые тела, Цилиндр.

КРУГОВОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ плоскости — текисликдаги **ДОИРАВИЙ АЛМАШТИРИШ** — ҳар бир айлана ёки тўғри чизиқ айланага ёки тўғри чизиққа ўтадиган алмаштириш. Д. а. икки алмаштиришнинг кўпайтмасидан иборат: инверсия ва ўхшашлик. Д. а. мисоллари: ҳаракат (қ. Движение), ўхшашлик (қ. Подобие), инверсия (қ.), Д. а. конформ алмаштиришдан иборат (қ. Конформное отображение).

КРУГОВАЯ ТОЧКА — ДОИРАВИЙ НУҚТА: 1°. Мавҳум ва чексиз узоқлашган нуқталар билан тўлдирилган **текисликдаги Д. н.**—чексиз узоқлашган иккита мавҳум нуқтанинг ҳар бири бўлиб, уларнинг бир жинсли координаталари ихтиёрий айлананинг тенгламасини қаноатлантиради. Бу нуқталарнинг бир жинсли координаталари (1; i; 0) ва (1; $-i$; 0). Д. н. орқали ўтувчи тўғри чизиқлар изотроп тўғри чизиқлар (қ. Изотропные прямые) дейилади. Д. н. циклик нуқта ҳам дейилади.

2°. Сиртдаги Д. н. барча нормал кесимлари (қ. Нормальные сечения) бир хил эгриликка эга бўлган нуқта, масалан, айланиш сиртининг айланиш ўқи билан кесишиш нуқтаси Д. н., сферадаги исталган нуқта Д. н., сиртдаги Д. н. юмалоқланиш нуқтаси ёки омбилик нуқта дейилади.

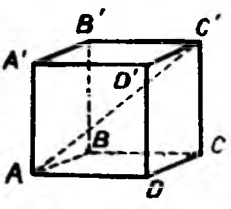
КРУГОВЫЕ ФУНКЦИИ — ДОИРАВИЙ ФУНКЦИЯЛАР—тригонометрик функцияларнинг (қ.) бошқача номи. Баъзан аркфункциялар, яъни тескари тригонометрик функциялар ҳам Д. ф. дейилади (қ. Обратные тригонометрические функции), лекин буларнинг Д. ф. дейилиши унча маъқул эмас.

КРУЧЕНИЕ КРИВОЙ — ЭГРИ ЧИЗИҚНИНГ БУРАЛИШИ — эгри чизиқнинг A нуқтасидаги ёпишма текисликнинг (қ. Соприкасающаяся плоскость) нуқта бирлик тезлик билан текис ҳаракат қилгандаги айланиш тезлиги. Эгри чизиқнинг Б. аналитик усулда Френе формулаларидан (қ.) $\varkappa$ коэффициент билан қатъий аниқлаш мумкин:

$$\frac{d\beta}{ds} = \varkappa\nu,$$

бунда β — бинормалнинг (қ.) бирлик вектори, ν — нормалнинг (қ.) бирлик вектори, s — ёй узунлиги. Б. эгри чизиқнинг берилган нуқтада ёпишма текисликдан оғиш даражасини характерлайди. Б. эгрилик билан бир қаторда эгри чизиқнинг асосий характеристикасидир: иккита ихтиёрий силлиқ $k(s)$ ва $\varkappa(s)$ (эгрилик ва буралиш ёй узунлигининг функциялари) функцияларга эга бўлганда бутун эгри чизиқни фазодаги ҳолатига қалар аниқликда тиклаш мумкин. Масалан, винт чизиқ доимий Б. га эга бўлган эгри чизиқдир тўғри чизиқ ноаниқ Б. га эга, ҳар қандай текис эгри чизиқнинг Б. нолга тенг.

Адаб.: П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М. —Л., 1956.



134-расм.

КУБ — КУБ — мунтазам олтиёқ. К. беш тур мунтазам кўпёқлардан (қ. Правильные многогранники) бири бўлиб, 6 та ёқи, 12 та қирраси ва 8 та учи бор. К. ёқлари квадратлар бўлиб, К. нинг ҳар бир учида 3 тадан қирра (ёқ) учрашади. Қирраси a бўлган К. сирти 6 a^2 га, ҳажми эса a^3 га тенг.

К. нинг симметрия маркази, 9 та симметрия ўқи ва 9 та симметрия текислиги бор. К. $ABCDA'B'C'D'$ (ўзининг саккизта учи) билан ёки AC' (ўзининг бирор диагонали) билан белгиланади (134-расм).

К. (мунтазам гексаэдр) мунтазам октаэдрга ўзаро муносибдир: К. нинг учлари мунтазам икосаэдр ёқларининг марказлари бўлади (қ. Двойственности принцип). n та бир хил сондан (хусусий ҳолда иккидан, учдан, тўртдан ва ҳоказодан) иборат $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ тўплам n ўлчовли К. дейилади, бунда ҳар бир $0 \leqslant x_i \leqslant 1$ (қирра бирга тенг). n ўлчовли кубнинг учлари, қирралари, икки, уч, тўрт ва ҳоказо ўлчовли ёқлари бўлади. Ҳар бир бундай ёқ кичик ўлчовли кубдир. n ўлчовли К. нинг 2^n учи бор. Учларнинг координаталари фақат бир ва нолдан иборат. Москва Давлат университетида тўрт ўлчовли кубнинг тўрт ўлчовли фазодаги қўзғалмас текислик атрофида айланишини намойиш қиладиган фильм мавжуд.

КУБАТУРА — КУБАТУРА: 1°. К. — берилган жисм ҳажмидаги куб бирликлар сони. 2°. К. — берилган жисмга тенгдош бўлган куб ясаш. 3°. К. — жисмнинг ҳажмини ҳисоблаш.

КУБИЧЕСКАЯ ПАРАБОЛА — КУБИК ПАРАБОЛА — декарт координаталари системасида тенгламаси $y = kx^3$ кўринишида бўлган текис эгри чизиқ, бунда

$k \neq 0$ (135-расм). Агар $k > 0$ бўлса, К. н. биринчи ва учинчи координата бурчакларида ётади.

Сонлардан тақрибий куб илдиз чиқаришда К. п. дан ($k = 1$ бўлганда) номограмма сифатида фойдаланиш мумкин.

КУБИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ — КУБ ТЕНГЛАМА — қуйидаги кўринишдаги тенглама:

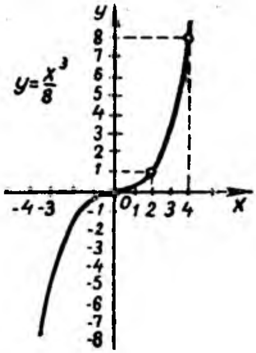
$$a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0,$$

бунда a_0, a_1, a_2, a_3 — ихтиёрий комплекс сонлар, лекин $a_0 \neq 0$. Умумий кўринишдаги К. т. $x = y - \frac{a_1}{3a_0}$ ўрнига қўйиш билан

$$y^3 + py + q = 0$$

кўринишга келтирилади, бунда

$$p = -\frac{a_1^2}{3a_0^2} + \frac{a_2}{a_0}, \quad q = \frac{2a_1^3}{27a_0^3} - \frac{a_1a_2}{3a_0^2} + \frac{a_3}{a_0}.$$



135-расм.

Сўнгги тенглама Кардано формуласи (қ.) бўйича ечилади. Шундай қилиб, принцип жиҳатидан қараганда К. т. илдизлари тенглама коэффициентлари орқали ошкор ҳолда ифодаланиши мумкин. Лекин К. т. нинг учала илдизи ҳақиқий бўлган ҳолда комплекс сонлардан куб илдиз чиқариш талаб қилинади, буни эса ҳақиқий сонлардан куб илдиз чиқаришга келтириб бўлмайди. Амалда Кардано формуласи кам қўлланади, чунки унда ҳисоблаш жуда мураккаб. Шунинг учун кўпинча К. т. ни ечишга тақрибий методлар қўлланади: Штурм методи (қ.), Ньютон методи (қ.), Лобачевский методи (қ.). К. т. баъзан кубик тенглама деб ҳам аталади.

Л

ЛАГРАНЖА ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ ФОРМУЛА — ЛАГРАНЖНИНГ ИНТЕРПОЛЯЦИОН ФОРМУЛАСИ — даражаси m бўлган $L(x)$ кўпҳадни топиш формуласи бўлиб, бу кўпҳад $f(x)$ функция аниқланган $[a, \ b]$ оралиқнинг $(m+1)$ нуқталарида тайинли $f(x_i)$ (бунда $i = 1, \ 2, \ \ldots, \ m$) қийматлар қабул қилади. Л. и. ф. қуйидаги кўринишда бўлади:

$$f(x) \sim L(x) = \sum_{k=0}^{m} f(x_k) \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ \ldots\ (x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\ \ldots\ (x-x_m)}{(x_k-x_0)(x_k-x_1)\ \ldots\ (x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\ \ldots\ (x_k-x_m)}\ .$$

$f(x)$ функцияни $L(x)$ билан алмаштиришдаги хато

$$M \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ \ldots\ (x-x_m)}{(m+1)!}$$

миқдордан ошмайди, бунда M — $f(x)$ функциянинг $[x_0, \ x_m]$ кесмадаги $(m+1)$-ҳосиласининг, яъни $f^{(m+1)}(x)$ нинг абсолют миқдорининг энг катта қиймати. Л. и. ф. ни француз математиги Лагранж топган (1793).

ЛАГРАНЖА ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ — ЛАГРАНЖНИНГ ИНТЕРПОЛЯЦИОН КОЭФФИЦИЕНТЛАРИ — Лагранжнинг интерполяцион формуласидаги (қ)

$$L_j^{(n)}(x) = \frac{(x-x_0)\ \ldots\ (x-x_{j-1})(x-x_{j+1})\ \ldots\ (x-x_n)}{(x_j-x_0)\ \ldots\ (x_j-x_{j-1})(x_j-x_{j+1})\ \ldots\ (x_j-x_n)}$$

ифодалар. $L_j^{(n)}(x)$ни бу формула бўйича ҳисоблаш мураккаб бўлгани учун турли даврларда турли авторлар Л. и. к. жадвалларини тузганлар. Масалан, 1956 йилда Л. и. к жадвали СССР Фанлар академияси нашриётида чоп этилди. Қ. Лагранжа интерполяционная формула.

Адаб.: Л. Н. Кармазина, Л. В. Курочкина, Таблицы интерполяционных коэффициентов, Изд-во АН СССР, М., 1956.

ЛАГРАНЖА МЕТОД — ЛАГРАНЖ МЕТОДИ. $u = f(x_1, \ x_2, \ \ldots, \ x_n)$ функциянинг

$$\varphi_i(x_1, \ x_2, \ \ldots, \ x_n) = 0 \qquad (1)$$

шартлар бажарилгандаги (бу ерда $i = 1, \ 2, \ \ldots, \ m < n$) нисбий экстремумларини (қ. Относительный экстремум) топиш учун Лагранжнинг аниқмас кўпайтувчилар методи ёрдамчи

$$F(x_1, \ x_2, \ \ldots, \ x_n, \lambda_1, \lambda_2, \ \ldots, \ \lambda_m) = f(x_1, \ x_2, \ \ldots, \ x_n) + \lambda_1\varphi_1(x_2, \ x_1, \ \ldots, \ x_n) + \\ + \lambda_2\varphi_2(x_1, \ x_2, \ \ldots, \ x_n) + \ \ldots\ + \lambda_m\varphi_m(x_1, \ x_2, \ \ldots, \ x_n)$$

функция киритишдан иборат, бунда (1) шартлар боғланиш тенгламалари деб, $\lambda_1, \ \lambda_2, \ \ldots, \ \lambda_m$ — аниқмас кўпайтувчилар деб аталади.

Нисбий экстремумнинг зарурий шартлари F функция ёрдамида бундай ёзилиши мумкин:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \lambda_j} = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n; \quad j = 1, 2, \ldots, m.$$

Бу шартлар F функция экстремумининг зарурий шартларига ўхшашдир.

ЛАГРАНЖА РЯД — ЛАГРАНЖ ҚАТОРИ — $z = a + \lambda\varphi(z)$ тенглама илдизининг аналитик функциясини кичик λ параметр даражалари бўйича ёйишга имкон берадиган қатор:

$$f(z) = f(a) + \sum \frac{\lambda^n d^{n-1}}{n! da^{n-1}} \{ f'(a)\varphi^n(a) \}.$$

$f(z) = z$ деб қабул қилиб, z илдизнинг ўзи учун Л. қ. ҳосил қилинади:

$$z = a + \sum \frac{\lambda^n d^{n-1}}{n! da^{n-1}} [\varphi(a)]^n.$$

Л. қ. комплекс ўзгарувчили функциялар назариясининг муҳим жумлаларидан иборатдир.

ЛАГРАНЖА ТЕОРЕМА — ЛАГРАНЖ ТЕОРЕМАСИ. Квадратик иррационаллик ҳақидаги Л. т.: ҳар қандай квадратик иррационаллик (қ.) даврий (чексиз) узлуксиз касрга (қ. Цепная дробь) ёйилади.

Масалан,

$$\sqrt{11} = (3, \ (3, 6)); \quad \frac{10251 - 2\sqrt{69477}}{4466} = (2, \ 4, \ (7, \ 5, \ 9, \ 1)).$$

Л. т. га тескари теорема ҳам ўринлидир: ҳар қандай узлуксиз даврий каср квадратик иррационаллик бўлади

Шундай қилиб, Л. т. ва унинг тескари теоремаси узлуксиз даврий касрларнинг арифметик характеристикаси бўлади.

ЛАГРАНЖА УРАВНЕНИЕ (Даламбера уравнение) — **ЛАГРАНЖ ТЕНГЛАМАСИ** (Даламбер тенгламаси)—$y = x\varphi(y') + f(y')$ кўринишдаги биринчи тартибли дифференциал тенглама бўлиб, эркли ўзгарувчи x ва функция y га нисбатан чизиқлидир, бунда $y' = \frac{dy}{dx}$, φ ва f — эса ўз аргументининг берилган дифференциалланувчи функцияларидир. Л. т. нинг умумий интеграли тенгламани x бўйича дифференциаллаш йўли билан параметрик шаклда топилиши мумкин; у квадратуралар орқали ифодаланади. Л. т. нинг хусусий ҳоли Клеро (қ.) тенгламасидир. Л. т. деган ном тарихан тўғри эмас, чунки бу тенгламани Лагранждан олдин француз математиги Даламбер текширган.

ЛАГРАНЖА ФОРМУЛА — ЛАГРАНЖ ФОРМУЛАСИ — қ. Конечных приращений формула.

ЛАПЛАСА ОПЕРАТОР — ЛАПЛАС ОПЕРАТОРИ—иккинчи тартибли чизиқли дифференциал оператор. Икки марта дифференциалланувчи функциялар фазосида аниқланган. Л. о. Δ символи билан белгиланади. Л. о. берилган φ функцияни қуйидаги функцияга келтиради:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_n^2}.$$

Л. о. нинг кўпгина математик масалаларда муҳим бўлишига унинг қуйидаги хоссаси сабаб бўлади: Л. о. барча 2-тартибли чизиқли операторлар ичида x_1, x_2, $\ldots$, x_n ўзгарувчиларни ҳар қандай ортогонал алмаштиришда (қ. Ортогональное преобразование) бирдан-бир инвариант оператордир, яъни $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ларни $y_1, y_2, \ldots y_n$ координаталар билан ортогонал алмаштирганда қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2}+\ldots+\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_n^2}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial y_1^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y_2^2}+\ldots+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y_n^2},$$

бу ерда

$$\Phi(y_1, y_2, \ldots, y_n)=\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

Лаплас тенгламаси Л. о. ёрдамида $\Delta u=0$ кўринишида ёзилади (қ. Лапласа уравнение). Қ. Гармоническая функция.

ЛАПЛАСА ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — ЛАПЛАС АЛМАШТИРИШИ — ҳақиқий ўзгарувчили $f(t)$ функцияни (оригинал) комплекс ўзгарувчили $g(p)$ функцияга (тасвир) қуйидаги формула бўйича ўтказувчи алмаштириш:

$$Lf(t)=g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}\,f(t)\,dt.$$

$g(p)$ тасвирнинг баъзи бир яхши хоссалари бор, масалан:

1) $L[f(at)]=\frac{1}{a}g\left(\frac{p}{a}\right)$; 3) $L\left[\int_0^t f(t)dt\right]=\frac{g(p)}{p}$.

2) $L[f'(t)]=pg(p)-f(0)$;

3-хосса оригинал интеграллаганда тасвирнинг p аргументга бўлинишини билдиради. Л. а. нинг бу ва баъзи бошқа хоссалари операцион ҳисобда қўлланилади. Л. а. кўпинча автоматик бошқаришга оид масалаларни ечишда қўлланилади. Л. а. ни француз математиги П. Лаплас 1812 йилда киритган.

Адаб.: В. А. Диткин и П. И. Кузнецов, Справочник по операционному исчислению, Гостехиздат, М. —Л., 1951.

ЛАПЛАСА ТЕОРЕМА об определителях — детерминантлар ҳақида **ЛАПЛАС ТЕОРЕМАСИ.** n-тартибли детерминантда ихтиёрий k ($k<n$) йўл ёки устун ажратамиз (белгилаймиз), у ҳолда Л. т. ни бундай таърифлаш мумкин: n-тартибли детерминант ўша ихтиёрий равишда ажратилган k та йўл (устун) элементларидан тузилган k-тартибли барча минорлар билан уларнинг алгебрик тўлдирувчилари кўпайтмаларининг йиғиндисига тенг.

Мисол. D детерминатда, масалан, биринчи иккита йўлни ажратамиз ва бу икки йўлда жойлашган элементлардан мумкин бўлган барча 2-тартибли минорларни тузамиз:

$$D=\begin{vmatrix}2 & 0 & -7 & 9\\ -3 & 4 & -4 & -2\\ 0 & -6 & 1 & -1\\ 5 & -8 & 3 & 7\end{vmatrix}$$

$$M_1=\begin{vmatrix}2 & 0\\ -3 & 4\end{vmatrix},\quad M_2=\begin{vmatrix}2 & -7\\ -3 & -4\end{vmatrix},\quad M_3=\begin{vmatrix}2 & 9\\ -3 & -2\end{vmatrix},$$

$$M_4=\begin{vmatrix}0 & -7\\ 4 & -4\end{vmatrix},\quad M_5=\begin{vmatrix}0 & 9\\ 4 & -2\end{vmatrix},\quad M_6=\begin{vmatrix}-7 & 9\\ -4 & -2\end{vmatrix}.$$

Бу минорларнинг мос алгебраик тўлдирувчилари қуйидагича бўлади:

$$A_1 = (-1)^{(1+2)+(1+2)}\begin{vmatrix}1 & -1\\ 3 & 7\end{vmatrix}, \quad A_2 = (-1)^{(1+2)+(1+3)}\begin{vmatrix}-6 & -1\\ -8 & 7\end{vmatrix},$$

$$A_3 = (-1)^{(1+2)+(1+4)}\begin{vmatrix}-6 & 1\\ -8 & 3\end{vmatrix}, \quad A_4 = (-1)^{(1+2)+(2+3)}\begin{vmatrix}0 & -1\\ 5 & 7\end{vmatrix},$$

$$A_5 = (-1)^{(1+2)+(2+4)}\begin{vmatrix}0 & 1\\ 5 & 3\end{vmatrix}, \quad A_6 = (-1)^{(1+2)+(3+4)}\begin{vmatrix}0 & -6\\ 5 & -8\end{vmatrix}.$$

Бу ҳолда Л. т. бўйича D детерминант қуйидаги тенгликни қаноатлантиради:

$$D = M_1A_1 + M_2A_2 + M_3A_3 + M_4A_4 + M_5A_5 + M_6A_6.$$

D детерминантни ҳисоблаш учун бу тенгликка тегишли минор ва уларнинг алгебраик тўлдирувчиларининг сон қийматларини қўйиш етарлидир.

Л. т. детерминантларни йўл ёки устун элементлари бўйича ёйиш қоидасининг умумлашганидир. Детерминантларни ёйиш ва ҳисоблашнинг бу содда қоидаси $k = 1$ ёки $k = n - 1$ бўлганда Л. т. дан хусусий ҳол сифатида келиб чиқади.

Детерминантларни кўпайтиришнинг биринчи бўлиб француз олимлари Бине ва Коши топган қоидаси Л. т. ёрдамида исбот қилинади.

ЛАПЛАСА ФОРМУЛА — ЛАПЛАС ФОРМУЛАСИ. Аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблашга доир Л. ф. $\int\limits_a^b f(x)dx$ интегрални $f(x)$ функциянинг баъзи нуқталардаги қийматлари орқали ва бу қийматларнинг чекли айирмалари (қ. Конечные разности) орқали қуйидагича ифодалаб беради:

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = h\left\{\frac{1}{2}f(a) + f(a+h) + \ldots + f[a+(n-1)h] + \frac{1}{2}f(b)\right\} -$$

$$-\frac{h}{2}[\Delta y_{n-1} - \Delta y_0] + \frac{h}{24}[\Delta^2 y_{n-2} - \Delta^2 y_0] - \frac{19h}{720}[\Delta^3 y_{n-3} - \Delta^3 y_0] -$$

$$-\frac{3h}{160}[\Delta^4 y_{n-4} - \Delta^4 y_0] - \frac{863\,h}{60480}[\Delta^5 y_{n-5} - \Delta^5 y_0] - \ldots$$

$$\Delta y_k = y_{k+1} - y_k, \quad \Delta^l y_k = \Delta^{l-1} y_{k+1} - \Delta^{l-1} y_k.$$

Эйлернинг аниқ интегралларни ҳисоблаш формуласида ҳосилалар ўрнига тақрибий равишда чекли айирмалар қўйилганда Эйлер формуласидан Л. ф. келиб чиқади. Л. ф. ҳозирги замон ҳисоблаш математикасида, хусусан интеграл тенгламаларни тезкор электрон-ҳисоб машиналари ёрдамида тақрибий (сонли) ечишда кенг татбиқ қилинади.

Адаб.: А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат, М., 1954.

ЛАПЛАСА ФУНКЦИЯ — ЛАПЛАС ФУНКЦИЯСИ — эҳтимоллар интеграли терминининг худди ўзи (қ. Интеграл вероятности).

ЛЕБЕГА ИНТЕГРАЛ — ЛЕБЕГ ИНТЕГРАЛИ — махсус конструкция ва тўплам ўлчови тушунчалари орқали аниқланадиган интеграл. Бирор ўлчовли M тўпламда аниқланган $f(x)$ функциянинг мумкин бўлган қийматлари соҳасини

$$\ldots y_{-2} < y_{-1} < y_0 < y_1 \ldots < y_l < \ldots$$

нуқталар ёрдамида бўлакларга бўламиз. $y_{l-1} < f(x) < y_l$ муносабатни қаноатлантирувчи x нинг қийматлари тўплами M_l билан белгиланган бўлсин.

$S = \sum \eta_l \mu(M_l)$ йиғиндини тузамиз, бунда η_l ихтиёрий сон бўлиб, $y_{l-1} < \eta_l < y_l$ шартни қаноатлантиради, $\mu(M_l)$ эса M_l тўпламнинг ўлчови.

Агар $y_i - y_{i-1}$ нинг максимуми нолга интилганда S нинг лимити мавжуд бўлса, бу лимит $f(x)$ дан M тўплам бўйича олинган Л. и. дейилади. Чегараланган функциянинг Лебег таърифи бўйича интегралланувчи бўлиши учун унинг ўлчовли функция бўлиши зарур ва етарлидир. Л. и. тушунчаси Риман интеграли тушунчасининг умумлашганидир.

Адаб.: А. Лебег, Интегрирование и отыскание примитивных функций, Учпедгиз, М., 1960.

ЛЕВАЯ КАСАТЕЛЬНАЯ — ЧАП УРИНМА — қ. Односторонняя касательная.

ЛЕВАЯ ПРОИЗВОДНАЯ — ЧАП ҲОСИЛА — қ. Односторонняя производная.

ЛЕЖАНДРА СИМВОЛ — ЛЕЖАНДР СИМВОЛИ. Агар p — тоқ туб сон бўлса ва a сони p га бўлинмаса, у ҳолда $\left(\frac{a}{p}\right)$ орқали белгиланадиган Л. с. шуни билдирадики, агар a сони p модул бўйича квадрат чегирма (қ. Квадратический вычет) бўлса, Л. с. $+1$ бўлади, агар a сони p модул бўйича квадрат чегирма бўлмаса, Л. с. -1 бўлади, Л. с. бундай ўқилади: p нисбат бўйича a символ ёки «p бўйича a символ». Л. с. нинг хоссалари:

1) агар $a \equiv a_1 \pmod p$ бўлса, у ҳолда $\left(\frac{a}{p}\right) = \left(\frac{a_1}{p}\right)$;

2) $\left(\frac{1}{p}\right) = 1$; 3) $\left(-\frac{1}{p}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2}}$; 4) $\left(\frac{a_1 a_2 \ldots a_s}{p}\right) = \left(\frac{a_1}{p}\right)\left(\frac{a_2}{p}\right) \ldots \left(\frac{a_s}{p}\right)$; 5) $\left(\frac{2}{p}\right) = (-1)^{\frac{p^2-1}{2}}$; 6) Квадратик чегирмаларнинг ўзаролик қонуни (қ. Закон квадратичной взаимности).

a сони p модул бўйича квадратик чегирма бўла оладими ёки йўқми деган масалани амалда ҳал қилишда Л. с. дан фойдаланилади.

ЛЕЙБНИЦА ФОРМУЛА — ЛЕЙБНИЦ ФОРМУЛАСИ — икки функция кўпайтмасининг n-тартибли ҳосиласини топиш формуласи:

$$(uv)^{(n)} = C_n^0 u^{(n)} v + C_n^1 u^{(n-1)} v' + C_n^2 u^{(n-2)} v'' +$$

$$+ \ldots + C_n^{n-k} u^{(k)} v^{(n-k)} + \ldots + C_n^{n-1} u' v^{(n-1)} + C_n^n u v^{(n)}.$$

ЛЕЙБНИЦА - НЬЮТОНА ТЕОРЕМА — ЛЕЙБНИЦ - НЬЮТОН ТЕОРЕМАСИ — функцияни унинг ҳосиласидан олинган интеграл орқали тасвирлаш ҳақида теорема. Агар $f(x)$ узлуксиз дифференциалланувчи функция бўлса, у ҳолда:

$$f(x) - f(a) = \int_a^x f'(t)\,dt.$$

Л. н. т. Лейбниц — Ньютон формуласи ҳам дейилади.

ЛЕКСИКОГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД—ЛЕКСИКОГРАФИК МЕТОД. Кўпҳадларни кўпайтувчиларга ажратишнинг бу методини Л. Кронекер рационал сонлар майдонидаги кўп ўзгарувчили $f(x, y, z, s, \ldots, t)$ кўпҳаднинг кўпайтувчиларини топиш учун тавсия этган. Бу метод $x, y, z, s, \ldots, t$ ўзгарувчиларни (аргументларни) битта u ўзгарувчи билан алмаштиришдан иборат:

$$x = u,\ y = u^{r},\ z = u^{r^2},\ s = u^{r^3},\ \ldots,\ t = u^{r^{k-1}},$$

бунда k — берилган $f(x, y, z, s, \ldots, t)$ кўпҳаднинг ўзгарувчилари сони.

Бундай ўрнига қўйишлар натижасида ҳосил қилинган бир u ўзгарувчили кўпҳад одатдаги методлар билан кўпайтувчиларга ажратилади. Бир аргументли кўпҳаднинг кўпайтувчиларидаги u аргумент даражалари бошда берилган $x, y, z, s, \ldots, t$ ўзгарувчиларга алмаштирилади. Равшанки, ўзгарувчиларни тескари алмаштириш доимо бир қийматлидир. Бу методнинг муҳим камчилиги шундаки, кўп ўзгарувчиларни бир ўзгарувчи билан алмаштирганда кўпҳаднинг даражаси жуда юқори бўлади.

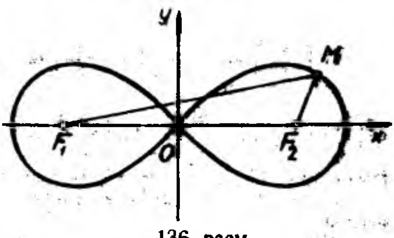
Рационал сонлар майдонида кўп ўзгарувчили кўпҳадларни кўпайтирувчиларга ажратишнинг М. В. Яковкин топган ва муфассал ишлаб чиққан янги методи Л. м. га қараганда анча содда ва ҳар томонлама қулай.

Адаб.: Н. Г. Чеботарев, Теория Галуа, ОНТИ, М., 1936; М. В. Яковкин, Численная теория приводимости многочленов, Изд-во АН СССР, М., 1959.

ЛЕММА — ЛЕММА — бир ёки бир неча теоремани исботлаш учун ишлатиладиган ёрдамчи жумла.

Грек. λῆμμα — пора, фойда, кирим, наф.

ЛЕМНИСКАТА — ЛЕМНИСКАТА — ҳар бир нуқтасидан берилган икки $F_1(-a, 0)$ ва $F_2(a, 0)$ нуқта (фокус) гача бўлган масофалар кўпайтмаси a^2 га тенг бўлган текис эгри чизиқ. Бу эгри чизиқни биринчи марта Я. Бернулли ўрганган, шунинг учун у Бернулли Л. си дейилади. Л. шакли саккиз рақамига ўхшайди (136- расм). Тўғри бурчакли декарт координаталари системасида Л. тенгламаси $(x^2+y^2)^2-2a^2(x^2-a^2)=0$ кўринишида бўлади. Қутб координаталарида Л. тенгламаси $\rho^2 = 2a^2 \cdot \cos 2\varphi$ бўлади.



136- расм.

Л. 4- тартибли алгебраик уникурсал эгри чизиқдир. Агар тенг ёнли гипербола устида маркази гиперболанинг марказида бўлган инверсион алмаштириш бажарилса, гипербола Л. га алмашади. Л. Кассини овallари (қ.), Лиссажу фигуралари ва синус-спиралларнинг хусусий ҳолидир. n- тартибли Л. деганда ҳар бир нуқтасидан берилган $F_1, F_2, \ldots, F_n$ нуқта (фокус) ларгача бўлган масофалар кўпайтмаси берилган сонга тенг бўлган текис эгри чизиқ тушунилади. Бу маънода олганда айлана бир фокусли Л., Кассини овallари эса икки фокусли Л. дир. Грек. λημνίσχος—бант, лента; лат. *lemniscatus* — лентадар билан безалган.

ЛЕМУАНА ТОЧКА — ЛЕМУАН НУҚТАСИ — учбурчак симедианаларининг, яъни учбурчакнинг учидан ўтувчи ва бу учи қаршисидаги томонини қолган томонлари квадратларига пропорционал бўлакларга (ички тартибда) бўлувчи тўғри чизиқларнинг кесишиш нуқтаси.

Л. н. француз математиги Э. Лемуан (1873) номи билан юритилади. XIX асрда учбурчакни метрик жиҳатдан тадқиқ қилишга катта эътибор берилган. Бу вақтларда учбурчакнинг ички чизилган, ташқи чизилган, ёндош чизилган айланалар билан боғлиқ бўлган бошқа нуқталари ҳам ўрганила бошланган, масалан, Жергон (қ.) нуқтаси, Нагель нуқтаси (қ. Нагеля точка) ва бошқалар.

Адаб.: С. И. Зетель, Новая геометрия треугольника, Учпедгиз, М., 1960.

ЛИ ГРУППА — ЛИ ГРУППАСИ — шундай группаки, унинг барча элементлари тўплами аналитик структуралар (қ.) кўпхиллигини ташкил қилади ва бу структурада группа амаллари аналитикдир (қ. Многообразие). Масалан, айлананинг (тўғри чизиқ ёки торнинг) ҳар бир нуқтаси билан айлананинг (тўғри чизиқ ёки торнинг) ўзини ўзига ўтказадиган биргина алмаштириш аниқлаш мумкинки, бу алмаштириш белгиланган бирор нуқтани — группа бирлигини берилган нуқтага ўтказади. Бу акслантириш аналитик акслантиришдир (локал координаталарда аналитик функциялар орқали ёзилади (қ. Многообразие). Л. г. ни дифференциал тенгламаларнинг баъзи масалалари муносабати билан биринчи бўлиб норвег математиги Софус Ли ўрганган. Л. г. ни ўрганишда групналарни локал ҳолда қараш ва Ли алгебраларини (қ.) киритиш методи самарали бўлган; Ли алгебраси Л. г. га қараганда анча содда бўлган математик объектдир. Ли алгебраларининг хоссалари Л. г. ҳақида жуда кўп маълумотлар беради. Л. г. назарияси математика ва физикада кўпдан-кўп татбиқ этилади. Л.г. умуман геометрия учун, хусусан бир жинсли фазолар геометрияси учун алоҳида аҳамиятга эга. Клейнинг Эрлангеи программаси геометрияни фигураларнинг берилган алмаштиришлар группасида (одатда Л. г.) ўзгармай қоладиган хоссаларини ўрганувчи фан деб талқин қилган. Бу соҳада муҳим натижалар олинган.

Эйнштейннинг нисбийлик назариясида Л. г. дан иборат бўлган Лоренц группаси (қ. Лоренца преобразования) катта роль ўйнайди. Л.г. назариясининг аппарати ва унинг боблари — тасаввур назариясидир (қ. Представление группы). Л.г. нисбийлик назариясининг кучли методи ҳисобланади. Л. г, назарияси математиканинг яхши ривожланаётган тармоғидир. Бу назариянинг асосий натижаларини Киллинг, С. Ли, Э. Картан, Г. Вейль ва бошқалар қўлга киритдилар. Совет математикларининг Л. г. назарияси соҳасидаги ишлари жаҳонга донг таратди. А. И. Мальцев ва Л. С. Понтрягинлар муҳим натижаларга эришдилар. Қ. Непрерывные группы.

ЛИНЕЙКА — ЧИЗҒИЧ — тўғри чизиқ ўтказиш (чизиш) асбоби. Ч. билан чизилган тўғри чизиқ (математикада тўғри чизиқнинг моддий образи), яъни доскага бўр билан (қоғозга қалам ёки сиёҳ билан) чизилган тўғри чизиқ абстракт математик тўғри чизиқнинг яққол моделидир. Қирралари параллел бўлган, яъни параллел тўғри чизиқлар ўтказиш мумкин бўлган Ч. икки томонли Ч. дейилади. Биргина қирраси тўғри чизиқли бўлган Ч. бир томонли Ч. дейилади. Бир томонли Ч. Штейнернинг геометрик ясашларида (қ. Штейнера построения) ва проектив геометриянинг ясашларида асосий қурол бўлиб ҳисобланади. Бир томонли Ч. ёрдамида кесмани тенг иккига бўлиб бўлмайди, лекин, масалан, чизиб қўйилган айланага уринма ўтказиш мумкин (қ. Паскаля теорема, Полюс и Поляра). Элементар геометрияда Ч. ҳам циркуль билан бир қаторда текисликдаги геометрик ясашларнинг асосий қуролларидан биридир.

Қ. Логарифмическая линейка.

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА — ЧИЗИҚЛИ АЛГЕБРА — алгебранинг бўлими бўлиб, унда чекли ўлчовли чизиқли фазолардаги чизиқли алмаштиришлар ўрганилади. Ч. а. чизиқли тенгламалар системасини, яъни ўзгарувчига (номаълумга) нисбатан биринчи даражали бўлган тенгламаларни ечиш муносабати билан пайдо бўлган. Ч. а. нинг яхши ривожланган бўлимлари матрицалар назарияси, формалар (хусусан, квадратик формалар) назарияси, инвариантлар назариясидир. Ч.а. нинг баъзи ғоялари анализ ва дифференциал тенгламаларнинг қуйидаги асосий теоремаларини исботлашда қўлланилади: ошкормас функциялар ҳақидаги теорема, дифференциал тенгламалар автоном системаси ечимларининг барқарорлиги ҳақидаги теорема ва бошқалар. Ч. а. фанда ва амалда кўпгина соҳаларда татбиқ этилади (чизиқли программалашдаги симплекс - метод ва бошқалар).

Ч. а. ўрганадиган объектлар математиканинг тензор ҳисоб, функционал анализ (қ.) каби бўлимларидаги турли йўналишларда умумлаштирилади.

Адаб.: И. М. Гельфанд, Лекции по линейной алгебре, Гостехиздат, М. — Л., 1951; А. И. Мальцев, Основы линейной алгебры, Гостехиздат, М., 1953; Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, Гостехиздат, М., 1953.

ЛИНЕЙНАЯ ВЕКТОР-ФУНКЦИЯ—ЧИЗИҚЛИ ВЕКТОР-ФУНКЦИЯ. Ч. в.-ф. деб вектор (бу қийматлар бошқа фазога қарашли бўлиши ҳам мумкин) қийматлар қабул қиладиган ва чизиқли фазо векторларида аниқланган қуйидаги чизиқли функцияга айтилади:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{A}(\mathbf{y}),$$

$$\mathbf{A}(\lambda \mathbf{x}) = \lambda\, \mathbf{A}(\mathbf{x}),$$

бунда x ва y — берилган фазонинг ихтиёрий векторлари, λ — ихтиёрий сон. Ч.в-ф. берилган фазони ўзига ёки бошқа фазога чизиқли акслантиришни ифодалайди.

ЛИНЕЙНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ — ЧИЗИҚЛИ БОҒЛАНИШ — чизиқли фазо векторлари чекли тўпламининг хоссаси. Берилган майдонда камида биттаси нолдан фарқли ($\lambda_i \neq 0$) бўлган $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ сонлар маълум тарзда танлаб олинганда

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_n a_n = 0 \quad (0 \text{ — ноль-вектор})$$

тенглик бажарилса, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ векторлар k майдонда чизиқли боғлиқ векторлар деб аталади.

Векторлар системаси бир майдонда Ч. б. бўлгани ҳолда бошқа майдонда чизиқли эркли бўлиши мумкин. Масалан (1,0) ва (i, 0) векторлар комплекс сонлар майдонида Ч.б., лекин ҳақиқий сонлар майдонида чизиқли эрклидир. n ўлчовли чизиқли фазода векторларнинг ҳар қандай чизиқли эркли системасидаги векторлар сони n дан ортиқ бўлмайди. Ноль векторни ўз ичига олган векторлар системаси доимо чизиқли боғлиқ система бўлади.

Адаб.: И. М. Гельфанд, Лекции по линейной алгебре, Гостехиздат, М. — Л., 1951; А. И. Мальцев, Основы линейной алгебры, Гостехиздат, М., 1953; Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, М., 1953; Л. Я. Окунев, Высшая алгебра, Учпедгиз, М.—Л., 1958; Е. С. Ляпин, Высшая алгебра, Учпедгиз, М.—Л., 1955.

ЛИНЕЙНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ — ЧИЗИҚЛИ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ. Агар узлуксиз $f(x)$ функциянинг a ва b нуқталардаги қийматлари маълум бўлса, уни $[a, b]$ кесмада тақрибий равишда тўғри чизиқ билан алмаштириш мумкин ёки бошқача айтганда, чизиқли интерполяциялаш мумкин:

$$f(x) \sim f(a) + (x - a)\frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Агар $f(x)$ функция чекли иккинчи ҳосилага эга бўлса, у ҳолда бундаги хато $\max|f''(x)|(b-a)^2$ дан кичик бўлади, яъни кесма қанча кичик бўлса, Ч.и. шунча аниқ натижа беради.

ЛИНЕЙНАЯ ФОРМА — ЧИЗИҚЛИ ФОРМА —озод ҳади бўлмаган биринчи даражали функция: $y = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n$, бундаги a_i коэффициентлар x_i га боғлиқ эмас. Ч.ф. n ўлчовли чизиқли фазодаги $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ўзгарувчиларнинг чизиқли функционалидир (қ.).

ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ — ЧИЗИҚЛИ ФУНКЦИЯ — ўзининг барча ўзгарувчиларига (аргументларига) нисбатан биринчи даражали функция. Хусусий ҳолда $y = kx + b$ кўринишдаги функция Ч.ф. бўлади. Агар k ва b — ҳақиқий сонлар бўлса, унинг графиги тўғри чизиқ бўлади. Бу тўғри чизиқнинг x ўқига оғмалик бурчагининг тангенси k га тенг бўлиб, у y ўқини (0, b) нуқтада кесиб ўтади. Бунда k сони тўғри чизиқнинг бурчак коэффициенти, b эса бошланғич ордината дейилади.

ЛИНЕЙНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — ЧИЗИҚЛИ АЛМАШТИРИШ — чизиқли X фазони (қ. Линейное пространство) чизиқли Y фазога, хусусий ҳолда ўзига шундай A алмаштиришки, унинг қуйидаги хоссалари бор:

$$A(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{y}), \quad A(\lambda \mathbf{x}) = \lambda A(\mathbf{x}),$$

бунда x ва y — чизиқли фазонинг ихтиёрий векторлари, λ эса ихтиёрий сон. Масалан, аналитик функциялар (қ.) фазосини $B\varphi = \varphi'$ формула бўйича B алмаштириш чизиқли бўлади. Чекли ўлчовли фазода танланган базисда Ч.а. матрица билан берилади.

Адаб.: И. М. Гельфанд, Лекции по линейной алгебре, Гостехиздат, М.—Л., 1953.

ЛИНЕЙНОЕ ПРОСТРАНСТВО — ЧИЗИҚЛИ ФАЗО — вектор фазонинг худди ўзи (қ. Векторное пространство).

ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ — ЧИЗИҚЛИ ТЕНГЛАМА — фақат биринчи даражали номаълумлар (ўзгарувчилар) қатнашадиган тенглама. Масалан,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b \qquad (*)$$

тенглама n номаълумли ($a_i \neq 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$) Ч. т. дир. Агар (*) даги барча коэффициентлар $a_i = 0$ ($i = 2, \ldots, n$) бўлиб, лекин $a_1 \neq 0$ бўлса, бу тенглама бир номаълумли деб аталувчи қуйидаги Ч. т. кўринишини олади: $a_1x = b$ ёки $ax = b$ ($a_1 = a$). Бир хил номаълумларга нисбатан чизиқли бўлган бир неча Ч. т. тўплами Ч. т. системаси дейилади, уни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &\\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &= b_n. \end{aligned} \qquad (**)$$

(**) системанинг ечими деганда $a_1, a_2, \ldots, a_n$ сонларнинг шундай тўплами тушуниладики, уларни мос равишда $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ларнинг ўринларига қўйганда бу системанинг барча тенгламалари айниятга айланади. (**) Ч. т. системасини ечиш мумкинлиги масаласи икки матрицанинг: A — асосий, B — кенгайтирилган матрицанинг рангини (қ. Ранг матрицы) солиштиришга келтирилади:

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} & b_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}.$$

Агар A ва B матрицаларнинг ранглари бир хил бўлса, (**) Ч.т. системаси биргаликда бўлади, агар B матрицанинг ранги A матрицанинг рангидан катта бўлса,(**) Ч.т. системаси биргаликда бўлмайди. (Кронекер — Капелли теоремаси).

Агар (**) системадаги барча b_i лар нолга тенг бўлса, у ҳолда Ч. т. системаси бир жинсли система дейилади. Агар $m = n$ бўлса, яъни система тенгламаларининг сони номаълумлар сонига тенг бўлса, у ҳолда (**) тенгламалар системасининг ечимини топиш учун Крамер қоидаси (системанинг детерминанти $D \neq 0$ бўлганда) ёки тенгламаларни тақрибий ечиш методи қўлланилади ёки тенгламалар системасининг ечимлари махсус машиналарда топилади.

Ч.т. системасини текширишда кўпинча геометрик тушунчалардан фойдаланилади (қ. Вектор, Прямая, Плоскость, Линейный оператор). қ. Неопределённые уравнения.

ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ — ЧИЗИҚЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР — қуйидаги кўринишдаги тенгламалар:

$$p_0(x)\, y^{(n)} + p_1(x)\, y^{(n-1)} + \ldots + p_n(x)\, y = f(x). \qquad (*)$$

$p_0(x) \neq 0$ деб фараз қилинади. Агар $f(x) \equiv 0$ бўлса, тенглама бир жинсли тенглама деб, агар $f(x) \neq 0$ бўлса, бир жинсли бўлмаган тенглама деб аталади. Чизиқли бир жинсли дифференциал тенглама n та чизиқли эркли ечимга эга. Агар уларни $y_1, y_2, \ldots, y_n$ билан белгиласак, умумий ечим $y = C_1y_1 + C_2y_2 + \ldots + C_ny_n$ кўринишда бўлади, бунда $C_1, C_2, \ldots, C_n$ — ихтиёрий ўзгармас миқдорлар. Чизиқли эркли ечимларнинг вронскиани (қ.) ҳеч бир нуқтада нолга айланмайди. Бир жинсли бўлмаган чизиқли тенгламанинг умумий ечими мос бир жинсли тенгламанинг умумий ечими билан бир жинсли бўлмаган тенгламанинг ихтиёрий хусусий ечими йиғиндисига тенг.

(*) тенгламанинг коэффициентлари ўзгармас бўлганда, уни осонгина ечиш мумкин. Аввал қуйидаги бир жинсли тенгламани кўриб чиқамиз:

$$y^{(n)} + p_1 y^{(n-1)} + \ldots + p_n y = 0.$$

Характеристик тенглама тузамиз:

$$\lambda^n + p_1\lambda^{n-1} + \ldots + p_n = 0.$$

$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ лар характеристик тенгламанинг ҳар хил илдизлари бўлсин дейлик. У ҳолда умумий ечим бундай ёзилади:

$$y = Q_1 e^{\lambda_1 x} + Q_2 e^{\lambda_2 x} + \ldots + Q_r e^{\lambda_r x},$$

бунда $Q_i(x)$ ихтиёрий кўпҳад бўлиб, унинг даражаси λ_i илдиз карралигидан бир бирликка кичик. Агар λ_i комплекс сон $(\lambda = \alpha + \beta i)$ бўлса, у ҳолда $e^{(\alpha \pm \beta i)x}$ ечим ўрнига $e^{\alpha x} \cos \beta x$ ва $e^{\alpha x} \sin \beta x$ ларни олиш мумкин. Ўнг томони $F_m(x) e^{\alpha x} \sin \beta x$ (бунда $F_m(x)$ — даражаси m бўлган кўпҳад) кўринишдаги бир жинсли бўлмаган чизиқли тенгламанинг хусусий ечимлари

$$x^s \left[Q_m(x) e^{\alpha x} \sin \beta x + R_m(x) e^{\alpha x} \cos \beta x\right]$$

кўринишда бўлади. Бунда s — характеристик тенглама $\alpha + \beta i$ илдизининг карралиги, $Q_m(x)$ ва $R_m(x)$ лар эса аниқмас коэффициентли m- даражали кўпҳадлар. Ўнг томони ихтиёрий бўлган ҳолда ихтиёрий ўзгармас миқдорларни варнациялаш методи деб аталадиган бошқа метод қўлланилади; унинг моҳияти бундай: бир жинсли бўлмаган тенгламанинг ечими $C_1 y_1 + C_2 y_2 + \ldots + C_n y_n$ кўринишида изланади, бунда $y_1, y_2, \ldots, y_n$ — бир жинсли тенгламанинг чизиқли эркли ечимлари, $C_1, C_2, \ldots, C_n$ лар эса x нинг функциялари деб ҳисобланади.

Ч.д.т. назариясида 2- тартибли тенгламалар мукаммал ўрганилган. Ч.д.т. системасига ҳам кўпгина тадқиқотлар бағишланган. Хусусий ҳосилали тенгламалар назариясида Ч.д.т. катта ўрин эгаллайди. Бу қуйидаги кўринишдаги тенгламалардир:

$$\sum_{k=0}^{m} \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_n=k} A^{k_1 k_2 \ldots k_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) \frac{\partial^k u}{\partial x_1^{k_1} \partial x_2^{k_2} \ldots \partial x_n^{k_n}} = f(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

Адаб.: В. В. Степанов, Обыкновенные дифференциальные уравнения, Физматгиз, М., 1959.

ЛИНЕЙНЫЙ ОПЕРАТОР— ЧИЗИҚЛИ ОПЕРАТОР—чизиқли фазони ўзига ёки бошқа чизиқли фазога алмаштирувчи шундай A алмаштиришки, у қуйидаги шартларни қаноатлантиради:

$$A(x + y) = A(x) + A(y), \quad A(\lambda x) = \lambda A(x),$$

бунда x ва y — чизиқли фазонинг ихтиёрий векторлари, λ — ихтиёрий сон. Чекли ўлчовли чизиқли фазода Ч.о. аниқ танланган базисда матрица билан ёзилиши мумкин. Бу матрицанинг коэффициентлари базис векторлари бўйича $Ae_i (i = 1, 2, \ldots, h)$ ёйилмасининг коэффициентларидир. Чексиз ўлчовли фазода Ч.о. кўпинча интеграл кўринишида ёзилади. Масалан, узлуксиз функциялар фазосида $A(y) = \int_0^x y(x)\,dx$ оператор Ч.о. дир. Ч.о. назарияси функционал анализнинг (к) катта ва жуда муҳим бўлимини ташкил қилади.

Адаб.: Г. Е. Шилов, Введение в теорию линейных пространств, Гостехиздат, М.—Л., 1952.

ЛИНЕЙЧАТАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛИ ГЕОМЕТРИЯ — геометриянинг тармоғи бўлиб, унда фазонинг асосий элементи сифатида тўғри чизиқ қаралади. Маълумки, фазода z ўққа параллел бўлмаган тўғри чизиқлар $x = az + p$, $y = bz + q$ тенгламалардаги тўртта a, b, p, q ўзгармас коэффициент билан аниқланади. Шунинг учун a, b, p, q сонларни тўғри чизиқнинг координаталари деб қараш мумкин. Агар бу координаталар бир, икки ва уч параметрнинг функциялари бўлса, у ҳолда бу тўғри чизиқлар тўплами мос ҳолда тўғри чизиқли сиртлар (қ. Линейчатая поверхность), конгруэнциялар (қ.) ва тўғри чизиқлар комплексини (қ. Комплекс прямых) ҳосил қилади; бу объектлар Т.ч.г. да ўрганилади.

Адаб.: Д. Н. Зейлигер, Комплексная линейчатая геометрия поверхности и конгруэнций, 1934; С. П. Фиников, Теория поверхностей, ОНТИ, М., 1934; С. П. Фиников, Теория конгруэнций, Гостехиздат, М., 1950.

ЛИНЕЙЧАТАЯ ПОВЕРХНОСТЬ — ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛИ СИРТ — бирор чизиқ (йўналтирувчи) бўйича тўғри чизиқ (ясовчи) нинг ҳаракати натижасида ҳосил бўлган сирт. Т.ч.с. ни бир параметрга боғлиқ бўлган тўғри чизиқлар тўплами деб қараш мумкин. Т.ч.с. икки кўринишда бўлади: ёйилувчи ва қийшиқ сиртлар. Ёйилувчи Т.ч.с. ни (масалан, цилиндр ва конус) эгиш (қ. Изгибание) йўли билан текисликка ётқизиш мумкин. Ёйилувчи Т.ч.с. га айни бир ясовчининг турли нуқталарида ўтказилган уринма текислик бир хил бўлади. Қийшиқ Т.ч.с. да бир ясовчининг турли нуқталарида ўтказилган уринма текисликлар ҳар хил бўлади, яъни қийшиқ Т.ч.с. ясовчиси бўйлаб силжитилганда уринма текислик бу ясовчи атрофида айланади. Қийшиқ Т.ч.с. га коноид (қ.) мисол бўла олади.

Эгилиб бир-бири устига ётқизилувчи Т.ч.с. лар бири иккинчиси бўйлаб юмалатилиши мумкин, бу эса механизмлар назариясида, масалан, тишли узатмаларда қўлланилади.

Адаб.: С. П. Фиников, Теория поверхностей, М.—Л., 1934.

ЛИНИИ КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ—СИРТНИНГ ЭГРИЛИК ЧИЗИҚЛАРИ— ҳар бир нуқтасида бош йўналишга эга бўлган чизиқлар. Сиртнинг берилган нуқтасидаги бош йўналиши шундай йўналишки, бунда сирт нормал кесимининг эгрилиги (қ. Кривизна) экстремумга эришади. Умумий ҳолда ҳар бир нуқтадан бир-бири билан тўғри бурчак ҳосил қилувчи икки Э. ч. чиқади. Характеристик хоссалар: Э.ч. бўйлаб олинган нормаллар ёйилувчи сирт (қ. Развертывающаяся поверхность) ҳосил қилади, сиртнинг биринчи ва иккинчи квадратик формалари (қ.) Э.ч. бўйлаб пропорционал бўлади. Қ. Родрига формулы.

Адаб.: А. П. Норден, Дифференциальная геометрия, Физматгиз, 1952.

ЛИНИЯ — ЧИЗИҚ — эгри чизиқ маъносида (қ. Кривая).

ЛИНИЯ ЦЕПНАЯ — ЗАНЖИР ЧИЗИҚ — тўғри бурчакли координаталар системасида $y = a \operatorname{ch} x$ (қ. Косинус гиперболический) функциянинг графиги бўлган текис эгри чизиқ. Бу чизиқнинг номи шундан келиб чиққанки, учлари икки нуқтага маҳкамланган букилувчи, чўзилмайдиган бир жинсли оғир ип (занжир) З.ч. бўйича эгилади. Учлари бир хил баландликда маҳкамланган занжир озроқ эгилганда шакли параболага (қ.) яқин келади, бундан эса тажрибада тақрибий ҳисоблаш учун фойдаланилади. З.ч. нинг абсциссалар ўқи атрофида айланишидан ҳосил бўлган сирт катеноид (қ.) дейилади.

ЛИПШИЦА УСЛОВИЕ — ЛИПШИЦ ШАРТИ. Агар $[a, b]$ даги барча x ва x' учун

$$|f(x) - f(x')| < k|x - x'|$$

тенгсизликни қаноатлантирувчи шундай $k > 0$ сони мавжуд бўлса, у ҳолда $f(x)$ функция $[a,b]$ кесмада Л.ш. ни қаноатлантиради.

Л.ш. $y' = f(x, y)$ дифференциал тенглама ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теореманинг ифодасида қатнашади. Ҳар қандай узлуксиз дифференциалланувчи функция Л.ш. ни қаноатлантиради.

ЛИУВИЛЛЯ ТЕОРЕМА — ЛИУВИЛЛЬ ТЕОРЕМАСИ — иррационал сонларни рационал сонлар билан тақрибий алмаштириш ҳақидаги теорема: агар α сони n-даражали ҳақиқий иррационал сон бўлса, у ҳолда шундай c ўзгармас сонлар мавжудки,

$$\left|\alpha - \frac{p}{q}\right| < \frac{c}{q^n}$$

муносабат p ва q сонларнинг ҳеч қандай бутун қийматларида ўринли бўлмайди. Бошқача айтганда, ҳар қандай $\frac{p}{q}$ рационал сон α иррационал сондан ақалли $\frac{c}{q^n}$ га фарқ қилади, яъни $\left|\alpha - \frac{p}{q}\right| > \frac{c}{q^n}$ тенгсизлик p ва q нинг ихтиёрий бутун қийматларида ўринли бўлади. Бу натижани француз математиги Лиувилль топган.

Л.т. трансцендент, яъни алгебраик бўлмаган сонларни ифодалайдиган конкрет узлуксиз касрлардан бир қанчасини тузишга имкон беради.

Л.т. ни 1908 йили Туэ анча аниқлаштирди: у даражаси $n > 2$ бўлган ҳар қандай α алгебраик сон учун $\left|\alpha - \frac{p}{q}\right| < \frac{c}{q^n}$ тенгсизликнинг $c \geqslant 0$ ихтиёрий бўлгандаги бутун p ва q ечимлари сони фақат чекли бўлишини исботлади. Қ. Туэ теорема.

ЛОБАЧЕВСКОГО ГЕОМЕТРИЯ — ЛОБАЧЕВСКИЙ ГЕОМЕТРИЯСИ — одатдаги Евклид геометриясининг аксиомаларига асосланган геометрик назария бўлиб, унда параллеллик ҳақидаги аксиома ўрнига унга қарама-қарши бўлган жумла қабул қилинган.

Евклид геометриясида тўғри чизиқларнинг параллеллиги ҳақидаги аксиома бундай ифодаланади: берилган тўғри чизиқда ётмайдиган нуқта орқали берилган тўғри чизиқ билан бир текисликда ётадиган ва уни кесмайдиган кўпи билан битта тўғри чизиқ ўтади.

Евклиднинг бу аксиомаси ўрнига Л.г. да қуйидаги аксиома қабул қилинади. (Лобачевский аксиомаси): «Берилган тўғри чизиқда ётмайдиган нуқта орқали берилган тўғри чизиқ билан бир текисликда ётадиган ва уни кесмайдиган камида иккита тўғри чизиқ ўтади».

Л.г. аксиомаларидан келиб чиқадиган натижалар (теоремалар) биринчи қарашда парадоксал характерда бўлиб, бизнинг одатдаги тасаввурларимизга мос келмайдиганга ўхшаса-да, лекин Л.г. ҳам Евклид геометрияси каби, зид эмас. Масалан, Л.г. да учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси доимий эмас ва ҳамиша $2d$ дан кичик; ҳар қандай учбурчакка ҳам ташқи чизилган айлана ясаб бўлавермайди. Ўхшаш ва конгруэнт бўлмаган (тенг бўлмаган) учбурчаклар мавжуд эмас ва ҳоказо. Л.г. математикада ҳам, физикада ҳам қўлланилади.

Л.г. ноевклид гиперболик геометрия ҳам дейилади (Риманнинг эллиптик геометриясига қарама-қарши ўлароқ, гиперболик геометрия деб аталган; қ. Неевклидовы геометрии, Римана геометрия).

Л.г. ўз ижодкори бўлмиш улуғ рус математиги Н. И. Лобачевский номи билан юритилади.

ЛОБАЧЕВСКОГО МЕТОД — ЛОБАЧЕВСКИЙ МЕТОДИ — алгебраик тенгламаларнинг илдизларини тақрибий топиш методи. Бу метод қуйидагидан иборат. Айтайлик,

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n = 0 \tag{*}$$

тенгламанинг $x_1, x_2, \ldots, x_n$ илдизларини топиш талаб қилинсин. Лобачевский кўрсатган

$$\begin{aligned} a_0^{(1)} &= a_0^2, \\ a_1^{(1)} &= a_1^2 - 2a_0a_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n-1}^{(1)} &= a_{n-1}^2 - 2a_{n-2}a_n, \\ a_n^{(1)} &= a_n^2 \end{aligned} \tag{**}$$

формулалар ёрдамида илдизлари (*) тенглама илдизларининг квадратлари бўлган қуйидаги кўпҳад тузилади:

$$f_1(x) = a_0^{(1)} x^n + a_1^{(1)} x^{n-1} + \ldots + a_n^{(1)}.$$

Бу квадратлаш процессини давом эттириб, $f_2(x)$, $f_3(x)$ ва ҳоказо кўпҳадлар тузилади, бунда

$$f_k(x) = a_0^{(k)} x^n + a_1^{(k)} x^{n-1} + \ldots + a_n^{(k)};$$

унинг илдизлари $x_1^{2^k}, x_2^{2^k}, \ldots, x_n^{2^k}$ сонлари бўлади; бунда $f_{k+1}(x)$ кўпҳаднинг $a_i^{(k+1)}$ коэффициентларини ҳосил қилиш учун $f_k(x)$ кўпҳаднинг $a_i^{(k)}$ коэффициентлари квадратга кўтарилади, яъни кўрсатилган аниқлик чегарасида қуйидаги тақрибий тенглик бажарилади: $a_i^{(k+1)} \approx \left[a_i^{(k)}\right]^2$, бинобарин, $f(x)$ кўпҳаднинг илдизлари ҳам ўша формулалар бўйича тақрибан топилиши мумкин:

$$x_i = \pm \sqrt[2^k]{\frac{a_i^{(k)}}{a_{i-1}^{(k)}}}.$$

Илдиз ишораси уни берилган тенгламага қўйиш билан аниқланади. Шу билан бирга, илдизлар ҳақиқий ва ҳар хил ҳамда қуйидаги шартни қаноатлантиради, деб фараз қилинади:

$$|x_1| \gg |x_2| \gg \ldots \gg |x_n|,$$

бунда $\gg$ белгиси «анча катта» деган маънони билдиради. (**) формулани чиқаришда тенгламанинг илдизлари билан коэффициентлари ўртасидаги боғланишдан (умумлашган Виет теоремасидан) фойдаланилади. Илдизлар орасидаги кўрсатилган қонуниятнинг бузилиши (яъни илдизлар қиймати бир-бирига яқин ёки комплекс бўлиши) коэффициентлар орасида юқоридагига ўхшаш қонуниятнинг бузилишига олиб келади.

Л.м. комплекс илдизларни тақрибий ҳисоблаш учун ҳам қўлланиши мумкин (лекин бунда ҳисоблаш мураккаблашади); ҳақиқий илдизлар эса (**) тақрибий формула билан топилади.

Л.м. ни Лобачевский ўзининг «Алгебра или исчисление конечных» (1834) номли китобида баён этган. Л.м. адабиётда бу методни Лобачевскийдан бехабар равишда топган швед математиги К. Греффе номи билан Греффе методи деб ёки бельгиялик математик Ж. Данделен номи билан Данделен методи деб ҳам аталади.

Адаб.: Н. И. Лобачевский, Алгебра или исчисление разностей, Полное собрание сочинений, т. 4, Гостехиздат, М. —Л., 1948; Энц. элем. мат., т. 2, Гостехиздат, М.—Л., 1951; А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат, М.—Л., 1954; И. С. Березин и Н. П. Жидков, Методы вычислений, Физматгиз, М., 1959; В. Л. Загускин, Справочник по численным методам решения уравнений, Физматгиз, М., 1960.

қ. Ложного положения правило. Ньютона метод. Итерация.

ЛОГАРИФМ — ЛОГАРИФМ. N сонининг a асосга кўра Л. деб шундай n сонига айтиладики, a асосни ($a > 0$, $a \neq 1$) n-даражага кўтарганда N сони ҳосил бўлади. N сонининг a асосга кўра Л. қуйидагича белгиланади: $\log_a N$. Шундай қилиб, таърифга кўра, $\log_a N = n$ тенглик $a^n = N$ тенгликка эквивалентдир. Бундан фақат мусбат сонлар Л. га эга эканлиги келиб чиқади, чунки $a > 0$.

N сонининг a асосга кўра логарифмини $a^x = N$ кўринишдаги кўрсаткичли тенгламани ечиш билан топиш мумкин. Ҳар қандай мусбат сон маълум бир асосга кўра биргина Л. га эга бўлади. Л. ҳар қандай ҳақиқий сонлар бўла олади. Агар Л. асоси, яъни a сони 10 га тенг бўлса, у ҳолда бундай Л. ўнли Л. дейилади ва $\lg N$ билан белгиланади. $10^{\frac{p}{q}}$ дан фарқли бўлган N сонининг ўнли Л. трансцендент сондир, бунда p ва q — бутун сонлар, шунинг учун жадвалларда бундай Л. тақрибан чекли ўнли касрлар билан берилган. Ўнли Л. нинг бутун қисми унинг характеристикаси деб, каср қисми эса мантиссаси деб аталади. Масалан, $\lg 200 = 2,3010$, бунда Л. характеристикаси 2 га ва мантиссаси 0,3010 га тенг. Л. ларнинг асосий хоссалари (M, N — мусбат сонлар):

$$\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N,$$

$$\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N,$$

$$\log_a N^k = k \log_a N,$$

$$\log_a \sqrt[k]{N} = \frac{1}{k} \log_a N,$$

$$\log_{a^n} N^n = \log_a N,$$

масалан, $\log_5 7 = \log_{25} 49 = \log_{\sqrt{5}} \sqrt{7}$. Икки хил Л. лар системаси учун қуйидагича муносабат ўринлидир:

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b} \quad \text{ёки} \quad \log_b N = \frac{1}{\log_a b} \log_a N.$$

a асосли бир Л. системасидан b асосли иккинчи Л. системасига ўтишдаги (ҳисоблашдаги) $M = \frac{1}{\log_a b}$ ўзгармас кўпайтувчи бир Л. системасидан иккинчисига ўтиш модули дейилади.

Олий математикада ва назарий масалаларда асоси $e = 2,71828\ldots$ трансцендент сонга тенг бўлган Л. катта аҳамиятга эга: бу Л. натурал Л. деб аталади ва $\ln N$ билан белгиланади. Натурал Л. лар гиперболик Л. лар деб ҳам аталади, чунки улар тенг томонли $y = \frac{1}{x}$ гипербола ёғи, абсциссалар ўқи ва 1 ва x абсциссаларга мос ординаталар билан чегараланган фигуранинг юзи билан боғланган.

Комплекс ўзгарувчили функциялар назариясида комплекс сонларнинг Л. (натурал Л.) лари қаралади. Таърифига кўра, z комплекс соннинг Л. ($\mathrm{Ln}\, z$ билан белгиланади) қуйидагига тенг:

$$\mathrm{Ln}\, z = \ln |z| + i \operatorname{Arg} z.$$

Логарифм XV — XVI асрларда астрономия ва денгизда сузишнинг барқ уриб ривожланганда кишилик жамиятининг ҳисоблашга бўлган эҳтиёжига жавоб сифатида пайдо бўлди.

Биринчи Л. жадвалларини деярли бир вақтда бир-бирларидан мустақил равишда шотланд математиги Ж. Непер (1614), инглиз математиги Бригг (баъзан Бригс деб ҳам ёзилади, 1617), швейцар математиги И. Бюрги (1620) туздилар. «Натурал логарифм» термини ва ўтиш модули ҳақидаги тушунчани Меркатор, «характеристика» терминини Бригг, «мантисса» ни биз тушунадиган маънода Эйлер киритган; «Логарифм асоси» тушунчасини ҳам Эйлер киритган. Ўнли Л. лар Бригг Л. лари деб ҳам юритилади. қ. Логарифмическая функция.

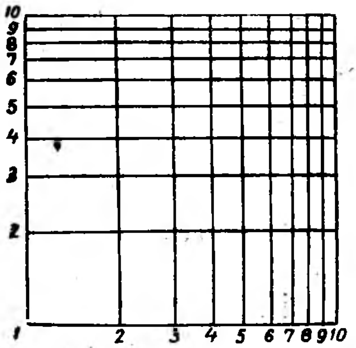
Грек. λόγος — маъноси нисбатан сўзини билдиради, ἀριθμός — сон.

Адаб.: А. И. Маркушевич, Площади и логарифмы, М.—Л., 1952; Л. Я. Гришвальд, История открытия логарифмов, Харьков, 1952; И. Б. Абельсон, Рождение логарифмов, М.—Л., 1948; Г. Г. Цейтен, История математики в XVI и XVII вв., 1959.

ЛОГАРИФМИКА — ЛОГАРИФМИКА — логарифмик функциянинг (қ.) графиги.

ЛОГАРИФМИРОВАНИЕ — ЛОГАРИФМЛАШ — соннинг логарифмини (қ.) топиш амали. Л. даражага кўтаришга тескари бўлган икки амалдан биридир: агар $a^b = c$ бўлса, у ҳолда $a = \sqrt[b]{c}$, $b = \log_a c$ бўлади. Л. иккинчи (кўпайтириш ва бўлиш) ва учинчи босқич (даражага кўтариш ва илдиз чиқариш) амалларини биринчи (қўшиш ва айириш) ва иккинчи босқич (кўпайтириш ва бўлиш) амалларига келтиришда қўлланилади.

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ БУМАГА — ЛОГАРИФМИК ҚОҒОЗ — функционал (логарифмик) тўр чизиб қўйилган қоғоз (137-расм, қ. Номография). Л.қ. даги тўр бундай чизилади: тўғри бурчакли координаталар системасининг ўқларига сонларнинг $x = \log u$ ва $y = \log v$ логарифмлари ётқизилади ва бўлиниш нуқталари (u ва v белгилар бор) орқали Ox ва Oy ўқларига параллел бўлган тўғри чизиқлар ўтказилади. Умумийроқ кўринишда тўғри бурчакли Л.қ. даги координата чизиқларининг тенгламалари $x = m\ \lg\ u$ ва $y = n\ \lg v$ бўлади, бунда m ва n — ўқлар бўйлаб олинган масштаб.



137-расм.

Агар тўғри бурчакли тўрдаги чизиқнинг тенгламалари $x = mu$, $y = n \lg v$ кўринишда бўлса, у ҳолда бундай қоғоз ярим логарифмик қоғоз дейилади. Л.қ. бунда янада соддароқ шаклга эга бўладиган (тўғриланадиган) функцияларнинг баъзи графикларини чизишда қўлланилади. Масалан, $v = au^b$ функциянинг Л.қ. даги графиги тўғри чизиқ бўлади, чунки логарифмлангандан кейин бу тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$\lg v = b \lg u + \lg a \quad \text{ёки} \quad \frac{1}{n} y = \frac{b}{m} x + \lg a,$$

бунда a ва b — ўзгармас сонлар.

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА — ЛОГАРИФМИК ЧИЗҒИЧ — кўпайтириш, бўлиш, даражага кўтариш, илдиз чиқариш, тригонометрик ҳисоблашлар, тенгламаларни ечиш ва бошқалар каби ҳисоб ишларини бажаришга мўлжалланган асбоб.

Л.ч. нинг шакли ва ўлчамлари ҳар хил бўлади. 25 сантиметрли Л.ч. да ҳисоблаш аниқлиги уч хонани ташкил қилади. Л.ч. ҳисоблаш чизғичи деб ҳам аталади.

Л.ч. билан ишлашни тушунтиришда синф машғулотларида узунлиги 1—2 *м* келадиган демонстрацион Л.ч. дан фойдаланилади.

Адаб.: Д. Ю. Панов, Счётная линейка, Физматгиз, М., 1953; Энц. элем. мат., т. I, Гостехиздат, М., 1951.

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ПРОИЗВОДНАЯ — ЛОГАРИФМИК ҲОСИЛА — берилган функциянинг логарифмидан олинган ҳосила. Функциянинг Л. ҳ. сини топиш логарифмик дифференциаллаш дейилади; бу амал берилган функциянинг логарифмидан олинадиган ҳосила функциянинг ўзининг ҳосиласидан осонроқ топиладиган ҳолларда қўлланилади. $y = f(x)$ функциянинг y' ҳосиласи Л.ҳ. орқали қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$y' = y\ (\ln y)'.$$

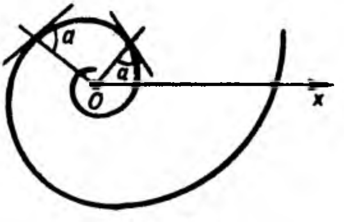
Мисол: агар $y = x^x$ бўлса, у ҳолда

$$\lg y = x \ln x,$$

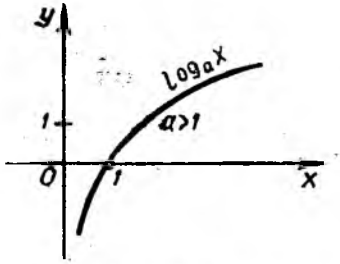
бундан

$$y' = x^x (\ln x + 1).$$

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ — ЛОГАРИФМИК СПИРАЛЬ — тенгламаси қутб координаталарида $\rho = ae^{k\varphi}$ кўринишида бўладиган эгри чизиқ (138- расм). Л.с. $\frac{d\rho}{d\varphi} = k\rho$ дифференциал тенгламанинг интеграл эгри чизиғидир. Л.с. нинг подераси (қ.) ва эволютаси яна Л.с. бўлади. Л.с. XVII асрнинг кўпгина мате-



138- расм.



139- расм.

матикларига (масалан, Декартга ва Торричеллига) маълум бўлган. Л.с. ўзининг барча радиус-векторларини айни бир α бурчак остида кесиб ўтади. Баъзи чиғаноқларнинг шакли Л.с. га ўхшайди.

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — ЛОГАРИФМИК ФУНКЦИЯ — кўрсаткичли функцияга тескари функция (қ. Показательная функция). Л. ф. қуйидагича белгиланади: $y = \log_a x$, бунда a ($a > 0$, $a \neq 1$) — Л.ф. нинг ихтиёрий асоси, y функциянинг x аргументнинг маълум бир қийматига мос келувчи қиймати x сонининг a асосга кўра логарифми дейилади.

Назарий масалалар ва олий математикада асоси $a = e$ $\left(e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2{,}71828\ \ldots\right)$ бўлган Л.ф. муҳим роль ўйнайди ва у қуйидагича белгиланади:

$$y = \ln x.$$

$y = \log_a x$ Л.ф. нинг аниқланиш соҳаси $x > 0$ сонлар тўпламидан иборат. Л.ф. нинг графиги (139- расм) логарифмика дейилади. Л.ф. ни $x > 0$ да узлуксиз бўлган ва қуйидаги функционал тенгламани қаноатлантирадиган функция деб таърифлаш мумкин:

$$f(xy) = f(x) + f(y),$$

бунда $x > 0$, $y > 0$.

Л.ф. ни биринчи бўлиб шотланд математиги Ж. Непер (1614) батафсил ўрганган. Комплекс қийматли z аргументнинг Л.ф. $z \neq 0$ нинг барча қийматларида аниқланган ва $\mathrm{Ln}\, z$ билан белгиланадиган кўп қийматли (чексиз кўп қийматли) функциядир. Қуйидаги муносабат ўринли:

$$\mathrm{Ln}\, z = \ln |z| + i \arg z + 2k\pi,$$
$$k = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots$$

Бунда $\operatorname{Ln} z = \ln|z| + i \arg z$ — Л.ф. нинг бир қийматли $-\pi < \arg z < \pi$ тармоғи бўлиб, унинг бош қиймати дейилади.

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ — ЛОГАРИФМИК ЖАДВАЛЛАР. Л.ж. ни биринчи бўлиб Ж. Непер тузган ва нашр қилган (1614). Маълум мақсадни кўзлаб тузилган бўлгани учун унинг жадвалларида тригонометрик миқдорларнинг логарифмлари берилган бўлиб, улар ўнли ва натурал (асоси e га тенг) логарифмлардан фарқ қилган: Непер жадвалларида a соннинг логарифми $10^7 \cdot \ln(10^7 : a)$ га тенг. Непер жадвалларига яқин бўлган жадвалларни швейцар математиги И. Бюрги 1620 йили эълон қилган.

1617 йили Бригг биринчи минглик учун 14 хонали ўнли логарифмлар жадвалини, сўнгра (1624) 14 хонали жадвални 1 дан 20000 гача ва 90000 дан 100000 гача бўлган сонларнинг худди шундай жадвалини нашр қилди.

Голланд математиги А. Влакк (1628) Бригг жадвалларини иккинчи марта нашр этиб, унда 20000 дан 90000 гача бўлган сонлар логарифмларини ҳам берди, лекин бу жадвал 14 эмас, балки фақат 10 хонали эди. Влакк жадваллари асосида Л.ж. кўпгина мамлакатларда нашр қилина бошлади. Рус тилида биринчи марта 1703 йили, сўнгра 1716 йили 1 дан 10000 гача бўлган сонларнинг Л.ж. (Андрей Фархварсон, Стефан Гвина ва Леонтий Магницкий) пайдо бўлди.

Турли мамлакатларда турли авторлар томонидан нашр қилинган Л. ж. орасида энг кўп тарқалгани Г. Веганинг етти хонали жадвали бўлса керак. Бу жадваллар яратилганидан кейинги биринчи юз йил ичида 100 дан зиёдроқ марта нашр қилинди ва ҳозиргача кўп мамлакатларда нашр қилиниб келмоқда.

Ҳозирги вақтда (1950 йилгача) энг кўп тарқалган Л.ж. қуйидагилардир: 1) 1 дан 109 гача бўлган сонлар учун Паркурст (АҚШ, 1889) тузган 102 хонали астрономик жадваллар; 2) 1 дан 1100 гача бўлган сонлар учун Мольтенер (Германия, 1937) тузган 52 хонали Бригг логарифмлари; 3) яқинда Томсоннинг икки томли жадваллари бизнинг мамлакатимизда фото усул билан қайта нашр этилган. Бу жадвалларда беш хонали аргументларнинг, яъни 10001 дан 99999 гача бўлган сонларнинг 20 хонали ўнли логарифмлари берилган.

Адаб.: А. В. Лебедев и Р. М. Федорова, Справочник по математическим таблицам, Изд-во АН СССР, М., 1956: Н. М. Бурунова, Справочник по математическим таблицам, Дополнение № 1, Изд-во АН СССР, М., 1959.

ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ — ЛОГАРИФМИК ТЕНГЛАМА — номаълуми логарифм белгиси остида бўлган тенглама. Л.т. ни ечиш усуллари: потенцирлаш (қ); янги номаълумлар (ўзгарувчилар) киритиш; тенгламани $\lg A = \lg B$ кўринишга келтириш; қуйидаги логарифмик формулалардан фойдаланиш:

$$\lg_a N = (\lg_b N) : (\lg_b a), \quad \lg_a N = \lg_{a^n} N^n; \qquad (*)$$

график усул ва тенгламаларни ечишнинг бошқа тақрибий усуллари.

Мисоллар: 1) $\lg(x-5) + \lg x = \lg(1-x)$.

Бу тенгламанинг ечими йўқ, чунки ўнг томони $x < 1$ учун, чап томони $x > 5$ учун аниқланган.

2) $\lg x = 2$. Бу тенгламадан бевосита $x = 10^2 = 100$ эканини топамиз.

3) $\lg x^2 = 2$, $2\lg|x| = 2$, $\lg|x| = 1$. Бу тенгламадан $|x| = 10$, $x = \pm 10$ эканини топамиз.

4) $\lg_4 x + \lg_x 4 = 2{,}5$; (*) формуланинг биринчисидан фойдаланиб

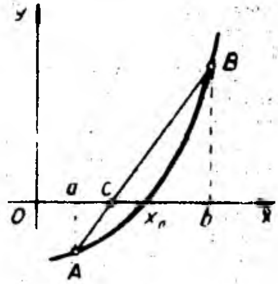
$$\lg_4 x + \frac{1}{\lg_4 x} = 2{,}5$$

тенгламани ҳосил қиламиз, ёки $\lg_4 x = y$ деб олиб, $y + \frac{1}{y} = 2{,}5$ тенгламага келамиз, бундан $y^2 - 2{,}5y + 1 = 0$ ёки $y_1 = 2$ ва $y_2 = \frac{1}{2}$ ёки $\lg_4 x_1 = 2$ ва $\lg_4 x_2 = \frac{1}{2}$. Бундан $x_1 = 16$ ва $x_2 = 2$.

Қ. Уравнение, Показательные уравнения.

ЛОГИКА МАТЕМАТИЧЕСКАЯ — МАТЕМАТИК ЛОГИКА—қ. Математическая логика.

ЛОЖНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ПРАВИЛО — ҲОЛАТНИ СОХТАЛАШТИРИШ ҚОИДАСИ—алгебраик ёки трансцендент бўлган $f(x) = 0$ тенгламанинг илдизларини тақрибий ҳисоблашнинг классик усулларидан бири. Ҳ.с.қ. моҳияти қуйидагидан иборат. Ҳақиқий ўзгарувчили $f(x)$ функция аргументининг (x — ҳақиқий сон) шундай иккита a ва b қиймати қараладики, бу қийматлар функциянинг оддий x илдизига яқин (иккита нотўғри қараш) бўлиб, функция $x=a$ ва $x=b$ нуқталарда ишораси ҳар хил қийматлар олади (140- расм): $f(a) < 0$, $f(b) > 0$. Бунда $x = x_0$ нуқта атрофида $f(x)$ функция $f'(x)$ ва $f''(x)$ билан бирга узлуксиз, $f'(x)$ ва $f''(x)$ ҳосилалар x_0 нуқта атрофида ишорасини ўзгартирмайди, деб фараз қилинади. $[a, b]$ кесмада функция чизиқли функция билан алмаштирилади, $y=f(x)$ эгри чизиқ графиги AB ватар билан алмаштирилади. Тенглама илдизининг янги тақрибий $x = c$ қиймати топилади, бу қиймат илдизнинг ҳақиқий $x = x_0$ қийматига унинг тақрибий $x = a$ қийматига қараганда анча яқин бўлади. Бунда қуйидаги тенглик бажарилади:



140- расм.

$$c = a - f(a)\frac{b-a}{f(b)-f(a)} \text{ ва } f(c) < 0,\ f(b) > 0.$$

Бу қоидани $[c, b]$ кесмада яна бир марта қўллаииб ва $f(x)$ функцияни $[c, b]$ да чизиқли функция билан алмаштириб ($y = f(x)$ эгри чизиқни A_1B ватар билан алмаштириб) илдизнинг янги тақрибий $x = c_1$ қиймати топилади, бу қиймат тенглама илдизининг ҳақиқий $x = x_0$ қийматига $x = c$ га қараганда анча яқин бўлади ва ҳоказо. Демак, бу қоида $f(x) = 0$ тенглама илдизини исталган даражадаги аниқлик билан топишга имкон беради. Бу қоида кўпинча бошқа методлар (қ. Ньютона метод, Метод касательных) билан бирга қўлланилади. Бу қоида кесувчилар методи, ватарлар методи ёки чизиқли интерполяциялаш методи (қоидаси) деб ҳам аталади. Ҳ.с.қ. арифметикада масалани фараз қилиш билан ечиш методи (ҳолатни сохталаштириш методи) деб ҳам аталади.

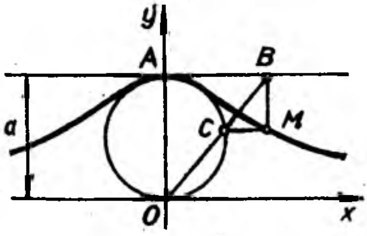
Лат, regula falsi — ҳолатни сохталаштириш қоидалари, қ. Итерация.

Адаб.: И. С. Березин и Н. П. Жидков, Методы вычислений, т. 1—2, Физматгиз, М., 1959; А. К. Сушкевич, Основы высшей алгебры, М. — Л., 1941; В. Л. Загускин, Справочник по численным методам решения уравнений, Физматгиз, М., 1960.

ЛОКАЛЬНЫЙ ЭКСТРЕМУМ — ЛОКАЛ ЭКСТРЕМУМ — «локал» сўзи қаралаётган нуқтанинг етарли даражадаги кичик атрофида экстремум мавжуд эканлигини англатади. Бинобарин, локал максимум (минимум) функциянинг қаралаётган нуқтанинг етарлича кичик атрофидаги энг катта (энг кичик) қийматидир. Лат. «локальный» — маҳаллий.

ЛОКОН АНЬЕЗИ — АНЬЕЗИ ЗУЛФИ — тўғри бурчакли декарт координаталари системасида тенгламаси $y(a^2 + x^2) = a^3$ бўлган текис эгри чизиқ (141- расм) Агар $OA = a$ — айлана диаметри, OC — кесувчи ва $CM \parallel Ox$, $BM \parallel Oy$ бўлса, у ҳолда M нуқта А. з. га қарашли бўлади. Абсциссалар ўқи бу эгри чизиқ учун асимптота бўлади. Бу эгри чизиқ аввало француз математиги П. Ферма га маълум бўлишига қарамасдан у математик аёл Мария Аньези номи билан А.з. деб аталади, чунки Аньези бу чизиқни ўрганган. А.з. версьера ёки аньезера деб ҳам аталади.

ЛОКСОДРОМА — ЛОКСОДРОМА — шундай фазовий эгри чизиқки, у сфера, сфероид ёки бирор бошқа айланиш сирти устида ётади ва бу сиртнинг барча меридианларини ўзгармас K бурчак остида кесиб ўтади (142- расм). Денгизда кема ёки ер сирти устида самолёт ҳақиқий йўналишини ўзгартирмасдан ҳаракат қилганда уларнинг йўли Л. шаклида бўлади. Л. терминини 1624 йилда голланд олими В. Снеллиус киритган, Л. локсодромия, локсодрома спирали ёки локсодрома эгри чизиғи ҳам дейилади.



141- расм.

142- расм.

$K=0$ ёки $180°$ бўлганда Л. айланиш сиртининг меридиани билан, $K=90°$ бўлганда эса параллели билан устма-уст тушади. Агар K — ўткир ёки ўтмас бурчак бўлса, у ҳолда Л. қутбга яқинлашиб, қутб атрофида чексиз кўп ўрамалар ҳосил қилади.

Грек. λοξος — қия, δρομος — югуриш, локсодрома — қия йўналган (чизиқ).

ЛОПИТАЛЯ ПРАВИЛО — ЛОПИТАЛЬ ҚОИДАСИ — $\lim\limits_{x\to a} f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$ (ёки $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=\infty$) бўлганда қуйидаги лимитни ҳисоблаш қоидаси:

$$A=\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}. \qquad (*)$$

Л.қ. қуйидаги шартларда қўлланиши мумкин: а) $f(x)$ ва $g(x)$ функциялар $x=a$ нуқтанинг бирор атрофида ($x=a$ нуқтанинг ўзи кирмаслиги ҳам мумкин) дифференциалланувчи; б) қуйидаги лимит мавжуд

$$B=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Бу шартлар бажарилганда қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$A=\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}=B. \qquad (**)$$

Бошқа турдаги барча лимитлар $[\frac{\infty}{\infty}, \infty-\infty, 0\times\infty, 0^0, 1^\infty, \infty^0$ кўринишдаги аниқмасликлар] (*) лимитларни ҳисоблашга ($\frac{0}{0}$ кўринишдаги аниқмасликларни очишга) келтирилади. (**) тенгликнинг ўнг томонидаги $f'(x)$ ва $g'(x)$ функциялар

$$\lim_{x\to a} f'(x)=0 \text{ ва } \lim_{x\to a} g'(x)=0$$

шартларини ҳамда юқорида айтиб ўтилган а) ва б) шартларни қаноатлантирган ҳолда Л.қ. ни яна қўллаш мумкин.

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f''(x)}{g''(x)}\text{ ва ҳоказо.}$$

Л.қ. лимитларни ҳисоблашнинг кучли воситасидир (қ. Раскрытие неопределённостей). Масалан, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-1+\dfrac{x^2}{2}}{x^4}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\sin x+x}{4x^3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\cos x+1}{12x^2}=$
$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{24x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x}{24}=\dfrac{1}{24}$.

Бу ерда Л.қ. кўп марта қўлланди. Иккинчи томондан, гарчи $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}$ мавжуд бўлса ҳам, бу лимитни Л.қ. бўйича ҳисоблаб бўлмайди, чунки б) шарт бажарилмайди.

Л.қ. Лопиталдан олдин ҳам қўлланилган, лекин уни биринчи бўлиб нашр қилгани учун бу қоида француз математиги Лопиталь номи билан аталади.

ЛОРАНА РЯД — ЛОРАН ҚАТОРИ — комплекс ўзгарувчили функциялар назариясининг муҳим тушунчаси. Маълумки, z_0 нуқтада аналитик бўлган ҳар қандай $f(z)$ функцияни (қ. Аналитическая функция) қуйидаги даражали қатор шаклида тасвирлаш мумкин:

$$f(z)=c_0+c_1(z-z_0)+c_2(z-z_0)^2+\ldots,$$

бу қатор бирор доирада (қ. Абеля теоремы) яқинлашади, яъни бирор доирада даражали қатор z_0 нуқтада аналитик бўлган функцияни ифодалаши мумкин. Л.қ. доирадан анча мураккаб бўлган соҳада, яъни ҳалқада юқоридагига ўхшаш масалани (аналитик функцияни тасвирлаш) ечишга имкон беради. Ҳалқа деганда комплекс текисликнинг қуйидаги тенгсизликни қаноатлантирадиган нуқталари тўплами тушунилади:

$$r<|z-a|<R, \tag{*}$$

бунда r ва R — ҳақиқий сонлар, $0\leqslant r<R\leqslant\infty$, a — комплекс текисликнинг белгиланган нуқтаси. Лоран теоремаси қуйидагидан иборат: (*) ҳалқада аналитик бўлган ҳар қандай $f(z)$ функция фақат қуйидагича тасвирланиши мумкин:

$$f(z)=a_0+a_1(z-a)+a_2(z-a)^2+\ldots+\frac{b_1}{z-a}+\frac{b_2}{(z-a)^2}+\ldots \tag{**}$$

Бу формуланинг ўнг томонида турган ифода (*) ҳалқадаги $f(z)$ функциянинг Л.қ. дейилади, a_k, b_l ($k, l=0, 1, 2, \ldots$) коэффициентлар қуйидаги формулалар бўйича ҳисобланади:

$$a_k=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\gamma}\frac{f(\xi)\,d\xi}{(\xi-a)^{k+1}};\quad b_l=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\gamma}f(\xi)(\xi-a)^{l-1}\,d\xi.$$

Бу ерда интеграл ихтиёрий γ айлана бўйича ҳисобланади. Унинг маркази a нуқтада бўлиб, ўзи ҳалқа ичида ётади. Л.қ. нинг $\sum\limits_{k=0}^{\infty}a_k(z-a)^k$ қисми унинг тўғри қисми деб, $\sum\limits_{l=1}^{\infty}\dfrac{b_l}{(z-a)^l}$ қатор эса Л.қ. нинг бош қисми деб аталади.

(**) Л.қ. нинг яқинлашиш соҳаси (*) га нисбатан кенгроқ ҳалқадан иборат. Агар Л.қ. тўғри қисмининг (*) яқинлашиш соҳаси маркази a ва радиуси ρ_1 бўлган доира бўлса, Л.қ. бош қисмининг яқинлашиш соҳаси a марказли ва ρ_2 радиусли доирадан ташқарида ётган нуқталар тўплами бўлса, у ҳолда (**) Л.қ. нинг яқинлашиш соҳаси $0 \leqslant \rho_2 < |z-a| < \rho_1 < \infty$ ҳалқа бўлади, бунда $R \leqslant \rho_1$, $\rho_2 < r$.

Л.қ. нинг хусусий ҳоли, яъни $f(z)$ аналитик функцияни унинг яккаланган махсус нуқтаси (қ. Особая точка) атрофида Л.қ. га ёйиш жуда муҳимдир. Агар бу ёйилманинг бош қисми чекли сондаги қўшилувчилардан тузилса, махсус нуқта қутб бўлади. Қутбнинг тартиби Л.қ. бош қисмидаги охирги қўшилувчининг индексига тенг бўлади. Агар бош қисм чексиз кўп қўшилувчилардан тузилса, махсус нукта муҳим махсус нуқта бўлади. $f(z)$ функциянинг z_0 махсус нуқта атрофида Л.қ. га ёйилмасидаги b_1 коэффициент $f(z)$ функциянинг z_0 нуқтадаги чегирмаси дейилади (қ. Вычет). Аналитик функция чегирмасининг моҳияти қуйидаги асосий теоремадан кўриниб туради. қ. Полюс.

Агар $f(z)$ функция ёпиқ γ контур билан чегараланган соҳада чекли сондаги махсус нуқталарга эга бўлса, у ҳолда $\int\limits_{\gamma} f(z)dz$ интеграл $f(z)$ функциянинг ўша γ ёпиқ эгри чизиқ ичида ётган барча махсус нуқталаридаги чегирмалари йиғиндиси билан $2\pi i$ кўпайтмасига тенг. γ ичида $f(z)$ функциянинг махсус нуқталари бўлмаган хусусий ҳолда $\int\limits_{\gamma} f(z)dz = 0$ (Коши теоремаси) бўлади.

Мисоллар. 1) $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ функциянинг $1 < |z| < 2$ ҳалқада Л.қ. га ёйилмаси қуйидагича бўлади:

$$\frac{1}{(z-1)(z-2)} = -\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{2^{k+1}} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{z^k},$$

$2 < |z| < +\infty$ ҳалқада эса қуйидагича ёзилади:

$$\frac{1}{(z-1)(z-2)} = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^{k-1}-1}{z^k};$$

2) $e^{\frac{1}{z}}$ функция махсус нуқта атрофида (бу ерда $0 < z < \infty$ ҳалқада) Л.қ. га қуйидагича ёйилади:

$$e^{\frac{1}{z}} = 1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{2!\,z^2} + \ldots$$

$e^{\frac{1}{z}}$ нинг $z = 0$ нуқтадаги чегирмаси 1 га тенг.

Адаб.: И. И. Привалов, Введение в теорию функций комплексного переменного, Гостехиздат, М.—Л., 1948; А. И. Маркушевич, Элементы аналитических функций, Учпедгиз, М., 1944; В. И. Смирнов, Курс высшей математики, т. 3, М., Физматгиз, 1958.

ЛОРЕНЦА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ — ЛОРЕНЦ АЛМАШТИРИШЛАРИ —тўрт ўлчовли фазонинг шундай

$$y_i = \sum a_{ij} x_j \qquad (*)$$

чизиқли алмаштиришларидирки, x ларни y ларга (*) формула бўйича алмаштирганда $f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - \frac{x_4^2}{c^2}$ квадратик форма (қ.) ўз кўринишини ўзгартирмайди, яъни бундай алмаштиришда f квадратик форма $y_1^2+y_2^2+y_3^2-\frac{y_4^2}{c^2}$ га ўтади. Л. а. Эйнштейннинг нисбийлик назариясида катта роль ўйнайди. Улар Эйнштейннинг физик постулатларига мос келувчи фазовий—вақт кўпхиллик алмаштиришларидир (x_1, x_2, x_3 — фазо координаталари, $x_4=t$ — вақт, c — ёруғлик тезлиги). Л.а. соф математик нуқтаи назардан ҳам қизиқарлидир. Улар масалан, Лобачевский геометриясининг элементар муқаддимасида баён этилади. Л.а. группа ташкил қилади.

Адаб.: П. К. Рашевский, Риманова геометрия и тензорный анализ, Гостехиздат. М.—Л., 1954.

ЛУДОЛЬФОВО ЧИСЛО — ЛУДОЛЬФ СОНИ — иррационал π сонининг (қ. Пи — число) 32 та ишончли ўнли рақами билан олинган тақрибий қиймати. Бу сон Лудольф ван Цейлен номига қўйилган. Л.с. 1615 йилда эълон қилинган. Баъзан π сонининг ўзи асоссиз равишда Л.с. деб аталади. қ. Мециево число.

ЛУЧ — НУР — қ. Полупрямая.

ЛЮИЛЬЕ ЗАДАЧИ — ЛЮИЛЬЕ МАСАЛАЛАРИ — элементар геометриянинг қуйидаги мазмундаги икки масаласи: а) Агар r — учбурчакка ички чизилган айлананинг радиуси, r_1, r_2, r_3 лар эса унга ёндош чизилган айланаларнинг радиуслари бўлса, қуйидаги муносабат ўринли бўлади:

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}.$$

б) Агар r — учбурчакка ички чизилган айлананинг радиуси, r_1, r_2, r_3 лар унга ёндош чизилган айланаларнинг радиуслари ва Q — учбурчакнинг юзи бўлса, қуйидаги муносабат ўринли бўлади:

$$Q^2=r\cdot r_1\cdot r_2\cdot r_3.$$

Л.м. математик С. А. Люилье номига қўйилган.

Адаб. : Г. И. Попов, Исторические задачи по элементарной математике, ГТТИ, М., Л., 1932.

М

МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ — СЕҲРЛИ КВАДРАТЛАР — барча йўллари, устунлари ва икки диагоналидаги сонлар йиғиндилари бир хил натурал сонларнинг квадрат (яъни йўл ва устунлари бир хил бўлган) жадваллари.

Бу квадратлар қадим замонларда пайдо бўлган. Улар ҳақидаги энг аввалги маълумотлар, афтидан, эрамиздан олдинги IV — V асрларда ёзилган хитой китобларида берилган. Бизгача етиб келган қадимги сеҳрли квадратларнинг энг «қадимгиси» Ло-шу (эрамиздан олдинги 2200 йилгача) жадвалидир.

Ло-шу жадвали 9 катакдан: 1 дан 9 гача бўлган натурал сонлар билан тўлдирилган 3 та йўл ва 3 та устундан тузилган. Бу жадвалда барча йўллар, устунлар ва икки диагоналдан ҳар биридаги сонлар йиғиндиси айни бир сонга, яъни 15 га тенг.

Сеҳрли квадратлар ҳақидаги кейинги маълумотлар бизга Ҳиндистон ва Византиядан етиб келган. Европада сеҳрли квадратлар биринчи марта немис рассоми Альбрехт Дюрернинг (1514) «Меланхолия» гравюрасида тасвирланган. Бу квадрат 16 катакдан: 1 дан 16 гача бўлган натурал сонлар билан тўлдирилган 4 та йўл ва 4 та устундан иборат. Унда ҳар бир йўл, ҳар бир устун ва икки диагоналдан ҳар биридаги сонлар йиғиндиси 34 га тенг. Пастки йўлнинг ўртасидаги сонлар (15 ва 14) А Дюрернинг бу гравюраси нашр қилинган 1514 йилни билдиради

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Бу квадрат яна бошқа қизиқарли хоссалари билан ҳам ажойибдир: унда фақат йўллар, устунлар ва икки диагоналдан ҳар бирида турувчи сонларнинг йиғиндиси бир хил сонга (34) тенг бўлибгина қолмасдан, балки квадратнинг учларига ва ўртасига жойлашган тўртта катакчада турувчи сонлар йиғиндиси, шунингдек, бу квадратнинг учларида турувчи сонлар йиғиндиси ҳам 34 га тенг. Бундай квадратларни одатдаги сеҳрли квадратлардан фарқ қилиб, масалан мўъжизали ўта сеҳрли квадратлар деб аташ мумкин.

Сеҳрли квадрат тузиш усуллари билан кўпгина математиклар шуғулланганлар: XVI асрда А. Ризе ва М. Штифель, XVII асрда А. Кирхер ва Баше де Мезериак. Сеҳрли квадратлар назарияси билан француз математиги Делаир шуғулланган. Катаклари тоқ бўлган сеҳрли квадрат тузишнинг жуда умумий усули мавжуд. Катаклари жуфт бўлган бундай квадрат тузишнинг барча мавжуд усуллари анча мураккаб

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Ҳозирги вақтда сеҳрли квадрат тушунчаси ҳар хил йўналишларда умумлаштирилди (кенгайтирилди). Жумладан, катакларидаги сонлар кетма-кет келган биринчи натурал сонлардан иборат бўлмаган квадрат жадваллар ҳам сеҳрли квадрат деб ҳисобланади.

Ҳар қандай сеҳрли квадратнинг барча сонларини бир хил кўпайтувчига кўпайтириш ёки уларга бир хил қўшилувчи қўшиш йўли билан чексиз кўп бошқа сеҳрли квадратлар ҳосил қилиш мумкин.

16 ва 9 катакдан тузилиб, уларга кетма-кет келмаган натурал сонлар ёзилган иккита сеҳрли квадратни келтирамиз. Улардан бирининг йўл, устун ва диагоналларидаги сонлари йиғиндиси 77 га, иккинчисиники эса 105 га тенг.

Бу икки квадрат тузилишининг қийинлиги жиҳатидан ҳам, туб сонларни тақсимлаш қонунлари жиҳатидан ҳам алоҳида қизиқиш уйғотади: агар бу квадратларнинг барча сонларини 10 га кўпайтириб, сўнгра улардан каттасининг барча сонларига эса 7 қўшилса, кичигининг барча сонларига эса 9 қўшилса яна сеҳрли квадрат ҳосил бўлади, унинг барча катаклари такрорланмайдиган фақат туб сонлар билан тўлдирилади.

36	13	22	6
3	25	10	39
4	27	15	31
34	12	30	1

26	23	56
65	35	5
14	47	44

Бу квадратларнинг сеҳрли ёки мўъжизали дейилиши араблардан олинган; араблар сонларнинг бундай мужмуасини мўъжиза деб билиб уларни тумор деб ҳисоблаган.

Адаб. : М. М. Постников, Магические квадраты, «Наука», 1963; А. П. Доморяд, Математические развлечения и игры, Физматгиз, М., 1958; В. Серпинский, Что мы знаем и чего не знаем о простых числах, перев с польского, Физматгиз, М., 1963.

МАЖОРАНТА — МАЖОРАНТА — қиймати қаралаётган соҳада берилган $f(x)$ функциянинг қийматидан ёки Φ функциялар системасининг қийматидан ортиб кетадиган $F(x)$ функция ёки бошқача қилиб айтганда, $F(x)$ функция $F(x) \geqslant f(x)$ ёки $F(x) \geqslant \varphi(x)$ тенгсизликларни қаноатлантиради, бунда $\varphi(x)$ функция Φ системанинг ихтиёрий функцияси. Шу билан бирга, $F(x)$ функция мажорлантирувчи деб, $f(x)$ функция ва Φ даги ихтиёрий $\varphi(x)$ функция мажорланувчи деб аталади. Масалан, x нинг ҳақиқий қийматлари соҳасида x^2+1 функция $\sin x$ функциянинг М. си бўлади; бу функция $y=\sin \lambda x$ функциялар системасининг М. си бўлади, бунда λ — ихтиёрий ҳақиқий сон. Дифференциал тенгламани анализ қилишнинг кўпгина масалаларида М. тушунчаси фойдали бўлади. Масалан, камаймовчи кетма-кетлик тузувчи барча функциялар оиласининг М. си мавжуд бўлса, бу функциялар кетма-кетлиги яқинлашувчи бўлади, деган теорема ўринлидир. Кўпинча $F(x)=\sum_{k=0}^{\infty}|a_k|\,x^k$ ни $f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}a_kx^k$ аналитик функциянинг (қ.) М. си дейилади. majoranta сўзи «катта демоқ» сўзини англатувчи французча majorer дан олинган.

МАКЛОРЕНА РЯД — МАКЛОРЕН ҚАТОРИ — $f(x)$ функция учун Тейлор қаторининг (қ. Тейлора ряд) $x=0$ бўлгандаги хусусий ҳоли. $f(x)$ функциянинг М қ. бундай ёзилади:

$$f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\ldots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\ldots.$$

Масалан, e^x функциянинг М.қ. бундай:

$$1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots.$$

Агар $f(x)$ функциянинг М.қ. $f(x)$ функциянинг ўзига яқинлашса $f(x)$ функция М.қ. га ёйилади. М.қ. ни биринчи бўлиб 1715 йилда Тейлор топган. М.қ. дейиш тарихан нотўғри.

МАКСИМУМ ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯНИНГ МАКСИМУМИ: 1°. Бир ўзгарувчили $y = f(x)$ Ф.м. — функциянинг шундай $f(x_0)$ қийматидирки, бу қиймат аргументнинг x_0 га етарлича яқин барча қийматларида функция қабул қиладиган қийматлардан кичик бўлмайди (143-расм.) Ф.м. нинг формал таърифи: агар $f(x)$ функциянинг аниқланиш соҳасига тегишли бўлган $(x_0 - \delta,\ x_0 + \delta)$ оралиқнинг барча x нуқталарида

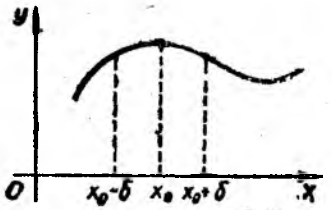
$$f(x) \leqslant f(x_0) \qquad (*)$$

тенгсизлик бажарилса, бу функция x_0 нуқтада максимумга эга бўлади.

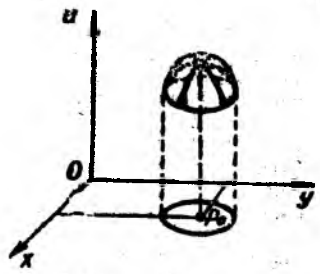
2°. Бир неча ўзгарувчили $u = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = f(p)$ Ф.м.—функциянинг p_0 нуқтага истаганча яқин бўлган барча нуқталарда қабул қиладиган қийматларидан кичик бўлмаган $f(x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0}) = f(p_0)$ қиймати (144-расм, унда $n = 2$, $x_1 = x$, $x_2 = y$).

$u = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = f(p)$ Ф.м. нинг таърифи: агар p нуқтанинг $u = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = f(p)$ функциянинг аниқланиш соҳаси ичида ётувчи атрофи (қ. Окрестность точки) мавжуд бўлиб, бу оралиқдаги барча p нуқталар учун

$$f(p) \leqslant f(p_0) \qquad (**)$$



143- расм.



144- расм.

тенгсизлик ўринли бўлса бу функция p_0 $(x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0})$ нуқтада максимумга эга бўлади (бошқача айтганда $f(p_0) = f(x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0})$ қиймат Ф.м. бўлади.

(*) ва (**) муносабатлар қатъий тенгсизликларда ўринли бўлган ҳолда функциянинг қатъий (тор маънода) максимуми бўлади, акс ҳолда кенг маънода максимум бўлади деб гапирилади. Баъзан Ф.м. нисбий максимумдан (қ. Относительный максимум) фарқли ўлароқ, абсолют максимум дейилади.

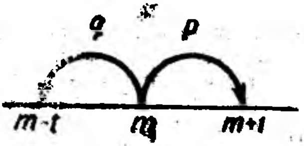
Қ. Необходимые условия экстремума, Достаточные условия экстремума. Лат. maximum — энг катта.

МАЛЫХ ЧИСЕЛ ЗАКОН — КИЧИК СОНЛАР ҚОНУНИ — Пуассон теоремасининг (қ.) эскирган номи.

МАНТИССА — МАНТИССА — ўнли логарифмининг (қ.) каср қисми. Логарифмик жадвалларда (қ. Логарифмические таблицы) келтирилган ўнли логарифмларнинг М. лари маълум ўнли хонагача аниқликда тақрибий ҳисобланган. Агар N сони 10^n га (бунда n — бутун сон) кўпайтирилса ёки бўлинса, унинг логарифмининг М. си ўзгармайди. Масалан: $\lg 200 = 2{,}3010$ бўлса, 0,3010 сони М., 2 сони эса логарифмнинг характеристикаси бўлади. Лат. mantissa — қўшимча.

МАРКОВА НЕРАВЕНСТВО — МАРКОВ ТЕНГСИЗЛИГИ — бирор кесмада кўпҳад қиймати маълум бўлганда кўпҳаднинг ҳосиласи қийматини баҳолайдиган тенгсизлик. Масалан. n-даражали $p_n(x)$ кўпҳад $[-1, +1]$ кесмада модули бўйича бирдан ортмаса, у ҳолда $|p'_n(x)| \leq n^2$ бўлади. Бу тенгсизликни А. А. Марков 1889 йилда топган, 1892 йилда эса уни А.А. Марковнинг акаси В. А. Марков умумлаштирган.

МАРКОВА ЦЕПИ — МАРКОВ ЗАНЖИРЛАРИ. М. з. деб тасодифий синовларнинг шундай кетма-кетлигига айтиладики, бу кетма-кетликда кейинги синов натижаларининг эҳтимоллари фақат бевосита ўзидан олдинги синов натижасига боғлиқ бўлади. Бутун сон билан ифодаланадиган пайтларда тўғри чизиқнинг бутун сон билан кўрсатиладиган нуқталари бўйича тасодифий адашиш М.з. нинг оддий мисолларидан биридир. Бу адашиш бундай аниқланади: агар $t = n$ бўлган пайтда заррача тўғри чизиқнинг (145-расм) абсциссаси m бўлган бирор нуқтасида турган бўлса, у ҳолда $t = n + 1$ пайтда бу заррачанинг $m + 1$ нуқтада бўлиш эҳтимоли p, $m - 1$ нуқтада бўлиш эҳтимоли q бўлади, лекин $p + q = 1$. М.з. ни биринчи бўлиб А. А. Марков ўрганган ва унинг қатор муҳим хоссаларини исботлаган.



145-расм.

Адаб.: Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, Физматгиз, М., 1961.

МАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ — МАРКОВ ПРОЦЕССЛАРИ — шундай эҳтимолий процесслардирки, уларнинг t пайтдаги қиймати маълум бўлган ҳолда процесснинг анча кейинги пайтлардаги ҳолати унинг t пайтгача бўлган ҳолатига боғлиқ бўлмайди (қ. Вероятностные процессы). Броун ҳаракати процесси (реал броун ҳаракатини идеаллаштириш) М.п. га типик мисол бўла олади. Агар броун заррачасининг t пайтдаги вазияти маълум бўлса, унинг бундан анча кейинги ихтиёрий пайтдаги вазияти заррачанинг t пайтга қадар қандай ҳаракат қилганига боғлиқ бўлмайди. М.п. нинг аниқ математик назариясини биринчи бўлиб 1930 йилда А. Н. Колмогоров яратган. Бу назария кўчма эҳтимоллик деб аталган эҳтимолликни ўрганишга асосланади: агар заррачанинг t пайтдаги вазияти маълум бўлса, унда тасодифий равишда ҳаракатланувчи заррачанинг s пайтда (бунда $t < s$) бирор тўпламга тушиб қолиш эҳтимоли кўчма эҳтимолдир.

МАСКЕРОНИ ПОСТРОЕНИЯ — МАСКЕРОНИНИНГ ГЕОМЕТРИК ЯСАШЛАРИ — фақат циркуль ёрдамида бажариладиган геометрик ясашларнинг тарихан нотўғри номи. М.г. я. фақат циркуль ёрдамида бажариладиган геометрик ясашларни ўрганган итальян математиги Лоренцо Маскерони номига қўйилган. Бироқ Маскеронидан 100 йилча зиёд илгари ҳам бундай геометрик ясашларни даниялик математик Г. Мор ўрганган. Шунинг учун М. г. я. ни Мор — Маскерони (қ. Мора — Маскерони построения) ясашлари деб аташ тўғрироқ бўлар эди.

Циркуль ва чизғич ёрдамида бажариладиган ҳар қандай геометрик ясашларни фақат циркуль билан ҳам бажариш мумкин эканлигини 1890 йили исботлаган австрия математиги А. Адлер М.г.я. ни назарий жиҳатдан асослади. Қ. Геометрические построения.

Адаб.: А. Адлер, Методы геометрических построений, Учпедгиз, М., 1940; Б. В. Кутузов, Геометрия, Учпедгиз, М., 1955; Б. И. Аргунов и М. Б. Балк, Геометрические построения на плоскости, Учпедгиз, М., 1957.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ИНДУКЦИЯ — МАТЕМАТИК ИНДУКЦИЯ. Қ. Индукция математическая.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА — МАТЕМАТИК ЛОГИКА — математик исботларни ўрганадиган фан. М.л. нинг текшириш объектлари фикр (мулоҳазалар) бўлиб, улар устида ҳам алгебрадаги сонлар устида бажариладиган амалларга ўхшаш амаллар бажарилади. М.л. баъзан метаматематика деб ҳам аталади. М.л. электрон ҳисоб машиналари назариясида қўлланади. Қ. Алгебра.

Адаб.: П. С. Новиков, Элементы математической логики, Физматгиз, М., 1959; И. С. Градштейн, Прямая и обратная теорема, Физматгиз, М., 1959, А. И. Фетисов, О доказательстве в геометрии, Гостехиздат, М., 1954.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА — МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА — эксперимент натижаларини ишлаб чиқишнинг умумий усуллари ҳақидаги фан. Физика, химия, биология, медицина ва бошқа фанларда экспериментлар натижасига фақатгина экспериментатор бошқарадиган факторларгина эмас, балки жуда кўп бошқа тасодифий факторлар ҳам таъсир этади. Демак, эксперимент натижаси одатда тасодифий миқдор бўлади. Олимнинг вазифаси тасодифий тебранишларга суяниб туриб бунга сабаб бўлган қонун таъсирини кўра билишдан иборат. Бунда қўлланиладиган усуллар ҳар хил фанлар учун умумий бўлиши мумкин. Худди ана шу усуллар М.с. да ўрганилади.

Масалан, A эксперимент натижаси ξ тасодифий. миқдор, B эксперимент натижаси η тасодифий миқдор (айтайлик, A агротехника тадбирлар комплекси қўллангандаги ҳосил ξ ва B тадбирлар комплекси қўллагандаги ҳосил η) бўлсин, деб фараз қилайлик. Биз $M\xi = M\eta$ деб ҳисоблаш мумкинлигини, яъни A ва B тадбирлар комплекси қўлланганда ҳосилдорлик ўрта ҳисобда бир хил бўлиши мумкинлигини аниқламоқчимиз (бунда M — математик кутилиш белгиси, қ. Математическое ожидание). Бунинг учун $M(\xi - \eta) = 0$ гипотезани текшириш керак.

М.с. да ўрганиладиган масалалар жумласига тажрибалар натижаси бўлган тасодифий миқдорларнинг тақсимланиши (қ. Распределение случайной величины) ҳақидаги масала ҳам киради. Кўпинча тажрибалар натижаси нормал тақсимланиши (қ. Нормальное распределение) маълум бўлади, унинг a математик кутилишини ва σ^2 дисперсиясини аниқлаш керак бўлади. Бу мақсадда тажриба бир қанча (n) марта такрорланади, биринчи марта x_1, иккинчи марта x_2 ва ниҳоят, энг охиргисида x_n натижа олинади. Математик кутилишни баҳолаш учун

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

миқдор, дисперсияни (қ.) баҳолаш учун

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

миқдор қабул қилинади.

$\bar{x}$ ва s^2 нинг қийматларига қараб номаълум a ва σ параметрлар бирор тайинли эҳтимол билан масалан, 0,99 эҳтимол билан жойлашадиган интерваллар тузиш мумкин (ишончли интерваллар).

Кейинги йилларда ўйинлар назарияси (қ. Теория игр) билан узвий боғлиқ бўлган статистик ечимларнинг умумий назарияси ривожланмоқда. Бу назария қуйидаги умумий масалани ўрганади. Тажриба натижаси текширилаётган системанинг статистикга, яъни текширувчи кишига маълум бўлмаган ω ҳолатига боғлиқ бўлсин, деб фараз қилайлик. Статистик тажрибанинг $x_1, x_2, \ldots, x_n$ натижаларини кузатади ва уларга қараб a натижа қабул қилади. Агар система ω ҳолатда бўлиб, статистик эса a натижани қабул қилган бўлса, у ҳолда у $L(\omega, a)$ миқдорда (айтайлик пул ҳисобида) зарар кўради. Масалан, биз тайинли ўлчамли деталь ясаётган бирор автоматнинг ишини ўрганяпмиз, деб фараз қилайлик. Системанинг икки ҳолати бўлади: ω_1 ҳолатда — автомат тўғри ростланган ва ω_2 ҳолатда — деталь ўлчамлари керагидан бошқача бўлиб чиқади. Қарор ҳам икки хил бўлиши мумкин: a_1 — ишлаб чиқаришни давом эттириш, a_2 — автоматни тузатиш учун тўхтатиш. Кўрилган зарар функцияси бу тенгликлар билан ифодаланади: $L(\omega_1, a_1) = 0$ ва $L(\omega_2, a_2) = 0$, $L(\omega_2, a_1)$—бузилган деталлар (брак) қиймати, $L(\omega_1, a_2)$—автоматни тузатишга сарф бўлган ортиқча харажат қиймати. Кўрилган зарарнинг математик кутилиши энг кичик бўлиши учун статистик қандай чора кўриши керак, деган масала қўйилади.

Кетма-кет статистик ечимлар назарияси бу назариянинг умумлаштирилиши бўлиб, унда экспериментни такрорлаш қиймати ҳисобга олинади.

Адаб. : Б. Л. Зандер Варден, Математическая статистика, ИЛ, М., 1960; А. Вальд, Последовательный анализ, Физматгиз, М., 1960; В. И. Романовский, Математическая статистика, Изд-во АН УзССР, Ташкент, 1963.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗНАКИ — МАТЕМАТИК ИШОРАЛАР. қ. Знаки математические.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ — МАТЕМАТИК КУТИЛМА — эҳтимоллар назариясининг термини. Дискрет тақсимланган (қ. Распределение) тасодифий миқдорнинг (қ. Случайная величина) М.к. $\sum\limits_{i\in\Omega} \xi_i p_i$ ифодадир (бунда p_i—ξ тасодифий миқдорнинг ξ_i қийматни қабул қилиш эҳтимоли, i эса индексларнинг бирор Ω тўпламидаги қийматларни қабул қилади). Узлуксиз тақсимланган (қ. Распределение) тасодифий миқдорнинг М.к. $\int\limits_{\Omega} x\, p(x)\, dx$ га тенг, бунда $p\,(x)$ — тасодифий миқдор эҳтимолининг зичлиги (қ. Плотность вероятности); Ω — тасодифий миқдор қийматларининг соҳаси. М.к. нинг асосий хоссалари: 1) q ва b коэффициентлар ихтиёрий бўлганда М.к. чизиқли бўлади, яъни

$$M(q\xi + b\eta) = qM(\xi) + bM(\eta);$$

2) ўзгармас миқдорнинг М.к. ўша миқдорнинг ўзига тенг: $M(c) = c$;

3) иккита эркли тасодифий миқдорнинг М.к. уларнинг математик кутилмалари кўпайтмасига тенг.

МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ УРАВНЕНИЯ — МАТЕМАТИК ФИЗИКА ТЕНГЛАМАЛАРИ. қ. Уравнения математической физики.

МАТРИЦА — МАТРИЦА — ихтиёрий табиатли элементлардан тузилган тўғри бурчакли жадвал. М. элементлари йўллар (сатрлар) ва устунлар бўйлаб жойлашади. Йўл ва устунлар кўпинча умумий термин билан «матрицанинг қаторлари» дейилади. М. элементлари кўпинча a_{ij} жуфт индекслар билан белгиланади, биринчи i индекс М. нинг a_{ij} элемент турган йўли номерини, иккинчи j индекс эса М. нинг a_{ij} элемент турган устуни номерини билдиради. Символик равишда белгилашда матрица одатда қавс ичига ёки қўшалоқ вертикал чизиқлар ичига олинади:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{ёки} \quad \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{Vmatrix}.$$

М. лар қисқача (a_{ij}) ёки $\|a_{ij}\|$ кўринишида ҳам белгиланади. Агар М. элементлари бирор R ҳалқанинг элементлари бўлса, бундай матрица учун ҳар хил амаллар (қ. Кольцо матриц) аниқланади.

МАТРИЦА КВАДРАТИЧНОЙ ФОРМЫ — КВАДРАТИК ФОРМА МАТРИЦАСИ — $\sum\limits_{i=1}^{n} \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j$ квадратик форманинг коэффициентларидан тузилган квадрат матрица. К.ф.м. доимо симметрик матрица бўлади (қ. Симметрическая матрица).

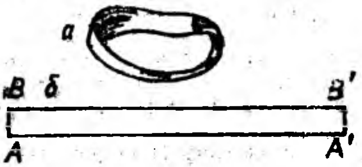
МАТРИЦА СИСТЕМЫ — СИСТЕМА МАТРИЦАСИ — қуйида келтирилган n номаълумли m та чизиқли тенглама системасининг коэффициентларидан тузилган матрица:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m. \end{aligned}$$

Бу тенгламалар системасига қуйидаги С.м. мос келади:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

МЁБИУСА ЛИСТ — МЁБИУС ВАРАҒИ — $ABA'B'$ тўғри тўртбурчакнинг (146-*б* расм) бир-бирига қарама-қарши бўлган AB ва $A'B'$ томонларини шундай ёпиштиришдан ҳосил бўлган сиртки (146-расм), бунда A нуқта B' нуқтага, A' нуқта B га ёпиштирилиб, AB томоннинг ҳамма нуқталари A' B' томоннинг ҳамма нуқталари билан устма-уст тушади.



146- расм.

М. в. бир томонли сиртдир (қ. Односторонние поверхности). Агар бирор «айлана» ўзида кўрсатилган айланиш йўналиши бўйича қараб борилиб, М.в. нинг чегараларини кесмасдан М.в. бўйича ҳаракатлантирилса, «айланани» бошланғич вазиятига келтириш мумкин, лекин бунда унинг айланиш йўналиши қарама-қаршисига ўзгариб қолади.

Агар М.в. «ўрта» чизиғи бўйича кесилса, у икки бўлакка ажралиб кетмайди, балки чегаравий чизиқлари иккита бўлган икки томонли сирт ҳосил бўлади, бундай сирт ҳосил қилиш учун тўғри бурчакли лентани икки марта буриш керак. М.в. ни биринчи бўлиб бир-бирларидан бехабар равишда немис математиклари А. Мёбиус ва И. Листинглар бир томонли сиртга мисол тариқасида ўрганган.

МЁБИУСА ФУНКЦИЯ — МЁБИУС ФУНКЦИЯСИ — n аргументнинг бутун мусбат қийматларида аниқланган $\mu(n)$ функция; $n = 1$ бўлганда М.ф. 1 га тенг, n аргумент бирор p туб сонининг квадратига бўлинса, М.ф. 0 га тенг ва, ниҳоят, $n = p_1 p_2 \dots p_k$ бўлса, М.ф. $(-1)^k$ га тенг, бунда $p_1, p_2, \dots, p_k$ — ҳар хил туб сонлар. М.ф. мультипликатив функциядир. Бу функция ҳар хил назарий масалаларда қўлланилади. М.ф. ни математикага немис математиги Мёбиус (Möbius) киритган, шунинг учун у Мёбиус номи билан аталади.

МЕДИАНА — МЕДИАНА: 1°. **Учбурчак М.** си — учбурчакнинг учини қарама-қарши ётган томонининг ўртаси билан туташтирувчи тўғри чизиқ кесмаси. Учбурчакнинг учала медианаси бир нуқтада — учбурчакнинг (икки ўлчовли, яъни учбурчакли пластинканинг) оғирлик марказида кесишади. Учбурчак М. ларининг кесишиш нуқтаси ҳар бир медианани (кесмани учбурчак учидан ҳисоблаганда) 2: 1 га тенг нисбатда икки қисмга ажратади.

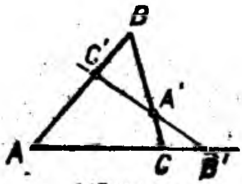
2°. **Тетраэдр (учбурчакли пирамида) М.** си — тетраэдр учини бу учига қарама-қарши бўлган ёғининг оғирлик маркази билан туташтирувчи тўғри чизиқ кесмаси. Тетраэдрнинг тўрттала М. си бир нуқтада кесишади. Қ. Замечательные точки треугольника. Лат. medianus — ўртача.

МЕДИАТРИСА отрезка AB — AB кесманинг **МЕДИАТРИСАСИ** — бу кесмага перпендикуляр бўлиб, унинг ўртасидан ўтувчи тўғри чизиқ. AB кесманинг М. AB кесманинг учларидан баравар узоқликдаги нуқталарнинг (текисликдаги нуқталарнинг) геометрик ўрни (қ. Геометрическое место точек) деб қаралиши мумкин. AB кесманинг М. баъзан A ва B нуқталарнинг М., шунингдек AB кесманинг ўрта перпендикуляри ёки AB кесманинг симметрали (ёки A ва B нуқталарнинг симметрали) дейилади.

МЕНЕЛАЯ ТЕОРЕМА — МЕНЕЛАЙ ТЕОРЕМАСИ. Агар тўғри чизиқ ABC учбурчакнинг томонларини ёки уларнинг давомини C', A' ва B' нуқталарда (147-расм) кесиб ўтса, у ҳолда

$$\frac{AC'}{C'B} \cdot \frac{BA'}{A'C} \cdot \frac{CB'}{B'A} = -1 \qquad (*)$$

муносабат ўринли бўлади. Агар тўғри чизиқ учбурчакнинг томонларини кесса, кесмалар нисбати мусбат қилиб олинади, агар тўғри чизиқ учбурчак томонларининг давомини кесса, нисбат манфий қилиб олинади. Тескари жумла ҳам ўринлидир: агар (*) тенглик ўринли бўлса, у ҳолда A', B', C' нуқталар бир тўғри чизиқда ётади, бунда A, B, C—учбурчакнинг учлари, A', B', C' — учбурчак томонларига ёки уларнинг давомларига тегишли нуқталар.



147- расм.

М. т. ни учта A', B' ва C' нуқтанинг бир тўғри чизиқда ётиш критерийси сифатида ифода қилиш мумкин: учта A', B', C' нуқта бир тўғри чизиқда ётиши учун (*) муносабатнинг ўринли бўлиши зарур ва кифоя, бунда A, B, C — учбурчакнинг учта учи, A', B' ва C' нуқталар эса мос равишда BC, AC ва AB тўғри чизиқларга тегишли.

М. т. сферик учбурчаклар учун қадимги грек олими Менелай (I аср) томонидан исботланган бўлиб, у Евклидга (эрамиздан олдинги III аср) ҳам маълум бўлган бўлса керак. М. т. янада умумийроқ бўлган Карно теоремасининг (қ.) хусусий ҳолидир.

МЕНЬЕ ТЕОРЕМА — МЕНЬЕ ТЕОРЕМАСИ — дифференциал геометрия теоремаси бўлиб, у сиртнинг M нуқтасидаги π текис кесимининг $\frac{1}{\rho}$ эгрилигини сиртнинг шу M нуқтадаги нормал кесимининг $\frac{1}{R}$ эгрилигига боғлайди, яъни қуйидаги формула ўринлидир:

$$\frac{1}{\rho}\cos\theta = \frac{1}{R}, \tag{*}$$

бунда θ — сиртнинг π кесими текислиги билан сиртга ўтказилган MN нормал орасидаги бурчак. (*) формула 1776 йилда француз математиги Ж. Менье топган, 1785 йилда эълон қилган М. т. нинг аналитик ифодасидир.

Адаб.: дифференциал геометрия курсига доир ҳар қандай китоб.

МЕРА МНОЖЕСТВА — ТЎПЛАМ ЎЛЧОВИ — Евклид фазосидаги E тўпламнинг манфий бўлмаган $\mu(E)$ аддитив функцияси: $\mu(E) \geqslant 0$; $E_1 \cap E_2 = 0$ бўлганда $\mu(E_1) + \mu(E_2) = \mu(E_1 \cup E_2)$. Саноқли аддитивлик хоссасига эга бўлган сиргина ўлчов, яъни

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu(E_i) \quad [\text{бунда } E_i \cap E_j = 0,\ i \neq j]$$

ўлчов Лебег тўпламининг ўлчови бўлади, бу ўлчов шундайки, тўғри чизиқдаги кесманинг ўлчови унинг узунлигига тенг. Лебег ўлчовини аниқлаш мумкин бўлган тўпламлар ўлчовли тўпламлар дейилади. Ўлчовсиз тўпламга тегишли мисол Цермело аксиомасидан (қ.) фойдаланиш йўли билан анча мураккаб тузилади. Т. ў. тушунчаси тўпламларнинг дескриптив назарияси, функциялар назарияси, эҳтимоллар назариясининг муҳим тушунчасидир.

Адаб.: И. П. Натансон, Теория функций вещественной переменной, Гостехиздат, М., — Л., 1950.

МЕРАНСКАЯ ПРОГРАММА — МЕРАН ПРОГРАММАСИ — Германия умумтаълим ўрта мактаблари учун Табиатшунос ва врачлар жамиятининг комиссияси томонидан тузилган ва шу жамиятнинг Merandagi (1905) съездида муҳокама қилинган математика программаси лойиҳаси. М. п. математика ўқитишдаги «реформистик» оқим ғояларини ифодалаган, унинг ташаббускори немис математиги Ф. Клейн бўлган. Бу программа математика ўқитишда асосий эътиборни табиат ва техникада кўп қўлланиладиган функция тушунчасига қаратди. Шунингдек М. п. таълимнинг дастлабки босқичларида математикадаги тушунча ва хулосаларни қатъий мантиқий асосламасликни, балки кўргазмали қурол, график ва турмушдан олинган мисолларга кўпроқ эътибор беришни талаб қилди. М. п. да олий математика элементлари (ҳосила, дифференциал, интеграл) ва уларнинг татбиқларини ўтиш кўзда тутилган. М. п. қатор мамлакатларда, жумладан Франция ва Россияда ўқитиш ишига ўз таъсирини кўрсатди. XIX аср ўрталарндаёқ М. В. Остроградский ташаббуси билан кадетлар корпусларида математик анализ элементлари киритилди, ўрта мактабга функционал боғланиш ҳақида ғоя киритишни эса М. п. дан анча илгари В. П. Шереметьевский айтган эди.

МЕРОМОРФНАЯ ФУНКЦИЯ — МЕРОМОРФ ФУНКЦИЯ — z текисликда аналитик бўлган бир қийматли $w(z)$ функция бўлиб, унинг $z=\infty$ дан фарқли махсус нуқталари қутблар бўлиши мумкин (қ. Полюс). М. ф. $w(z)=f(z):g(z)$ кўринишида тасвирланади, бунда $f(z)$ ва $g(z)$ бутун функциялар (қ. Целые функции). Кўпгина муҳим-муҳим функциялар синфи М. ф. га қарашлидир (қ. Аналитические функции).

Грек·μεροξ — қисм (бу ерда каср маъносида) ва μορφοξ—шакл, кўриниш.

МЕРСЕННА ЧИСЛА — МЕРСЕНН СОНЛАРИ — $M_n=2^n-1$ кўринишидаги сонлар, бунда n — натурал сон. М. с. ни иккилик саноқ системасида фақат бирлар билан (ноллярсиз) ёзиладиган натурал сонлар деб таърифлаш мумкин. Дарҳақиқат $M_n=2^n-1$ сон иккилик системада бундай ёзилади:

$$M_n=2^n-1=2^{n-1}+2^{n-2}+\ \dots\ +2+1=111\ \dots\ 1\ (n\text{ марта }1).$$

М. с. ни биринчи ҳади 1 ва махражи 2 бўлган геометрик прогрессиянинг дастлабки n та ҳади йиғиндиси сифатида ҳам таърифлаш мумкин.

Ҳозир маълум бўлган туб сонлардан энг катталари, шунингдек маълум бўлган мукаммал сонлардан (қ. Совершенное число) кўпчилиги ҳар хил даврларда М. с. ёрдамида топилган. n ихтиёрий мураккаб сон бўлганда М. с. ҳам мураккаб сон бўлишини осонгина кўриш мумкин. Бундан n туб сон бўлгандагина М. с. туб сон бўлиши келиб чиқади. 1963 йилга қадар n нинг қуйидаги 20 та туб қийматларида 20 та туб М. с. ҳосил қилинган: $n=p=2$, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127, 521, 607, 1279, 2203, 2281, 3217, 4253 ва 4423.

Вулардан энг катта саккизтаси 50- йилларда электрон ҳисоб машиналаридан фойдаланиб топилди.

Масалан, $2^{3217}-1$ нинг туб сон (969 хонали сон) эканлигини аниқлаш учун 696 дан кўп рақамли (хонали) сонларни бир неча минг марта квадратга кўтариш, сўнгра эса бундай сонларни $2^{3217}-1$ га бўлиш амалини бажаришга тўғри келди. Бу ҳисоб ишини бажариш учун 1957 йилда швед ҳисоб машинаси 5,5 соат ишлади. Масалан $2^{8191}-1$ нинг мураккаб сон (2466 хонали) эканлигини машина 100 соат ишлаб топди, бироқ ҳозиргача бу соннинг бўлувчиларидан биронтаси ҳам топилмаган.

Мураккаб сон эканлиги маълум бўлишнга ва ўзлари топилган бўлишига қарамасдан баъзи анча кичик М. с. нинг бирорта ҳам бўлувчилари топилмаган. Масалан, 31 хонали $2^{101}-1$ сони ва 77 хонали $2^{257}-1$ сони шулар жумласидандир.

Барча жуфт мукаммал сонлар (қ. Совершенное число) 2^p-1 (2^{p-1}) кўринишда бўлади, бунда p ва 2^{p-1}—туб сонлар (Эйлер, XVIII аср). Бундан ҳар бир янги туб М. с. топилиши янги жуфт мукаммал сон топилишини билдиради деган хулоса келиб чиқади.

Адаб.: В. Серпинский, Что мы знаем и чего не знаем о простых числах, перев с польского, Физматгиз, М., 1963.

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ — МАТЕМАТИКА ЎҚИТИШ МЕТОДИКАСИ — ўрта мактабда математика ўқитишнинг йўллари ва методлари ҳақидаги фан. Бошқача айтганда, математика ўқитишда яхши натижаларга эришиш учун ўрта мактаб ўқувчиларига математикани қандай ўқитиш кераклиги ҳақидаги фан.

Улуғ рус математиги Н. И. Лобачевский М. ў. м. га улкан баҳо бериб «математикада энг муҳими — ўқитиш усулидир» деб ёзган эди (унинг асарлари тўпламидаги «Наставление учителям математики в гимназиях» номли мақоласига қаранг).

М. ў. м. да ўрта мактаб математика курсининг энг қийин ва асосан муҳим тема ва бўлимларини ўрганиш марказий ўрин эгаллайди, масалан: 1) функция (қ. Меранская программа), 2) геометрик алмаштириш (қ. Эрлангенская программа), 3) тенглама ва тенгсизлик, 4) айний алмаштириш (алгебра, тригонометрия, математик анализда), 5) сон ҳақидаги тушунчани ривожлантириш ғояси, 6) лимит тушунчаси (ҳосила, интеграл, геометрик миқдорларни — узунлик, юз, ҳажмни ўлчаш тушунчалари лимитга асосланади), 7) ўқувчиларнинг фазовий тасаввурини ривожлантириш, 8) политехник тайёргарлик масалалари (ўқувчиларнинг ҳисоблаш, график ясаш ва ўқий билиш малакалари, амалий математик масалалар ва бошқалар), 9) ўқувчиларнинг мантиқий тафаккурини ривожлантириш ва бошқа масалалар.

М. ў. м. педагогика, математика тарихи, математик логика ва математиканинг ўзи билан узвий боғланган. Математиканинг ривожланиши ва турмуш талаблари М. ў. м. ривожланишига таъсир кўрсатади. Қ. Индукция, Дедукция, Синтез, Анализ, Аналогия, Теорема.

Адаб.: В. М. Брадис, Методика преподавания математики в средней школе, Учпедгиз, М., — Л., 1954; С. Е. Ляпин (ред.), Методика преподавания математики, т. т. 1 и 2, Учпедгиз, М. — Л., 1952 и 1956.

МЕТРИКА — МЕТРИКА — бирор геометрик системада икки нуқта (элемент) орасидаги масофанинг ёки бурчак ўлчовининг аниқланиш (ифодаланиш) усули.

Дифференциал геометрияда (қ.) М. ёй узунлиги элементини дифференциал квадратик формалар ёрдамида ифодалаш билан аниқланади (қ. Римановы геометрии).

Топологияда М. x ва y элементлар орасидаги $\rho(x, y)$ масофа орқали берилади, бу $\rho(x, y)$ масофа берилган тўпламни метрик фазога айлантиради (қ. Метрическое пространство).

Чизиқли вектор ва функционал фазоларда М. масофа ва бурчак тушунчаларини аниқлашга имкон берадиган скаляр кўпайтма орқали ифодаланади.

МЕТРИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — МЕТРИК ГЕОМЕТРИЯ — ўзида метрика тайинланган бирор фазонинг хоссаларини ўрганувчи геометрия. Одатдаги Евклид геометрияси М. г. бўлади; масалан, проектив геометрияда ҳам ўзининг проектив метрикаси белгиланади, шунинг учун уни ҳам М. г. жумласига киритиш мумкин.

МЕТРИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО — МЕТРИК ФАЗО — шундай бир тўпламки, унда фазонинг нуқталари деб аталган M ва M_1 элементларнинг ҳар жуфтига M дан M_1 гача бўлган масофа деб аталган $\rho(M, M_1) \geqslant 0$ сон мос қўйилиб, у қуйидаги шартларни (М. ф. аксиомаларини) қаноатлантиради: 1) айният аксиомаси, яъни $M = M_1$ бўлган ва фақат шу ҳолда $\rho(M, M_1) = 0$ бўлади; 2) симметрия аксиомаси, яъни $\rho(M, M_1) = \rho(M_1, M)$; 3) учбурчак аксиомаси, яъни $\rho(M, M_1) + \rho(M_1, M_2) \geqslant \rho(M, M_2)$.

Мисоллар: 1) сон ўқи (қ. Числовая ось) $\rho(x_1, x_2) = |x_2 - x_1|$; 2) n ўлчовли фазо $\rho(M_1, M_2) = \sqrt{(x_1^{(2)} - x_1^{(1)})^2 + \ldots + (x_n^{(2)} - x_n^{(1)})^2}$; 3) Гильберт фазоси (қ. Гильбертово пространство) $\rho(M_1, M_2) = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} (x_n^{(2)} - x_n^{(1)})^2}$; 4) кесмада узлуксиз бўлган функциялар фазоси (қ. Пространство функций) $\rho(f, g) = \max_{a<x<b} |f(x) - g(x)|$; 5) квадрати интегралланувчи функциялар фазоси $\rho(f, g) =$

$= \sqrt{\int\limits_a^b \left[f(x) - g(x) \right]^2 dx}$. Бу мисолларда масофа М. ф. аксиомаларини қаноатлантиради.

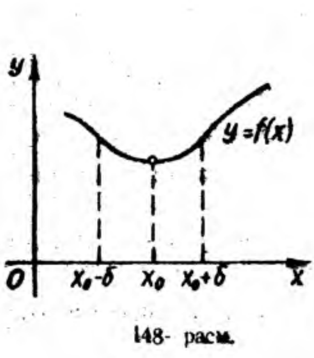
МЕЦИЕВО ЧИСЛО — МЕЦИЙ СОНИ — пи сонини $\pi \sim \frac{355}{113}$ деб тақрибан ифодалашдан унинг 10^{-7} гача аниқлик билан ҳисобланган тақрибий қиймати. π сонининг 7- хонагача бўлган тақрибий қиймати V асрдаёқ Хитойда маълум эди. М. с. π сонини 10^{-7} гача аниқликда ҳисоблаган голланд математиги А. Меций (1543—1620) номига қўйилган; унинг фамилияси аслида Антониец (Андриан Антониец) бўлган, лекин у Меца шаҳрида туғилгани учун уни Меций деб атаганлар. [Региомонтан формулалари (қ.) номининг келиб чиқишига таққосланг.] $\frac{355}{113}$ каср π сонини узлуксиз касрга (қ. Непрерывная дробь) ёйишдаги муносиб касрлардан бири. Баъзан π сони асоссиз равишда М. с. дейилади (Лудольф сони билан солиштиринг, қ. Лудольфово число, Пи-число).

МИНИМАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ — МИНИМАЛ СИРТЛАР — ихтиёрий нуқтасидаги ўртача эгрилиги нолга тенг бўлган сирт (қ. Кривизна). М. с. қуйидаги вариацион масалани ечишда пайдо бўлган: берилган фазовий ёпиқ эгри чизиқ орқали ўтувчи барча сиртлар ичидан берилган эгри чизиқ билан чегараланувчи минимал юзага эга бўлган сирт топилсин (унинг номи ўшандан келиб чиққан). Эгри чизиқ текис бўлган ҳолда ечим текисликнинг берилган ёпиқ эгри чизиқ билан чегараланган бўлаги бўлади. Эгри чизиқ фазовий чизиқ бўлган ҳолда эса, сирт М. с. бўлиши учун унинг барча нуқталаридаги ўртача эгрилиги нолга тенг бўлиши зарурий шартдир; бу шарт етарли шарт бўла олмаса ҳам бу шартни қаноатлантирувчи сиртлар М. с. деб аталган.

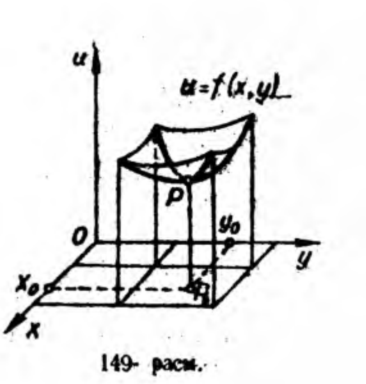
М. с. нинг барча нуқталаридаги тўлиқ эгрилиги мусбат эмас, яъни улар эгарсимон сиртлар бўлади. Бельгия физиги Плато симли каркасга тортилган совун пардасидан фойдаланиб М. с. ҳосил қилишнинг оддий экспериментал усулини кўрсатган.

Адаб.: Р. Курант и Г. Роббинс, Что такое математика, Гостехиздат, М.—Л., 1947.

МИНИМУМ ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯНИНГ МИНИМУМИ. 1°. Бир ўзгарувчили $y = f(x)$ Ф. м. — функциянинг шундай $f(x_0)$ қийматидирки, бу қиймат аргументнинг x_0 га етарлича яқин барча қийматларида функция қабул қиладиган қийматлардан катта бўлмайди (148- расм). Ф. м. нинг формал таърифи: агар $f(x)$ функциянинг аниқланиш соҳасига тегишли бўлган $(x_0 - \delta,\ x_0 + \delta)$ оралиқнинг барча x нуқталарида



148- расм.



149- расм.

$$f(x) \geqslant f(x_0) \qquad (*)$$

тенгсизлик бажарилса, $f(x_0)$ қиймат $f(x)$ функциянинг минимуми бўлади. (Бу ҳолда $f(x)$ функция x_0 нуқтада минимумга эга бўлади.)

2°. Кўп ўзгарувчили $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(p)$ **Ф. м.** — функциянинг p_0 нуқтага истаганча яқин бўлган барча нуқталарда қабул қиладиган қийматларидан катта бўлмаган $f(x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0}) = f(p_0)$ қиймати (149- расмга қаранг, унда $n = 2$, $x_1 = x$, $x_2 = y$).

$u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(p)$ Ф. м. нинг формал таърифи: агар p_0 нуқтанинг функциянинг аниқланиш соҳаси ичида ётувчи шундай атрофи (қ. Окрестность точки) мавжуд бўлсаки, бу атрофнинг барча p нуқталари учун

$$f(p) \geqslant f(p_0) \qquad (**)$$

тенгсизлик бажарилса, бу функция p_0 $(x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0})$ нуқтада минимумга эга бўлади (бошқача айтганда $f(p_0) = f(x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0})$ қиймат Ф. м. бўлади).

(*) ва (**) муносабатлар қатъий тенгсизликларда бажарилган ҳолда, тор маънодаги Ф. м. бўлади, акс ҳолда кенг маънодаги Ф. м. мавжуд бўлади. Баъзан Ф. м. ни нисбий минимумдан (қ. Относительный минимум) фарқ қилиш учун абсолют минимум дейилади.

Қ. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Лат. minimum — энг кичик.

МИНКОВСКОГО НЕРАВЕНСТВО — МИНКОВСКИЙ ТЕНГСИЗЛИГИ — сонларнинг p даражаларига оид бўлган қуйидагича кўринишли тенгсизлик:

$$\left\{\sum_{k=1}^{n}|a_k + b_k|^p\right\}^{\frac{1}{p}} \leqslant \left\{\sum_{k=1}^{n}|a_k|^p\right\}^{\frac{1}{p}} + \left\{\sum_{k=1}^{n}|b_k|^p\right\}^{\frac{1}{p}},$$

бунда бутун $p > 1$, a_k ва b_k лар эса манфий бўлмаган сонлар. М. т. учбурчак бир томонининг узунлиги унинг қолган икки томони узунликлари йиғиндисидан катта бўла олмайди деб тасдиқловчи машҳур «учбурчак тенгсизлигининг» умумлаштиришидир. n ўлчовли фазода $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ва $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ нуқталар орасидаги масофа

$$\rho(x, y) = \left\{\sum_{k=1}^{n}|x_k - y_k|^p\right\}^{\frac{1}{p}}$$

сон билан аниқланади. М. т. ни 1896 йилда немис математиги Г. Минковский топган. Қ. Гельдера неравенство.

МИНОР — МИНОР. D детерминантнинг (ёки A матрицанинг) k-тартибли минори — D детерминантнинг (ёки A матрицанинг) ихтиёрий k та йўли ва k та устунининг кесишиш жойида турган элементлардан тузилган k-тартибли детерминант.

n-тартибли детерминантнинг (ёки n-тартибли квадрат матрицанинг) k та йўли ($k < n$) ва k та устунининг кесишиш жойида турган элементлардан тузилган М. ва қолган $n - k$ та йўл ва $n - k$ та устуннинг кесишиш жойида турган элементлардан тузилган М. ўзаро тўлдирувчи М. лар дейилади.

М. таърифидан шу нарса келиб чиқадики, минорнинг алгебраик тўлдирувчиси унинг тўлдирувчи минори билан бир хил ёки ундан фақат ишораси билан фарқ қилади.

Қ. Алгебраическое дополнение, Ранг матрицы, Кронекера — Капелли теорема, Крамера правило.

МИНУС — МИНУС — горизонтал чизиқ шаклидаги математик ишора бўлиб, айириш амалини ёки манфий сонларни белгилашда қўлланилади. Лат. minus — камроқ.

МИНУТА—МИНУТ—текис бурчакларнинг ўлчов бирлиги бўлиб, градуснинг $\frac{1}{60}$ бўлагига тенг. М. қийшиқ штрих билан белгиланади: масалан, беш минутга тенг α бурчакни бундай ёзиш мумкин: $\alpha = 5'$; М. нинг $\frac{1}{60}$ бўлаги секунд (қ.) дейилади.

МНИМАЯ ЕДИНИЦА —МАВҲУМ ВИРЛИК — (0, 1) кўринишдаги комплекс сон (қ. Комплексные числа). М. б. i ҳарфи билан белгиланади. М. б. нинг квадрати — 1 га тенг, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$ ва умуман $i^{4n} = 1$ (n — бутун). М. б. — 1 нинг квадрат илдизи билан $\sqrt{-1} = \pm i$ тенглик орқали боғланган.

МНИМАЯ ЧАСТЬ комплексного числа $a + bi$ — $a+bi$ комплекс сонинг **МАВҲУМ ҚИСМИ** — ҳақиқий b сон. Баъзан $z = a + bi$ комплекс сонинг М. қ. соф мавҳум bi сони дейилади, у ҳолда b сон М. қ. олдидаги коэффициент дейилади. қ. Комплексные числа.

МНИМОЕ ЧИСЛО — МАВҲУМ СОН — $a + bi$ комплекс сон (қ.) бўлиб, бунда $b \neq 0$; a, b ҳақиқий сонлар, яъни М. с. $b \neq 0$ бўлгандаги $z = a + bi$ комплекс сон. $a = 0$, $b \neq 0$ бўлганда $a + bi$ М. с. соф мавҳум сон дейилади. z М. с. комплекс текисликда ҳақиқий x ўқда ётмайдиган нуқталар орқали тасвирланади.

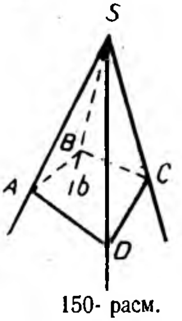
МНОГОГРАННИК трехмерного евклидова пространства — уч ўлчовли евклид фазосидаги **КЎПЁҚ** — дастлабки қарашда текис кўпбурчаклар билан чегараланган геометрик жисм. Бу текис кўпбурчаклар К. нинг ёқлари, кўпбурчак томонлари К. нинг қирралари, кўпбурчак учлари эса К. нинг учлари дейилади. Янада аниқроқ таърифи: К. чекли сондаги текис кўпбурчакларнинг шундай тўпламидирки: 1) кўпбурчакнинг ҳар бир томони бошқа кўпбурчакнинг (биринчиси билан умумий томон бўйича, яъни К. нинг қирраси бўйича қўшни бўлган кўпбурчакнинг) томони бўлади, 2) ҳар бир кўпбурчакдан қўшни кўпбурчаклар орқали ўтиб, бошқа ихтиёрий кўпбурчакка келиш мумкин.

Агар К. сферага гомеоморф бўлгани ҳолда ёқлари оддий кўпбурчаклар бўлса, у оддий К. дейилади. Оддий К. ноль жинсли К. ҳам дейилади (қ. Род поверхности). Ноль жинсли К. учун Декарт — Эйлер теоремаси (қ.) ўринлидир. Агар оддий К. нинг барча нуқталари унинг ихтиёрий ёғи орқали ўтувчи текисликнинг бир томонида ётса, у қавариқ К. дейилади ёки, агар учлари оддий К. га тегишли бўлган ихтиёрий AB кесманинг барча нуқталари бу К. га тегишли бўлса, у қавариқ К. дейилади. Бу таърифдан қавариқ К. қавариқ фигураларнинг (қ. Выпуклая фигура) хусусий ҳоли эканлиги келиб чиқади. Агар қавариқ К. нинг барча ёқлари бир исмли мунтазам кўпбурчаклар ва барча кўпёқли бурчаклари тенг (мунтазам) бўлса, бундай К. мунтазам К. дейилади. Мунтазам К. лар ҳаммаси бўлиб беш турга (Платон жисмлари) бўлиниши ҳатто Евклиднинг «Асослар»ида исбот этилган (221—225- расмларга қаранг).

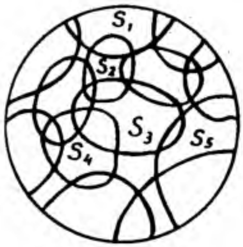
Барча ёқлари ҳар хил исмли мунтазам кўпбурчаклар ва барча кўпёқли бурчаклари тенг ёки симметрик бўлган қавариқ К. ярим мунтазам К. (Архимед кўпёқлари) дейилади. Қ. Правильные многогранники, Многогранный угол, Призма, Пирамида, Параллелепипед, Куб, Многоугольник.

Адаб.: А. Д. Александров, Выпуклые многогранники, М. — Л., 1950. Е. С. Федоров, Начала учения о фигурах, Спб. 1885; Д. И. Перепелкин, Курс элементарной геометрии, ч. 2, Гостехиздат, М. — Л., 1949; В. Г. Ашкинузе, «Математическое просвещение», 1957, № 1.

МНОГОГРАННЫЙ УГОЛ — КЎПЁҚЛИ БУРЧАК — йўналтирувчиси оддий кўпбурчак бўлган иккита конус сирт бўшлиғининг (қисмининг) биридан ҳосил бўлган геометрик фигура. Конус сиртнинг S учи К. б. учи дейилади (150- расм); учи S нуқтада бўлиб, йўналтирувчининг учлари орқали ўтувчи нурлар К. б. нинг қирралари дейилади. Қўшни қирралар орасидаги бурчаклар К. б. нинг текис бурчаклари дейилади. Текисликнинг қўшни ,қирралар билан чегараланган қисмлари К. б. ёқлари дейилади. Ёқларининг сонига қараб К. б. уч ёқли, тўрт ёқли бурчаклар дейилади ва ҳоказо.



150- расм.



151- расм.

Расмда $SABCD$ тўрт ёқли бурчак тасвирланган. Агар йўналтирувчи кўпбурчак қавариқ бўлса, К. б. қавариқ К. б. дейилади. Агар К. б. нинг барча текис ва икки ёқли бурчаклари мос равишда тенг бўлса, бундай К. б. мунтазам К. б. дейилади.

Уч ёқли бурчакда иҳтиёрий бир текис бурчак қолган икки текис бурчак йиғиндисидан кичик ва уларнинг айирмасидан катта. Қавариқ К. б. текис бурчакларининг йиғиндиси 360° дан кичик.

МНОГОЗНАЧНАЯ ФУНКЦИЯ — КЎП ҚИЙМАТЛИ ФУНКЦИЯ — кенг маънодаги функция (қ.) тушунчаси бўлиб, бунда x аргументнинг аниқланиш соҳасидан олинган ҳар бир қийматига y ўзгарувчининг бир ёки бир неча қиймати (ёки чексиз кўп қиймати) мос келади деб фараз қилинади. К. қ. ф. кўпинча бир неча бир қийматли функциялар ёрдамида ифодаланади. Масалан, $y^2 = x$ муносабат билан аниқланган икки қийматли y функция қуйидаги иккита функция ёрдамида берилиши мумкин: $y = +\sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$. К. қ. ф. га $y = \operatorname{Arcsin} x$ мисол бўлади (қ. Арксинус).

Қ. Аналитическая функция, Аналитическое продолжение.

МНОГОМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО (**n-мерное пространство,** линейное пространство (қ.) n измерений) — **КЎП ЎЛЧОВЛИ ФАЗО** (n ўлчовли фазо, n ўлчовли чизиқли фазо)—реал физик фазонинг бирор абстракцияси бўла оладиган уч ўлчовли фазо тушунчасининг умумлашмаси. Кўпинча алгебранинг баъзи амалий масалалари табиий ҳолда бундай умумлаштиришларга олиб келади. Масалан, k та номаълумли m та бир жинсли чизиқли тенгламанинг ечимлари тўплами К. ў. ф. бўлади.

К. ў. ф. геометриясини ўрганиш кўпинча кўпгина амалий ва соф математик масалаларни ҳал қилишга ёрдам беради. Реал физик фазо уч ўлчовлидир, чунки танлаб олинган саноқ системасида жисмнинг ихтиёрий пайтдаги вазияти учта сон (учта координата) билан аниқланади.

МНОГОМЕРНЫЙ ИНТЕРВАЛ — КЎП ЎЛЧОВЛИ ИНТЕРВАЛ — полиинтервалнинг (қ.) худди ўзи.

МНОГООБРАЗИЕ — КЎПХИЛЛИК — ўзаро кесишмайдиган ва чегарасиз сирт тушунчасини n ўлчовли ҳолатга умумлаштирувчи математик тушунча. Сфера каби оддий сиртни ўрганишнинг ноқулайлиги шундаки, сферада махсус жиҳатлари бўлмаган ягона координаталар системасини беришнинг иложи йўқ. Лекин сферани Евклид текислигининг доирасига гомеоморф бўлган ва бир-бирини қисман қоплайдиган бўлакларга ажратиш (151- расм) ва ҳар бир бўлакка юқорида эслатиб ўтилган S_i гомеоморфизм ёрдамида координаталар системасини киритиш мумкин.

Агар i-бўлакнинг P нуқтаси S_i гомеоморфизм ёрдамида доиранинг (x, y) нуқтасига ўтса, биз x ва y сонларини сферадаги P нуктанинг координаталари деб атаймиз. Агар P нуқта бирданига икки v_i ва v_j бўлакка тегишли бўлса, у S_1 билан боғлиқ бўлган x_1, y_1 ва S_2 билан боғлиқ бўлган x_2, y_2 координаталарга эга бўлади. Шундай қилиб, x_2 ва y_2 лар x_1 ва y_1 ларнинг функциялари бўлади (ва аксинча).

Кўпхилликнинг абстракт таърифи кўпинча сфера учун унинг конструкцияси баёнидан келиб чиқади: биринчидан, топологик X фазо мавжуд; бу фазо Евклиднинг n ўлчовли очиқ $\sqrt{x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2}<1$ шарига гомеоморф бўлган сони чекли $\{v_i\}$ тўпламлар билан қопланган (бунда n К. нинг ўлчамлиги дейилади). S_i, яъни $v_i - S$ гомеоморфизмлар топологик фазода координата системаларини ифодалайди (S_i v_i координаталар системасини ифодалайди). Агар P нуқта $P \in v_i \cap v_j$ шартни қаноатлантирса, у иккита $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ва $(x_1', x_2', \ldots, x_n')$ координаталар тўпламига эга бўлади, шунинг учун x_i' $(i=1, 2, \ldots, n)$ лар x_1, x_2, $\ldots$, x_n ларнинг функциялари бўлади. Агар x_i' $(i=1, 2, \ldots, n)$ лар x_j $(j=1, 2, \ldots, n)$ нинг k марта дифференциалланувчи функциялари бўлса, X фазо C_k синфли К. бўлади. Агар бу функциялар аналитик бўлса, у ҳолда К. аналитик К. дейилади. $\{V_i\}$ тўпламлар S_i гомеоморфизмлар билан биргаликда К. нинг локал координаталар системаси дейилади.

Сфера, тор, текислик икки ўлчовли К. га мисол бўлади. Текисликдаги тўғри чизиқлар тўплами ҳам икки ўлчовли К. бўлади (тўғри чизиқ К. нинг нуқтаси деб тасаввур қилинади).

Адаб.: П. С. Александров и В. А. Ефремович. Очерк основных понятий топологии. ОНТИ. М. — Л., 1936.

МНОГОСВЯЗНАЯ ОБЛАСТЬ — КЎП БОҒЛАМЛИ СОҲА — бир боғламли бўлмаган соҳа (қ. Область, Односвязная область). Бошқача айтганда, К. б. с. да соҳанинг ўзида қолиб нуқтага айланиб кетмайдиган ёпиқ эгри чизиқ мавжуд. Координаталари

$$r < x^2 + y^2 < R$$

(бунда $0 < r < R$) тенгсизликларни қаноатлантирувчи нуқталар тўплами, яъни ҳалқа К. б. с. га оддий мисол бўла олади.

МНОГОУГОЛЬНИК — КЎПБУРЧАК — ёпиқ синиқ чизиқ. Агар К. нинг ҳамма учлари бир текисликда ётса, у текис К. дейилади, агар ҳамма учлари бир текисликда ётмаса, у фазовий К. дейилади. Одатда К. деб аталадиган текис К. қаралади. Синиқ чизиқ кесмалари (қисмлари) К. нинг томонлари, синиқ чизиқнинг учлари (кесмалар учлари) К. нинг учлари дейилади. Агар К. айланага гомеоморф (қ.) бўлса, у оддий К. дейилади. Бошқача айтганда, ўзини-ўзи кесмайдиган К. бундай бўлади: 1) унинг ҳар бир учидан фақат икки томон чиқади, 2) томонлари умумий нуқталарга эга эмас (учлари томонларга тегишли эмас), 3) учлари томонларида ётмайди. Оддий бўлмаган К. юлдузсимон К. ҳам дейилади. Элементар геометрияда асосан оддий К. қаралади. Баъзан текисликнинг ёпиқ синиқ чизиқ билан чегараланган қисми К. деб аталади. Агар К. ўзининг бирор томонида ётган тўғри чизиқдан бутунлай бир томонда ётса, у қавариқ К. дейилади; бошқача айтганда К. нинг ихтиёрий икки A ва B нуқтасини туташтирувчи кесма бу К. га бутунлай (ўзининг барча нуқталари билан) тегишли бўлса, у қавариқ К. дейилади. Ҳар қандай оддий К. учларидаги бурчаклар йиғиндиси $180° (n-2)$ га тенг, бунда n — томонлар сони. Кўпбурчакни n бурчак деб аташ ҳам мумкин, бунда n — томонлар (учлар) сони ($n \geq 3$). Қ. Деление круга, Правильные многоугольники.

МНОГОУГОЛЬНЫЕ ЧИСЛА — КЎПБУРЧАКЛИ СОНЛАР — текис кўпбурчаклар билан маълум тартибда боғланган сонлар. К. с. нинг энг соддаси учбурчакли сонлардир. Булар

$$1,\ 3,\ 6,\ 10,\ 15,\ 21,\ \ldots,\ \frac{n(n+1)}{2},\ \ldots$$

сонлар кетма-кетлигидан иборат бўлиб, иккинчи ҳадидан бошлаб ҳар бир ҳади учлари учта нуқтани берадиган учбурчакдан (152- расм), яъни нуқталари сони энг оз бўлган учбурчакдан, сўнгра томонлари 2 марта катталашган катта учбурчакдан (6 нукта), ундан кейин томонлари 3 марта катталашган учбурчакдан (10 нукта) геометрик йўл билан ҳосил қилинади ва ҳоказо.

$1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots, n^2, \ldots$ сонлар кетма-кетлиги (153- расм) квадратик сонлар бўлади. $1, 5, 12, 22, 35, 51, \ldots, \frac{n(3n-1)}{2}, \ldots$ сонлар кетма-кетлиги (154- расм) бешбурчакли сонлар бўлади ва ҳоказо.

152- расм.

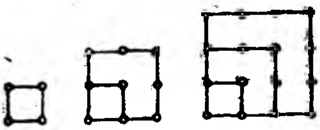
Ҳар хил тартибли К. с. шу йўл билан ҳосил қилинади. q бурчакли n-сон p_n^q символи билан белгиланади ва қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$p_n^q = n + (q-2)\,\frac{n(n+1)}{2}.$$

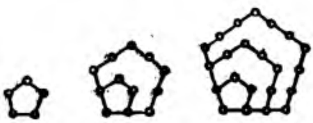
Бу формулани бундай талқин қилиш ҳам мумкин:

$$p_n^q = n + S_n,$$

бунда n сони q бурчакли сонниng тартиб номери, S_n — биринчи ҳади нолга тенг ($a_1 = 0$), айирмаси эса $(q-2)$ га тенг бўлган арифметик прогрессиянинг дастлабки ҳадлари йиғиндиси. К. с. полигонал сонлар ҳам дейилади.



153- расм.



154- расм.

К. с. вавилонликларда нолга ғишт ётқизишни ҳисоблашда пайдо бўлган деб фараз қилишга асос бор. К. с. Вавилондан грекларга ўтган (Пифагорчилардан бошлаб). Диофант К. с. ҳақида бутун бир китоб ёзди (эрамиздан олдинги III — IV аср). Математика тарихчилари, масалан, учбурчакли сонлар Ҳиндистонда (эрамиздан олдинги II асрда), Хитойда (1309 йил) маълум бўлган, деб тасдиқлайдилар.

К. с. билан Ферма, Эйлер, Лагранж, Лежандр, Гаусс ва бошқа кўпгина математиклар шуғуллантан. Қ. Фигурные числа, Арифметический ряд.

Адаб.: И. Я. Депман, История арифметики, Учпедгиз, М., 1959.

МНОГОЧЛЕН (полином) — **КЎПҲАД** (полином) — P майдондаги n номаълумли (кўпҳад) — P майдондаги n номаълумли бирҳадлардан истаганчасининг йиғиндиси (қ. Одночлен). К. ҳадларини қўшиш тартибини хоҳлаганча алмаштириш мумкин. К. га ноль коэффициентли ихтиёрий бирҳадлар қўшиш ва бундай ҳадларни К. дан олиб ташлаш мумкин. P майдондаги n номаълумли барча К. лар тўпламиК. ларни қўшиш ва уларни кўпайтириш (қ. Произведение многочленов) амалларига нисбатан ҳалқа (қ. Кольцо) ташкил қилади. К. нинг ўхшаш ҳадларини ихчамлаш мумкин (қ. Приведение подобных членов). К. ни каноник тасвирлаш мумкин (қ. Каноническое представление).

Баъзан элементар математикада охирги амали қўшиш (айириш) бўлган алгебраик ифода К. дейилади, масалан, $5x^3 - 3\lg a + xy + 4y$.

МНОГОЧЛЕН ДЕЛЕНИЯ КРУГА — ДОИРАНИ БЎЛИШ КЎПҲАДИ — $(x^p - 1):(x - 1) = f(x) = x^{p-1} + x^{p-2} + \ldots + x + 1$ кўпҳад. Унинг илдизлари 1 сонининг p-даражали илдизлари бўлиб, улар 1 дан фарқли бўлади. Д. б. к. рационал сонлар майдонида келтирилмайди. Циркуль ва чизғич ёрдамида мунтазам p бурчак ясаш ҳақидаги масала Д. б. к. га узвий боғланган. Қ. Уравнение деления круга, Деление круга.

МНОГОЧЛЕН НУЛЕВОЙ СТЕПЕНИ — НОЛИНЧИ ДАРАЖАЛИ КЎПҲАД. P майдондаги кўпҳадларни текширишда бу майдоннинг нолдан фарқли элементлари, яъни константалар Н. д. к. дейилади. Кўпҳадларнинг бўлиниш назариясида кўпгина масалалар Н. д. к. га бўлинишгача аниқликда қаралади.

МНОЖЕСТВО — ТЎПЛАМ — математиканинг муҳим тушунчаларидан бири. Бу тушунча аксиоматик ҳолда киритилади ва ҳеч қандай элементар тушунчалар орқали таърифланиши мумкин эмас. Т. терминини бундай тавсифлаб тушунтириш мумкин: ихтиёрий табиатли баъзи объектларнинг бирлашмаси, мажмуи, бунда объектлар ёки нарсалар Т. элементларидир. Т. ихтиёрий табиатли элементлардан тузилиши мумкин бўлса ҳам, ҳар бир тайинли Т. бирор умумий хоссаларга (белгиларга) эга бўлган элементлар бирикмасини билдиради. Т. элементларининг бу умумий хоссалари ҳар бир Т. нинг номидан билиниб туради. Масалан, бутун сонлар Т. да барча элементлар фақат бутун сонлар бўлиб, бу хосса барча элементлар учун умумийдир. Бу хоссага эга бўлган барча объектлар бу ҳолда Т. дан иборат. Шунга ўхшаш коинотдаги юлдузлар Т., текисликдаги нуқталар Т., барча элементлари чекли Т. бўлган Т., сони чекли элементлардан тузилган Т. ва бошқаларни текшириш мумкин.

МНОЖЕСТВ ТЕОРИЯ — ТЎПЛАМЛАР НАЗАРИЯСИ — математиканинг бир бўлими бўлиб, тўпламларни уларнинг конкрет табиатига боғламасдан ўрганади (қ. Множество). Т. н. тўпламларни ўзаро бир қийматли мослик (қ. Соответствие), тартибланганлик (қ. Вполне упорядоченное множество), тўпламни акслантириш каби муносабатлар нуқтаи назаридан текширади. Ўзаро бир қийматли мослик тушунчаси табиий ҳолда тўпламнинг қуввати (қ. Мощность множества), кардинал сонлар (қ. Кардинальное число) тушунчаларига олиб келади; тартибланганлик муносабати трансфинит сонлар (қ. Трансфинитные числа), сўнгра эса трансфинит индукция (қ.) тушунчаларига олиб келади, тўпламлар устидаги энг оддий амаллар қуйидагилар: 1) ихтиёрий «миқдордаги» тўпламларнинг бирлашмаси (йиғиндиси) $\bigcup\limits_\alpha A_\alpha$ каби белгиланади (бунда α — тўпламни аниқловчи символ) ва ҳеч бўлмаганда битта A_α тўпламга тегишли бўлган барча элементлар мажмуини билдиради, 2) ҳар қандай тўпламлар мажмуининг кесишмаси ($\bigcap\limits_\alpha A_\alpha$ каби белгиланади) ҳар бир A_α тўпламга тегишли бўлган барча элементлар тўпламини билдиради. Т. н. жуда абстракт назария бўлгани ҳолда зиддиятлардан холи эмас (қ. Математические парадоксы); бу зиддиятлардан қутулиш учун баъзи бир «очиқ кўриниб турадиган» қоидалардан — аксиомалардан (қ. Цермело аксиома) воз кечишга тўғри келади. Т. н. да икки катта оқим бўлиб, улардан бири Цермело аксиомасини тан олади, иккинчиси эса инкор қилади.

Т. н. математикада салмоқли ўринни эгаллайди. Т. н. ўтган асрнинг охирида анализни қатъий асослаб (сон ҳақида Дедекинд таълимоти ва шу кабилар) унда революция ясади. XX асрда Т. н. ғоялари математикага янада сингиб бормоқда. Эҳтимоллар назариясининг назарий-тўплам аксиоматикаси математиканинг бу тармоғининг энг мустаҳкам пойдеворига айланди. Т. н. дифференциал тенгламаларнинг сифат назариясида (қ. Качественная теория), топологияда (қ.), вариацион ҳисобда, ҳақиқий ўзгарувчили функциялар назариясида кенг қўлланади. Т. н. нинг махсус боби n ўлчовли Евклид фазосида нуқтавий тўпламлар қуриш масалалари билан шуғулланади (қ. Дескриптивная теория множеств). Т. н. нинг асосчилари чех математиги Б. Больцано, немис математиклари Г. Кантор ва

Р. Дедекинд ҳисобланади, улар бу назарияда асосий хулосалар топганлар (XIX аср).

Адаб.: П. С. Александров, Введение в общую теорию множеств и функций, Гостехиздат, М. — Л., 1948; Н. Н. Лузин, Теория функций действительного переменного, Учпедгиз, М., 1948.

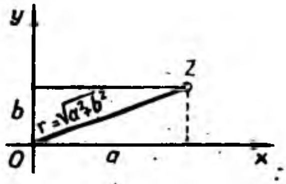
МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯ ҚИЙМАТЛАРИНИНГ ТЎПЛАМИ — эрксиз ўзгарувчининг (қ. Функция) қабул қиладиган қийматлари тўплами. Ф. қ. т. функциянинг ўзгариш соҳаси деб ҳам аталади. Кўпинча аргумент қийматларининг берилган E тўпламидаги Ф. қ. т., яъни аргумент E тўплам бўйича ўзгарганда функция қабул қиладиган қийматлар тўплами ўрганилади, масалан, $y = x^2 + 3$ функциянинг $-1 \leqslant x \leqslant 4$ кесмадаги қийматлари тўплами $3 \leqslant y \leqslant 19$ кесма бўлади.

МНОЖИТЕЛЬ — КЎПАЙТУВЧИ — кўпаювчи деб аталган сон ёки ифодани кўпайтирадиган сон ёки ифода. $a \cdot b$ кўпайтмада a — кўпаювчи, b — кўпайтувчидир. Кўпаювчи билан кўпайтувчи биргаликда кўпайтирувчилар дейилади. Баъзан: нормаллаштирувчи кўпайтувчи (қ. Нормирующий множитель), интегралловчи кўпайтувчи (қ. Интегрирующий множитель) билан иш кўришга тўғри келади.

Ҳар хил махражли касрларни қўшишда, масалан $\frac{a}{b} + \frac{c}{ab^2}$ йиғиндини ҳисоблашда касрларнинг асосий хоссаси бўйича улар энг кичик умумий махражга келтирилади, бунинг учун ҳар бир касрнинг сурати ҳар бир каср учун ҳар хил бўлган маълум сонга кўпайтирилади (қ. Наименьшее общее кратное). Бу касрларнинг ҳар бирига тегишли К. тўлдирувчи К. дейилади. Тўлдирувчи К. (биринчи каср учун ab, иккинчиси учун 1) одатда каср суратининг чап томонидан юқорига ёзилиб, тагига қийшиқ чизиқ ёки ёй чизиб қўйилади:

$$^{ab/}\frac{a}{b} + {}^{1/}\frac{c}{ab^2} = \frac{a^2b + c}{ab^2}.$$

МОДУЛЬ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА — $z = a + bi$ **КОМПЛЕКС СОННИНГ МОДУЛИ** — манфий бўлмаган $\sqrt{a^2 + b^2}$ ҳақиқий сон. Комплекс сонларни геометрик тасвирлашда К. с. м. координаталар бошидан z комплекс соннинг аффиксигача (қ.) бўлган масофага тенг бўлади. Комплекс сонлар кўпайтмасининг модули кўпайтувчилар модулларининг кўпайтмасига тенг. К. с. м. $|z|$ билан белгиланади (155- расм), бинобарин, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ёки $|z| = r$. Қ. Абсолютная величина числа.



155- расм.

МОДУЛЬ ПЕРЕХОДА — ЎТИШ МОДУЛИ. Асоси a бўлган логарифмлар (қ.) системасидан асоси b бўлган логарифмлар системасига ўтиш модули $M = \frac{1}{\log_a b}$ сон. Агар асоси a бўлган логарифмлар маълум бўлса, уларни M га кўпайтириб, асоси b бўлган логарифмларни ҳосил қиламиз, яъни $\log_b x = M \log_a x$. Масалан, ўнли логарифмлардан (қ. Десятичный логарифм) натурал логарифмларга (қ.) ўтиш модули $M = 2,30258 \ldots$ га тенг. Натурал логарифмлардан ўнли логарифмларга ўтиш модули $M = 0,43429$ га тенг. Қ. Логарифм.

МОДУЛЬ СРАВНЕНИЯ — ТАҚҚОСЛАМА МОДУЛИ — сонларнинг шундай хоссага эга бўлган ихтиёрий тўпламидирки, бу тўпламда унинг ихтиёрий икки сони билан бирга уларнинг йиғиндиси ва айирмаси қатнашади. Сонлар назариясида бутун сонлардан тузилган модуллар қаралади. Барча бундай Т. м. бирор m сонига каррали бўлган барча сонлардан иборат бўлади. Агар $a - b$ айирма m га бўлинса, яъни m га каррали бўлган сонларнинг Т. м. бўлса, сонлар назариясида a сони b сонига m модул бўйича таққосланади [символик равишда: $a \equiv b \pmod{m}$] деб айтилади.

МОДУЛЯРНАЯ ФУНКЦИЯ — МОДУЛЯР ФУНКЦИЯ — аналитик функция (қ.) бўлиб, аргументини детерминанти 1 га тенг бўлган бирор бутун сонли каср-чизиқли алмаштиришда, яъни x ни $\frac{ax+b}{cx+d}$ га алмаштиришда қиймати ўзгармайди, бунда a, b, c ва d — бирор бутун сонлар, $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 1$.

М. ф. автоморф функциянинг (қ.) хусусий ҳолидир. Даврий функциялар (қ. Периодические функции) М. ф. нинг хусусий ҳолидир (масалан, $\cos \pi x$ функцияси x ни $x+n$ га алмаштирганда ўзгармайди, бунда n — ихтиёрий бутун сон ва $a=d=1$, $b=n$, $c=0$).

МОЛЬВЕЙДЕ ФОРМУЛЫ — МОЛЬВЕЙДЕ ФОРМУЛАЛАРИ — текисликдаги тригонометрия формулалари бўлиб, учбурчакнинг томонлари (узунликлари) ва бурчаклари орасидаги қуйидаги боғланишларни ифодалайди:

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\sin\frac{C}{2}}; \qquad \frac{a-b}{c} = \frac{\sin\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{C}{2}},$$

бунда a, b, c — учбурчакнинг томонлари, A, B, C — бурчаклари. Гарчи бу формулаларни бошқа математиклар ҳам билган бўлса-да, улар немис математиги К. Мольвейде номига қўйилган, чунки у бу формулаларни кўп ишлатган.

МОМЕНТ степени k случайной величины — тасодифий миқдорнинг k-даражали **МОМЕНТИ** — $(\xi - M)^k$ миқдорнинг математик кутилиши, бунда M — ξ нинг математик кутилиши. ξ миқдорнинг дисперсияси (қ.) 2-тартибли М. дир. қ. Случайная величина, Математическое ожидание.

МОНОГЕННАЯ ФУНКЦИЯ — МОНОГЕН ФУНКЦИЯ — комплекс ўзгарувчили аналитик функция тушунчасининг умумлашмаси. Агар комплекс ўзгарувчили $f(z)$ функция комплекс сонларнинг ихтиёрий E тўпламида аниқланган ва бу тўпламнинг бирор z_0 лимит нуқтасида ҳосилага эга бўлса, у ҳолда $f(z)$ функция z_0 нуқтада М. ф. дейилади. Агар $f(z)$ функция E тўпламнинг ҳар бир нуқтасида М. ф. бўлса, у ҳолда $f(z)$ функция E тўпламда М. ф. бўлади. E тўплам соҳа бўлган ҳолда М. ф. тушунчаси аналитик функция тушунчаси билан бир хил бўлади. Аналитик бўлмагани ҳолда М. ф. лар умуман айтганда, аналитик функциялар билан кўпгина умумий хоссаларга эга (масалан, дифференциаллаш қоидалари, ягоналик хоссаси).

Адаб:. А. И. Маркушевич, Теория аналитических функций, Гостехиздат, М. — Л., 1950.

МОНОТОННАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ (или функция) — МОНОТОН КЕТМА-КЕТЛИК (ёки функция) — ўсмайдиган ёки камаймайдиган кетма-кетлик (ёки функция) (қ. Последовательность).

МОНОТОННО ВОЗРАСТАЮЩАЯ (убывающая) последовательность или функция — **МОНОТОН ЎСУВЧИ** (камаювчи) кетма-кетлик ёки функция — ўсувчи (камаювчи) кетма-кетлик ёки функция (қ. Последовательность).

МОНТЕ-КАРЛО МЕТОД — МОНТЕ-КАРЛО МЕТОДИ — ҳозирги вақтда ҳисоблаш математикасининг ҳар хил масалаларини тақрибий ечишда кенг қўлланадиган метод: каррали интегралларни ҳисоблаш, дифференциал тенгламаларни ечиш ва шунга ўхшашлар. М. к. м. нинг моҳияти қуйидагича: тақрибий ҳисоблаш керак бўлган x миқдорга шундай бир ξ тасодифий миқдор мос келтириладики, унинг $M\xi$ математик кутилиши (қ. Математическое ожидание) x га тенглашадиган бўлиши керак. Сўнгра бу тасодифий миқдорнинг бир неча қиймати бирор усул билан топилади, ҳосил қилинган қийматлардан ўртачаси x миқдорнинг тақрибий қиймати деб қабул қилинади. Тасодифий сонлар тасодифий сонлар жадвалидан ёки бирор физик манбадан олинади ёки сонлар назариясининг методлари билан ҳисобланади (псевдотасодифий сонлар).

Масалан $\int_0^1 f(x)\,dx$ ни топиш учун [0,1] кесмада текис тақсимланган $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_N$ тасодифий сонлар кетма-кетлиги олинади ва $\int_0^1 f(x)\,dx$ нинг тақрибий қиймати сифатида қабул қилинадиган $\frac{f(\xi_1)+f(\xi_2)+\ldots+f(\xi_N)}{N}$ миқдор ҳосил қилинади. Бу ерда $f(x)$ интегралланувчи чегараланган функция. Бунда чиқадиган хатонинг $\frac{C}{\sqrt{N}}$ дан катта бўла олмаслиги эҳтимоли амалда бирга тенг бўлади, бунда C — $f(x)$ га боғлиқ бўлган бирор ўзгармас миқдор. М. к. м. ўзининг қиморхоналари билан машҳур бўлган шаҳар номига қўйилган.

МОРА — МАСКЕРОНИ ПОСТРОЕНИЯ — МОР—МАСКЕРОНИ ЯСАШЛАРИ — текисликда фақат циркуль билан бажариладиган геометрик ясашлар. М.—М. я. уларни ўрганган даниялик математик Г. Мор ва итальян математиги Л. Маскеронилар номи билан аталган. қ. Геометрические построения, Маскерони построения.

МОЩНОСТЬ МНОЖЕСТВА — ТЎПЛАМНИНГ ҚУВВАТИ — «элементларининг сони» тушунчасининг ихтиёрий (чекли ҳамда чексиз) тўпламлар учун умумлашгани. Т. қ. берилган тўпламга эквивалент бўлган барча тўпламларга, яъни элементлари берилган тўпламнинг элементлари билан ўзаро бир қийматли мосликда бўла оладиган барча тўпламларга умумий бўлган нарса сифатида аниқланади.

Т. қ. тушунчасини математикага тўпламлар назариясининг асосчиси Г. Кантор киритган (1879). Г. Кантор чексиз тўпламлар учун ҳар хил қувватлар мавжудлигини исботлаган.

Қ. Счетное множество. Континуума проблема. A тўпламнинг қуввати кўпинча бу тўпламнинг кардинал сони дейилади ва канторчасига $\aleph$ билан (қ. Алеф) белгиланади.

МУАВРА ФОРМУЛА — МУАВР ФОРМУЛАСИ — тригонометрик шаклда тасвирланган комплекс сонни даражага кўтаришга имкон берадиган формула. М. ф. бундай кўринишга эга:

$$z^n = [\rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = \rho^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi),$$

бунда ρ — комплекс соннинг модули (қ.), φ эса унинг аргументи, $\cos n\varphi$ ва $\sin n\varphi$ ифодаларни $\cos\varphi$ ва $\sin\varphi$ нинг даражалари орқали ифодалашда М. ф. дан фойдаланилади. М. ф. И. Ньютоннинг дўсти, инглиз математиги И. Муавр номи билан аталган. Унинг ҳозирги кўринишдаги ифодасини Л. Эйлер берган. М. ф. баъзан Моавр формуласи деб ҳам юритилади.

МУЛЬТИПЛИКАТИВНАЯ ГРУППА — МУЛЬТИПЛИКАТИВ ГРУППА — шундай группадирки унда асосий группа амали-символ билан ёзилади ва кўпайтириш деб аталади (қ. Группа). Лат. multiplicatio — кўпайтириш.

МУЛЬТИПЛИКАТИВНАЯ ФУНКЦИЯ — МУЛЬТИПЛИКАТИВ ФУНКЦИЯ. Қуйидаги икки шарт бажарилганда n аргументнинг барча натурал қийматлари учун аниқланган $Q(n)$ функция М. ф. дейилади: 1) ҳеч бўлмаганда битта k учун $Q(k) \neq 0$, яъни $Q(n)$ айнан нолга тенг эмас ва 2) $(k_1, k_2) = 1$ бўлганда $Q(k_1 k_2) = Q(k_1)\cdot Q(k_2)$ бўлади. Агар 2- шарт иккита ихтиёрий k_1 ва k_2 сон учун (ўзаро туб бўлиши шарт эмас) бажарилса, функция тўлиқ М. ф. дейилади.

М. ф. мисоллари: Эйлер функцияси (қ.), Мёбиус функцияси (қ.), n натурал соннинг натурал бўлувчилари сонига тенг бўлган $\tau(n)$ функция, n натурал соннинг натурал бўлувчилари йиғиндисига тенг $\sigma(n)$ функция; $f(n) = n^s$ даражали функция эса М. ф. бўлиши билан бирга тўлиқ М. ф. ҳамдир.

Н

НАБЛА-ОПЕРАТОР (∇-оператор или оператор Гамильтона) — **НАБЛА-ОПЕРАТОР** (∇ оператор ёки Гамильтон оператори) — қуйидаги кўринишдаги дифференциал оператордир:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k},$$

бунда $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ — бирлик ортогонал векторлар. Агар $f(x, y, z)$ скаляр функция бўлса, у ҳолда

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\mathbf{k} = \operatorname{grad} f.$$

Агар $F(x, y, z)$ —вектор функция бўлса, яъни $F(x, y, z) = u(x, y, z)\mathbf{i} + v(x, y, z)\mathbf{j} + w(x, y, z)\mathbf{k}$ бўлса, у ҳолда

$$\nabla F = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \operatorname{div} F,$$

∇ ва F векторларининг кўпайтмаси деганда уларнинг скаляр кўпайтмаси тушунилади (қ. Скалярное произведение).

Вектор кўпайтма учун:

$$[\nabla F] = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\mathbf{k} = \operatorname{rot} F.$$

2- тартибли амаллар: $\Delta f = \operatorname{div}\operatorname{grad} f$, бунда Δ — Лаплас оператори (қ.),

$$[\nabla\nabla f] = \operatorname{rot}\operatorname{grad} f = 0,$$
$$\nabla\nabla F = \operatorname{grad}\operatorname{div} F,$$
$$[\nabla[\nabla F]] = \operatorname{rot}\operatorname{rot} F,$$
$$\nabla[\nabla F] = \operatorname{div}\operatorname{rot} F = 0.$$

Қ. Оператор.

НАГЕЛЯ ТОЧКА — НАГЕЛЬ НУҚТАСИ — учбурчакнинг учларини унга ёндош чизилган айланаларнинг қарама-қарши ётган томонлар билан туқнашиш (уриниш) нуқталарига туташтирувчи тўғри чизиқларнинг кесишиш нуқтаси. Бу нуқта уни ўрганган немис математиги Нагель номи билан аталади.

НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ—ЭНГ КАТТА УМУМИЙ БЎЛУВЧИ: 1°. **Бир неча натурал соннинг ЭКУБ** — $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ сонларидан ҳар бири бўлинадиган мусбат сонлардан энг каттаси. Масалан, 16 ва 24 сонларининг ЭКУБи **8**, кўпинча у бундай ёзилади: (16; 24) = 8 ёки ЭКУБ (16; 24) = 8.

ЭКУБ тушунчасидан касрларни қисқартиришда фойдаланилади. Бир неча соннинг ЭКУБ ини излаш учун уларни туб кўпайтувчиларга ажратиш ва энг кичик даражали умумий кўпайтувчилардан кўпайтма тузиш керак. Масалан, $16 = 2^4$, $24 = 2^3 \cdot 3$. Демак, берилган сонлар учун ЭКУБ $2^3 = 8$ га тенг.

Умумий ҳолда икки соннинг ЭҚУБ ини излашда Евклид алгоритмидан (қ.) фойдаланилади. Агар икки соннинг ЭҚУБи 1 га тенг бўлса, бу сонлар ўзаро туб сонлар (қ. Взаимно простые числа) дейилади. ЭҚУБ (a, b) билан бу сонларнинг энг кичик умумий бўлинувчиси (қ. Наименьшее общее краткое) кўпайтмаси ab кўпайтмага тенг.

2. $f_1, f_2, \ldots, f_k$ **кўпҳадларнинг ЭКУБ** — $f_1, f_2, \ldots, f_k$ кўпҳадларнинг шундай умумий бўлувчисидирки, у уларнинг бошқа ҳар қандай умумий бўлувчисига бўлинади (қ. Многочлен). Кўпҳадларнинг ЭҚУБи нолинчи даражали кўпайтувчигача аниқликда бир қийматли ачиқланади, $f_1, f_2, \ldots, f_k$ кўпҳадларнинг ЭҚУБи кўпинча $(f_1, f_2 \ldots, f_k)$ символи билан ёзилади. Бир номаълумли $p(x)$ кўпҳадлар ҳалқасида $f_1, f_2, \ldots, f_k$ кўпҳадларнинг ЭҚУБини амалда излашда Евклид алгоритми (қ.) кетма-кет қўлланилади. Кўпҳадлар ЭҚУБининг бошқа масалаларга татбиқ қилинадиган муҳим хоссаларидан бири қуйидагидир: агар $d = (f_1, f_2, \ldots, f_k)$ бўлса, у ҳолда шундай $g_1, g_2, \ldots, g_k$ кўпҳадлар мавжудки,

$$f_1g_1 + f_2g_2 + \ldots + f_kg_k = d$$

бўлади.

НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ — ЭНГ ЯХШИ ЯҚИНЛАШИШ. Айтайлик, $f(x)$ — ихтиёрий узлуксиз функция, $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots, \varphi_n(x)$ лар эса $[a, b]$ кесмадаги узлуксиз функцияларнинг тайинли бир системаси бўлсин. $|f(x) - a_1\varphi_1(x) - a_2\varphi_2(x) - \ldots - a_n\varphi_n(x)|$ ифоданинг $[a, b]$ кесмадаги максимуми $f(x)$ функциянинг

$$p_n(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + \ldots + a_n\varphi_n(x)$$

дан оғиши дейилади, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ коэффициентларни ҳар қандай танлагандаги оғишнинг минимуми $f(x)$ функциянинг $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots, \varphi_n(x)$ система орқали энг яхши яқинлашиш дейилади. Э. я. я. тушунчасини биринчи бўлиб П. Л. Чебишев киритган.

НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ—ЭНГ КИЧИК УМУМИЙ БЎЛИНУВЧИ. $a_1, a_2, \ldots, a_n$ натурал сонларнинг ЭҚУБН ўша сонлардан ҳар бирига бўлинадиган энг кичик натурал сон. Масалан, 6; 28; 15 сонларининг ЭҚУБНи 420 сони, у бундай ёзилади: ЭҚУБН (6; 28; 15) = 420. ЭҚУБН тушунчаси оддий касрларни қўшиш ва айиришда ишлатилади.

Берилган сонларнинг ЭҚУБН ини излаш учун уларни туб кўпайтувчиларга ажратиш ва ҳар бир кўпайтувчининг энг катта даражаларини олиб, улардан кўпайтма тузиш лозим. Масалан, $6 = 2 \cdot 3$, $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$, $15 = 3 \cdot 5$, демак, бу сонларнинг ЭҚУБНи $2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 = 420$.

Бирор майдондаги бир неча кўпҳаднинг ЭҚУБНи бу кўпҳадларнинг ҳар бирига бўлинувчи энг кичик даражали кўпҳаддир. Масалан, рационал сонлар майдонида ЭҚУБН $(x - 3;\ x^2 + 3x + 9) = x^3 - 27$.

НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ СПОСОБ — ЭНГ КИЧИК КВАДРАТЛАР УСУЛИ — хатолар назарнясида тасодифий хатоларни ўз ичига олган ўлчаш натижаларидан бир ёки бир неча миқдорни топишда қўлланилади. Э. к. к. у. берилган функцияни янада оддийроқ бошқа функциялар орқали тақрибий тасвирлашда ҳам қўлланилади. x номаълум миқдорнинг қийматини излаб топиш учун n та мустақил ўлчаш ўтказилган, бу ўлчашлардан $y_1, y_2, \ldots, y_n$ қийматлар, яъни $y_i = x + \delta_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ қийматлар топилган бўлсин деб фараз қилайлик, бундаги δ_i тасодифий хатолар математик кутилиши нолга $M\delta_i = 0$ ва дисперсияси (қ.) $D\delta_i = \sigma_i^2$ бўлган эркли тасодифий миқдорлар (қ. Случайная величина) бўлади. Бу усулга кўра x миқдор сифатида шундай X олинадики, унинг учун $S(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i (y_i - X)^2$ квадратлар йиғиндиси энг кичик бўлади. Бу ерда $p_i = \frac{K}{\sigma_i^2}$; $K > 0$ коэффициентни ихтиёрий равишда танлаш мумкин. S йиғинди энг кичик бўлиши учун X сифатида

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i y_i}{\sum p_i}$$

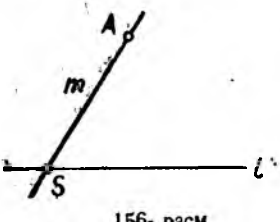
ифодани олиш зарур; шундай оддий ҳолда Э. к. к. у. қўлланилади.

Бу усул функцияннинг яқинлашишида ҳам қўлланилади. Масалан, $y = f(x)$ функция x_i, y_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) қийматлар жадвали кўринишида берилган ва бирор $\varphi_0(x)$, $\varphi_1(x)$, ..., $\varphi_m(x)$ функциялар оиласи берилган бўлсин, деб фараз қилайлик. $f(x)$ функцияни

$$g(x) = \sum_{i=0}^{m} a_i \varphi_i(x)$$

кўринишдаги функция билан шундай яқинлаштириш талаб қилинадики, бунда $S = \sum_{i=1}^{n} p_i [y_i - g(x_i)]^2$ квадратлар йиғиндиси энг кичик бўлсин. Э. к. к. у. бўйича функцияларнинг яқинлашиш масаласига бу усулни қўлланишни П. Л. Чебишев ўрганган.

НАКЛОННАЯ — ОҒМА: 1°. l тўғри чизиққа ўтказилган оғма — l тўғри чизиқни тўғри бурчакдан фарқли бурчак остида кесиб ўтувчи ҳар қандай m тўғри чизиқ. m тўғри чизиқ билан l тўғри чизиқнинг S кесишиш нуқтаси оғманинг асоси дейилади (156- расм). Оғманинг S асосидан фарқли бирор тайинли A нуқтасидан S гача бўлган кесмаси узунлиги оғманинг узунлиги дейилади (узунлик узунлиги таърифи билан солиштиринг). Баъзан тўғри чизиққа ўтказилган оғма деб, бир учи l тўғри чизиқда ётган ва ўзи l га перпендикуляр бўлмаган ҳар қандай AS кесмага айтилади.



156- расм.

2°. **Текисликка ўтказилган оғма** — текисликни тўғри бурчакдан фарқли бурчак остида кесиб ўтувчи ҳар қандай тўғри чизиқ. Текисликка ўтказилган оғманинг асоси ва узунлиги худди тўғри чизиққа ўтказилган оғманинг асоси ва узунлигига ўхшаш таърифланади.

НАПРАВЛЯЮЩАЯ ЛИНИЯ линейчатой поверхности — тўғри чизиқли сиртнинг **ЙЎНАЛТИРУВЧИ ЧИЗИҒИ** — бу сиртни ясовчи тўғри чизиқ нуқтаси ҳаракатланувчи чизиқ. Агар Й. ч. кўпбурчак бўлса ва ясовчи ўз-ўзига параллел кўчса, у ҳолда тўғри чизиқли сирт призматик сирт бўлади. қ. Цилиндр, Конус.

НАПРАВЛЯЮЩИЕ КОСИНУСЫ прямой l — l тўғри чизиқнинг **ЙЎНАЛТИРУВЧИ КОСИНУСЛАРИ** — тўғри чизиқнинг $\mathbf{r}$ йўналтирувчи векторининг ($\mathbf{r} \parallel l$) тўғри бурчакли декарт координаталари системасининг Ox, Oy, Oz ўқларининг мусбат йўналиши билан ташкил қилган α, β, γ бурчакларининг косинуслари. Й. к. қуйидаги муносабат билан боғланган:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

Векторнинг Й. к. бу векторнинг йўналишини аниқлайди: улар берилган йўналишдаги бирлик векторнинг координаталарига тенг.

НАТУРАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — НАТУРАЛ ГЕОМЕТРИЯ — бизнинг моддий «нуқта», моддий «тўғри чизиқ», моддий «текислик» ва бошқа моддий «геометрик» образлардан олган тасаввурларимиз асосида тузилган геометрия. Н. г. кўргазмали геометрия деб, баъзан тажриба геометрияси деб ҳам аталади. Н. г. мактабда геометрия ўқитишнинг дастлабки босқичларида кенг қўлланилади.

Адаб.: А. М. Астряб, Методика преподавания наглядной геометрии (в кн. Н. М. Бескина, Методика геометрии, М.—Л., 1947).

НАТУРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ — НАТУРАЛ ТЕНГЛАМА — эгри чизиқнинг k эгрилиги ва σ буралишини унинг s ёйи функцияси сифатида ифодалайдиган тенглама:

$$k = k(s), \quad \sigma = \sigma(s).$$

$k(s)$ ва $\sigma(s)$ функциялар эгри чизиқнинг фазода жойланишига (координаталар системасининг танланишига) боғлиқ бўлмай, фақат эгри чизиқнинг шаклига боғлиқ бўлгани учун бу тенглама Н. т. деб аталган.

НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО — НАТУРАЛ СОН — ҳар қандай бутун мусбат сон, яъни натурал қаторнинг (қ. Натуральный ряд) истаган сони.

НАТУРАЛЬНЫЙ ЛОГАРИФМ — НАТУРАЛ ЛОГАРИФМ — асоси $e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2{,}71828\ldots$ трансцендент сон бўлган логарифм ($\ln N$ билан белгиланади). Н. л. Непер номи билан боғланади, бироқ логарифм жадвалларини Непер, Бригг, Бюрги ва бошқа математиклар бир-бирларидан мустақил равишда деярли бир вақтда туздилар. Н. л. терминини немис олими Меркатор киритган. Н. л. гиперболик логарифм ҳам дейилади, лекин унинг непер логарифмлари деб аталиши нотўғридир. Н. л. олий математикада кўп қўлланилади. Қ. Логарифм.

НАТУРАЛЬНЫЙ РЯД — НАТУРАЛ ҚАТОР — дастлабки тушунишда бутун мусбат сонларнинг ўсиб бориш тартибида жойлаштирилган кетма-кетлиги: 1, 2, 3, 4, 5, 6, . . . n, . . . Н. қ. сонлари тўпламига эквивалент бўлган ҳар қандай тўплам саноқли тўплам дейилади. Масалан, натурал сонлар квадратларининг тўплами саноқли тўпламдир, чунки у барча Н. қ. сонларининг тўпламига эквивалентдир (Галилей мисоли). Н. қ. тушунчасининг қатъийроқ таърифи аксиоматик равишда берилади (қ. Пеано аксиомы).

Адаб.: И. В. Арнольд, Теоретическая арифметика, Учпедгиз, М., 1939; Энц. элем. мат., т. 1., Гостехиздат, М., 1951.

«НАЧАЛА» ЕВКЛИДА — ЕВКЛИДНИНГ «АСОСЛАРИ». «Асослар» қадимги грек олими Евклиднинг (эрамиздан олдинги III аср) элементар математикага доир асари. Е. «А» 13 китобдан иборат бўлиб, ўша давр грек математикасининг элементар геометрия, сонлар назарияси, алгебра, геометрик миқдорларни ўлчаш назарияси, лимитлар назарияси элементлари бўлимларини изчил баён этади.

Е. «А» — геометрияни дедуктив метод (қ.) билан қуришнинг ажойиб намунасидир. Дунёдаги кўп мамлакатларнинг ўрта мактабларида ўрганиладиган элементар геометрия «Асосларда» баён қилинган геометриядан кам фарқ қилади. Аммо Е. «А» даги қатор таърифлар (нуқта, тўғри чизиқ таърифлари ва бошқалар) эндиликда эскириб қолди. Е. «А» даги қатор аксиомалар ҳозирги вақтда аксиома ҳисобланмайди. Масалан, Евклид «Барча тўғри бурчаклар тенг» деган жумлани аксиома деб ҳисоблаган. Элементар геометрияни қатъий (дедуктив) қуришда ҳозир бу жумла исботланади.

Е. «А» га кирган бир қанча китобларни Евклиднинг ўзи эмас, балки бошқа математиклар ёзган деган фикр бор: масалан, голланд математиги Ван дер Варденнинг фикрича, X ва XIII китобларни қадимги грек математиги Теэтет ёзган. Е. «А» да баён этилган қатор теорема ва геометрик далиллар Евклиддан анча илгари маълум бўлган.

Грек Στοιχεῖα—алифбе, элементлар, кўчма маънода — асослар.

Адаб.: Евклид, «Начала», перев. с греч. и комм. Д. Д. Мордухай-Болтовского, т. 1—6, Гостехиздат, М.,—Л., 1940; т. 7—10; Ван дер Варден, Пробуждающаяся наука, Физматгиз, М. 1959.

НАЧАЛО КООРДИНАТ — КООРДИНАТАЛАР БОШИ — координата (қ.) ўқларининг кесишиш нуқтаси.

НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ — БОШЛАНҒИЧ ШАРТЛАР — ўрганилаётган жараённинг бошланғич пайт деб қабул қилинган бирор пайтдаги ҳолати. Агар процесс

$$\frac{\partial^{n_i} u_i}{\partial t^{n_i}} = F_i\left(t,\ x_1,\ \ldots,\ x_n,\ \frac{\partial^{k_{ij}} u_j}{\partial t^{s_0}\partial x_1^{s_1}\ldots\partial x_n^{s_n}}\right),$$

$$i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n;\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,$$

$$s_0 = 0,\ 1,\ \ldots,\ n_s - 1,\ s_0 + s_1 + \ldots + s_n = k_{ij},$$

дифференциал тенгламалар системаси ёрдамида тавсифланса, у ҳолда Б. ш.

$$\left[\frac{\partial^{p_k} u_i}{\partial t^{p_k}}\right]_{t=t_0} \quad i = 1,\ 2,\ \ldots\ n,\ p_k = 0,\ 1,\ \ldots,\ n_i - 1$$

функциянинг қийматлари билан аниқланади.

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ЧИЗМА ГЕОМЕТРИЯ — геометриянинг фазовий шаклларни текисликда тасвирлаш ва бу тасвирлар ёрдами билан фазовий масалаларни текисликда ечиш усулларини ўргатадиган тармоғи. Ч. г. да берилган фигурани текисликка проекциялаш ёрдамида ҳосил қилинган чизмалар, яъни проекцион чизмалар алоҳида аҳамиятга эга. Ч. г. да асосан проекциянинг икки тури қаралади: марказий (перспектива) ва параллел проекциялар. Техникада кўпинча фигуранинг икки ва уч текисликдаги ортогонал проекцияларидан фойдаланилади, бироқ бундай чизмалар кўргазмали бўла олмайди. Шунинг учун Ч. г. да чизмани кўргазмали қилиб ясаш учун, тасвирлар ясашнинг аксонометрия (қ.) деб аталган бошқа усулидан фойдаланилади, бунда фигура ўзининг фазовий координаталар системаси билан бирга текисликка проекцияланади.

Амалда ўқлар бўйича бузилиш коэффициентлари (кўрсаткичлари) ва ўқлар орасидаги бурчаклар ҳар хил қилиб олинганда аксонометриянинг ҳар хил хусусий ҳолларидан фойдаланилади: изометрия (қ.), диметрия ва триметрия.

Адаб.: Н. А. Рынин, Материалы к истории начертательной геометрии, Ленинградский автодорожный ин-т. им. В. В. Куйбышева, 1938; Н. А. Глаголев, Начертательная геометрия, Гостехиздат, М., 1963; Н. Ф. Четверухин (ред.) Вопросы современной начертательной геометрии (сб. статей), Гостехиздат, М.—Л., 1947; Е. А. Глазунов и Н. Ф. Четверухин, Аксонометрия, Гостехиздат, М., 1953.

НЕВЫРОЖДЕННАЯ КВАДРАТИЧНАЯ ФОРМА — АЙНИМАГАН КВАДРАТИК ФОРМА — матрицаси махсусмас матрица (қ. Неособенная матрица) бўлган квадратик форма (қ.).

НЕДЕЗАРГОВА ГЕОМЕТРИЯ — ҒАЙРИДЕЗАРГ ГЕОМЕТРИЯ — дезарг жумласи (гомологик учбурчаклар ҳақида) ўринли бўлмаган геометрия. Ғ. г. — ғайриевклид геометриялардан бириднр.

Ғ. г. нинг модели Н. А. Глаголев китобида («Проективная геометрия», «Высшая школа», М., 1963) берилган.

«НЕДЕЛИМЫХ» МЕТОД — «БЎЛИНМАСЛАР» МЕТОДИ — фигураларнинг юз ёки ҳажмлари нисбатини аниқлашнинг ҳар хил усуллари. «Б» м. нинг моҳияти шундан иборатки, юзлари ва ҳажмлари нисбатини топиш керак бўлган фигуралар ҳосил қилган «бўлинмас» элементлар (ёки уларнинг тўпламлари) солиштирилади. Бу методнинг ғояси қадим замонларда пайдо бўлган. Масалан, қадимги грек олими Демокрит жисмлар жуда кичик «бўлинмас» заррачалар — атомлардан тузилган, деб ҳисоблаган. Архимед ричагларнинг механик принципидан фойдаланиб ва текис фигураларни саноқсиз кўп параллел тўғри чизиқ кесмаларидан тузилган деб, фазовий фигураларни эса саноқсиз кўп параллел текис кесимлардан тузилган деб қараб кўпгина фигураларнинг юзи ва ҳажмини ҳисоблаб топган. Архимед «Б» м. билан олинган натижаларни тугаллангинлик методи билан текшириб кўриш лозим деб ҳисоблаган. «Б» м. ғояси математикада XVI—XVII асрларда немис астрономи И. Кеплер ва айниқса итальян математиги Б. Кавальери томонидан янада ривожлантирилди, шунинг учун кўпинча бу метод Кавальерига тааллуқли деб ҳисобланади (қ. Принцип Кавальери). Кейинчалик «Б» м. дан Торичелли, Ж. Валлис, Б. Паскаль ва бошқа математиклар фойдаландилар ва бу метод интеграл ҳисобнинг юзага келишига асос бўлди.

НЕЕВКЛИДОВЫ ГЕОМЕТРИИ — ҒАЙРИЕВКЛИД ГЕОМЕТРИЯЛАР — кенг маънода Евклид геометриясидан фарқли бўлган барча геометрик системалар (геометриялар). Аммо кўпинча Ғ. г. деганда (тор маънода) Лобачевский геометрияси (қ.) ва Риман геометрияси (қ.) тушунилади.

Лобачевский геометрияси ўзининг аксиоматикаси бўйича Евклид геометриясидан фақат параллеллик аксиомаси билан фарқ қилади; Евклиднинг параллеллик аксиомаси бундай таърифланади: тўғри чизиқда ётмаган нуқта орқали берилган тўғри чизиқ билан бир текисликда ётган ва уни кесмайдиган фақат биргина тўғри чизиқ ўтказиш мумкин. Лобачевский геометриясида бундай тўғри чизиқлардан энг камида иккитаси мавжуд деб қараб, сўнгра эса бундай тўғри чизиқлар чексиз кўп эканлиги исбот қилинади. Риман геометриясида бир текисликда ётган икки тўғри чизиқ кесишади, деб аксиоматик равишда қабул қилинади. Ғ. г. ни бир-биридан фарқ қилувчи бошқа аксиомалар ҳам мавжуд (тартиб аксиомаси, тўғри чизиқда нуқталарнинг тақсимланиши). Евклид ва Лобачевский геометрияларида нуқталарнинг тўғри чизиқда жойланиши чизиқли, яъни ҳақиқий сонлар тўпламининг жойланишига мосдир, Риман геометриясида эса тўғри чизиқда нуқталарнинг жойланиш тартиби циклик ҳолатдадир, яъни нуқталарнинг айланада жойланишига мос келади. (Риман текислигининг топологик модели проектив текислик бўлади). Лобачевский геометриясида учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси икки тўғри бурчакдан кичик; Риман геометриясида учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси икки тўғри бурчакдан катта; Евклид геометриясида эса бу йиғинди икки тўғри бурчакка тенг. Лобачевский геометриясида учбурчакнинг юзи

$$S = R^2 (\pi - \alpha - \beta - \gamma)$$

формула билан ифодаланади, бунда α, β, γ—учбурчакнинг бурчаклари, R — юзларнинг ўлчов бирликлари танланишига боғлиқ бўлган бирор ўзгармас миқдор. Риман геометриясида учбурчакнинг юзи

$$S = R^2 (\alpha + \beta + \gamma - \pi)$$

кўринишга эга бўлади, бунда ҳарфий символларга юқоридагига ўхшаш маъно берилади. Евклид геометриясида учбурчакнинг юзи билан унинг бурчаклари йиғиндиси ўртасида ҳеч қандай боғланиш йўқ.

Ғ. г. синтетик тарзда қурилганда уларнинг бошқа ўхшашлик ва фарқ қиладиган томонлари бўлади.

Ғ. г. дифференциал геометрия нуқтаи назаридан ҳам қаралади, бунда улар текисликларининг дифференциал хоссалари Евклид фазоси сиртларининг дифференциал хоссаларига ўхшаш бўлади. Ғайриевклид текисликнинг u ва v ички координаталарини киритиб, u ва v координаталарнинг du ва dv дифференциалларига мос бўлган ds ёй дифференциали қуйидаги формула билан аниқланади:

$$ds^2 = E du^2 + 2F du\, dv + G dv^2. \tag{1}$$

u ва v координаталар тегишлича танлаб олинганда (1) формула Лобачевский текислигида қуйидаги кўринишни олади:

$$ds^2 = du^2 + \mathrm{ch}^2 \left(\frac{u}{R}\right) dv^2, \tag{2}$$

бунда ch — гиперболик косинус, R — ўзгармас миқдор (эгрилик радиуси), Риман текислигида эса қуйидаги кўринишни олади:

$$ds^2 = du^2 + \cos^2\left(\frac{u}{R}\right) dv^2. \qquad (3)$$

$R = \infty$ да (2) ва (3) формулалар

$$ds^2 = du^2 + dv^2$$

кўринишга келади, яъни Евклид текислигининг метрик формасини (шаклини) олади. Уч ўлчовли Лобачевский фазосининг Риманча доимий эгрилиги $k = -\frac{1}{R^2}$ (масалан, псевдосфера) бўлиб, у ҳам уч ўлчовли Риман фазоси каби кенг маънодаги Риман фазолари (қ. Риманово пространство) қаторига киради. Риман фазоси доимий мусбат $k = \frac{1}{R^2}$ эгриликка эга (масалан, сфера). Евклид фазоси улар ўртасида оралик ҳолат эгаллагани ҳолда, унинг эгрилиги нолга тенг бўлади.

Ғ. г. даги ҳаракатларни назарий-группа нуқтаи назаридан бирор абсолютга (бирор эгри чизиққа) нисбатан автоморфизмлар группаси (қ.) сифатида қараш мумкин. Шу билан бирга, Лобачевский геометриясининг моделида проектив текисликдаги абсолют бир жинсли проектив координаталарда қуйидаги тенгламалар билан ифодаланади:

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0;$$

Риман геометриясининг абсолюти қуйидаги тенглама билан ифодаланади:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0.$$

Ғ. г. нинг моделларида абсолютларнинг тенгламалари қандай бўлишига қараб бу геометриялар гиперболик геометрия (Лобачевский геометрияси) ва эллиптик геометрия (Риман геометрияси) деб аталади.

Икки ўлчовли Евклид геометриясининг модели қуйидаги ўзгарган абсолют билан берилади:

$$x_1^2 + x_2^2 = 0,$$
$$x_3 = 0,$$

яъни автоморфизмлар группаси доиравий нуқталар (қ. Круговые точки) деб аталувчи $(1, i, 0)$, $(1, -i, 0)$ мавҳум нуқталарга нисбатан қаралади.

Адаб.: П. С. Александров, Что такое неевклидова геометрия, изд-во АПН РСФСР, М., 1950; Ф. Клейн, Неевклидова геометрия, ОНТИ, М.—Л., 1936; Н. В. Ефимов, Высшая геометрия, Физматгиз, М., 1953.

НЕЗАВИСИМОСТЬ системы аксиом — аксиомалар системасининг **МУСТАҚИЛЛИГИ** — аксиомалар системаси зидсизлигининг асосий талабларидан (шартларидан, хоссаларидан) бири. $\{A_i\}$ $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ зидсиз аксиомалар системасининг A_i аксиомаларидан ҳеч бири шша системадаги бошқа аксиомаларнинг натижаси бўлмаса, у ҳолда $\{A_i\}$ аксиомалар системаси мустақил система деб аталади. Бошқача айтганда, А. с. м. бу системанинг аксиомалари сонининг энг кам бўлишига келтирилади. А. с. м. ни исботлаш ҳар бир A_i аксиомани шу системанинг қолган барча аксиомаларига боғлиқ эмас эканлигини исботлашга келтирилади. A_i аксиомаларнинг бошқа барча аксиомалардан мустақил эканлигини исботлаш эса A_i аксиома унга қарама-қарши бўлган $\overline{A_i}$ аксиома билан алмаштирилганда барча аксиомалар системасининг зидсизлигини исботлашга келтирилади. Масалан, тўғри чизиқлар параллеллиги аксиомасининг Евклид геометриясидаги бошқа барча аксиомалардан мустақиллигини исботлаш Лобачевский геометриясининг зидсизлигини исботлашга келтирилади.

Зидсиз А. с. м. ҳақидаги масала геометрия асосларида, математик логикада ўрганилади. Қ. Аксиома, Непротиворечивость, Полнота.

Адаб.: Н. Р. Ефимов, Высшая геометрия, Физматгиз, М., 1953; П. С. Новиков, Элементы математической логики, Физматгиз, М., 1959.

НЕЗАВИСИМОСТЬ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ — ТАСОДИФИЙ ВОҚЕАЛАРНИНГ МУСТАҚИЛЛИГИ — эҳтимоллар назариясининг муҳим тушунчаси. Икки A ва B тасодифий воқеага нисбатан олинганда мустақиллик қуйидагини англатади: икки A ва B воқеанинг бир вақтда юз бериши эҳтимоли уларнинг ҳар бирининг айрим-айрим юз бериш эҳтимолларининг кўпайтмасига тенг. Эҳтимоллар назариясининг кўпгина теоремалари тасодифий воқеалар мустақил деган фаразда исботланади.

Адаб.: Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, Физматгиз, М., 1961.

НЕЙЛЯ ПАРАБОЛА — НЕЙЛЬ ПАРАБОЛАСИ — ярим кубик параболанинг худди ўзи (қ. Полукубическая парабола). Бу парабола унинг ёйи узунлигини топган инглиз математиги У. Нейль номи билан аталган.

НЕЙМАНА ЗАДАЧА — НЕЙМАН МАСАЛАСИ — $\Delta u = 0$ Лаплас тенгламасининг бирор соҳада ечимини топиш масаласи бўлиб, бу ечим шу соҳа чегарасида берилган $\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{\Gamma} = f(s)$ нормал ҳосилага эга бўлади. Бу масала ечилишининг зарурий ва етарли шарти: $\int\limits_{\Gamma} f(s)\,ds = 0$. Ечим ихтиёрий аддитив доимийга қадар аниқликда топилади. Масаланинг шартидаги соҳанинг чегараси ҳар бир нуқтасида уринма текисликка эга бўлиши керак.

НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ для выполнения какого-либо верного утверждения (предложения, суждения) — бирор тўғри даъво (жумла, фикр) ўринли бўлишининг **ЗАРУРИЙ ШАРТИ** — амалга оширилмаганда бу даъво нотўғри бўладиган ҳар қандай шарт.

Масалан, бутун соннинг 4 га бўлинишининг З. ш. унинг охирги рақамининг 2 га бўлинишидир, яъни берилган бутун сон 4 га бўлиниши учун охирги рақамининг 2 га бўлиниши мажбурий (минимал) шартдир. Лекин бу З. ш. ҳали етарли (Қ. Достаточное условие) бўла олмайди, яъни соннинг охирги рақами жуфт бўлиб, аммо у 4 га бўлинмаслиги мумкин. Кўп хонали бутун соннинг 4 га бўлинишининг етарли шарти, масалан, унинг охирги икки рақами 28 билан тамомланишидир. Аммо бу етарли шарт зарурий шарт бўла олмайди, яъни соннинг охирги икки рақами 28 билан тугамаса ҳам, у 4 га бўлиниши мумкин. Бутун N $(N > 10)$ сонининг 4 га бўлинишининг зарурий ва етарли шарти қуйидагича бўлади: берилган соннинг охирги икки рақамидан тузилган сон 4 га бўлинса, берилган сон 4 га бўлинади.

Зарурий ва етарли шартлар зарурийлик ва етарлилик аломатлари ҳам дейилади. Агар тўғри ва тескари теоремалар тўғри бўлса, у ҳолда бу икки ўзаро тескари теоремани «зарур ва етарли» терминлари ёрдамида битта теорема тарзида ифодалаш мумкин. Шундай қилиб, З. ш. ва етарли шарти тўғри ва тескари теоремаларга узвий боғлиқ. «Зарур ва етарли» ибораси теоремаларни ифодалашда кўпинча «шунда ва фақат шунда», «шу ҳолда ва фақат шу ҳолда», «шу ва фақат шу» иборалари билан алмаштирилади. Зарурий ва етарли шартлар ҳақидаги тушунча математикадаги энг муҳим тушунчалардан биридир.

Қ. Теорема, Взаимно обратные теоремы, Геометрическое место точек.

Адаб.: В. В. Репьев, Общая методика преподавания математики, Учпедгиз, М., 1958; П. С. Моденов, Сборник задач по специальному курсу элементарной математики, «Советская наука», М. 1957; И. С. Градштейн, Прямая и обратная теорема, Физматгиз., М., 1959.

НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ЭКСТРЕМУМА — ЭКСТРЕМУМНИНГ ЗАРУРИЙ ШАРТИ: 1°. Бир ўзгарувчили $y = f(x)$ функциянинг x_0 нуқтадаги Э. з. ш. — бу нуқтада $f'(x_0)$ ҳосиланинг нолга тенг бўлишидан $[f'(x_0) = 0]$ ёки ҳосиланинг мавжуд бўлмаслигидан иборатдир.

2°. Бир неча ўзгарувчили функциянинг $(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ нуқтадаги Э. з. ш.— бу нуқтада $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нинг барча хусусий ҳосилалари нолга айланишидан:

$$\frac{\partial u(x_1^0, \ldots, x_n^0)}{\partial x_i} = 0, \ i = 1, 2, \ldots, n$$

ёки ҳеч бўлмаганда хусусий ҳосилалардан биттаси мавжуд бўлмаслигидан иборат.

НЕОПРЕДЕЛЁННАЯ ФОРМА— НОАНИҚ ФОРМА — ҳақиқий коэффициентли $\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_ix_j$ квадратик форма бўлиб, ўзгарувчиларининг ҳақиқий қийматларида мусбат қийматлар ҳам, манфий қийматлар ҳам қабул қила олади; масалан, $x_1^2 - x_2^2$.

НЕОПРЕДЕЛЕННОЕ УРАВНЕНИЕ — АНИҚМАС ТЕНГЛАМА — биттадан ортиқ номаълумдан ташкил топган тенглама. А. т. одатда чексиз кўп ечимга эга бўлади. Одатда А. т. ларнинг бутун ва рационал сонлардан иборат ечимлари изланади. Қ. Диофантовы уравнения.

НЕОПРЕДЕЛЁННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ — АНИҚМАС ИФОДАЛАР. Баъзан a сонини $F(x)$ функцияга расман қўйиб ва кейин функциянинг қийматларини ҳисоблаганда қуйидаги кўринишли ифодалар ҳосил бўлади:

$$\text{а) } \frac{0}{0}, \text{ б) } \frac{\infty}{\infty}, \text{ в) } \infty - \infty, \text{ г) } 0^0, \text{ д) } 1^\infty, \text{ е) } \infty^0.$$

Бу ифодалар алгебра нуқтаи назаридан маъносиздир, лекин математик анализ тушунчаларига асосланиб баъзи ҳолларда уларга аниқ маъно бериш қулай. Чунончи, агар $F(x)$ функция a нуқтанинг бирор атрофида ($x = a$ нуқтадан бошқа) узлуксиз бўлса, $F(a)$ деганда $\lim_{x\to a} F(x)$ тушунилади (қ. Непрерывная функция). Бу лимитни ҳисоблаш аниқмасликни очишдир (қ. Раскрытие неопределенностей, Лопиталя правило). $x = a$ нуқтада юқорида кўрсатилган типдаги аниқмасликлардан бирига эга бўлган $F(x)$ функцияни шундай ўзгартириш мумкинки, янги функция $\frac{0}{0}$ кўринишидаги (а) аниқмасликка эга бўлади, масалан,

$$\text{б) } \lim_{x\to a} \varphi(x) = \infty, \ \lim_{x\to a} \psi(x) = \infty, \ F(x) = \frac{\varphi(x)}{\psi(x)} = \frac{\infty}{\infty},$$

$$\lim_{x\to a} \frac{1}{\psi(x)} = 0, \ \lim_{x\to a} \frac{1}{\varphi(x)} = 0, \ F(x) = \frac{\frac{1}{\psi(x)}}{\frac{1}{\varphi(x)}} = \frac{0}{0};$$

$$\text{в) } \lim_{x\to a} \varphi(x) = \infty, \ \lim_{x\to a} \psi(x) = \infty, \ F(x) = \varphi(x) - \psi(x) = \infty - \infty,$$

$$\lim_{x\to a} e^{-\psi(x)} = 0, \ \lim_{x\to a} e^{-\varphi(x)} = 0; \ e^{F(x)} = \frac{e^{-\psi(x)}}{e^{-\varphi(x)}} = \frac{0}{0};$$

$$\text{г) } \varphi(x) > 0 \ (x \neq 0), \ \lim_{x\to a} \varphi(x) = 0, \ \lim_{x\to a} \psi(x) = 0,$$

$$F(x) = \varphi(x)^{\psi(x)} = 0^0.$$

$$\lim_{x\to a}\psi(x)=0,\ \lim_{x\to a}\frac{1}{\ln\varphi(x)}=0,\ \ln F(x)=\frac{\psi(x)}{\dfrac{1}{\ln\varphi(x)}}=\frac{0}{0};$$

$$\text{д) } \varphi(x)>0\ (x\neq a),\ \lim_{x\to a}\psi(x)=\infty,\ \lim_{x\to a}\varphi(x)=1,$$

$$F(x)=\varphi(x)^{\psi(x)}=1^{\infty},\ \lim_{x\to a}\ln\varphi(x)=0,$$

$$\lim_{x\to a}\frac{1}{\psi(x)}=0,\ \ln F(x)=\frac{\ln\varphi(x)}{\dfrac{1}{\psi(x)}}=\frac{0}{0};$$

$$\text{е) } \varphi(x)>0\ (x\neq a),\ \lim_{x\to a}\varphi(x)=\infty,\ \lim_{x\to a}\psi(x)=0,\ F(x)=\varphi(x)^{\psi(x)}=\infty^0,$$

$$\lim_{x\to a}\psi(x)=0,\ \lim_{x\to a}\frac{1}{\ln\varphi(x)}=0,\ \ln F(x)=\frac{\psi(x)}{\left(\dfrac{1}{\ln\varphi(x)}\right)}=\frac{0}{0}.$$

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ — АНИҚМАС ИНТЕГРАЛ — берилган $f(x)$ функция учун бошланғич (примитив) ҳисобланган барча функциялар (қ. Примитивная функция) тўплами бўлиб $\int f(x)dx$ билан белгиланади. Бундай икки функциянинг айирмаси константага тенг. А. и. аниқ интеграл (қ. Определённый интеграл) билан Ньютон-Лейбниц (қ.) формуласи орқали боғланган:

$$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a),$$

бунда $f(x)$ узлуксиз функция бўлса, у ҳолда $F(x)$ унинг бошланғич функцияларидан бири бўлади.

А. и. нинг хоссалари: 1) $\int \alpha f(x)\,dx=\alpha\int f(x)dx$, бунда α — ихтиёрий сон; 2) $\int [f(x)+g(x)]dx=\int f(x)\,dx+\int g(x)\,dx$ (А. и. нинг чизиқлилик хоссаси); 3) $\int f(x)\,dg(x)=f(x)\,g(x)-\int g(x)\,df(x)$.

А. и. мавжудлигининг етарли шарти берилган $f(x)$ функциянинг қаралаётган интервалда узлуксиз бўлишидан иборатдир, лекин бу шарт зарурий шарт бўлолмайди.

НЕОПРЕДЕЛЁННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ МЕТОД — АНИҚМАС КОЭФФИЦИЕНТЛАР МЕТОДИ — ифоданинг кўриниши олдиндан маълум бўлган ҳолда бу ифоданинг коэффициентларини топиш учун қўлланиладиган метод. Масалан, ҳар қандай рационал функцияни (қ.) оддий касрлар йиғиндиси тарзида ёйиш мумкин. Масалан,

$$\frac{3x^2-1}{x(x^2-1)}$$

функция учун шундай ёйилмани топиш талаб қилинсин, дейлик. Уни бундай кўринишда ёзамиз:

$$\frac{3x^2-1}{x(x^2-1)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}+\frac{C}{x+1},$$

бунда A, B, C коэффициентлар аниқланиши лозим. Махраждан қутқазиб ва ўхшаш ҳадларни гуруҳлаб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$(A+B+C)x^2+(B-C)x-A=3x^2-1.$$

Бу тенглик x нинг барча қийматларида бажарилиши керак бўлгани учун чап ва ўнг томонлардаги x нинг бир хил даражалари олдидаги коэффициентлар тенг бўлиши керак, шунинг учун $A+B+C=3$, $B-C=0$, $A=1$. Демак, $A=B=C=1$ ва

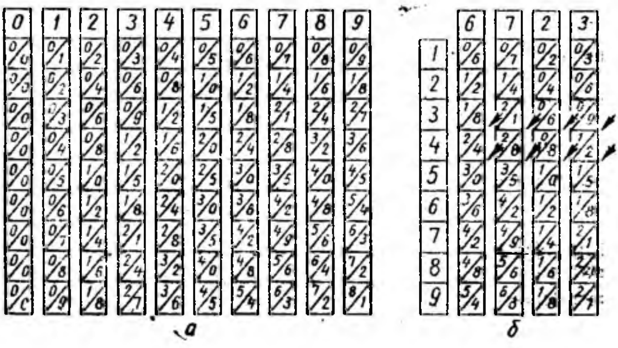
$$\frac{3x^2-1}{x(x^2-1)}=\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}.$$

Бу метод математикада кенг қўлланилади.

НЕОСОБЕННАЯ МАТРИЦА — МАХСУСМАС МАТРИЦА — $D(A)$ детерминанти нолдан фарқли бўлган n- тартибли A_{ij} квадрат матрица (йўллари сони устунлари сонига тенг). n- тартибли М. м. ранги n га тенг.

Агар квадрат матрицанинг ранги n дан кичик, яъни $D(A)=0$ бўлса, у ҳолда матрица махсус матрица дейилади. Ҳар қандай махсусмас A матрица биргина A^{-1} тескари матрицага, яъни $AA^{-1}=A^{-1}A=E$ шартни қаноатлантирадиган матрицага эга, бунда E матрица n ўлчовли фазода айний чизиқли алмаштиришларни (қ. Линейное преобразование) аниқлайдиган бирлик матрица. Ҳар қандай махсусмас A матрица n ўлчовли фазода ихтиёрий базисдаги махсусмас чизиқли алмаштиришни аниқлайди. Координата алмаштириш формулалари ҳам М. м. орқали аниқланади. М. м. регуляр матрица ҳам дейилади. Қ. Матрица, Единичная матрица.

НЕПЕРА ПАЛОЧКИ — НЕПЕР ТАЁҚЧАЛАРИ — кўп хонали сонларни кўпайтиришда қўлланиладиган оддий мослама. 157-*а* расмда кўрсатилганидек, Н. т. рақамлар тасвирланган бир неча полоскалар (картон, ёғоч ёки бошқа бир материалдан тайёрланган) термасидан иборат бўлиб, ҳар бир полосканинг юқорисида



157- расм.

0 дан 9 гача бўлган рақамлар ёзилган, диагонали бўйича бўлинган пастки катакларда эса бу рақамларнинг барча бир хонали сонларга кўпайтмалари ёзилган. Икки хонали кўпайтманинг ўнли рақамлари катакда кўпайтманинг бирлик рақамидан юқорида чапда туради, яъни ўнли рақамлари катак диагоналидан юқорида, кўпайтмадаги бирлик рақами эса ўша катак диагоналидан пастда туради. Кўпайтириш амалини бажариш учун бир неча бир хил таёқчалар керак бўлиши мумкин.

Айтайлик, 6723 сонини бир хонали сонга кўпайтириш талаб қилинсин. Юқорисига 6, 7, 2 ва 3 рақамлари ёзилган Н. т. ни (157-*б* расм) олиб, уларни ёнма-ён қўйниз. Бунда кўпайтма, масалан, 6723 нинг 4 га кўпайтмаси 4 рақами ёзилган горизонтал чизиқ (полоса) бўйича ўнгдан чапга қараб ўқилади, кўпайтма диагональ йўналиши бўйича стрелка билан кўрсатилган рақамлардан тузилади: 2 та бирлик $8+1=9$ та ўнлик, $8+0=8$ та юз, $4+2=6$ та минглик, 2 та ўн минглик. Демак, $6723 \cdot 4=26892$.

Н. т. ни бошқа ҳисоблаш воситалари (чўт, арифмометр ва бошқалар) билан бирга қўллаш маъқул.

Н. т. кам қўлланилади, лекин улар ёзма кўпайтиришга қараганда тез кўпайтиришга имкон беради, бироқ арифмометр, ҳисоблаш чизғичи (тақрибий ҳисоблаш) ёки махсус жадваллар (О' Рурк ёки М. В. Яковкин жадваллари ва бошқалар) ёрдамида кўпайтиришга қараганда анча кўп вақт талаб қилади.

Адаб.: В. М. Брадис, Устный и письменный счет. Вспомогательные средства вычислений, Энц. элем. матем., т. 1., Гостехиздат, М., 1951.

НЕПЕРОВЫ АНАЛОГИИ — НЕПЕР ЎХШАТМАЛАРИ. Сферик тригонометриянинг (қ.) қуйидаги формулалари Н. ў. дейилади:

$$\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}=\frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{a+b}{2}}\operatorname{ctg}\frac{C}{2};\quad \operatorname{tg}\frac{A+B}{2}=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{a+b}{2}}\operatorname{ctg}\frac{C}{2};\qquad (*)$$

$$\operatorname{tg}\frac{a-b}{2}=\frac{\sin\frac{A-B}{2}}{\sin\frac{A+B}{2}}\operatorname{tg}\frac{c}{2};\quad \operatorname{tg}\frac{a+b}{2}=\frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{A+B}{2}}\operatorname{tg}\frac{c}{2}.\qquad (**)$$

Бу формулалар сферик учбурчакларни берилган икки *a* ва *b* томони ва улар орасидаги *C* бурчаги (*) ёки берилган *c* томони ва унга ёпишган *A* ва *B* бурчаклари (**) бўйича «ечиш» да логарифмлаш учун қулай. (*) ва (**) формулалар маълум даражада ўхшаш бўлиб, уларни инглиз математиги Г. Бригг (*) ва шотланд математиги Д. Непер (**) пропорция кўринишида топганлар.

Грек. αναλογια—пропорция.

НЕПЕРОВЫ ЛОГАРИФМЫ — НЕПЕР ЛОГАРИФМЛАРИ—натурал логарифмларнинг (қ.) худди ўзи. Натурал логарифмларнинг бундай деб аталиши тарихан асоссиздир. қ. Логарифм.

НЕПЕРОВО ЧИСЛО — НЕПЕР СОНИ — $e=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=2{,}718281828459\ldots$ сони. Н. с. трансцендент сон эканини биринчи бўлиб француз математиги Ш. Эрмит 1873 йилда исбот этган. Бу сон олий математика ва унинг татбиқларида катта роль ўйнайди. Бу сонннг шотланд математиги Непер номи билан аталиши асосли эмас. Қ. Натуральные логарифмы.

НЕПОДВИЖНАЯ ТОЧКА преобразования — алмаштиришнинг **ҚЎЗҒАЛМАС НУҚТАСИ** — қаралаётган алмаштиришда ўз-ўзига мос келадиган (ўзи-ўзига ўтадиган) нуқта. Масалан, *l* симметрия ўқи берилган симметрик алмаштиришда симметрия ўқининг ҳар бир нуқтаси Қ. н. бўлади, яъни бу алмаштиришда улар ўз ўрнида қолади, Маркази *S* ва коэффициенти $k \neq 0$ бўлган $H(S, k)$ гомотетик алмаштиришда *S* нуқта Қ. н. бўлади.

Қ. н. дан ташқари, қўзғалмас тўғри чизиқ, қўзғалмас текислик, қўзғалмас айлана [масалан, инверсияда (қ.)] ва бошқалар бўлади. Қўзғалмас тўғри чизиқнинг ҳар бир нуқтаси ўз-ўзига алмаштирилса, тўғри чизиқ нуқтавий инвариант тўғри чизиқ бўлиши мумкин; тўғри чизиқ бутунлай қўзғалмай қолиб, лекин унинг ҳар бир нуқтаси (ёки унинг баъзи нуқталари тўплами) шу тўғри чизиқда ётувчи нуқталарга алмаштирилса, тўғри чизиқ нуқтавий инвариант тўғри чизиқ бўлмаслиги мумкин. Масалан, симметрия ўқи нуқтавий инвариант тўғри чизиқдир, симметрия ўқига перпендикуляр бўлган тўғри чизиқлар эса нуқтавий инвариант тўғри чизиқ бўла олмайди.

Қ. н., қўзғалмас тўғри чизиқ, қўзғалмас текислик ва бошқалар алмаштиришнинг қўзғалмас ёки қўш элементлари дейилади.

Қ. н. термини орқали анализ ва дифференциал тенгламаларнинг қатор муҳим теоремалари ифода қилиниши мумкин. Масалан $y' = f(x)$, $y(0) = 0$. тенгламанинг ечими мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теорема оддий шартлар бажарилганда қуйидаги даъвога эквивалент бўлади: функциялар фазосида $z = \int\limits_0^x f(x, y(x))\,dx$ алмаштиришнинг изланаётган $y(x)$ функциядан иборат ягона қўзғалмас нуқтаси бор. Топологияда (к.) Қ. н. ҳақида машҳур теорема бор. Унинг хусусий ҳолини таърифлаймиз. $x^2 + y^2 \leqslant 1$ доирани ўз-ўзига ҳар қандай узлуксиз акслантиришда ақалли битта Қ. н. бўлади.

Адаб.: Д. М. Гильберт и Кон Фоссен, Наглядная геометрия, Гостехиздат, М.—Л., 1951; Л. С. Понтрягин, Основы комбинаторной топологии, Гостехиздат, М.—Л., 1947.

НЕПОЛНОЕ КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ — ЧАЛА КВАДРАТ ТЕНГЛАМА— биринчи ёки нолинчи даражали номаълум олдидаги коэффициент, ёки бу коэффициентларнинг иккаласи нолга тенг бўлган квадрат тенглама. Бинобарин Ч. к. т. қуйидаги кўринишлардан бирига эга бўлади:

$$ax^2 + bx = 0 \ (a \neq 0) \ \text{ёки} \ ax^2 + c = 0 \ (a \neq 0) \ \text{ёки} \ ax^2 = 0 \ (a \neq 0).$$

НЕПОЛНОЕ ЧАСТНОЕ — ЧАЛА БЎЛИНМА: 1°. Арифметикада Ч. б.—иккита бутун a ва b сон нисбатининг бутун қисми, бунда $a > b$ ва a сон b га бўлинмайди. Масалан, $\frac{7}{3}$ нисбатнинг Ч. б. си 2 га тенг, 7 сони—бўлинувчи, 3 сони—бўлувчи, 7 ни 3 га бўлишдаги қолдиқ 1 га тенг. Бўлинувчи Ч. б. ни бўлувчига кўпайтириб, қолдиқнинг қўшилганига тенг.

2°. **Алгебрада Ч. б.** —$f(x)$ кўпҳадни $P[x]$ ҳалқадаги $g(x) \neq 0$ га бўлишда ҳосил бўладиган ва

$$f(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

муносабатни қаноатлантирадиган $q(x)$ кўпҳад, бунда $r(x) \neq 0$ нинг даражаси $g(x)$ нинг даражасидан кичик. $r(x)$ кўпҳад $f(x)$ ни $g(x)$ га бўлишдаги қолдиқ дейилади. Баъзан, $f(x)$ ни $g(x)$ га бўлишдаги $q(x)$ Ч. б. ($r(x) \neq 0$ бўлганда) бўлинма ҳам дейилади, $f(x)$ ни $g(x)$ га бўлиш эса $r(x) \neq 0$ қолдиқли бўлиш дейилади. $P[x]$ ҳалқадаги ҳар қандай икки $f(x)$, $g(x)$ кўпҳад учун $q(x)$ ва $r(x)$ кўпҳадлар бир қийматли аниқланади.

Адаб.: С. И. Новоселов, Специальный курс элементарной алгебры, «Советская наука», М., 1956; А. И. Маркушевич, Деление с остатком в арифметике и алгебре, Изд-во АПН РСФСР, 1949; Энц. элем. матем., т. 2, Гостехиздат, М.—Л., 1951.

НЕПРАВИЛЬНАЯ ДРОБЬ — НОТЎҒРИ КАСР: 1°. Арифметикада Н. к. — сурати махражидан катта ёки унга тенг оддий каср, масалан: $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{8}$. Биринчи кўринишдаги Н. к. ни бутун ва каср қисмларга эга бўлган аралаш сон кўринишида ёзиш мумкин: $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\,\frac{1}{2}$. Ҳар қандай аралаш сонни Н. к. кўринишида ёзиш мумкин, масалан, $2\,\frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3}{7} = \frac{17}{7}$.

2°. **Алгебрада Н. к.** — иккита кўпҳаднинг $\frac{f(x)}{g(x)}$ нисбати, бунда $f(x)$ нинг даражаси $g(x)$ нинг даражасидан кичик эмас, қ. Дробь.

НЕПРЕРЫВНАЯ ГРУППА (или топологическая группа) — **УЗЛУКСИЗ ГРУППА** (ёки топологик группа) — элементлари тўплами топологик фазо (қ. Топологическое пространство) ҳосил қилувчи группа (қ); кўпайтиришнинг группавий амали ва тескари элементга ўтиш амали топологик фазода узлуксиз. Масалан, тўғри чизиқдаги рационал сонлар тўплами табиий ўлчовда олинганда (қ. Метрика) бу тўплам группа ҳосил қилади. У. г. назариясининг энг муҳим натижаларидан бири қуйидаги теоремадир: У. г. кўпхиллик (қ. Многообразие) бўлгани ҳолда Ли группаси (қ.) ҳамдир.

Адаб.: Л. С. Понтрягин. Непрерывные группы, Гостехиздат, М., 1954.

НЕПРЕРЫВНАЯ ДРОБЬ — УЗЛУКСИЗ КАСР —

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{\ddots}{\ddots \cfrac{1}{a_n + \ddots}}}}$$

кўринишдаги ифода, бунда a_0 — ҳар қандай бутун сон (мусбат бўлиши шарт эмас), $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$—чала бўлинма ёки берилган У. к. нинг элементлари деб аталадиган натурал сонлар. У. к. чекли ёки чексиз бўлишига қараб қисқача бундай белгиланади:

$$[a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n] \text{ ёки } [a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots].$$

Ҳар қандай рационал сон чекли У. к. кўринишида тасвирланиши, иррационал сон эса чексиз У. к. кўринишида тасвирланиши мумкин; бу ёйилмалар ягонадир, шу билан бирга квадратик иррационалликнинг ёйилмаси даврий У. к. бўлади (қ. Лагранжа теорема), масалан: $\sqrt{2} = [1; 2, 2, \ldots]$. Қисқармайдиган $\frac{P_k}{Q_k}$ каср кўринишида ёзилган $[a_0, a_1, a_2, \ldots, a_k]$ $(k<n)$ У. к. k-тартибли муносиб каср дейилади. Муносиб касрнинг сурат ва махражи қуйидаги рекуррент формула билан боғланган:

$$P_{k+1} = a_{k+1} P_k + P_{k-1};\quad Q_{k+1} = a_{k+1} Q_k + Q_{k-1}.$$

Ҳар бир чексиз У. к. учун ягона

$$\lim_{k\to\infty} \frac{P_k}{Q_k} = \alpha$$

лимит мавжуд, бу лимит шу У. к. нинг қиймати дейилади. У. к. лар иррационал сонларни рационал сонлар—муносиб касрлар билан тақрибий ифода қилишда қўлланилади. Масалан, π сонининг тақрибий қийматлари $\frac{22}{7}$ ва $\frac{335}{113}$ муносиб касрлардир. Агар α — даражаси $n>1$ бўлган алгебраик сон бўлса, шундай c ўзгармас миқдор танлаш мумкинки, ҳар қандай рационал $\frac{x}{y}$ каср учун $\left|\alpha - \frac{x}{y}\right| > \frac{c}{y^n}$ тенгсизлик бажарилади, деган теоремани француз математиги Лиувилль исбот қилган. Бошқача айтганда, α алгебраик иррационал сонни $\frac{x}{y}$ рационал касрга (ҳар қандай тайинли махражли касрга) улар орасидаги айирманинг абсолют қиймати истаганча кичик бўладиган қилиб алмаштириш мумкин эмас. У. к. устида бажариладиган амаллар жуда ҳам қўпол, шунинг учун амалда улардан фойдаланиш қийин. У. к. лар занжир касрлар ҳам дейилади.

$$a_0 + \cfrac{a_1}{b_1 + \cfrac{a_2}{b_2 + \cfrac{\ddots}{\ddots \cfrac{a_n}{b_n + \dots}}}}$$

кўринишдаги ифода ҳам У. к. дейилади, бу ифода $\left[a_0; \frac{a_\nu}{b_\nu}\right]_1^\infty$ билан белгиланади. a_1 ва b_1 лар барча a_n ва b_n ларга қараганда бошқа қонунга бўйсунадиган У. к. $\left[a_0; \frac{a_1}{b_1}; \frac{a_\nu}{b_\nu}\right]$ билан белгиланади. $\frac{a_n}{b_n}$ каср У. к. нинг n-бўғини деб, a_n ва b_n лар n-бўғиннинг ҳадлари деб аталади: $a_1, a_2, \dots$ сонлари У. к. нинг хусусий суратлари, $b_1, b_2, \dots$ лар эса У. к. нинг хусусий махражлари дейилади.

У. к. терминини (лат. fractio) биринчи марта Л. Эйлер (1737) киритган.

Адаб.: А. Я. Хинчин, Цепные дроби, Гостехиздат. М.—Л., 1949; Л. Эйлер, Введение в анализ бесконечно малых, т. I перев. с лат. М. — Л., 1931; Т. И. Стильтьес, Исследования о непрерывных дробях, перев. с франц. Харьков—Киев, 1936; А. Н. Хованский, Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа, Гостехиздат, М., 1956, Энц. элем. мат., т. I, Гостехиздат, М. — Л., 1951; Н. Г. Чеботарев, Теория непрерывных дробей, Казань, 1938.

НЕПРЕРЫВНАЯ ПРОПОРЦИЯ — УЗЛУКСИЗ ПРОПОРЦИЯ — ўрта ҳадлари тенг бўлган геометрик пропорция (қ.). Масалан, $9:6 = 6:4$ пропорция У. п. дир; геометрик прогрессиянинг кетма-кет келган учта ҳади У. п. ҳосил қилади.

$a - b = b - c$ кўринишдаги арифметик пропорция ҳам У. п. дейилади, бироқ «узлуксиз арифметик пропорция» термини кам ишлатилади.

НЕПРЕРЫВНАЯ ФУНКЦИЯ в точке P_0 $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ — $P_0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ нуқтада **УЗЛУКСИЗ ФУНКЦИЯ** — қуйидаги шартни қаноатлантирувчи $f(P) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ функция: ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай δ топиладики, $|x_i - x_i^0| < \delta$, $(i = 1, 2, \dots, n)$ шартга бўйсунувчи ҳамма $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ нуқталар учун $|f(P) - f(P_0)| < \varepsilon$ тенгсизлик бажарилади. Бошқача айтганда, $P \to P_0$ га интилганда $f(P)$ функция $f(P_0)$ га интилса, $f(P)$ функция P_0 нуқтада узлуксиз бўлади. M тўпламнинг ҳар бир нуқтасида узлуксиз бўлган функция M тўпламда У. ф. дейилади.

Боғламли тўпламда бир ўзгарувчили У. ф. нинг графиги узлуксиз чизиқ бўлиб, у узлуксиз эгри чизиқнинг оддий тасвиридан кескин фарқ қилиши мумкин. Масалан, ҳеч қаерда ҳосилага эга бўлмаган У. ф. лар бор. Уларнинг графиклари ҳеч қаерда уринмага эга бўлмайдиган узлуксиз чизиқларни тасвирлайди. Бундай функция мисолини биринчи марта немис математиги Вейерштрасс топган.

У. ф. ларнинг кўпгина муҳим хоссалари бор: компакт тўпламдаги (қ. Компактность) У. ф. ўзининг энг кичик ва энг катта қийматларига эришади; У. ф. ларнинг йиғиндиси, айирмаси, кўпайтмаси У. ф. дир; иккита У. ф. нинг суперпозицияси (қ.) ҳам У. ф. бўлади (қ. Ролля теорема). $[a, b]$ кесмада узлуксиз бўлган ҳар қандай $f(x)$ функцияни истаган даражадаги аниқлик билан кўпҳадга яқинлаштириш мумкин (Вейерштрасс теоремаси). Компакт тўпламдаги У. ф. текис узлуксиз функция бўлади. Барча бу хоссалар математиканинг кўпгина бўлимлари учун У. ф. нинг аҳамиятини яна ҳам орттиради.

Бэр классификациясига кўра, У. ф. нолинчи синфга қарашли бўлади. У. ф. лар фақат $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ўзгарувчили фазодаги тўпламлардагина эмас, балки топологик фазонинг (қ. Топологическое пространство) ҳар қандай тўпламида ҳам янада абстрактроқ тарзда қаралади. Мисоллар: барча кўпҳад ва e^x, $\sin x$, $\cos x$ функциялар сонлар тўғри чизиғида У. ф. бўлади; $y = \operatorname{tg} x$ функция ўзи аниқланмаган $x = \frac{\pi}{2}(2k+1)$ $[k = 0, 1, 2, \ldots, n]$ нуқталардан бошқа барча нуқталарда узлуксиздир; $y = \lg x$ функция $0 < x < \infty$ аниқланиш соҳасида узлуксиз; $y = x \sin\frac{1}{x}$ $[y(0) = 0]$ функция тўғри чизиқнинг барча нуқталарида узлуксиз, бироқ $x=0$ нуқтада ҳосилага эга эмас.

НЕПРЕРЫВНОСТИ АКСИОМЫ — УЗЛУКСИЗЛИК АКСИОМАЛАРИ — тўғри чизиқнинг узлуксизлигини бирор тарзда ифода қилувчи аксиомалар. У. а. дан бири Дедекинд аксиомасидир: агар тўғри чизиқнинг AB кесмасининг барча нуқталари ҳар бири бўш бўлмаган шундай икки синфга ажратилсаки, бунда 1) AB кесманинг ҳар бир нуқтаси фақат бир синфга тегишли, яъни A нуқта биринчи синфга $\in$ (қарашли), B нуқта иккинчи синфга $\in$ бўлса, 2) биринчи синфнинг A нуқтадан фарқли ҳар бир x нуқтаси A нуқта билан иккинчи синфнинг истаган y нуқтаси орасида ётса; 3) иккинчи синфнинг B нуқтадан фарқли ҳар бир y нуқтаси биринчи синфнинг истаган x нуқтаси билан B нуқта орасида ётса, у ҳолда шундай C нуқта топиладики, у ҳар қандай $[x, y]$ кесмага тегишли бўлади, бунда x ва y — мос равишда биринчи ва иккинчи синфларнинг ихтиёрий нуқталари. C нуқтанинг ўзи нуқталарнинг биринчи ёки иккинчи синфига тегишли бўлиши мумкин. C нуқта (чегаравий нуқта ёки дедекинд кесимининг нуқтаси) ягона эканлигини исбот этиш мумкин. Дедекинд аксиомаси тўғри чизиқ ва нур учун ҳам шунга ўхшаш ифода қилинади. Баъзан таърифланмайдиган «орасида» термини ўрнида таърифланмайдиган «кейин келади», «чапда ётади», «ўнгда ётади», деган терминлардан фойдаланилади.

Битта узлуксизлик аксиомаси—Дедекинд аксиомаси ўрнида баъзан унга тенг кучли бўлган иккита аксиомадан фойдаланилади: Кантор аксиомаси (бир-бири ичига жойлаштирилган ва нолга интилувчи сегментларнинг ҳар қандай кетма-кетлиги битта умумий нуқтага эга) ва Архимед аксиомаси (қ.) ёки бошқа тенг кучли аксиомалар

У. а. тўғри чизиқнинг барча нуқталари тўплами билан барча ҳақиқий сонлар тўплами ўртасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатишга имкон беради. У. а. элементар геометриянинг бир қатор теоремаларини исботлашга имкон беради: доиранинг ички нуқтасидан ўтувчи тўғри чизиқнинг доира айланаси билан фақат икки нуқтада кесишиши, текисликда маълум тартибда жойлашган икки айлананинг кесишиши: кесманинг узунлиги мавжудлигини аниқлашга ва кесмаларни ўлчашда тескари масалани ечишга имкон беради: ҳар қандай α ҳақиқий сон учун узунлиги шу α сонга тенг бўлган кесма мавжудлиги ҳақидаги теоремани исботлаш. қ. Длина.

НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯНИНГ УЗЛУКСИЗЛИГИ—функциянинг узлуксиз бўлиш хоссаси. қ. Непрерывная функция.

НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ СПРАВА (соответственно слева)—ФУНКЦИЯНИНГ ЎНГДАН (мос равишда чапдан) УЗЛУКСИЗЛИГИ. Агар эркли ўзгарувчининг чексиз кичик $\Delta x > 0$ (мос равишда $\Delta x < 0$) орттирмасига функциянинг чексиз кичик $\Delta y = f(a + \Delta x) - f(a)$ орттирмаси мос келса ёки, бари бир, агар $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = f(a)$ (мос равишда $\lim\limits_{x \to a-0} f(x) = f(a)$) бўлса, яъни функциянинг ўнгдан (мос равишда чапдан) лимити функциянинг $f(a)$ қийматига тенг бўлса, у ҳолда $y = f(x)$ функция $x = a$ нуқтада ўнгдан (чапдан) узлуксиз дейилади (қ. Предел функции справа).

НЕПРИВОДИМОЕ УРАВНЕНИЕ над полем P—P майдонда **КЕЛТИРИЛМАЙДИГАН ТЕНГЛАМА** — $f(x) = 0$ алгебраик тенглама (қ. Алгебраическое уравнение), бунда $f(x)$ — шу P майдонда (қ. Поле) келтирилмайдиган кўпҳад (қ. Неприводимый многочлен). Масалан, $x^2 + 1 = 0$—ҳақиқий сонлар майдонида К. т. дир, лекин комплекс сонлар майдонида келтириладиган тенгламадир. Агар $f(x)$ келтириладиган кўпҳад бўлса, унинг

$$f(x) = p(x) \cdot q(x)$$

ёйилмаси $f(x) = 0$ тенгламани даражаси кичикроқ ва, демак, янада соддароқ тенг кучли тенгламаларнинг

$$p(x) = 0,$$
$$q(x) = 0$$

тўпламига келтиришга имкон беради.

НЕПРИВОДИМЫЙ МНОГОЧЛЕН над заданным полем P — берилган P майдонда **КЕЛТИРИЛМАЙДИГАН КЎПҲАД** — кўпайтувчиларга (яъни коэффициентлари P майдондан олинган ва даражаси нолдан юқори бўлган кўпҳадларга) ажралмайдиган кўпҳад. Ҳар қандай алгебраик ёпиқ майдонда даражаси бирдан юқори бўлмаган кўпҳад ягона К. к. бўлади (қ. Алгебраически замкнутое поле).

Мисоллар: ҳақиқий сонлар майдонида ҳақиқий коэффициентли ҳар қандай К. к. ёки константа, ёки биринчи даражали кўпҳад, ёки дискриминанти (қ.) нолдан кичик бўлган квадрат учҳад бўлади; рационал сонлар майдонида истаган даражали (истаганча юқори даражали) К. к. мавжуд.

К. к. нинг $P[x]$ кўпҳадлар ҳалқасидаги (қ. Кольцо) роли туб сонларнинг бутун сонлар ҳалқасидаги ролига ўхшайди. Арифметиканинг бутун сонлар ҳалқасидаги асосий теоремасига ўхшаш, кўпҳадлар бўлиниш назариясининг асосий теоремаси ўринлидир.

Мисоллардан кўриниб турибдики, бир майдонда келтирилмайдиган кўпҳад бошқа бир майдонда келтириладиган кўпҳад бўлиши мумкин.

Кўпҳадларнинг келтирилиши ёки келтирилмаслиги ҳақидаги масалани амалда ечишга доир умумий методларининг мураккаблиги туфайли, турли вақтларда турли математиклар кўпҳадларнинг келтирилмаслигига доир кўпгина хусусий критерийлар топдилар ва исбот қилдилар. Бироқ бу критерийларнинг ҳаммаси кўпҳадлар келтирилмаслигининг фақат етарлилик (зарурийлик эмас) шартларини ташкил қилди, яъни бирор хусусий турдаги кўпҳадларнинг келтирилмаслигинигина аниқлашга имкон берди.

Кўпҳадларнинг рационал сонлар майдонида келтирилиши ёки келтирилмаслиги учун етарли ва зарурий шартлардан иборат бўлган ниҳоятда оддий критерийлар, яъни кўпҳадларнинг келтирилмаслиги ҳақидаги масалани бошқа критерийлардан фарқли ўлароқ, умумий кўринишда ечишга имкон берувчи критерийларни М. В. Яковкин 1938 йилда топди, 1940 йилда эса эълон қилди.

Адаб.: А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Гостехиздат, М., 1952; Г. М. Шапиро, Высшая алгебра, Учпедгиз, М., 1938; Б. Л. Ван дер Варден, Современная алгебра, перев. с нем., ч. I и 2, Гостехиздат, М., 1947; М. В. Яковкин, Численная теория приводимости многочленов, Изд-во АН СССР, М., 1959.

НЕПРОТИВОРЕЧИВАЯ СИСТЕМА уравнений — тенгламалар **СИСТЕМАСИНИНГ ЗИДДИЯТСИЗЛИГИ** — биргаликдаги тенгламалар системаси терминининг худди ўзи (қ. Совместные уравнения).

НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТЬ системы аксиом — аксиомалар системасининг **ЗИДДИЯТСИЗЛИГИ** — аксиомалар системасининг энг муҳим талабларидан (шартлари, хоссаларидан) бири. Агар аксиомалар системасидан бир-бирини истисно қилувчи иккита жумлани мантиқан келтириб чиқариш мумкин бўлмаса, бундай аксиомалар системаси зиддиятсиз аксиомалар системаси дейилади. Агар аксиомалар системаси бу хоссага эга бўлмаса, у зиддиятли система дейилади. Зиддиятли аксиомалар системаси фан тармоғини асослашга ярамайди.

Аксиомалар системасининг З. ни исбот қилиш модель қуришга (реализация, интерпретацияга), яъни дастлабки аксиомалар системасининг асосий объектлари орасидаги асосий муносабатларни аниқ акс эттирувчи, лекин бошқа табиатли асосий объектлар ролини ўйновчи элементлар тўпламини танлашга келтирилади. Бу термин аксиомалар системасининг биргаликда бўлиши ҳам дейилади. Қ. Аксиома, Независимость, Полнота.

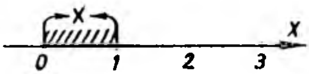
НЕРАВЕНСТВО — ТЕНГСИЗЛИК — тенгсизлик ишораси ($>$, $<$ тенгсизлик ишоралари) билан бирлаштирилган иккита алгебраик ифода. Номаълумлари (ўзгарувчилари) бўлган Т. нинг ечими деб, бу номаълумларнинг Т. ни қаноатлантирувчи барча ҳақиқий қийматлари тўпламига айтилади. Масалан, $x>2$ Т. нинг ечими сонлар ўқида абсциссаси $x=2$ бўлган нуқтадан ўнгда жойлашган барча ҳақиқий сонлар тўпламидан иборат бўлади.

$x^2<x$ Т. нинг ечими (0; 1) оралиқдаги сонлар тўплами, яъни $0<x<1$ бўлади (158-расм). $|x-2|<5$ Т. нинг ечими x нинг $-3<x<7$ қўш тенгсизликни (яъни иккита Т. ишораси билан $A>B>C$ ёки $A<B<C$ ва ҳоказо кўринишда бирлаштирилган учта алгебраик ифодани) қаноатлантирувчи қийматлари тўплами бўлади (159-расм).

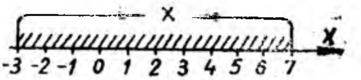
Т. ни ечишда геометрик (график) тасаввурлардан кенг фойдаланилади.

Ўзидаги ҳарфларнинг (маълум ва номаълум миқдорларнинг) қабул қиладиган ҳар қандай қийматларида тўғри бўлган алгебраик Т., шунингдек тўғри бўлган сонли Т. айний Т. лар дейилади. Масалан, $a^2+a+1>0$; $a^2>a^2-1$; $5>3$ лар айний Т. лардир.

Агар бир хил номаълумлардан тузилган икки Т. бир хил ечимга эга бўлса, улар тенг кучли (эквивалент) Т. лар дейилади. Масалан, $|x|<2$ ва $x^2-4<0$ Т. лар тенг кучлидир. Т. лар ечими фақат ҳақиқий сонлар ёки уларнинг бирор қисм-тўпламига (масалан, бутун сонларга, мусбат сонларга) нисбатан қаралади.



158- расм.



159- расм.

Икки Т. системасининг эквивалентлиги шунга ўхшаш таърифланади: Т. лар системаси эса тенгламалар системасига ўхшаш таърифланади. $\geqslant$ (катта ёки тенг, яъни кичик эмас), ёки $\leqslant$ (кичик ёки тенг, катта эмас) белгилари билан, ёки $\ll$ (ниҳоятда кичик) ёки $\gg$ (ниҳоятда катта) белгилари билан бирлаштирилган икки алгебраик ифода ҳам Т. дейилади.

Т. ларнинг хосса ва классификацияси кўп жиҳатдан тенгламаларнинг хосса ва классификациясига ўхшашдир.

Мисоллар:

$ax+b=0$, $a\neq 0$ — биринчи даражали тенглама (чизиқли тенглама);

$ax^2+bx+c=0$ — иккинчи даражали тенглама (квадрат тенглама);

$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n=0$ — бир номаълумли n-даражали алгебраик тенглама;

$\lg x=2$ — логарифмик (трансцендент) тенглама.

$ax+b>0$, $a\neq 0$ — биринчи даражали Т. (чизиқли Т.);

$ax^2+bx+c>0$ ёки $ax^2+bx+c<0$ — иккинчи даражали Т. (квадрат Т.);

$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n>0$ (ёки <0) — n-даражали алгебраик Т.;

$\lg x>2$ ($\lg x<2$) — логарифмик (трансцендент) Т.

Т. тушунчаси математиканинг кўпгина бўлимларидаги тақрибий формулаларда қўлланилади. Қ. Гёльдера неравенство, Коши неравенство, Лагранжа неравенство, Минковского неравенство, Средние.

Адаб.: П. И. Коровкин, Неравенства, Гостехиздат, М.—Л., 1951; Г. Л. Невяжский, Неравенства, Учпедгиз, М., 1947; Харди Г. Г. и др., Неравенство, ИЛ, М., 1948.

НЕСОБСТВЕННОЕ ПОДМНОЖЕСТВО множества A — A тўпламнинг **ХОСМАС ҚИСМ-ТЎПЛАМИ** — бўш тўплам (қ. Пустое множество), шунингдек ўзининг қисм-тўплами сифатида қараладиган A тўпламнинг ўзи.

НЕСОБСТВЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ — ХОСМАС ИНТЕГРАЛ — Риман интеграли тушунчасининг умумлаштирилгани бўлиб, унинг мавжуд бўлиши учун интеграл остидаги функция чегараланган, интеграллаш кесмаси эса чекли узунликка эга бўлиши зарур. Агар $f(x)$ функция тайинланган бошланғич нуқтали ва M етарлича катта бўлган истаган чекли $[a, M]$ кесмада интегралланувчи бўлса,

$$\lim_{M\to\infty}\int_a^M f(x)\,dx$$

лимит мавжуд бўлганда у $f(x)$ функциянинг $[a, \infty)$ даги Х. и. дейилади ва

$$\int_a^\infty f(x)\,dx$$

каби белгиланади. Бу ҳолда Х. и. яқинлашади ҳам дейилади. Шунга ўхшаш

$$\int_{-\infty}^b f(x)\,dx = \lim_{N\to-\infty}\int_N^b f(x)\,dx$$

ва

$$\int_{-\infty}^\infty f(x)\,dx = \lim_{\substack{M\to\infty\\ N\to-\infty}}\int_N^M f(x)dx.$$

Агар $f(x)$ функция ҳар қандай етарли кичик ε учун $[a+\varepsilon, b]$ кесмада интегралланувчи ва a нуқта атрофида чегараланмаган бўлса, таърифга кўра,

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\varepsilon\to0}\int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx,$$

бу интеграл мавжуд бўлганда $f(x)$ функциянинг $[a, b]$ кесмадаги Х. и. дейилади. $f(x)$ функция b нуқтада чегараланмаган ҳол учун ҳам шундай бўлади. Х. и. нинг умумий ҳоли интеграллаш кесмасини мос қисмларга ажратиш йўли билан олдин кўриб ўтилган ҳолларга келтирилади. Масалан,

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt[3]{x(x^4+1)}}\,dx = \lim_{N\to-\infty}\int_N^{-1}\frac{1}{\sqrt[3]{x(x^4+1)}}\,dx +$$

$$+\lim_{\varepsilon\to0}\int_{-1}^{-\varepsilon}\frac{1}{\sqrt[3]{x(x^4+1)}}\,dx + \lim_{\varepsilon\to0}\int_\varepsilon^1\frac{1}{\sqrt[3]{x(x^4+1)}}\,dx + \lim_{M\to\infty}\int_1^M\frac{1}{\sqrt[3]{x(x^4+1)}}\,dx=0.$$

Агар $\int_{-\infty}^b |f(x)|dx$ ёки $\int_a^\infty |f(x)|\,dx$ Х. и. яқинлашса, у ҳолда $f(x)$ учун мос Х. и. ҳам яқинлашади (абсолют яқинлашиш). Бу фикрнинг тескариси тўғри бўлмаган ҳоллар (шартли яқинлашиш) бўлиши мумкин. Х. и. лар математикада кўп қўлланилади. Масалан, математик физика масалаларини ечишда кўп қўлланиладиган $f(t)$ – $g(u)$ Фурье алмаштириши Х. и. орқали таърифланади:

$$g(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-uit}\, dt.$$

Сонлар аналитик назариясида ва махсус функциялар назариясида кенг қўлланиладиган гамма-функция

$$\Gamma(z)=\int_{0}^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx$$

формула билан аниқланади.

Лаплас алмаштириши Х. и. орқали ифодаланади:

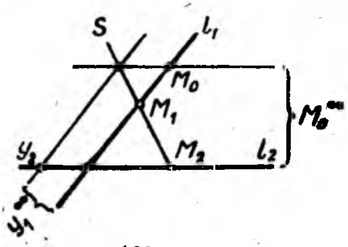
$$F(p)=L[f(t)]=\int_{0}^{\infty} f(t)\, e^{-pt}\, dt.$$

Адаб.: Л. В. Канторович, Определенные интегралы и ряды Фурье, изд. Ленинградского ун-та, 1940; Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, 2-т., Ўқувпеддавнашр, Т., 1956; Коровкин П. П., Определенный интеграл и ряды, Учпедгиз, М., 1959.

НЕСОБСТВЕННЫЙ ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ЭКСТРЕМУМ — ХОСМАС НИСБИЙ ЭКСТРЕМУМ. Бу тушунча хосмас нисбий максимум ва хосмас нисбий минимум тушунчаларининг умумлаштирилганидир; улар ҳақида Относительный максимум ва Относительный минимум терминларига қаранг.

НЕСОБСТВЕННЫЙ ЭКСТРЕМУМ — ХОСМАС ЭКСТРЕМУМ. Бу тушунча хосмас максимум ва хосмас минимум тушунчаларининг умумлаштирилганидир; улар ҳақида Максимум ва Минимум терминларига қаранг.

НЕСОБСТВЕННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ в геометрии — геометриядаги **ХОСМАС ЭЛЕМЕНТЛАР** — проектив геометрияни (қ.) ўрганишда мос равишда Евклид тўғри чизиғи, текислиги ва фазосига қўшимча қилинадиган элементлар (нуқта, тўғри чизиқ, текисликлар). Агар Евклид текислигида l_1 тўғри чизиқнинг нуқталари S марказдан (160- расм) l_2 тўғри чизиққа проекцияланса, у ҳолда $M_1 \to M_2$ (яъни M_1 нуқта M_2 га проекцияланади), лекин M_0 ($SM_0 \parallel l_2$) Евклид тўғри чизиғининг ҳеч қандай нуқтасига проекцияланмайди. Бу камчиликни йўқотиш учун, яъни l_1 ва l_2 тўғри чизиқларнинг нуқталари орасидаги ўзаро бир қийматли мослик йўқлигини бартараф қилиш учун тўғри чизиқлар хосмас (чексиз узоқлашган) нуқталар билан тўлдирилади. Бунда тўғри чизиқларни Х. э.$_\infty$ билан тўлдиришда $M_0 \in l_1$ нуқтага $M_0^\infty \in l_2$ нуқта мос келади; шунга ўхшаш, l_2 ($Sy_2 \parallel l_1$) тўғри чизиқнинг y_2 нуқтасига l_1 тўғри чизиқнинг y_1^∞ нуқтаси мос келади. Евклид текислигининг барча параллел тўғри чизиқлари хосмас нуқталар билан (хосмас тўғри чизиқлар билан) тўлдирилган кенгайтирилган (проектив) текисликда умумий хосмас кесишиш нуқтасига эга бўлади. Лекин биз текисликка Х. э. киритиб, уларни одатдаги хос (чекли) элементлардан фарқ қила олмаймиз, улар



160- расм.

ҳам хос элементлар билан бир хил бўлади. Фазода хосмас тўғри чизиқ ва хосмас текислик ҳам шунга ўхшаш киритилади.

Евклид фазоси Х. э. билан тўлдирилганда янги ғайриевклид геометриялар яратилади (қ. Неевклидовы геометрии).

НЕСОВМЕСТНАЯ СИСТЕМА уравнений — тенгламаларнинг **БИРГАЛИКДА БЎЛМАГАН СИСТЕМАСИ** — ечимга эга бўлмаган система. Масалан,

$$\sin x + \sin y = 1,$$
$$x + y = 0.$$

Бу система Т. б. б. с. дир, чунки $y = -x$, $\sin x + \sin(-x) = \sin x - \sin x = 0$, бу эса системанинг биринчи тенгламасига зиддир. Чизиқли алгебрада чизиқли тенгламаларнинг биргаликда бўлмаган системаси қаралади (қ. Кронекера—Капелли теорема). Т. б. б. с. зид система ҳам дейилади.

НЕСОИЗМЕРИМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ — ЎЛЧОВДОШ БЎЛМАГАН МИҚДОРЛАР — умумий ўлчовга (қ. Мера) эга бўлмаган бир жинсли миқдорлар. **Ў. б. м.** нисбати иррационал сондир. Масалан, 1) квадратнинг диагонали ва томони— Ў. б. м.; 2) радиуси $r = 1$ бўлган доира юзи ва томони бирга тенг бўлган квадрат юзи — Ў. б. м. Ў. б. м. қадим замонлардаёқ маълум эди. қ. Соизмеримые величины.

НЕСОКРАТИМАЯ ДРОБЬ — ҚИСҚАРМАС КАСР — сурат ва махражи ўзаро туб сонлар бўлган оддий касрдир, бу касрнинг сурат ва махражи ± 1 дан бошқа умумий бўлувчиларга эга эмас. Масалан, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{5}$ — Қ. к.

Ҳадлари 1 дан бошқа энг катта умумий бўлувчига (қ. Наибольший общий делитель) эга бўлган ҳар қандай касрни Қ. к. га келтириш мумкин, бунинг учун касрнинг ҳадларини энг катта умумий бўлувчисига бўлиш керак (касрнинг асосий хоссаси). Оддий Қ. к. га ўхшатиб, алгебрада ҳам Қ. к. қаралади, яъни ± 1 дан бошқа умумий бўлувчиларга эга бўлмаган А ва B алгебраик ифодалардан тузилган $\frac{A}{B}$ алгебраик каср қаралади. Масалан, $\frac{2a}{b}$, $\frac{3a^2}{b-a}$ — алгебраик Қ. к.

НЕСЧЕТНОЕ МНОЖЕСТВО — САНОҚСИЗ ТЎПЛАМ — қуввати саноқли тўплам (қ. Счетное множество) қувватидан катта бўлган чексиз тўплам. Масалан, барча ҳақиқий сонлар тўплами С. т. бўлади (Кантор). Натурал қаторнинг барча қисм-тўпламлари тўплами С. т. бўлади.

НЕЧЕТНАЯ ПЕРЕСТАНОВКА — ТОҚ ЎРИН АЛМАШТИРИШ — инверсиялари сони тоқ (қ. Инверсия) бўлган ўрин алмаштириш (қ. Перестановка). Масалан, элементлари (3, 5, 4, 1, 2) натурал сонлардан иборат бўлган ўрин алмаштириш— Т. ў. а., чунки ўрин алмаштиришга кирувчи элементлар жуфти ҳосил қилган инверсияларнинг умумий сони 7—тоқдир: 3 сони 1, 2 сонлари билан ҳаммаси бўлиб иккита инверсия ҳосил қилади; 5 сони 4, 1, 2 сонлари билан учта инверсия; 4 сони 1, 2 сонлари билан иккита инверсия ҳосил қилади. Шундай қилиб, ўрин алмаштиришдаги барча инверсиялар сони 7 га тенг. (3, 5) (3, 4), (1, 2) элементлар жуфти эса нормал (табиий тартиб) ҳосил қилади.

Агар ўрин алмаштиришдаги инверсиялар сони жуфт бўлса, у жуфт ўрин алмаштириш дейилади. Масалан, (3, 2, 5, 4) жуфт ўрин алмаштиришдир, чунки ундаги барча элементлардан тузилиши мумкин бўлган жуфтлардаги инверсиялар сони 2—жуфтдир. Ўрин алмаштиришларнинг тоқ ва жуфтлиги детерминант ҳадларининг ишорасини аниқлашда, ўрнига қўйишларнинг тоқ ва жуфтлигини аниқлашда қўлланилади.

НЕЧЕТНАЯ ПОДСТАНОВКА — ТОҚ ЎРНИГА ҚЎЙИШ. n- даражали

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_{i_1} & a_{i_2} & a_{i_3} & \dots & a_{i_n} \end{pmatrix} \text{ ёки } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \varphi(1) & \varphi(2) & \varphi(3) & \dots & \varphi(n) \end{pmatrix}$$

ўрнига қўйиш тоқ сондаги транспозициялар (қ.) кўпайтмасига ажралса ёки қаралаётган элементлар жуфтида катта сондан кейин кичик сон келган ҳолда иккинчи йўлдаги (нормал тартибда ёзилган биринчи йўлнинг ўрин алмаштирилиши) инверсиялар сони тоқ бўлса, у Т. ў. қ. дейилади (қ. Инверсия).

Масалан, 1) Бешта элементдан тузилган $\begin{pmatrix}12345\\12543\end{pmatrix}=(35)$ ўрнига қўйиш. —Т. ў. қ. дир (битта транспозиция); 2) шу элементлардан тузилган: $\begin{pmatrix}12345\\21534\end{pmatrix}=(12)\ (34)\ (45)$ ўрнига қўйиш—Т. ў. қ. дир (учта транспозиция). Қ. Подстановка.

НЕЧЕТНАЯ ФУНКЦИЯ — ТОҚ ФУНКЦИЯ — $f(x)=-f(-x)$ тенглик ўринли бўлиб, аниқланиш соҳаси нолга нисбатан симметрик бўлган $f(x)$ функция, яъни аргументининг ишораси ўзгарганда ўз ишорасини ўзгартирадиган функция. Масалан, $y=ax$, $y=\sin x$, $y=\operatorname{tg} x$, $y=x^3$, $y=\arcsin x$ функциялар Т. ф. дир. Т. ф. нинг графиги (қ.) координаталар бошига нисбатан симметрик жойлашган бўлади, яъни унинг симметрия маркази координаталар бошидир.

$f(x)$ ва $\varphi(x)$ Т. ф. лар йиғиндиси (айирмаси) ҳам Т. ф. бўлади: иккита Т. ф. кўпайтмаси жуфт функциядир (қ. Четная функция). Барча функциялар тўплами фақат тоқ ва фақат жуфт функцияларга келтирилиб қолмайди; тоқ ҳам бўлмаган, жуфт ҳам бўлмаган функциялар бор, масалан, $y=ax+b$ $(ab\neq 0)$, $y=\arccos x$ функциялар.

Жуфт ҳам бўлмаган, тоқ ҳам бўлмаган функциялар $x>0$ учун аниқланган, $x<0$ учун эса аниқланмаган бўлади, яъни уларнинг аниқланиш соҳаси ҳамиша ҳам саноқ бошига (ноль) нисбатан симметрик эмас, масалан: $y=\lg x$, $y=n!$ функциялар («эн факториал» $n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ n$ учун аниқланган функция).

НЕЧЕТНОЕ ЧИСЛО — ТОҚ СОН — 2 га қолдиқсиз бўлинмайдиган бутун (мусбат ёки манфий) сон. Тоқ сон ҳар хил шаклда ёзилиши мумкин, масалан, $2n+1$, $2n-1$, $4n\pm 3$, бунда n — исталган бутун сон.

Тоқ сон квадрати яна тоқ сон бўлади, иккита исталган тоқ сон кўпайтмаси ҳам тоқ сон бўлади. Қ. Четное число.

НЕЯВНАЯ ФУНКЦИЯ — ОШКОРМАС ФУНКЦИЯ. $F(x,\ y)=0$ муносабат x нинг y функциясини қуйидагича аниқлайди; $y(x)$ ифода y ўзгарувчининг шундай қийматидирки, у x нинг берилган қиймати билан биргаликда $F(x,\ y(x))=0$ шартни қаноатлантиради. Бошқача айтганда, $y(x)$ ифода тайинланган x учун $F(x,\ y)=0$ тенгламанинг ечимидир. $y(x)$ функциянинг бу усулда берилиши функцияни ошкормас кўринишда бериш дейилади, функциянинг ўзи эса О. ф. дейилади. $y(x)$ функция бир қийматли, яъни $F(x,\ y)=0$ тенгламанинг ечими ихтиёрий бир тайинли x учун ягона бўлган ҳол математиканинг кўпгина масалаларида муҳим аҳамиятга эга. Бу саволга О. ф. ҳақида турли-турли вариантларга эга бўлган теорема жавоб беради. Улардан энг соддаси бундай. Айтайлик,

$$F(x_0,\ y_0)=0;\quad \frac{\partial F}{\partial y}(x,\ y),\ \frac{\partial F}{\partial x}(x,\ y)$$

$(x_0,\ y_0)$ нуқтада узлуксиз бўлсин; сўнгра, $\frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0)\neq 0$ бўлсин. У ҳолда x_0 нуқтанинг етарлича кичик атрофида $y(x_0)=y_0$ бўлган битта ва фақат битта $y(x)$ узлуксиз функция мавжуд. Ундан ташқари,

$$y'(x)=-\frac{\dfrac{\partial F(x,\ y)}{\partial x}}{\dfrac{\partial F(x,\ y)}{\partial y}}.$$

О. ф. лар системаси учун ҳам шунга ўхшаш теорема ўринлидир. Агар

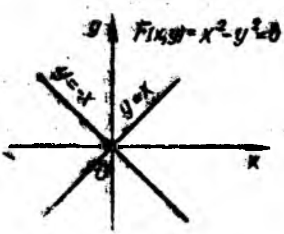
$$
\begin{aligned}
F_1(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ \ldots,\ y_k) &= 0,\\
F_2(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ \ldots,\ y_k) &= 0,\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
F_k(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ \ldots,\ y_k) &= 0
\end{aligned}
\qquad (*)
$$

[бунда $\frac{\partial F_S}{\partial x_i}$, $\frac{\partial F_S}{\partial y_j}$ — P нуқтанинг атрофида узлуксиз, $i = 1,\ 2,\ \ldots\ n,\ \ s,\ \ j = 1,\ 2,\ \ldots\ k$] бўлса ва $P(x_1^0,\ x_2^0,\ \ldots,\ x_n^0,\ y_1^0\ y_2^0,\ \ldots,\ y_k^0)$ нуқта (*) системани қаноатлантирса ва P нуқтада $\frac{D(F_1,\ F_2,\ \ldots,\ F_k)}{D(y_1,\ y_2,\ \ldots,\ y_k)} \neq 0$ бўлса (қ. Якобиан), у ҳолда бирор $(x_1^0,\ x_2^0,\ \ldots,\ x_n^0)$ атрофида $y_1(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$, $y_2(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$, $\ldots$ $y_k(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$ функцияларнинг (*) системани қаноатлантирувчи ва $y_j(x_1^0,\ x_2^0,\ \ldots,\ x_n^0) = y_j^0$ [$j = 1,\ 2,\ \ldots,\ k$] бўлган ягона узлуксиз системаси мавжуд. Бунда $y_1,\ y_2,\ \ldots,\ y_k$ лар узлуксиз хусусий ҳосилаларга эга.

Мисоллар: 1. $F(x,\ \ y) = y^2 + x = 0$, $\frac{\partial F}{\partial y} = 2y$, $y \neq 0$ бўлганда $\frac{\partial F}{\partial y} \neq 0$. Агар $P(x_0,\ y_0)$ нуқта $F(x,\ y) = 0$ тенгламани қаноатлантирса, у ҳолда $y_0 \neq 0$ бўлганда (демак, $x \neq 0$) x_0 нинг бирор атрофида $y_0 = \pm\sqrt{-x_0}$ шартни қаноатлантирувчи ягона узлуксиз $y(x) = \pm\sqrt{-x}$ функция топилади. Квадрат илдизнинг ишораси y_0 нинг ишораси билан аниқланади.

2. $F(x,\ y) = x^2 - y^2 = 0$, $\left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_0 = 0$.

О. ф. графигидан (161-расм) кўриниб турибдики, $x = 0$ нуқтанинг атрофида y ни x нинг функцияси кўринишида бир қийматли аниқлаш мумкин эмас.



161-расм

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, 1-т, Ўқувпеддавнашр, Т., 1951.

НИЖНИЙ ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ чисел $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n\ \ldots$ — $a_1, a_2,\ \ldots,\ a_n\ \ldots$ сонлар **КЕТМА-КЕТЛИГИНИНГ ҚУЙИ ЛИМИТИ** — агар кетма-кетлик қуйидан чегараланган бўлса, шу кетма-кетликнинг лимит нуқталаридан (қ. Предельная точка) энг чаппагиси; Қ. л. $\underline{\lim}_{n\to+\infty}\ a_n$ символи билан белгиланади. Агар кетма-кетлик қуйидан чегараланмаган бўлса, у ҳолда $\underline{\lim}_{n\to+\infty}\ a_n = -\infty$ деб фараз қилинади; агар кетма-кетлик қуйидан чегараланган бўлса ва лимит нуқталарга эга бўлмаса (яъни $\lim_{n\to+\infty}\ a_n = +\infty$), у ҳолда $\underline{\lim}_{n\to+\infty} a_n = +\infty$ деб фараз қилинади. Кетма-кетликнинг чекли ёки чексиз лимити мавжуд бўлган ҳолда Қ. л. бу лимит билан бир хил бўлади. Қ. л. чекли бўлган ҳолда уни қуйидагича характерлаш мумкин; агар: 1) l нинг ҳар қандай атрофида кетма-кетликнинг чексиз кўп ҳадлари топилса ва 2) ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун кетма-кетликнинг $l - \varepsilon$ дан кичик бўлган чекли сондаги ҳадлари бўлса, у ҳолда l сони кетма-кетликнинг Қ. л. бўлади.

Мисоллар:

1) $-\frac{1}{2}$, 2, $-\frac{1}{3}$, ..., n, $-\frac{1}{n+1}$, ... кетма-кетлик учун $\underline{\lim}_{n\to\infty} a_n = 0$;

2) 1, -1, 2, -2, ... n, $-n$, ... кетма-кетлик учун $\underline{\lim}_{n\to+\infty} a_n = -\infty$;

3) $\underline{\lim}_{n\to\infty} \frac{n^2+1}{n+2} = +\infty$.

НИЖНИЙ ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯНИНГ ҚУЙИ ЛИМИТИ. $y=f(x)$ функциянинг a нуқтадаги қуйи лимити унинг шу нуқтадаги хусусий лимитларидан (қ. Частичный предел) энг кичиги (чекли ёки чексиз); $\underline{\lim}_{x\to a} f(x)$ символи билан белгиланади. a нуқта $+\infty$, $-\infty$ символлари билан алмаштирилган ҳолларда, шунингдек, x ўзгарувчи a га чапдан ёки ўнгдан (бир томонли Қ. л.) интилган ҳолларда ҳам бу таъриф ўз кучини сақлайди.

Мисоллар:

1) $\underline{\lim}_{x\to0} 3\sin\frac{1}{x} = -3$; 2) $\underline{\lim}_{x\to2} \frac{1}{(x-2)^4} = +\infty$;

3) $\underline{\lim}_{x\to\infty} x\cos x = -\infty$;

4) $\underline{\lim}_{x\to0} \frac{1}{x} = -\infty$, лекин $\underline{\lim}_{x\to+0} \frac{1}{x} = +\infty$.

НИЖНЯЯ ГРАНЬ МНОЖЕСТВА — ТЎПЛАМНИНГ ҚУЙИ ЧЕГАРАСИ. Ҳақиқий сонлар тўпламининг қисм-тўплами бўла оладиган E тўпламнинг **Қ. ч.** — бу тўпламни қуйидан чегараловчи сонлардан энг каттаси, яъни қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи m сони: 1) E тўпламдаги ҳар қандай x элемент $x\geqslant m$ тенгсизликни қаноатлантиради; 2) ҳар қандай $\varepsilon>0$ учун E тўпламда шундай x' элемент мавжудки, у $x'<m+\varepsilon$ тенгсизликни қаноатлантиради. Қуйи чегара $\inf E=m$ символи билан белгиланади. Қуйидан чегараланган ҳар қандай тўпламда Қ. ч. мавжуд. Агар Қ. ч. тўпламга тегишли бўлмаса, у албатта шу тўпламнинг лимит нуқтаси (қ. Предельная точка) бўлади.

Мисоллар: 1) $E=\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \ldots, \frac{n}{n+1}, \ldots\right\}$, $\inf E=\frac{1}{2}$;

2) E тўплам $a\leqslant x\leqslant b$ кесма, $\inf E=a$, 3) E — радиуси R бўлган доирага ташқи чизилган мунтазам кўнбурчаклар периметрларининг тўплами, $\inf E=2\pi R$. Агар E қуйидан чегараланмаган бўлса, у ҳолда $\inf E=-\infty$ деб фараз қилинади.

НИЖНЯЯ ГРАНЬ ФУНКЦИИ $y=f(x)$ (или $n=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$) — на данном множестве E — берилган E тўпламдаги $y=f(x)$ (ёки $n=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$) **ФУНКЦИЯНИНГ ҚУЙИ ЧЕГАРАСИ** — x аргумент [ёки $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$] E тўпламдан қийматлар қабул қилганда функция оладиган қийматлари тўпламининг (қ. Нижняя грань множества) қуйи чегараси; Қ. ч. $\inf f(x)$ [ёки $\inf (x_1, x_2, \ldots, x_n)$] символи билан белгиланади. Агар E даги бирор x' учун $f(x')=\inf\limits_{x\in E} f(x)$ бўлса, у ҳолда функциянинг E тўпламдаги Қ. ч. унинг шу тўпламдаги энг кичик қиймати бўлади (бу ҳолда функция ўзининг қуйи чегарасига эришади).

Мисоллар: 1) $\inf\limits_{-2<x<2}(x^2-2)=-2$ Қ. ч. функциянинг $x=0$ да қабул қиладиган энг кичик қиймати; 2) $\inf\limits_{0<x<\infty} 2^{-x}=0$, лекин функция $0<x<\infty$ да энг кичик қийматга эга бўлмайди; 3) $\inf\limits_{0<x<1}\left(-\frac{1}{x}\right)$ мавжуд эмас ёки шартли равишда $-\infty$ га тенг, чунки функция бу тўпламда қуйидан чегараланмаган.

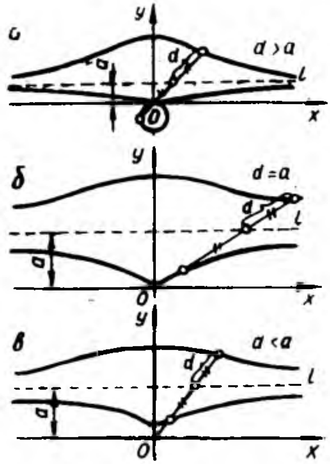
НИКОМЕДА КОНХОИДА — НИКОМЕД КОНХОИДАСИ — бу l тўғри чизиқнинг конхоидасидир (қ.). O қутб ва d кесманинг танланишига қараб Н. к. ҳар хил кўринишга эга бўлади. Н. к. икки шохчадан иборат. Агар O қутбдан берилган l тўғри чизиққача бўлган масофа a га тенг ва берилган кесма d га тенг бўлса, Н. к. нинг қутб координаталаридаги тенгламаси

$$\rho = \frac{a}{\cos\varphi} \pm d$$

кўринишда бўлади, тўғри бурчакли декарт координаталарида эса қутби координата боши билан устма-уст тушганда:

$$(x-a)^2(x^2+y^2) - d^2x^2 = 0$$

кўринишда бўлади. Н. к. 4-тартибли алгебраик эгри чизиқдир. $d>a$, $d=a$ ва $d<a$ бўлганда Н. к. O қутбда мос равишда тугунга (162-*а* расм), ўткирланиш нуқтаси (162-*б* расм) ёки яккаланган нуқтага (162-*в* расм) эга бўлади.



162-расм.

Н. к. ундан бурчакни учга бўлиш (қ. Трисекция угла) ва кубни иккилантириш (қ. Удвоение куба) ҳақидаги геометрик масалаларни ечиш учун фойдаланган қадимги грек геометри Никомед номи билан аталади.

Адаб.: Ван дер Варден, Пробуждающаяся наука, Физматгиз, М., 1959; А. А Савелов, Плоские кривые, Физматгиз, М., 1960.

НИЛЬПОТЕНТНЫЙ ЭЛЕМЕНТ в группе — группадаги **НИЛЬПОТЕНТ ЭЛЕМЕНТ** шундай g элементки, унинг бирон даражаси (яъни $\underbrace{g\cdot g\cdot \ldots \cdot g}_{n \text{ марта}}$ кўпайтма) группанинг бирлигига тенг бўлади. Масалан, 2-тартибли махсусмас матрицалар группасида

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

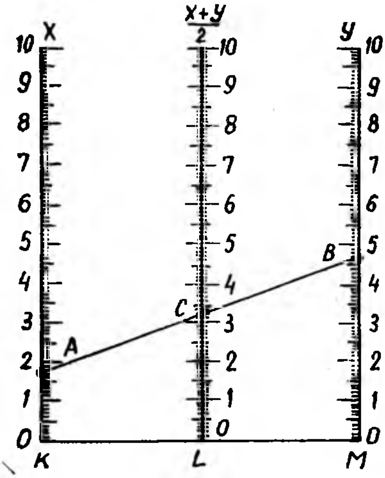
матрица Н. э. дир. Равшанки, группанинг бирлиги ҳамиша Н. э. бўлади.

НОМОГРАММА — НОМОГРАММА — ҳисоблаш характеридаги масалаларнинг маълум бир турини ечишга мўлжалланган махсус чизма. Масалан, келтирилган квадрат тенгламаларни ечиш учун, линзанинг фокуслари орасидаги масофани аниқлаш учун (агар буюм ва унинг тасвиригача бўлган масофа маълум бўлса), трапециянинг юзини ҳисоблаш учун, иссиқлик сиғими бир хил бўлган икки суюқлик аралашмасининг температурасини аниқлаш учун Н. лар бўлади ва ҳоказо.

Н. ни тасвирлаш усулига ва берилган миқдорлар орасидаги функционал боғланишнинг ифодаланиш усулига қараб Н. асосий уч турга бўлинади: тўғриланган нуқтали Н., турли Н. ва транспарантли Н.

Тенгламаси $F(u, v, w) = 0$ бўлган тўғриланган нуқтали Н. u, v, w ўзгарувчиларнинг учта шкаласидан тузилган бўлиб, уларнинг ўзгариш соҳаси бу шкалалар билан берилади. Шкалалар шундай тузилганки, уларда $F(u, v, w) = 0$ тенгламани қаноатлантирувчи тамғалар (сонлар) бир тўғри чизиқда ётади, унинг номи ҳам шундан келиб чиққан. 163-расмда икки соннинг ўрта арифметик қийматини ҳисоблаш учун қўлланиладиган тўғриланган нуқтали Н. тасвирланган.

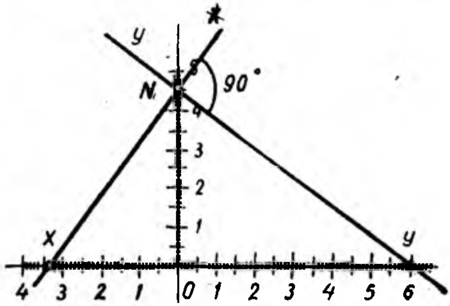
Тенгламаси $F(u, v, w)=0$ бўлган турли Н. u, v, w ўзгарувчиларнинг ўзгариш соҳасини тасвирловчи тамғаланган чизиқларнинг (шкалаларнинг) учта оиласидан тузилган. Шкалалар шундай тузилганки, тамғалари $F(u, v, w) = 0$ тенгламани



163- расм.

қаноатлантирувчи шкалалардан ҳар учтаси бир нуқтада кесишади.

Энг оддий транспарантли Н. иккита текис майдончадан (текисликдан), яъни асосий майдон (164- расмдаги горизонтал) ва кўпинча шаффоф материалдан тайёр-



164- расм.

ланадиган транспарантдан иборат; уларга бинар майдоннинг xx ва yy ($xx \perp yy$) чизиқлари белгиланган бўлади (бинар майдон ҳар бири қўш сон билан, яъни тегишли ўзгарувчи ва кўринмас чизиқ ва нуқталарнинг қийматлари билан белгиланган нуқталар тўпламидан иборат). 164- расмда икки соннинг ўрта геометрик қийматини ҳисоблаш учун Н. тасвирланган ($ON = \sqrt{\frac{10}{3} \cdot 6} \approx 4{,}5$).

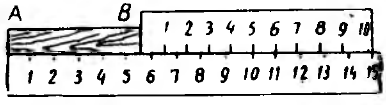
Транспарантли Н. га логарифмик чизғич мисол бўла олади, бунда транспарант фақат илгариланма ҳаракат қилади. қ. Номография. Грек. νομοξ—қонун, γραμμα—ёзма белги, тасвир.

НОМОГРАФИЯ — НОМОГРАФИЯ — математиканинг номограммалар (қ.), яъни маълум тур масалалар ечиш учун мўлжалланган махсус чизмалар ясашнинг назарияи ва практикасини ўрганувчи бўлимидир.

Ватанимизда Н. ни ривожлантириш ва инженерлик ҳисобларини номограммалашни ташкил қилишда совет Н. мактабининг ташкилотчилари профессорлар Н. А. Глаголев ва А. А. Глаголевларнинг хизматлари катта.

Адаб:. Н. А. Глаголев, Курс номографии, «Высшая школа», М., 1961; М. В. Пентковский, Считающие чертежи (номограммы), Физматгиз, М., 1959; А. П. Доморяд, Численные и графические методы решения уравнений, Эьц, элем. мат., т. 2, Гостехиздат, М., 1951.

НОНИУС — НОНИУС — тўғри чизиқ кесмаларининг узунлигини ўлчов бирлигининг 10^{-k} (k — бутун мусбат сон, одатда $k=1$, 2) улушигача аниқликда ўлчаш учун мўлжалланган асбобдир. Н. чизғич бўлиб, унда масштабнинг 9 бўлими 10 та тенг бўлакка ёки 99 бўлими 100 та тенг бўлакка бўлинган.



165- расм.

Агар ўлчанаётган AB кесманинг (165- расм) учи масштабнинг бўлими чизиғи устига тушмаса, унинг учига Н. тақаб қўйилади ва Н. нинг қайси бўлими масштабнинг бўлими устига тушиши аниқланади. Расмда AB кесманинг узунлиги $AB = 5{,}6$ масштаб бирлиги.

НОРМА — НОРМА — соннинг абсолют қиймати ва векторнинг узунлигини умумлаштирувчи тушунча. Норма L чизиқли фазонинг (қ. Векторное пространство) $\mathbf{x}$ векторининг қуйидаги учта шартни (норма $\|\mathbf{x}\|$ билан белгиланади) қаноатлантирувчи функциясидир: 1) $\mathbf{x}\neq 0$ да $\|\mathbf{x}\|>0$, $\mathbf{x}=0$ да $\|\mathbf{x}\|=0$; 2) ҳар қандай $\mathbf{x}\in L$ ва α ҳақиқий сон учун $\|\alpha\mathbf{x}\|=|\alpha|\,\|\mathbf{x}\|$ 3) L даги истаган $\mathbf{x}$ ва $\mathbf{y}$ учун $\|\mathbf{x}+\mathbf{y}\|\leqslant\|x\|+\|\mathbf{y}\|$.

Ҳар қандай Евклид фазосида (қ. Евклидово пространство) норма қуйидаги скаляр кўпайтма ёрдами билан аниқланади: $\|\mathbf{x}\|=\sqrt{(\mathbf{x}\cdot\mathbf{x})}$ (қ. Скалярное произведение). $[a, b]$ кесмадаги узлуксиз функциялар фазосида қуйидаги Н. қаралади: $\|\varphi(t)\|=\max\limits_{a\leqslant t\leqslant b}|\varphi(t)|$.

Кўпгина бошқа нормалар бор. Н. аниқланган чизиқли фазо нормалаштирилган фазо дейилади. Функционал анализ (қ.) A чизиқли оператор нормаси ва P чизиқли функционал (қ.) нормаси тушунчалари билан иш кўради (қ. Линейный оператор). Биринчиси қуйидагини билдиради:

$$\|A\|=\sup_{x\in L}\frac{\|A\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|}.$$

Иккинчиси эса қуйидагини билдиради;

$$\|P\|=\sup_{x\in L}\frac{\|P\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|}.$$

$a+b\mathbf{i}+c\mathbf{j}+d\mathbf{k}$ кватернионнинг нормаси манфий бўлмаган ҳақиқий $\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}$ сондир. α кватернионнинг нормаси α кватернион билан унга қўшма бўлган $\bar{\alpha}$ кватернион (қ.) кўпайтмасига тенг. $c=d=0$ бўлган хусусий ҳолда кватернионнинг $\sqrt{a^2+b^2}$ нормаси $a+bi$ ва $a-bi$ қўшма комплекс сонларнинг модулига тенг.

Адаб.: Г. Е. Шилов, Введение в теорию линейных пространств, Гостехиздат, М., 1952.

НОРМАЛЬ — НОРМАЛЬ. Эгри чизиққа (сиртга) унинг берилган нуқтасида ўтказилган Н. — бу нуқтадан ўтувчи ва эгри чизиққа (сиртга) шу нуқтада ўтказилган уринма тўғри чизиққа (уринма текисликка) перпендикуляр бўлган тўғри чизиқдир (қ. Касательная). Агар эгри чизиқ текис бўлса, у ўзининг ҳар бир нуқтасида биргина нормалга эга бўлади. Агар текис эгри чизиқнинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги параметрик тенгламалари $x=f(t)$, $y=g(t)$ бўлса, у ҳолда параметрнинг $t=t_0$ қийматига мос келувчи (x_0, y_0) нуқтадаги Н. нинг тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$(x-x_0)\frac{df}{dt}\bigg|_{t_0}+(y-y_0)\frac{dg}{dt}\bigg|_{t_0}=0.$$

Агар текис эгри чизиқ $F(x, y)=0$ тенглама билан ифодаланган бўлса, (x_0, y_0) нуқтадаги Н. нинг тенгламаси:

$$(x-x_0)\frac{\partial F(x_0,y_0)}{\partial y}+(y-y_0)\frac{\partial F(x_0, y_0)}{\partial x}=0$$

кўринишда бўлади. Фазовий эгри чизиқ ўзининг ҳар бир нуқтасида нормал текисликда (қ. Нормальная плоскость) ётувчи чексиз кўп Н. лар тўпламига эга. Фазовий эгри чизиққа унинг берилган нуқтасида ўтказилган Н. лар тўпламидан. ёпишма текисликда (қ. Соприкасающаяся плоскость) ётувчи бош Н. ва бу текисликка перпендикуляр бўлган бинормаль (қ.) алоҳида фарқланади. Уринма, бош

Н. ва бинормаль эгри чизиқнинг ҳаракатланувчи триэдрини (қ.) ташкил қилади. $F(x, y, z)=0$ сирт учун Н. тенгламаси қуйидаги кўринишга эга:

$$\frac{x-x_0}{\frac{\partial F}{\partial x}(x_0, y_0, z_0)}=\frac{y-y_0}{\frac{\partial F}{\partial y}(x_0, y_0, z_0)}=\frac{z-z_0}{\frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0)}.$$

Н. тушунчаси дифференциал геометрияда, геометрик оптикада (ёруғликнинг қайтиш ва синиш қонунлари), механикада (моддий нуқта силлиқ чизиқ ёки сирт бўйлаб ҳаракатланганида унга Н. бўйича йўналган ташқи куч таъсир қилади) катта роль ўйнайди. Агар эгри чизиқ ўрнига l тўғри чизиқ қаралса, у ҳолда тўғри чизиққа ўтказилган Н. l тўғри чизиққа ўтказилган перпендикуляр ёки перпендикуляр тўғри чизиқ дейилади. Лат. normalis — тўғри чизиқ.

НОРМАЛЬНАЯ ЖОРДАНОВА ФОРМА матрицы A—A матрицанинг **НОРМАЛ ЖОРДАН ФОРМАСИ** —

$$\begin{pmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & A_p \end{pmatrix}$$

кўринишдаги матрица бўлиб, бунда $A_i (i=1, 2, \dots p)$ бирор тартибли қуйидаги квадрат матрица

$$\begin{pmatrix} \lambda_i & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_i & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_i 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_i \end{pmatrix}.$$

λ_i сонлар ва A_i матрица тартиби бевосита A матрицага қараб аниқланиши мумкин. Агар A_i матрицанинг тартиби бирга тенг бўлса, у ҳолда у λ_i сони бўлади. Ҳар хил индексли λ_i лар бир-бирига тенг бўлиши мумкин.

Қуйидаги теорема ўринлидир: ҳар қандай A матрица учун шундай махсусмас C матрица топиладики, CAC^{-1} Н. ж. ф. шаклида бўлади. A матрицанинг Н. ж. ф. A_i жордан «катакчалари» нинг истаганча номерлаш аниқлигида ягонадир. A матрицанинг Н. ж. ф. нинг алгебраик маъноси бундай. Комплекс чизиқли фазонинг берилган базисидаги P чизиқли алмаштириш A матрица ёрдами билан ёзилган, деб фараз қилайлик. Чизиқли фазонинг базисини чизиқли алмаштиришнинг матрицаси яна ҳам соддароқ бўладиган қилиб ўзгартириш мумкин эмасмикан деган савол туғилади. A матрицанинг Н. ж. ф. P чизиқли алмаштиришнинг матрицаси ёзилиши мумкин бўлган энг содда кўринишидир.

Юқорида айтиб ўтилган λ_i сонлари матрицанинг (қ.) хусусий қийматлари ёки характеристик сонларидир (улар характеристик тенгламанинг илдизлари бўлади). λ_i илдиз каррали бўлган ҳолдагина A_i «катакчалар» тартиби бирдан катта бўлади. Лекин λ_i илдизнинг карралилиги, умуман айтганда, A_i нинг тартибига тенг эмас. Диагонал матрицалар Н. ж. ф. нинг хусусий ҳолидир. Матрицаларнинг ортогонал (қ.), унитар (қ.), симметрик, қийшиқ симметрик матрица каби турларининг Н. ж. ф. диагонал матрица бўлади. Матрицанинг Н. ж. ф. дифференциал тенгламалар назариясида, Ли группалари (қ.) назариясида, шунингдек, чизиқли алгебрада кенг қўлланилади. Бу тушунчанинг ўзи ҳам чизиқли алгебра тушунчасидир. Масалан, қуйидаги матрицали тенгламани қандай ечишни кўриб ўтамиз:

$$X^2=\begin{pmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

X_0 — бу тенгламанинг илдизи бўлсин деб фараз қиламиз. Уни $Y = CX_0C^{-1}$ нормал жордан формасига келтирамиз, у ҳолда

$$Y^2 = CX_0C^{-1}\,CX_0C^{-1} = CX_0X_0C^{-1} = C(-E)\,C^{-1} = -E,$$

яъни Н. ж. ф. $Y^2 = -E$ тенгламани қаноатлантиради. Бу шартни қаноатлантирувчи Y матрица диагонал матрица бўлишига бевосита ишонч ҳосил қиламиз. Ғинобарин,

$$Y = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix},$$

бунда $\lambda_k = \pm i$, $k = 1, 2, \dots, n$.

X_0 ечим Y орқали осонгина ифода қилинади: $X = C^{-1}YC$, бунда C — ҳар қандай махсусмас матрица.

Адаб.: И. М. Гельфанд, Лекции по линейной алгебре, М—Л., 1954.

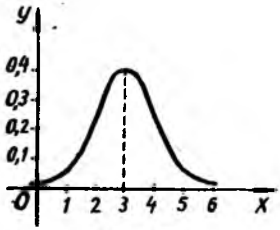
НОРМАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ — НОРМАЛ ТЕКИСЛИК. Фазовий эгри чизиққа унинг берилган M нуқтасида ўтказилган Н. т. — M нуқтадан ўтувчи ва шу нуқтадаги уринма тўғри чизиққа (қ. Касательная) перпендикуляр бўлган текисликдир. Эгри чизиқнинг берилган нуқта орқали ўтувчи барча нормаллари (қ.) Н.т. да ётади. Агар эгри чизиқ тўғри бурчакли декарт координаталари системасида $x = f(t)$, $y = g(t)$, $z = h(t)$ параметрик тенгламалар билан берилган бўлса, $t = t_0$ параметрга мос келувчи $M(x_0, y_0, z_0)$ нуқтадаги Н. т. тенгламаси

$$(x - x_0)\frac{df}{dt}_{t=t_0} + (y - y_0) + \frac{dg}{dt}_{t=t_0} + (z - z_0)\frac{dh}{dt}_{t=t_0} = 0.$$

l тўғри чизиқнинг бирор M нуқтасидаги Н. т. тўғри чизиққа ўтказилган перпендикуляр текислик ҳам дейилади.

НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ — НОРМАЛ ТАҚСИМОТ — тасодифий миқдорлар (қ. Случайная величина) тақсимотининг (қ. Распределение) энг муҳим турларидан бири. Н. т. га эга бўлган ξ тасодифий миқдор эҳтимолининг зичлиги (қ. Плотность вероятности) қуйидаги функция бўлади:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}},$$



166- расм.

бунда m — ξ миқдорнинг математик кутилиши, σ^2 эса дисперсияси (қ.).

Кузатиш хатолари тақсимоти Н. т. га жуда яқин эканлиги анча авваллари сезилган. Масалан, эркак кишиларнинг ўртача бўйи билан бирор шахснинг бўйи орасидаги фарқ x ўқига, ўшандай кишиларнинг сони y ўқига қўйилса, у ҳолда $y = p(x)$ эгри чизиққа жуда ҳам яқин бўлган чизиқ ҳосил бўлади. Эмпирик маълумотлар тезда математик йўл билан аниқ асосланди. Агар четланиш (фарқ) ҳар бири кичик ўзгаришлар киритувчи чексиз кўп арзимаган факторларнинг биргаликдаги таъсири деб қаралса, у ҳолда тасодифий миқдор (фарқ) нормал тақсимланган бўлади. $\sigma = 1$ ва $m = 3$ бўлгандаги $y = p(x)$ нинг графиги 166- расмда тасвирланган.

Тасодифий ξ миқдорнинг (кўпинча кузатиш хатосининг) $a < \xi < b$ орасида бўлиш эҳтимоли $\int_a^b p(x)\,dx$ га тенг бўлади.

Н. т. шунчалик муҳимки, $p(x)$ билан жуда яқин боғланган

$$y=\int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

функция учун жадваллар тузилган. Н. т. статистика, артиллерия, инженерлик ишлари ва бошқа соҳаларда кенг қўлланилади. Қ. Интеграл вероятности, Лапласа функция.

Адаб.: Б. В. Гнеденко. Курс теории вероятностей, Физматгиз, М., 1961; Г. Крамер. Математические методы статистики, перев, с анг. ИЛ, М., 1948.

НОРМАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ поверхности — сиртнинг **НОРМАЛ КЕСИМИ** — сиртга ўтказилган нормал орқали ўтувчи текислик билан шу сиртнинг кесишиши натижасида ҳосил бўлган ҳар қандай ясси эгри чизиқ.

НОРМАЛЬНЫЙ ВИД квадратичной формы — квадратик форманинг **НОРМАЛ КЎРИНИШИ**. Ҳақиқий коэффициентли ҳар қандай $\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j$ квадратик форма (қ.) махсусмас ҳақиқий чизиқли алмаштириш ёрдами билан

$$\sum_{i=1}^{r} \varepsilon_i z_i^2 \qquad (*)$$

кўринишга келтирилиши мумкин, бунда ε_i коэффициент $+1$ га ёки -1 га тенг, r — квадратик форманинг ранги (қ.), z_i эса x_j нинг чизиқли формаси, $j=1, 2, \ldots n$. (*) ифода $\sum a_{ij}x_ix_j$ квадратик форманинг Н.к. деб аталади.

НОРМАЛЬНЫЙ ДЕЛИТЕЛЬ группы G — G группанинг **НОРМАЛ БЎЛУВЧИСИ** — шундай H қисм-группадирки, истаган $g\in G$ да $gHg^{-1}\subset H$ бўлади, бунда gHg^{-1} орқали ghg^{-1}, $g\in G$, $h\in H$ кўринишдаги элементлар тўплами тушунилади.

Мисоллар: агар G — Абель группаси (қ.) бўлса, у ҳолда унинг ҳар қандай қисм-группаси Н. б. бўлади. Унитар матрицалар (қ.) группасида унимодуляр (қ.) унитар матрицалар қисм-группаси Н. б. бўлади.

Адаб.: А. Г. Курош, Теория групп, Гостехиздат, М., 1953.

НОРМИРУЮЩИЙ МНОЖИТЕЛЬ — НОРМАЛЛОВЧИ КЎПАЙТУВЧИ. $Ax+By+C=0$ тўғри чизиқ тенгламасининг Н. к. ишораси C нинг ишорасига қарама-қарши бўлган $\pm\frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}$ сондир. Тўғри чизиқ тенгламаси Н. к. га кўпайтирилгандан кейин нормал кўринишга келади:

$$x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0,\ p\geqslant 0.$$

$Ax+By+Cz+D=0$ текислик тенгламасининг Н. к. ҳам шунга ўхшаш аниқланади:

$$\pm\left(1:\sqrt{A^2+B^2+C^2}\right).$$

НУЛЕВАЯ-МАТРИЦА — НОЛЬ МАТРИЦА — бутунлай ноллардан тузилган матрица. Н. м. матрицалар (қ.) ҳалқасида ҳалқа ноли ролини ўйнайди (қ. Нуль поля).

НУЛЬ-ВЕКТОР — НОЛЬ ВЕКТОР — узунлиги нолга тенг бўлган вектор ёки бошқача айтганда, ноль вектор — боши ва охири устма-уст тушадиган вектор. Ноль вектор $\overline{0}$ билан ёки қуюқ ноль рақами билан (**0**) белгиланади. Ноль векторнинг тайинли йўналиши йўқ. Ноль вектор векторлар устида амаллар бажаришдаги мулоҳазаларимизнинг умумий бўлиши учун киритилган: иккита қарама-қарши векторни қўшишда ёки векторни $\lambda = 0$ сонга (скалярга) кўпайтириш натижасида биз скаляр эмас, балки ноль вектор ҳосил қиламиз. Қ. Вектор.

НУЛЕВОЕ РЕШЕНИЕ — НОЛЬ ЕЧИМ: 1°. Чизиқли бир жинсли

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= 0, \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &= 0 \end{aligned}$$

тенгламалар системасининг ноль ечими $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $\ldots$, $x_n = 0$ ечимдир.

2°. n-тартибли чизиқли бир жинсли

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y' + a_0 y = 0$$

дифференциал тенгламанинг Н. е. $y(x) \equiv 0$ ечимдир. Н. е. кўп ҳолларда тривиал ечим бўлади.

НУЛЕВОЙ ПОКАЗАТЕЛЬ — НОЛЬ КЎРСАТКИЧ — даражанинг нолга тенг кўрсаткичи. Таърифга кўра, $a \neq 0$ ҳар қандай бўлганда $a^0 = 1$, 0^0 ифоданинг маъноси йўқ. Қ. Неопределенность, Степень, Показатель степени.

НУЛЬ ПОЛЯ (кольца, алгебры) — МАЙДОН (ҳалқа, алгебра) НОЛИ — шундай 0 элементки, майдон (ҳалқа, алгебра) даги ҳар қандай x учун $x + 0 = x$ тенглик бажарилади, бунда тенглик майдон (ҳалқа, алгебра) даги қўшиш маъносида тушунилади. Майдон (ҳалқа, алгебра) да битта ва фақат битта Н. мавжуд. Шунингдек, Н. ҳар қандай x учун $0 \cdot x = 0$ хоссага эга. Н. майдоннинг махсус элементи ҳисобланади: нолга бўлиш аниқланган эмас. Одатдаги 0 сони рационал, алгебраик, ҳақиқий, комплекс сонлар майдонида, шунингдек бутун сонлар, жуфт сонлар ҳалқасида нолдир ва ҳоказо.

Мактабда арифметика ўрганишда Н. ҳар қандай сонга қўшилганда уни ўзгартирмайдиган сон деб ёки ҳар қандай сонга кўпайтиришда кўпайтма Н. га тенг бўладиган сон деб таърифланади.

Адаб.: В. Л. Ван дер Варден, Современная алгебра. ч. I, Гостехиздат, М., 1947.

НУЛЬ-МНОГОЧЛЕН — НОЛЬ-КЎПҲАД — каноник тасвири (қ. Каноническое представление многочлена) ноль бўлган кўпҳад (қ. Многочлен). Ноль-кўпҳад ҳақида қуйидаги теорема ўринли: Агар кўпҳад аргументнинг истаган қийматларида нолга тенг бўлса, яъни айнан нолга тенг бўлса, у ҳолда у ноль-кўпҳад бўлади.

НУЛЬ ФУНКЦИИ $f(x)$ — $f(x)$ ФУНКЦИЯНИНГ НОЛИ — $f(x_0) = 0$ бўлган x_0 нуқтадир. Бошқача айтганда, ф. н. $f(x) = 0$ тенгламанинг ечимидир.

НУМЕРАЦИЯ — НОМЕРЛАШ — сонларни аташ ва белгилаш усуллари тўпламидир. Турли халқларнинг математика тарихида ҳар хил номерлаш маълум бўлган: биз съездлар, сессиялар, китоб боблари ва ҳоказоларни белгилайдиган римча номерлаш, арабча номерлаш (Ҳиндистондан ўтган) ва ҳоказо. Номерлаш саноқ ҳам дейилади (қ. Счисление).

Адаб.: И. Я. Депман, История арифметики, Учпедгиз, М., 1959.

НЬЮТОНА БИНОМ — НЬЮТОН БИНОМИ — $a + b$ иккиҳаднинг манфий бўлмаган бутун даражасини унинг қўшилувчиларининг даражалари йиғиндиси кўринишида ифодаловчи формуланинг номи. Н. б. қуйидаги кўринишга эга:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k,$$

бунда C_n^k — n элементдан k тадан тузилган комбинациялар (қ. Сочетание) сонига тенг бўлган биномиал коэффициентлар, яъни:

$$C_n^k = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot k} \quad \text{ёки} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Агар ҳар хил $n = 0, 1, 2, \ldots$ учун биномиал коэффициентларни кетма-кет келувчи қатор қилиб ёзилса, Паскаль учбурчаги ҳосил бўлади (қ. Паскаля треугольник).

Даража кўрсаткичи манфий бўлмаган бутун сон эмас, балки ихтиёрий ҳақиқий сон бўлган ҳолда Н. б. биномиал қаторга (қ. Биномиальный ряд) умумлашади, қўшилувчилар сони иккидан ортиқ бўлган ҳолда эса полиномиал теоремага (қ.) умумлашади.

НЬЮТОНА ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ ФОРМУЛА — НЬЮТОННИНГ ИНТЕРПОЛЯЦИОН ФОРМУЛАСИ — бир-биридан тенг масофада жойлашган $n+1$ та нуқтада берилган қийматлар қабул қилувчи n-даражали кўпҳадни яққол ифодаловчи формула, яъни агар $x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_n$ нуқталар ва $y_i = f(x_i)$ $[i = 0, 1, 2, \ldots n]$ сонлар берилган бўлса, у ҳолда Н. и. ф. $P_n(x)$ кўпҳад учун шундай $P_n(x_i) = y_i$ ифода берадики, у қуйидаги кўринишда бўлади:

$$P_n(x) = y_0 + \frac{t}{1!}\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta^3 y_0 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{t(t-1)\ldots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_0,$$

бунда

$$t = \frac{x - x_0}{h}, \quad \Delta y_0 = y_1 - y_0, \quad \Delta^2 y_0 = y_2 - 2y_1 + y_0, \ \ldots, \ \Delta^k y_0 =$$
$$= y_k - C_k^1 y_{k-1} + C_k^2 y_{k-2} + \ldots + (-1)^k y_0.$$

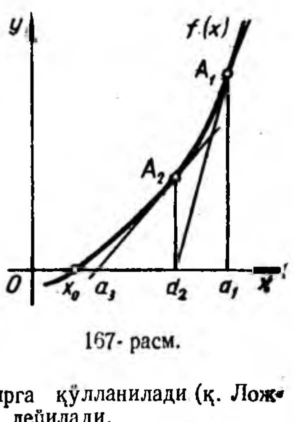
Бу формуладан интерполяциялашда (қ.) фойдаланилади. $f(x)$ функцияни $P_n(x)$ билан алмаштирганда чиқадиган хато, яъни $|f(x) - P_n(x)|$ миқдор

$$h^{n+1} M \frac{t(t-1)\ldots(t-n)}{(n+1)!}$$

ифодадан ортмайди, бунда M — $f(x)$ функциянинг $[x_0, x_n]$ кесмадаги $(n+1)$-тартибли $f^{(n+1)}(x)$ ҳосиласининг энг катта абсолют қиймати.

Н. и. ф. аўтидан шотланд математиги Ж. Грегорига олдин маълум бўлса-да, И. Ньютон номи билан аталган. Қ. Лагранжа интерполяционная формула, Итерация.

НЬЮТОНА МЕТОД решения уравнений — тенгламаларни ечишнинг **НЬЮТОН МЕТОДИ** — $f(x) = 0$ тенгламанинг x_0 илдизини тақрибий топиш методидир. Бу методнинг моҳияти қуйидагича. x_0 илдизга мумкин қадар яқинроқ бўлган бирор a_1 сони олинади (167-расм), a_1 ни x_0 илдизнинг биринчи тақрибий қиймати деб қабул қилинади. Сўнгра A_1 $(a_1, f(a_1))$ нуқта орқали $y = f(x)$ нинг графигига Ox ўқ билан кесишгунча уринма ўтказилади, a_2 кесишиш нуқтаси x_0 илдизнинг иккинчи тақрибий қиймати деб қабул қилинади. Бу процессни такрорлаб, x_0 илдизнинг тобора аниқроқ $a_1, a_2, a_3 \ldots$ қийматлари топилади.



167- расм.

Амалда Н. м. кўпинча ватарлар методи билан бирга қўлланилади (қ. Ложного положения метод). Н. м. уринмалар методи ҳам дейилади.

НЬЮТОНА — ЛЕЙБНИЦА ТЕОРЕМА (формула) — **НЬЮТОН — ЛЕЙБНИЦ ТЕОРЕМАСИ** (формуласи) — қ. Лейбница — Ньютона теорема.

О

ОБЕЛИСК — ОБЕЛИСК — асослари параллел текисликларда ётган бир исмли кўпбурчаклардан, ён ёқлари эса трапециялардан иборат бўлган қавариқ кўпёқ О. призматоиднинг (қ.) хусусий ҳолидир. Агар О. нинг асослари ўхшаш кўпбурчаклар бўлса, у ҳолда О. кесик пирамида бўлади. О. термини адабиётда кам учрайди. қ. Симпсона формулы.

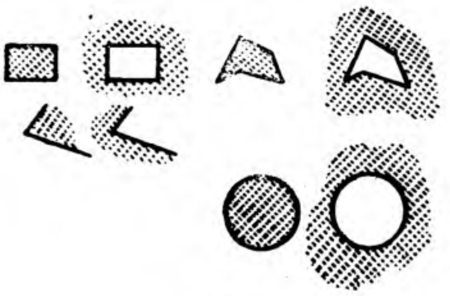
ОБЛАСТЬ ЗАМКНУТАЯ (или закрытая область) в n-мерном пространстве— n ўлчовли фазодаги **ЁПИҚ СОҲА** — ўзининг барча чегаравий нуқталари (қ. Граничная точка) билан тўлдирилган очиқ соҳа (қ. Область открытая). Ё. с. ёпиқ тўплам бўлади (қ. Замкнутое множество).

Е. с. га доир мисолларни очиқ соҳа (168 ва 169-расмлар) терминидаги (қ. Область открытая) мисоллардан олиш мумкин, бунинг учун бу соҳаларга (фигураларга) уларни чегараловчи контур ёки сиртларни қўшиш керак.

ОБЛАСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ функции — функциянинг **ЎЗГАРИШ СОҲАСИ** — функциянинг қийматлари тўплами бўлиб, бу қийматлар функциянинг аниқланиш соҳасидан олинган аргумент қийматларига мос келади (қ. Область определения).

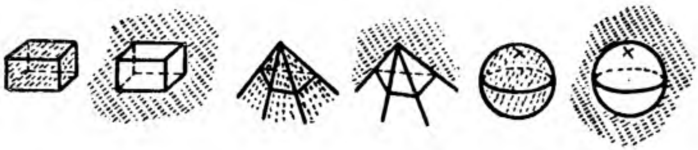
ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ функции действительного переменного — ҳақиқий ўзгарувчили функциянинг **АНИҚЛАНИШ СОҲАСИ**—эркли ўзгарувчининг қабул қиладиган қийматлари тўплами (қ. Функция). Ф. а. с. соҳа бўлиши шарт эмас. Бирор формула билан ифодаланган функция учун Ф. а. с. деганда кўпинча аргументнинг қабул қиладиган қийматлари тўплами (агар Ф. а. с. тўғридан-тўғри кўрсатилган бўлмаса), яъни аргументнинг функцияга ҳақиқий қийматлар берадиган барча қийматлари тушунилади; масалан $z = \ln\sqrt{1 - x^2 - y^2}$ функциянинг а. с. ни маркази координаталар бошида ва радиуси бирга тенг бўлган доиранинг ички соҳаси деб ҳисобланади: $x^2 + y^2 < 1$.

ОБЛАСТЬ ОТКРЫТАЯ (или просто Область) — **ОЧИҚ СОҲА** (ёки соҳа): **1°.** ***n* ўлчовли фазодаги соҳа** — шу фазонинг бутунлай ички нуқталаридан тузилган боғланган тўпламидир (қ. Внутреняя точка). С. нинг ҳар қандай икки нуқтасини ҳаммаси С. нинг нуқталаридан тузилган синиқ чизиқ билан бирлаштириш мумкин.



168-расм.

Мисоллар: 1) Доира, тўғри тўртбурчак, кўпбурчак, бурчакнинг (бу фигураларнинг контурлари қаралаётган тўпламга кирмайди) ички (шунингдек ташқи) соҳалари текисликдаги С. дан иборат (168-расм). 2) Шар, параллелепипед, кўпёқли бурчакнинг (бу жисмларни чегараловчи сиртлар бу тўпламга кирмайди) ички (шунингдек ташқи) соҳаси фазодаги С. дан иборат (169-расм). Ўлчови 3 дан катта бўлган n ўлчовли фазода С. ни кўргазмали қилиб тасвирлаб бўлмайди (бундай соҳага доир мисоллар Окрестность точки терминида берилган).



169-расм.

2^0. **Метрик фазодаги соҳа** — шу метрик фазонинг боғланган очиқ тўплами, яъни фақат ички нуқталардан тузилган боғланган тўплам (қ. Внутренняя точка, Связное множество). Бунга доир мисолларни Окрестность точки терминидан қаранг.

ОБЛАСТЬ СХОДИМОСТИ функционального ряда — функционал қаторнинг **ЯҚИНЛАШИШ СОҲАСИ** — қатор яқинлашадиган нуқталар тўпламидир. Я. с. ҳамма вақт ҳам боғланган очиқ тўплам маъносидаги соҳа бўлавермайди (қ. Область открытая). Даражали қаторнинг Я. с. $|x-a|<r$ интервалдир (қ. Интервал сходимости), бунда бу интервалнинг чегаравий нуқталари Я. с. га тегишли бўлиши ҳам, тегишли бўлмаслиги ҳам мумкин.

Мисоллар: 1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin^n x$ қаторнинг Я. с. $x \neq \frac{\pi}{2}+\pi k$ тўпламдан, яъни сонлар ўқининг $\frac{\pi}{2}+\pi k$ $(k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ координатали нуқталардан ташқари барча нуқталари тўпламидан иборат.

2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(a_n x^n+\frac{b_n}{x^n}\right)$ қаторнинг Я. с. га $r<|x|<R$, $r \geqslant 0$, $0 \leqslant R<\infty$ тўплам ва абсциссаси модули бўйича r ёки R га тенг бўлган баъзи нуқталар киради (қ. Лорана ряд).

3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{x^2+y^2}-1\right)^n$ қаторнинг Я. с. текисликнинг x ва y координаталари $0<\sqrt{x^2+y^2}<2$ шартни қаноатлантирувчи нуқталари тўпламидан иборат.

Берилган қаторнинг Я. с. ни топишнинг бир неча усуллари бор (Даламбер, Коши, Раабе аломатлари ва ҳоказо).

ОБОБЩЕННАЯ ФУНКЦИЯ — УМУМЛАШГАН ФУНКЦИЯ — бирор кесмадан ташқарида нолга айланувчи чексиз дифференциалланувчи функциялар фазосида аниқланган чизиқли узлуксиз функционалдир (қ.). Одатдаги чегараланган ҳар бир $f(x)$ функция У. ф. бўлади, чунки у $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\varphi(x)dx$ функционални аниқлайди. Масалан $\delta(x)$ дельта-функция У. ф. жумласига киради. Бу $\varphi(x)$ функцияга $\varphi(0)$

сонини мос қўядиган функционалдир, Буни формал равишда бундай ёзиш мумкин $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\varphi(x)dx = \varphi(0)$.

У. ф. ларнинг одатдаги функцияларда бўлмаган қатор хоссалари бор. Масалан, ҳар қандай У. ф. умумлашган маънодаги ҳосилага эга. У. ф. ларни бошқа фазоларда ҳам функционал деб қараш мумкин. У. ф. тушунчаси дифференциал тенгламаларда кенг қўлланилади. У. ф. тушунчаси биринчи бўлиб аслида совет математиги С. Л. Соболев ишларида пайдо бўлган. Уларни мунтазам равишда аввало Л. Шварц ва сўнг бошқа кўпгина совет математиклари ўрганган.

Адаб.: И. М. Гельфанд и Г. Е. Шилов, Обобщенные функции и действия над ними, Физматгиз, М., 1960.

ОБРАЗ — ОБРАЗ (нусха). A тўпламни B тўпламга φ акслантиришдаги $a \in A$ элементнинг **ОБРАЗИ** — a элемент аксланадиган $b \in B$ элементдир, яъни $b = \varphi(a)$ (қ. Отображение). Агар нуқталар, функциялар, векторлар ва ҳоказолар тўпламининг аксланиши текширилаётган бўлса, у ҳолда нуқта, функция, вектор ва ҳоказоларнинг О. ҳақида гапирилади. A тўпламни B тўпламга φ акслантиришда A тўпламнинг A' қисм тўпламининг образи барча $\varphi(a')$ элементлар тўпламидир, бунда $a' - A'$ қисм-тўпламга тегишли. A' қисм-тўпламнинг образи $\varphi(A')$ билан белгиланади. $\varphi(A') \subset B$ экани кўриниб турибди.

ОБРАЗУЮЩАЯ ЛИНИЯ — ЯСОВЧИ ЧИЗИҚ — ҳаракати давомида тайинли бир чизиқни (қ. Направляющая) кесувчи ва чизиқ-чизиқ сирт ҳосил қилувчи тўғри чизиқдир (қ. Линейчатая поверхность). Агар Я. ч. йўналтирувчи бўйича силжиб доимо ўз-ўзига параллеллигича қолса, бунда цилиндрик сирт (қ. Цилиндрическая поверхность) ҳосил бўлади; агар Я. ч. йўналтирувчи бўйича ҳаракат қилиб, доимо айни бир S нуқтадан ўтса, бу ҳолда конус сирти ҳосил бўлади (қ. Коническая поверхность).

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА к квадратной матрице A — A квадрат матрицага **ТЕСКАРИ МАТРИЦА** — шундай A^{-1} матрицадирки, $A \cdot A^{-1}$ кўпайтма бирлик матрицага тенг бўлади (қ. Единичная матрица). Ҳар қандай квадрат матрица ҳам Т. м. га эга бўлавермайди. A квадрат матрица учун A^{-1} Т. м. мавжуд бўлишининг зарурий ва етарли шарти A матрицанинг махсусмас матрица, яъни A матрицанинг детерминанти нолдан фарқли бўлишидир. Махсусмас A матрицанинг A^{-1} Т. м. си қуйидаги кўринишда бўлади:

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{A_{11}}{D} & \frac{A_{21}}{D} & \cdots & \frac{A_{n1}}{D} \\ \frac{A_{12}}{D} & \frac{A_{22}}{D} & \cdots & \frac{A_{n2}}{D} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{A_{1n}}{D} & \frac{A_{2n}}{D} & \cdots & \frac{A_{nn}}{D} \end{vmatrix},$$

бунда A_{ij} — A матрицадаги a_{ij} элементнинг алгебраик тўлдирувчиси (қ. Алгебраическое дополнение) ва D — A матрицанинг детерминанти.

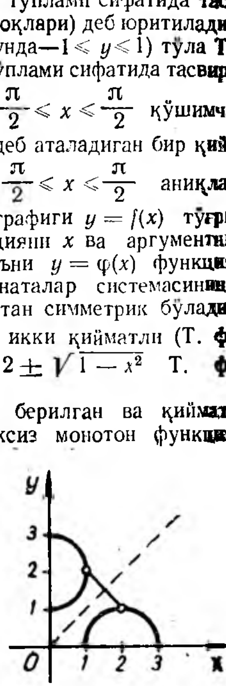
Т. м. учун $A^{-1} = \frac{1}{D^n} \cdot A^*$ тенглик ўринлидир, бунда A^* — қўшиб олинган матрица (қ. Присоединенная матрица).

ОБРАТНАЯ ТЕОРЕМА — ТЕСКАРИ ТЕОРЕМА. Т. т. берилган теореманинг шарти хулоса, хулосаси эса шарт бўлган теорема. Берилган теорема Т. т. га нисбатан тўғри (бошланғич) теорема дейилади. Т. т. га тескари бўлган теорема берилган теорема бўлади; шунинг учун тўғри ва тескари теоремалар ўзаро тескари теоремалар дейилади. Агар тўғри (берилган) теорема ўринли бўлса, Т. т. ҳамма вақт ҳам ўринли бўлавермайди. Масалан, тўртбурчак ромб бўлса, унинг диагоналлари ўзаро перпендикуляр бўлади (тўғри теорема). Агар тўртбурчакда диагоналлар ўзаро перпендикуляр бўлса, бу тўртбурчак ромб бўлади дейиш нотўғридир, яъни Т. т. нотўғри. Ўзаро тескари теоремалар зарурийлик ва етарлилик шартлари орқали мустаҳкам боғланган (қ. Необходимое условие).

Адаб.: И. С. Градштейн. Прямая и обратная теоремы, Физматгиз, М., 1960.

ОБРАТНАЯ ФУНКЦИЯ — ТЕСКАРИ ФУНКЦИЯ. Берилган $y = f(x)$ функцияга Т. ф. шундай $x = \varphi(y)$ функциядирки (кўп қийматли бўлиши ҳам мумкин), унда ҳам x ва y ўзгарувчилар орасидаги мослик қонуни худди берилган $f(x)$ функциядаги каби бўлади, лекин x — функция деб, y эса эрксиз ўзгарувчи деб ҳисобланадиган $y \to x = \varphi(y)$ тескари йўналишда берилади. Бошқача айтганда, y нинг ҳар бир қиймати учун x нинг шундай $x = \varphi(y)$ қийматлари мос қўйиладики, бу қийматларда $f(x) = y$ бўлади. Масалан $y = f(x) = x^2$ функция учун икки қийматли $x = \varphi(y) = \pm\sqrt{y}$ функция Т. ф. бўлади, чунки $f(+\sqrt{y}) = (+\sqrt{y})^2 = y$ ва $f(-\sqrt{y}) = (-\sqrt{y})^2 = y$. Т. ф. нинг аниқланиш соҳаси берилган (тўғри) функциянинг F қийматлари тўплами бўлади, тўғри функциянинг E аниқланиш соҳаси эса Т. ф. нинг қийматлари тўплами бўлади. $x = \varphi(y)$ Т. ф. берилганда ва $\varphi(y)$ нинг қийматлари ҳар қандай танланганда (агар $\varphi(y)$ кўп қийматли бўлса) F даги барча y лар учун $f[\varphi(y)] = y$ муносабат ўринли. Агар Т. ф. бир қийматли функция бўлса, E даги барча x учун $\varphi[f(x)] = x$ бўлади ва берилган $y = f(x)$ функция ўзининг $x = \varphi(y)$ Т. ф. га тескари функция бўлади; бу ҳолда f ва φ функциялар ўзаро Т. ф. лар дейилади. Агар Т. ф. кўп қийматли функция бўлса, у кўпинча бир қийматли функциялар тўплами сифатида тасвирланади, улар ҳам кўпинча Т. ф. (аниқроғи Т. ф. нинг тармоқлари) деб юритилади. Масалан $y = \sin x$ нинг $x = \mathrm{Arcsin}\, y$ билан белгиланадиган (бунда $-1 \leqslant y \leqslant 1$) тўла Т. ф. $x = (-1)^n \arcsin y + \pi n$ $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ функциялар тўплами сифатида тасвирланиши мумкин, бунда $x = \arcsin y$ функция Т. ф. нинг $-\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}$ қўшимча шарт билан аниқланадиган ва арксинуснинг бош қиймати деб аталадиган бир қийматли тармоғидир, $x = \arcsin y$ ва $y = \sin x$ функциялар $-\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}$ аниқланиш соҳасида ўзаро Т. ф. лардир. $x = \varphi(y)$ Т. ф. нинг графиги $y = f(x)$ тўғри функциянинг графиги билан бир хил бўлади. Агар функцияни x ва аргументни y деб белгилаган Т. ф. да y ва x лар алмаштирилса, яъни $y = \varphi(x)$ функция қаралса, унинг графиги $y = f(x)$ нинг графигига координаталар системасининг биринчи ва учинчи квадрантлари биссектрисаларига нисбатан симметрик бўлади. Масалан, 170- расмда $y = \sqrt{4x - x^2 - 3}$ функциянинг ва икки қийматли (Т. ф. да аргумент ва функция белгилари ўзгартирилганда) $y = 2 \pm \sqrt{1 - x^2}$ Т. ф. нинг графиги кўрсатилган.

Т. ф. ҳақида қуйидаги теорема ўринлидир: $[a, b]$ да берилган ва қийматлари соҳаси $[f(a), f(b)]$ бўлган ҳар қандай $y = f(x)$ узлуксиз монотон функция учун $[f(a), f(b)]$ ни $[a, b]$ га акслантирадиган бир қийматли монотон ва узлуксиз Т. ф. мавжуд.



170- расм.

ОБРАТНОЕ ЧИСЛО — ТЕСКАРИ СОН. $a \neq 0$ сони учун Т. с. $\frac{1}{a}$ га тенг бўлган сондир. a сони билан $\frac{1}{a}$ Т. с. кўпайтмаси ҳамиша 1 га тенг. Агар $\frac{1}{a}$ сони $a \neq 0$ сони учун Т. с. бўлса, у ҳолда a сони ҳам $\frac{1}{a}$ сони учун Т. с. бўлади; шунинг учун $a \neq 0$

ва $\frac{1}{a}$ сонлари ўзаро Т. с. лар (қ. Взаимно обратные числа) дейилади. Ўзаро Т. с. лар $a + \frac{1}{a} \geqslant 2$ $(a > 0)$ тенгсизлик орқали боғланган.

ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ — ТЕСКАРИ ПРОПОРЦИОНАЛ МИҚДОРЛАР шундай икки x ва y миқдорки, улардан бири бир неча марта ортганда (камайганда) иккинчиси шунча марта камаяди (ортади). Бошқача айтганда агар иккита x ва y миқдорнинг xy кўпайтмаси уларнинг ўзгариши процессида ўзгармай қолаверса, яъни $xy = k$ бўлса, у ҳолда бундай миқдорлар Т. п. м. дейилади. Миқдорларнинг тескари пропорционал боғланиши — x ва y миқдорлар орасидаги энг оддий функционал боғланишлардан биридир. $yx = k$ (ёки $y = k/x$, $x = k/y$) тескари пропорционал боғланишнинг графиги (қ.) тенг томонли гипербола бўлади.

Мисол: $s = vt$; агар s йўл ўзгармас бўлса, у ҳолда v тезлик қанча катта бўлса, бу йўлни босиб ўтиш учун шунча марта кам вақт талаб қилинади. Демак, v тезлик билан t вақт Т. п. м. бўлади.

Қ. Пропорциональность, Прямо пропорциональные величины.

ОБРАТНЫЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ТЕСКАРИ ГИПЕРБОЛИК ФУНКЦИЯЛАР — $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{th} x$ гиперболик функцияларга (қ.) тескари бўлган функциялардир; улар қуйидаги формулалар билан ифодаланади:

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{Arsh} x = \ln(x + \sqrt{x^2+1}), && -\infty < x < \infty, \\ &\operatorname{Arch} x = \ln(x + \sqrt{x^2-1}), && 1 \leqslant x < \infty, \\ &\operatorname{Arth} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}, && -1 < x < 1. \end{aligned}\right\} \quad (*)$$

Ўқилиши: гиперболик ареа — синус, гиперболик ареа — косинус, гиперболик ареа — тангенс.

Т. г. ф. нинг ҳосилалари:

$$(\operatorname{Arsh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}},$$

$$(\operatorname{Arch} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}},$$

$$(\operatorname{Arth} x)' = \frac{1}{1-x^2}.$$

Т. г. ф. кўпинча рационал касрлар ва квадратик иррационалликларни интеграллашда ҳосил бўлади.

Т. г. ф. комплекс текисликда кўп қийматли бўлади. Агар (*) формулаларда логарифмларнинг бош қийматлари олинса, Т. г. ф. нинг $\operatorname{arsh} z$, $\operatorname{arch} z$, $\operatorname{arth} z$ билан белгиланадиган бир қийматли тармоқларини (уларнинг бош қийматларини) ҳосил қиламиз. Т. г. ф. тескари тригонометрик функцияларнинг бош қийматларига

$$\operatorname{arsh} z = \frac{1}{i} \arcsin iz,$$

$$\operatorname{arch} z = i \arccos z,$$

$$\operatorname{arth} z = \frac{1}{i} \operatorname{arctg} iz$$

формулалар орқали боғланган (қ. Обратные тригонометрические функции). Лат. area — юз.

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ТЕСКАРИ ТРИГОНОМЕТРИК ФУНКЦИЯЛАР — $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$, $\sec x$, $\operatorname{cosec} x$ тригонометрик функцияларга (қ.) тескари бўлган функциялардир. Т. т. ф. тригонометрик функцияларга мос равишда бундай белгиланади: $\arcsin x$ (арксинус), $\arccos x$ (арккосинус), $\operatorname{arctg} x$ (арктангенс), $\operatorname{arcctg} x$ (арккотангенс), $\operatorname{arcsec} x$ (арксеканс), $\operatorname{arccosec} x$ (арккосеканс).

Одатда дастлабки тўртта Т. т. ф. кўриб чиқилади. Т. т. ф. кўп қийматли бўлади. Т. т. ф. нинг функция қийматлари монотон ўзгарадиган маълум интервалларида олинган бир қийматли тармоқлари Т. т. ф. нинг бош қийматлари дейилади ва бундай белгиланади: $\arcsin x$ (қ.), $\arccos x$ (қ.), $\operatorname{arctg} x$ (қ.), $\operatorname{arcctg} x$ (қ.), $\operatorname{arcsec} x$ (қ.), $\operatorname{arccosec} x$ (қ.). Т. т. ф. кўпинча рационал касрлар ва квадратик иррационалликларни интеграллашда ҳосил бўлади. Т. т. ф. аркфункциялар, баъзан эса аркуслар деб ҳам аталади. Т. т. ф. тригонометрик функциялар бўла олмайди, шунинг учун уларни тригонометрик функцияларга тескари бўлган функциялар ёки аркфункциялар деб аташ тўғри бўлар эди. Лат. arcus — ёй (бурчак).

Адаб.: С. И. Новоселов, Обратные тригонометрические функции, Учпедгиз М., 1950.

ОБРАТНЫЕ ФИГУРЫ — ТЕСКАРИ ФИГУРАЛАР — шундай иккита Φ ва Φ' фигуралардирки, улардан ҳар бири берилган инверсион алмаштиришда иккинчисига мос бўлади (қ. Инверсия). Т. ф. ўзаро инверсион фигуралар ёки ўзаро тескари фигуралар ҳам дейилади.

ОБРАЩЕННОЕ ЧИСЛО по отношению к данному — берилган сонга нисбатан **ТЕСКАРИ ТАРТИБДА ЁЗИЛГАН СОН** — хонаси иккидан кам бўлмаган кўп хонали сонга Т. т. ё. с. шу рақамлар билан тескари тартибда ёзилган сондир. Масалан, 20; 24; 58 сонлари учун Т. т. ё. с. мос равишда 02, яъни 2; 42; 85 бўлади.

Агар уч хонали соннинг бирлар хонасидаги рақам x, ўнлар хонасидаги рақам y, юзлар хонасидаги рақам z бўлса, у ҳолда уни $z\cdot 100+y\cdot 10+x$ ёки қисқача $\overline{zyx}$ кўринишда ёзиш мумкин, бунда чизиқча белгиси z, y, x рақамлари кўпайтирилмаслигини, балки бирин-кетин ёзилганлигини билдиради. У ҳолда унга нисбатан Т. т. ё. с. $\overline{xyz}$ кўринишда ёзилади. Т. т. ё. с. тушунчаси ва унинг қисқача ёзувидан баъзан тенгламалар тузишга доир масалалар ечишда фойдаланилади.

ОБЩАЯ МЕРА данных величин (отрезков, углов и др) — берилган миқдорларнинг (кесма, бурчак ва ҳоказолар) **УМУМИЙ ЎЛЧОВИ** — берилган миқдорларда бутун сон марта қатнашадиган ўша жинсдаги (кесма, бурчак ва ҳоказолар) миқдордир.

Масалан, берилган кесмалар У. ў. га эга бўлса, улар ўлчовдош миқдорлар (қ. Соизмеримые величины), У. ў. га эга бўлмаса ўлчовдош бўлмаган миқдорлар дейилади.

ОБЩЕЕ НАИМЕНЬШЕЕ КРАТНОЕ — ЭНГ КИЧИК УМУМИЙ БЎЛИНУВЧИ—қ. Наименьшее общее кратное.

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ — УМУМИЙ ЕЧИМ: 1°. $y^{(n)}=f(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)})$ **оддий дифференциал тенгламанинг умумий ечими** n та $C_1, C_2, \ldots, C_n$ ихтиёрий ўзгармас миқдорга узлуксиз боғлиқ бўлган $y=\varphi(x, C_1, \ldots, C_n)$ функциялар оиласидан иборат. Бу ўзгармас миқдорларнинг қийматларини тегишлича танлаб олиб, тенгламанинг махсус ечимларидан (қ. Особое решение) бошқа ҳар қандай хусусий ечимини ҳосил қилиш мумкин. Ўзгармас миқдорларга маълум қийматлар бериш бошланғич (чегаравий) шартлар берилиши билан тенг кучлидир. Бошланғич шартлар берилганда умумий ечимдан хусусий ечимни бир қийматли ажратиб олишга имкон туғилади. Агар x, y ва n ихтиёрий ўзгармас миқдорларни боғловчи муносабат y га нисбатан ечилмаган

$$\Phi(x, y, C_1, C_2, \ldots, C_n)=0$$

кўринишда берилган бўлса, бу муносабат оддий дифференциал тенгламанинг умумий интеграли дейилади. Мисол: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + y$ тенглама учун $\ln\left|\frac{x}{y}\right| + x + C = 0$ — умумий интеграл, $y = Cxe^x$ эса умумий ечим.

Оддий дифференциал тенгламалар системасининг У. е. ҳам шунга ўхшаш аниқланади.

2°. Хусусий ҳосилали

$$F\left(z, x_1, x_2, \ldots, x_n; \frac{\partial z}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial z}{\partial x_n}, \frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2}, \ldots, \frac{\partial^k z}{\partial x_n^{(k)}}\right) = 0$$

дифференциал тенгламанинг умумий ечими бир ёки бир неча ихтиёрий узлуксиз ва дифференциалланувчи функцияларга боғлиқ бўлган функционалдан иборат. Бошланғич шартлар (Кошининг бошланғич шартлари) берилганда умумий ечимдан хусусий ечимлар ҳосил қилинади. Қ. Коши задача, Коши теорема.

3°. Бир жинсли бўлмаган чизиқли дифференциал тенгламанинг умумий ечими — мос бир жинсли тенгламанинг умумий ечими билан берилган бир жинсли бўлмаган тенгламанинг хусусий ечими йиғиндисидир.

Мисол: бир жинсли бўлмаган $\frac{d^2y}{dx^2} + 3y = x$ тенглама $y_1 = \frac{1}{3}x$ хусусий ечимга эга. $\frac{d^2y}{dx^2} + 3y = 0$ бир жинсли тенгламанинг умумий ечими $y_2 = C_1 \sin\sqrt{3}\,x + C_2 \cos\sqrt{3}\,x$ бўлади.

У ҳолда бир жинсли бўлмаган берилган тенгламанинг У. е.

$$y = y_1 + y_2 = C_1 \sin\sqrt{3}\,x + C_2 \cos\sqrt{3}\,x + \frac{x}{3}.$$

4°. Иккинчи тартибли бир жинсли чизиқли $y'' + p_1 y' + p_2 y = 0$ **дифференциал тегламанинг умумий ечими** — бу тенгламанинг y_1 хусусий ечимларининг биридан қуйидаги квадратуралар билан ҳосил қилинади:

$$y = y_1\left\{\int \frac{C_1 e^{-\int p_1 dx}}{y_1^2}\,dx + C_2\right\},$$

бунда C_1, C_2 — ихтиёрий ўзгармас миқдорлар.

5°. Аниқмас тенгламанинг умумий ечими. Сонлар назариясида аниқмас (Диофантга тегишли) тенгламалар, яъни бутун (ёки рационал) ечимлари изланадиган бир неча ўзгарувчили тенгламалар қаралади. Бундай тенгламалар бутун сонлардан иборат параметрларга боғлиқ бўлган У. е. га эга. Масалан, $x^2 + y^2 = z^2$ тенглама $x^2 = m^2 - n^2$, $y = 2mn$, $z^2 = m^2 + n^2$ умумий ечимга эга, бунда m, n — бутун сонлар.

6°. Тригонометрик тенгламанинг умумий ечими — унинг барча ечимлари тўпламидир. Масалан, $\sin x = a$, $x = \operatorname{Arcsin} a$ ($|a| \leqslant 1$) ёки

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \quad n = 0; \pm 1, \pm 2, \ldots.$$

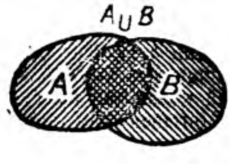
Кўриб турибмизки, У. е. ҳар хил шаклда тасвирланиши мумкин.

ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ МНОГОЧЛЕНОВ — КЎПҲАДЛАРНИНГ УМУМИЙ БЎЛУВЧИСИ. Агар d кўпҳад ҳар бир f_i ($i = 1, 2, \ldots, k$) кўпҳад учун кўпҳаднинг бўлувчиси (қ. Делитель многочлена) бўлса; у ҳолда d кўпҳад $f_1, f_2, \ldots, f_k$ кўпҳадларнинг умумий бўлувчиси дейилади.

ОБЩИЙ ИНТЕГРАЛ — УМУМИЙ ИНТЕГРАЛ — қ. Общее решение.

ОБЩИЙ НАИБОЛЬШИЙ ДЕЛИТЕЛЬ — ЭНГ КАТТА УМУМИЙ БЎЛУВЧИ — қ. Наибольший общий делитель.

ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ—ТЎПЛАМЛАРНИНГ БИРЛАШМАСИ (йиғиндиси). A ва B тўпламларнинг бирлашмаси шундай ва фақат шундай элементлардан ту-



171-расм.

вилган тўпламки, унинг ҳар бир элементи ҳеч бўлмаганда A ёки B тўпламнинг бирига тегишли бўлади. A ва B тўпламларининг бирлашмаси $A \cup B$ (ёки $A + B$) символи билан белгиланади ва баъзан A ва B тўпламларнинг йиғиндиси дейилади. 171-расмда A ва B тўпламларнинг бирлашмаси схематик равишда штрихланган соҳа билан кўрсатилган.

Шунга ўхшаш, агар A_α тўпламлар берилган бўлса ва бунда α чекли ёки чексиз $\mathfrak{M}$ индекслар қабул қилса, у ҳолда A_α $(\alpha \in \mathfrak{M})$ тўпламларнинг бирлашмаси деб, шундай ва фақат шундай элементлардан тузилган тўпламга айтиладики, у элементлар бирор $\alpha = \alpha_0 \in \mathfrak{M}$ да ҳеч бўлмаганда A_α тўпламларнинг биттасига тегишли бўлади. (Агар бирор a элемент бир неча A_α тўпламга тегишли бўлса, у ҳолда A_α тўпламларнинг бирлашмасида бу элемент фақат бир марта иштирок этади). A_α $(\alpha \in \mathfrak{M})$ тўпламларнинг бирлашмаси $\bigcup\limits_{\alpha \in \mathfrak{M}} A_\alpha$ $\left(\text{ёки} \sum\limits_{\alpha \in \mathfrak{M}} A_\alpha\right)$ символи билан белгиланади, $\mathfrak{M}$ чекли бўлиб, n та 1, 2 ... n сондан тузилган ҳолда $A_1, A_2, \ldots, A_n$ тўпламларнинг бирлашмаси $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ (ёки $A_1 + A_2 + \ldots + A_n$ ёки $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i$) символи билан белгиланади.

Агар $\mathfrak{M}$ саноқли тўплам бўлиб, натурал қаторнинг 1, 2, ... сонларидан тузилган бўлса, у ҳолда $A_1, A_2, \ldots$ тўпламларнинг бирлашмаси $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i$ $\left(\text{ёки} \sum\limits_{i=1}^{\infty} A_i, \text{ ёки } A_1 \cup A_2 \cup \ldots, \text{ ёки } A_1 + A_2 + \ldots\right)$ символи билан белгиланади.

Т. б. тўпламлар устида бажариладиган асосий амаллардан биридир. Т. б. коммутативлик, ассоциативлик, идемпотентлик (қ.) қонунларини қаноатлантиради; Т. б. тўпламларнинг кесишмасига (қ. Пересечение множеств) дистрибутивликнинг (қ.) иккита қонуни билан боғланган:

$$A \cap \left(\bigcup_{\alpha \in \mathfrak{M}} B_\alpha\right) = \bigcup_{\alpha \in \mathfrak{M}} (A \cap B_\alpha) \text{ ва } A \cup \left(\bigcap_{\alpha \in \mathfrak{M}} B_\alpha\right) = \bigcap_{\alpha \in \mathfrak{M}} (A \cup B_\alpha).$$

Дистрибутивликнинг бу икки қонуни ўзаро муносибдир (қ. Двойственность).

Мисоллар: 1) A—жуфт сонлар тўплами ва B — тоқ сонлар тўплами бўлсин; у ҳолда $A \cup B$—барча бутун сонлар тўплами бўлади; 2) A_i тўплами $i - 1 \leqslant x \leqslant i + 1$ тенгсизликларни қаноатлантирувчи барча x ҳақиқий сонлар тўплами бўлсин, бунда i сони 1, 2, 3, ... натурал сонлар тўпламида қиймат қабул қилади; у ҳолда $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i$ барча манфий бўлмаган ҳақиқий сонлар тўпламидан иборат бўлади.

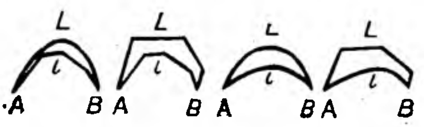
ОБЪЕМ — ҲАЖМ — уч ўлчовли фазо (умумлашганда n ўлчовли фазо) нуқталари тўпламининг фазонинг ҳар қандай ҳаракати натижасида ўзгармайдиган манфий бўлмаган аддитив функцияси (қ. Аддитивная величина). Демак, уч ўлчовли фазо нуқталари тўпламига Ҳ. деб аталувчи манфий бўлмаган сон мос қилиб қўйилади, шу билан бирга, фазодаги ҳаракат натижасида бир-бирига жойлаштириш мумкин бўлган иккита нуқталар тўплами бир хил Ҳ. га эга. Кесишмайдиган чекли ёки ҳатто саноқли (қ. Счетное множество) тўпламлар бирлашмасининг ҳажми бу тўпламлар ҳажмларининг йиғиндисига тенг.

Ҳ. фазонинг тўплам (хусусий ҳолда, жисм) нуқталари эгаллаган миқдори ўлчовидир. Ҳ. тушунчасининг бу таърифига фазо миқдорини ўлчаш ҳақидаги интуитив тассаввур олиб келади. Қирраси узунлик бирлигига тенг бўлган куб ҳажми Ҳ. нинг ўлчов бирлиги қилиб олинади. Агар Ҳ. ўлчанаётган жисм чекли сондаги кублардан тузилган бўлмаса қуйидагича иш кўрилади: бу жисмни томони h га тенг бўлган кубчалар билан шундай тўлдирамизки, бунда иккита қўшни куб умумий ёққа эга бўлсин: жисмни томони h бўлган битта ҳам куб сиғмай қоладиган бўлгунча тўлдираверамиз. Иккинчи томондан, бир-бирига ёндошган ва биттаси ҳам жисмдан ташқарида ётмаган кубчалар тўпламини қараймиз. Уларнинг Ҳ. ни v^h билан белгилаймиз; жисмнинг ичидаги кубчалар эгаллаган ҳажмни v_h билан белгилаймиз. У ҳолда жисмнинг Ҳ. жисмни кубчалар билан ҳар қандай йўл билан тўлдирганда $\lim\limits_{h\to 0} v_h = \lim v^h$ га тенг бўлади. Албатта, ҳар қандай жисм учун ҳам $\lim\limits_{h\to 0} v_h$ мавжуд бўлавермайди, ҳамиша ҳам $\lim\limits_{h\to 0} v^h = \lim\limits_{h\to 0} v_h$ бўлавермайди. Шунинг учун Ҳ. уч ўлчовли фазонинг ҳар қандай нуқталари тўплами учун аниқланавермайди. Ҳ. тўпламнинг ўлчови (қ. Мера множества) тушунчасида умумлаштирилади. Ўлчовга (ҳажмга) эга бўлмаган тўпламлар ўлчовсиз тўпламлар дейилади.

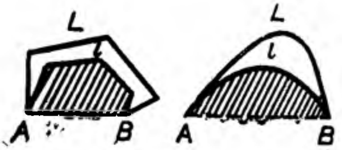
Мисоллар: 1) пирамиданинг ҳажми $\frac{1}{3} Sh$ га тенг, бунда S — асосининг юзи, h — баландлиги; 2) ички чизилган сфера ясаш мумкин бўлган кўпёқнинг ҳажми $\frac{1}{3} TR$ га тенг, бунда T — кўпёқнинг тўла сирти, R — ички чизилган сферанинг радиуси; 3) $y = f(x)$, $a < x < b$, $f(x) \geqslant 0$ эгри чизиқнинг Ox ўқ атрофида айланишидан ҳосил бўлган жисмнинг Ҳ. $\pi\int\limits_a^b f^2(x)\,dx$ га тенг.

Адаб.: Э. Лебег, Об измерении величин, Физматгиз, М., 1960.

ОБЪЕМЛЕМАЯ — ҚАМРАЛУВЧИ — қавариқ ёй ёки l қавариқ синиқ чизиқ бўлиб, у иккинчи L қавариқ ёй ёки қавариқ синиқ чизиқ (биринчини қамровчи) билан умумий A ва B учларга эга (172-расм) ва l эгри чизиқ (ёки қавариқ синиқ чизиқ) ва AB ватар билан (173-расм) чегараланган фигуранинг ташқи нуқталарига эга эмас. Ҳар қандай Қ. ҳар қандай қамровчидан қисқадир. Баъзан Қ. бошқа (қамровчи) эгри чизиққа (синиқ чизиққа) ички чизилган эгри чизиқ (синиқ чизиқ) бўлиши мумкин.



172-расм.



173-расм.

ОБЪЕМЛЮЩАЯ — ҚАМРОВЧИ — эгри чизиқнинг қавариқ ёйи ёки қавариқ синиқ чизиқ бўлиб, иккинчи l қавариқ ёй ёки синиқ чизиқ (биринчи билан қамралувчи) билан умумий A ва B учларга эга ва l эгри чизиқ (ёки синиқ чизиқ) ва AB ватар билан (172 ва 173- расмлар) чегараланган фигуранинг ички нуқталарига эга эмас.

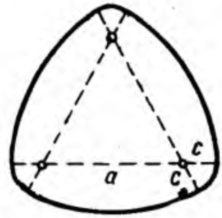
ОБЫКНОВЕННАЯ ТОЧКА — ОДДИЙ НУҚТА. 1°. $F(x, y) = 0$ **тенглама билан берилган эгри чизиқнинг** О. н. — F нинг хусусий ҳосилалари бир вақтда нолга айланмайдиган $M_0(x_0, y_0)$ нуқтадир.

2°. $y' = f(x, y)$ **дифференциал тенгламанинг О. н.** шундай $M_0(x_0, y_0)$ нуқтадирки, унинг атрофида $y(x_0) = y_0$ шартни қаноатлантирувчи ягона ечим мавжуд.

3°. **Бир қийматли аналитик функциянинг О. н.** — функциянинг аналитиклиги бузилмайдиган нуқтадир.

ОВАЛЫ — ОВАЛЛАР — ёпиқ қавариқ текис эгри чизиқлар. О. нинг қатор ажойиб хоссалари бор, масалан: 1) баъзи шарт бажарилганда ҳар қандай О. да унинг эгрилиги максимум ёки минимумга эришадиган камида тўртта нуқта бўлади (тўртта уч ҳақидаги теорема; айлана каби О. бўлган эллипсда бундай учлар роса тўртта, яъни унинг катта ва кичик ўқлари учлари); 2) агар О. га уринма бўлган ҳар қандай иккита параллел тўғри чизиқ орасидаги масофа барча йўналишлар учун ўзгармас бўлса (кенглиги ўзгармас О.), у ҳолда О. нинг узунлиги бу масофа билан π сони кўпайтмасига тенг.

Кенглиги ўзгармас бўлган О. га айлана оддий мисол бўла олади. Бундай О. га қуйидаги йўл билан ҳосил қилинган О. мисол бўла олади (174-расм): томони a га тенг бўлган тенг томонли учбурчак учларидан олтита айлана ёйи чизилади — учтасининг радиуси c ихтиёрий бўлиб, учтасиники эса $a + c$ га тенг.



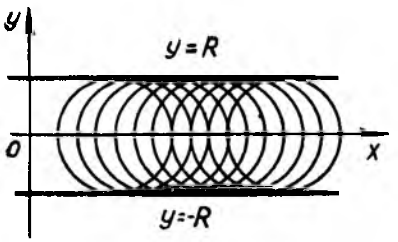
174-расм

Алгебраик геометрияда (қ.) ўз-ўзини кесадиган нуқталарга эга бўлмаган текис алгебраик эгри чизиқнинг ҳар қандай ёпиқ (қавариқ бўлиши шарт эмас) тармоғи ҳам О. деб аталади.

Фран. ovale, лат. ovum — тухум сўзидан олинган.

ОГИБАЮЩАЯ СЕМЕЙСТВА — ОИЛАНИНГ ЎРАМАСИ. Текисликдаги чизиқлар (фазодаги сиртлар) оиласининг ўрамаси — ўзининг ҳар бир нуқтасида оиланинг камида битта чизиғига (сиртига) уринувчи чизиқ (сирт).

Агар текисликдаги чизиқлар оиласининг тенгламаси $f(x, y, c) = 0$ кўринишда бўлса, у ҳолда $f(x, y, c) = 0$, $f'_c(x, y, c) = 0$ тенгламалар системасидан c параметрни йўқотиб (бунда учала аргумент бўйича 1- тартибли узлуксиз хусусий ҳосилалар мавжуд, деб фараз қилиб), О. ў. нинг тенгламасини топамиз, бунга оиланинг махсус нуқталари, яъни бир вақтда $f'_x = 0$, $f'_y = 0$ бўлган нуқталар ҳам кириши мумкин.



175-расм.

Мисоллар: 1) $(x - c)^2 + y^2 = k^2$ айланалар оиласининг ўрамаси иккита $y = R$ ва $y = -R$ параллел тўғри чизиқдан тузилган бўлади (175-расм); 2) ҳар қандай эгри чизиқ ўзининг уринмалари оиласининг ўрамаси ва ўзининг эгрилик доираларининг ўрамаси бўлади; 3) агар эгри чизиқнинг ҳар бир нуқтасида унга нормаль ясалса, бу нормаллар оиласининг ўрамаси берилган эгри чизиқнинг эволютаси (қ.) бўлади; 4) радиуси R ва марказлари бир тўғри чизиқда ётган сфералар оиласининг ўрамаси шу R радиусли ва ўқи сфераларнинг марказлар чизиғи билан бир хил бўлган доиравий цилиндр бўлади; цилиндр ҳар бир сферага айлана бўйича уринади; 5) радиуси R ва марказлари бир текисликда ётган сфералар оиласининг ўрамаси марказлар текислигига параллел ва ундан иккала томонда R масофада ўтувчи бир жуфт текислик бўлади.

Адаб.: Г. П. Толстов, К отысканию огибающей семейства плоских кривых «Успехи математических наук» 1952, т. 7, вып. 4. Г. И. Валле. Пуссен. Курс анализа бесконечно малых, т. 2, Гостехиздат, М., 1933; П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М., 1956.

ОГРАНИЧЕННАЯ ВЕЛИЧИНА — ЧЕГАРАЛАНГАН МИҚДОР — ўзининг ўзгариши процессида абсолют қиймати бирор ўзгармас сондан кичиклигича қолаверадиган ўзгарувчидир. қ. Ограниченная последовательность. Ограниченная функция.

ОГРАНИЧЕННАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ — ЧЕГАРАЛАНГАН КЕТМА-КЕТЛИК — ҳадлари чегараланган тўплам тузувчи кетма-кетлик (сонлар, нуқталар ва ҳоказолар кетма-кетлиги; қ. Ограниченное множество). Агар кетма-кетликнинг ҳадлари юқоридан (қуйидан) чегараланган бўлса, у юқоридан (қуйидан) Ч. к.-к. дейилади.

ОГРАНИЧЕННАЯ ФУНКЦИЯ — ЧЕГАРАЛАНГАН ФУНКЦИЯ. Берилган E тўпламда чегараланган $y = f(x)$ ёки $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функция — аргументи E га тегишли қийматлар қабул қилганда ўзининг қабул қиладиган қийматлари тўплами чегараланган тўплам бўлган функциядир (қ. Ограниченное множество).

Мисоллар: 1) $y = \frac{1}{x}$ функция $1 < x < \infty$ интервалда Ч. ф. бўлади, $0 < x < 1$ интервалда Ч. ф. бўлолмайди: 2) $u = x^2 + y^2$ функция текисликнинг ҳар қандай чегараланган тўпламида Ч. ф. бўлади. Агар функция қийматларининг тўплами юқоридан (қуйидан) чегараланган бўлса, у юқоридан (қуйидан) Ч. ф. дейилади (қ. Множество).

ОГРАНИЧЕННОЕ МНОЖЕСТВО — ЧЕГАРАЛАНГАН ТЎПЛАМ. 1°. Ҳақиқий сонларнинг Ч. т. сонлар ўқидаги шундай $\{x\}$ тўпламки, унинг ҳар қандай x элементи учун $|x| \leqslant B$ шарт бажариладиган B сони мавжуд бўлади.

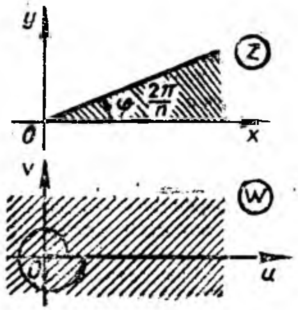
2°. n ўлчовли ёки метрик фазодаги Ч. т. шундай тўпламки, уни бутунлай ўз ичига олган ёпиқ сфера мавжуд (қ. Замкнутая сфера).

Ҳақиқий сонларнинг юқоридан (қуйидан) Ч. т. 1-банддагига ўхшаш шундай E тўплам сифатида таърифланадики, E даги ихтиёрий элементдан кичик (катта) бўлмаган B сони мавжуд; яъни E даги ҳар қандай x сони $x \leqslant B$ ($x \geqslant B$) тенгсизликни қаноатлантиради.

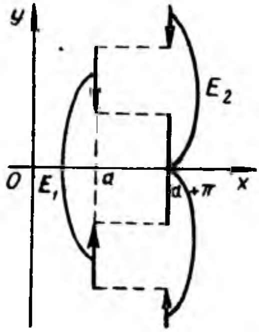
ОДНОЛИСТНАЯ ФУНКЦИЯ — БИР ЯПРОҚЛИ ФУНКЦИЯ — бир хил қийматлар қабул қилмайдиган ва D соҳада аниқланган $w = f(z)$ аналитик функциядир (қ.), яъни $z_1 \neq z_2$ бўлганда $f(z_1) \neq f(z_2)$ бўлади. Бу функциянинг ҳосиласи соҳанинг ичида нолга айланмайди. Б. я. ф. w текисликнинг D соҳасини D_1 соҳасига конформ равишда акслантиради (қ. Конформное отображение). $z = F(w)$ тескари функция D_1 соҳада бир қийматли аналитик функция бўлади.

Мисоллар: 1) $w = z^n$ функция $r > 0$, $0 < \varphi < \frac{2\pi}{n}$ соҳада Б. я. ф. бўлади (176-расм), бунда $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ — модуль ва $\varphi = \arg z$ аргумент бўлиб, у $z = x + iy = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ комплекс ўзгарувчининг аргументидир; 2) $w = \sin z$ функция $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, $-\infty < y < \infty$ соҳада Б. я. ф. бўлади.

ОДНОЛИСТНОСТИ ОБЛАСТЬ — БИР ЯПРОҚЛИЛИК СОҲАСИ. $z = x + iy$ комплекс ўзгарувчи текислигининг соҳаси бўлиб, бунда $w = f(z)$ аналитик функция бир япроқли функция бўлади (қ. Однолистная функция). Масалан, $w = \sin z = \frac{e^y + e^{-y}}{2} \sin x + i \frac{e^y - e^{-y}}{2} \cos x$ функция учун (a, y_1), $(a + \pi, y_2)$ нуқталар тўпламининг ихтиёрий жуфти бирлашган ва эни π га тенг бўлган исталган $a < x < a + \pi$, $-\infty < y < \infty$ полоса Б. я. с. бўлади (177-расм), бунда $y_1 \in E_1$, $y_2 \in E_2$, $E_1 \cap E_2 = \varnothing$, $E_1 \cup E_2$ кесишма бутун Oy ўқдан иборат. Б. я. с. да қаралаётган $f(z)$ учун $z = F(w)$ тескари функция бир қийматли функция бўлади ва тўла тескари функциянинг тармоғи дейилади. $w = \sin z$ учун тескари бўлган $z = \operatorname{Arcsin} w$ функция $(2k - 1)\frac{\pi}{2} < x < (2k + 1)\frac{\pi}{2}$, $k = 0; \pm 1; \pm 2, \ldots$ Б. я. с. га мос келувчи чексиз кўп тармоқларга эга.



176-расм.



177-расм.

ОДНОПОЛОСТНЫЙ ГИПЕРБОЛОИД — БИР ПАЛЛАЛИ ГИПЕРБОЛОИД — 2-тартибли сиртлардан бири бўлиб, тўғри бурчакли декарт координаталари системасида каноник тенгламаси:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

кўринишда бўлади. Агар $a=b$ бўлса, Б. п. г. бир паллали айланиш гиперболоиди дейилади. Б. п. г. тўғри чизиқли ясовчиларга (қ. Прямолинейные образующие) эга бўлган марказий сиртдир. Б. п. г. чизиқли сиртлар жумласига киради (қ. Линейчатая поверхность). қ. Гиперболоиды.

ОДИОРОДНАЯ ФУНКЦИЯ — БИР ЖИНСЛИ ФУНКЦИЯ — λ нинг қийматлари ҳар қандай бўлганда $f(\lambda x_1, \lambda x_2, \ldots, \lambda x_n)=\lambda^k f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ айният бажариладиган бир ёки бир неча ўзгарувчили функциядир, бунда k — бирор ўзгармас миқдор (функциянинг бир жинслилик даражаси). Б. ж. ф. нинг қатор ажойиб хоссалари бор. Шу муносабат билан, масалан Эйлер теоремаси терминига қаранг.

Мисоллар: 1) $f(x, y, z)=(x-y)(y-z)(z-2x)$, $k=3$; 2) $f(x, y)=\frac{1}{\sqrt{xy^2+y^3}}$, $k=-\frac{3}{2}$; 3) $f(x, y)=\sqrt{x+y}$, $k=\frac{1}{2}$; 4) учбурчак юзи унинг томонларининг бир жинсли функциясидир:

$$S=\sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-a\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-b\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-c\right)}$$

(Герон формуласи); 5) $f(x, y)=\ln\frac{x}{y}$, $k=0$.

ОДНОРОДНОЕ ПРОСТРАНСТВО — БИР ЖИНСЛИ ФАЗО — ўзида ўзаро бир қийматли силлиқ алмаштиришлар тўпламига йўл қўядиган кўпхиллик (қ. Многообразие), шу билан бирга, истаган иккита нуқта учун бу тўпламдан бир нуқтани иккинчисига ўтказувчи алмаштириш топилади. Б.ж.ф. бирор нуқтани қўзғалмайдиган (стационар қисм-группа) қилиб қолдирадиган узлуксиз алмаштиришлар группаси ва алмаштиришларнинг қисм-группаси (қ. Непрерывная группа) билан аниқланади. Бундай тасвирлашда фазонинг нуқтаси қисм-группа бўйича группанинг қўшнилик синфи бўлади. Б.ж.ф. назариясида Риманнинг Б.ж.ф. муҳим ўрин эгаллайди, буларнинг алмаштириш группаси Б.ж ф. да берилган Риман метрикасини (ҳаракатлар группасини) ўзгартирмай сақлайди. Уч ўлчовли Евклид фазосининг оддий сфераси Риманнинг Б.ж.ф. га мисол бўлади. Сферанинг ҳаракатлар группаси марказ атрофидаги ҳар қандай айлантириш, стационар қисм-группа қўзғалмас ўқ атрофидаги айлантиришдир.

ОДНОРОДНОЕ УРАВНЕНИЕ—БИР ЖИНСЛИ ТЕНГЛАМА— $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$ кўринишдаги тенглама, бунда f — бир жинсли функция (қ. Однородная функция). Агар g функция $x_1, x_2, \ldots, x_k$ ўзгарувчилар бўйича бир жинсли бўлса, у ҳолда $g(x_1, x_2, \ldots, x_k, y_1, y_2, \ldots, y_l) = 0$ тенглама $x_1, x_2, \ldots, x_k$ ўзгарувчилар бўйича Б.ж.т. дейилади.

Агар F функция $y, y', \ldots, y^{(n)}$ ўзгарувчилар бўйича бир жинсли бўлса, у ҳолда n- тартибли $F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ дифференциал тенглама Б.ж.т. дейилади. Чизиқли Б.ж.т. (чекли ёки дифференциал) системаси доимо тривиал (ноль) ечимга эга.

ОДНОРОДНЫЕ КООРДИНАТЫ точки (прямой) на плоскости — текисликдаги нуқта (тўғри чизиқ) нинг **БИР ЖИНСЛИ КООРДИНАТАЛАРИ** — бир вақтда нолга тенг бўлмаган учта (x_1, x_2, x_3) пропорционал сон бўлиб, нуқтанинг x ва y декарт координаталарига $\frac{x_1}{x_3} = x$, $\frac{x_2}{x_3} = y$ формулалар орқали боғланган.

Агар нуқта (x_1, x_2, x_3) Б.ж.к. га эга бўлса, у ҳолда шу нуқтанинг ўзи $(\rho x_1, \rho x_2, \rho x_3)$ Б.ж.к. га эга бўлади, бунда ρ—нолга тенг бўлмаган ҳар қандай ҳақиқий сон. Учта ва ундан ортиқ ўлчовли фазодаги нуқтанинг Б.ж.к. ҳам шунга ўхшаш аниқланади.

Эгри чизиқ ва сиртларнинг Б.ж.к. орқали ёзилган тенгламалари кўпинча оддий ва ўзгарувчи координаталарга нисбатан симметрик кўринишга эга бўлади. Б.ж.к. Евклид текислигини учинчи координатаси нолга тенг бўлган чексиз узоқлашган, яъни хосмас $(x_1, x_2, 0)$ нуқталар билан тўлдириш зарурлиги оқибатида киритилган; бу эса проектив геометрияда проектив текислик тушунчасига олиб келади.

Б.ж.к. системасида чексиз узоқлашган нуқта ва чексиз узоқлашган тўғри чизиқ (тенгламаси $x_3 = 0$) текисликнинг бошқа ҳар қандай нуқталари ва тўғри чизиқларига нисбатан ҳеч қандай муҳим роль ўйнамайди. Б.ж.к. нинг аҳамияти ҳам ана шундан иборат. Биз эгри чизиқни чексиз узоқлашган нуқталарда ҳам худди ҳар қандай бошқа (хос) нуқталарда текширган каби текширишимиз мумкин; биз бу ҳолда хосмас нуқталардаги уринмалар, эгри чизиқнинг хосмас қўшалоқ (каррали) нуқталари ҳақида сўз юритишимиз мумкин ва ҳоказо.

Масалан, $y^2 = 2px$ параболанинг тенгламаси Б.ж.к. да $x_2^2 = 2px_1x_3$ (*) кўринишда бўлади, бундан биз бу парабола $x_3 = 0$ хосмас тўғри чизиқ билан уриниш нуқтасига эга деган хулоса чиқара оламиз, чунки (*) тенгламадан $(x_1, 0, 0)$ нуқта парабола билан хосмас тўғри чизиқнинг қўшалоқ кесишиш нуқтаси эканлиги келиб чиқади, бунда $x_1 \neq 0$ — истаган ҳақиқий сон, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$. Бинобарин, хосмас тўғри чизиқ параболага ўтказилган уринма экан.

Гипербола хосмас тўғри чизиқ билан иккита кесишиш нуқтасига эга экани, эллипс эса битта ҳам умумий нуқтага эга эмас экани худди шундай йўл билан кўрсатилади.

ОДНОРОДНЫЙ МНОГОЧЛЕН — БИР ЖИНСЛИ КЎПҲАД — форманинг (қ.) худди ўзи.

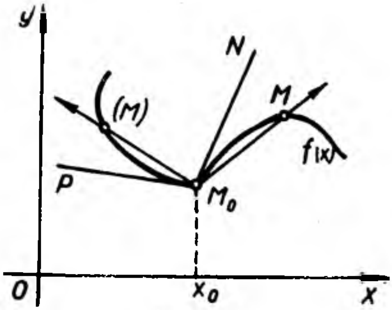
ОДНОСВЯЗНАЯ ОБЛАСТЬ — БИР БОҒЛАМЛИ СОҲА — қуйидаги хоссага эга бўлган соҳа (очиқ соҳа бўлиши шарт эмас): соҳада (қ. Область) ётган ҳар қандай ёпиқ контурни соҳадан ташқарига чиқмасдан узлуксиз равишда тортиб нуқтага айлантириш мумкин. Масалан, интервал, доира, шар (очиқ ёки ёпиқ бўлиши аҳамиятсиз ва ҳоказо) Б.б.с. дир. Ҳалқа ($a \leqslant x^2 + y^2 < b$ тенгсизликларни қаноатлантирувчи x, y координатали нуқталар тўплами) Б.б.с бўла олмайди. Лекин ядросиз шар (фазонинг координаталари $a \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant b$ тенгсизликларни қаноатлантирувчи нуқталари тўплами) Б.б.с. дир. Б.б.с. нинг уларни бошқа соҳалардан фарқ қилувчи қатор хоссалари бор. Масалан, қуйидаги теорема ўринлидир: агар $f(x, y)$ функция текисликдаги бир боғламли G соҳада гармоник функция бўлса, у ҳолда G да тўлиқ жойлашувчи ҳар қандай айлана бўйича олинган интегралнинг айлана узунлигига нисбати функциянинг айлана марказидаги қийматига тенг бўлади. Агар G соҳанинг Б.б.с. эканлиги инкор қилинса, теорема тўғри бўлмай қолади.

ОДНОСТОРОННИЕ ПОВЕРХНОСТИ — БИР ТОМОНЛИ СИРТЛАР — сфера, куб ёки квадрат сиртидан фарқли ўлароқ томони иккита бўлмаган сирт. Мёбиус вараги, Клейн бутилкаси Б.т.с. га мисол бўлади. Уч ўлчовли фазодаги Б.т.с. синфи ориентирланмайдиган сиртлар синфи билан бир хил бўлади. қ. Ориентируемая поверхность.

ОДНОСТОРОННИЕ УГЛЫ — БИР ТОМОНЛИ БУРЧАКЛАР — қ. Угол.

ОДНОСТОРОННИЙ ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯНИНГ БИР ТОМОНЛИ ЛИМИТИ — функциянинг ўнгдан олинган лимити ва функциянинг чапдан олинган лимитининг умумий номи (қ. Предел функции справа).

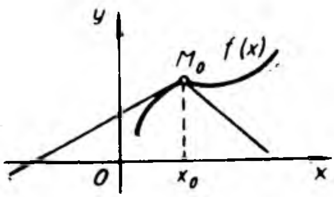
ОДНОСТОРОННЯЯ КАСАТЕЛЬНАЯ — БИР ТОМОНЛИ УРИНМА. $y = f(x)$ функциянинг графигига M_0 нуқтада ўтказилган Б.т.у. ўнг ёки чап уринма, яъни M нуқта M_0 га ундан ўнгда (мос равишда чапда) қолиб, интилган ҳолда M_0M кесувчи нурнинг эгаллаган лимит ҳолати. 178-расмда M_0N — ўнг уринма ва M_0P — чап уринма.



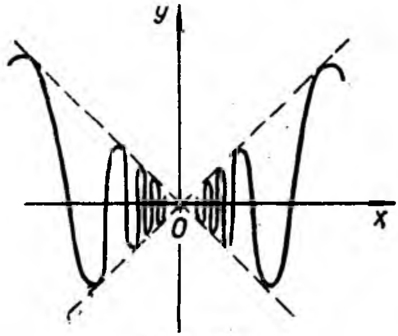
178- расм.

ОДНОСТОРОННЯЯ ПРОИЗВОДНАЯ — БИР ТОМОНЛИ ҲОСИЛА. $y = f(x)$ функциянинг Б.т. ҳ. — қуйидаги бир томонли чекли лимитдир (қ. Односторонний предел):

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$



179- расм.



180- расм.

$\Delta x \to +0$ да Б.т.ҳ. ўнг ҳосила, $\Delta x \to -0$ да эса чап ҳосила дейилади ($f(x)$ функция берилган x_0 нуқтанинг ўнг ярим атрофида ва мос равишда чап ярим атрофида аниқланган деб фараз қилинади). Ўнг ва чап ҳосилалар тенг бўлган ҳолда функция ҳосилага (қ. Производная) эга бўлади; агар бу ҳосилалар тенг бўлмаса, у ҳолда функция графигининг $[x_0, f(x_0)]$ нуқтаси бурчак нуқтаси бўлади, функция графигига ўтказилган бир томонли уринмалар (қ. Односторонние касательные) нолдан фарқли бурчак ташкил қилади ва функция x_0 нуқтада ҳосилага эга бўлмайди (179- расм).

Агар берилган нуқтада ўнг (чап) ҳосила мавжуд бўлса, у ҳолда функция бу нуқтада ўнгдан (чапдан) узлуксиз бўлади (қ. Непрерывность функции справа). Б.т.ҳ. нинг мавжуд бўлмаслигига мисол: қуйидаги функция $x = 0$ нуқтада ўнг ва чап ҳосилага эга бўлмайди (180- расм):

$$y = \begin{cases} x \sin\dfrac{1}{x}, & x \neq 0 \text{ бўлганда,} \\ 0, & x = 0 \text{ бўлганда.} \end{cases}$$

ОДНОЧЛЕН — БИРҲАД — бутун алгебраик ифода бўлиб, иккита ёки ундан ортиқ кўпайтувчилар кўпайтмасидан иборат, бу кўпайтувчиларнинг ҳар бири ёки сон, ёки бирор мусбат даража билан олинган ҳарф бўлиши мумкин.

Бир сон ёки бирор мусбат даражали бир ҳарф ҳам бирҳад деб қаралиши мумкин. Мисоллар: $2a^3b$; $\frac{5}{7}x^6y^2$— бирҳадлар. Бир-биридан ҳеч фарқ қилмайдиган ёки бир хил ҳарфли кўпайтувчилар олдидаги коэффициентлари билан фарқ қиладиган бирҳадлар ўхшаш бирҳадлар дейилади. Масалан,—a ва a; $2ab$ ва $3ab$ — ўхшаш бирҳадлар

ОКРЕСТНОСТЬ ТОЧКИ — НУҚТ НИНГ АТРОФИ. 1°. **сонлар ўқидаги Н.а.**— берилган a нуқтани ўз ичига олган ҳар қандай интервал [очиқ оралик (қ. Промежуток)]. Хусусий ҳолда маркази a нуқтада бўлган $(a-\delta, a+\delta)$ очиқ оралик a нуқтанинг δ атрофи дейилади ($\delta > 0$ сони δ атрофнинг радиусидир).

2°. n **ўлчовли фазодаги Н.а.**— n ўлчовли фазонинг берилган нуқтани ўз ичига олган ҳар қандай соҳаси (қ. Область). Хусусий ҳолда $\sqrt{(x_1-x_1^0)^2+\ldots+(x_n-x_n^0)^2} < \delta$ тенгсизликни қаноатлантирувчи $M(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нуқталар тўплами $M_0(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ нуқтанинг шар шаклидаги атрофи бўлади, бу атрофнинг маркази ўша M_0 нуқта ва радиуси $\delta > 0$ бўлади.

$$|x_1-x_1^0| < \delta_1,\ |x_2-x_2^0| < \delta_2,\ \ldots,\ |x_n-x_n^0| < \delta_n$$

тенгсизликлар системасини қаноатлантирувчи нуқталар тўплами M_0 (барча δ_i лар мусбат) нуқтанинг параллелепипедиал атрофи бўлади, бу атроф полиинтервал деб ҳам аталади.

3°. **Метрик фазодаги Н.а.**— метрик фазонинг берилган нуқтани ўз ичига олган ҳар қандай соҳаси (қ. Область). Хусусий ҳолда ҳар биридан берилган M_0 нуқтагача бўлган масофалари бирор $\delta > 0$ сондан кичик бўлган M нуқталар тўплами нуқтанинг сферик атрофи бўлади; бу атрофнинг маркази берилган M_0 нуқтада ва радиуси δ бўлади.

ОКРУГЛЕНИЕ действительного положительного числа — ҳақиқий мусбат сонни **ЯХЛИТЛАШ** — бу сонни унинг маълум аниқликдаги тақрибий қиймати билан алмаштириш. Одатда Я. берилган a сонининг бирор хонадан бошлаб (ками билан яхлитлаш ёки ортиғи билан яхлитлаш) келадиган чекли ёки чексиз сондаги барча охирги хоналарини (рақамларини) ташлаб юборишдан иборат бўлади: рақамлар бирор хонадан бошлаб ташлаб юборилганда қолган (қисқарган) сондаги охирги рақам бир бирликка орттирилиши (ортиғи билан яхлитлаш) ёки ўзгаришсиз қолдирилиши (ками билан яхлитлаш) мумкин.

Масалан, $\alpha = 21{,}46$ сонини ками билан ўнлар хонасигача яхлитлаганда 20 сони ҳосил бўлади, бу сон берилган сонни ортиғи билан яхлитлаганда чиқадиган 30 сонидан $\alpha = 21{,}46$ нинг ўзига яқин бўлади.

Сонларни Я. яхлитлаш хатоси, яъни $|\alpha-\alpha_0|$ айирмага боғлиқ, бунда α — берилган сон, α_0— «қисқарган» яхлитланган сон, яъни унинг тақрибий қиймати. қ. Приближенные методы, Численные методы, Ошибка округления.

Адаб.: И. Н. Шевченко, Начальные сведения о приближенных вычислениях, Изд-во АПН РСФСР, М., 1958; В. М. Брадис, Как надо вычислять. Учпедгиз М., 1960.

ОКРУГЛЕНИЯ ТОЧКА — ДОИРАВИЙ НУҚТА. қ. Круговая точка.

ОКРУЖНОСТИ КОНЦЕНТРИЧЕСКИЕ — КОНЦЕНТРИК АЙЛАНАЛАР — умумий марказга эга бўлиб, бир текисликда ётувчи айланалар. Концентрик бўлмаган айланалар эксцентрик айланалар дейилади. Таққосланг: Конфокальные кривые.

Лат. con — биргаликдаги, centrum — марказ.

ОКРУЖНОСТЬ — АЙЛАНА — ёпиқ текис эгри чизиқ бўлиб, унинг барча нуқталари бу эгри чизиқ ётган текисликдаги бирор O нуқтадан бир хил масофада ётади, бу O нуқта А. нинг маркази деб аталади. А. нинг ихтиёрий нуқтасидан марказигача бўлган масофа А. нинг радиуси деб аталиб, одатда r (ёки R) орқали белгиланувчи кесма билан ўлчанади. Маркази O ва радиуси r бўлган А. баъзан $O(r)$ билан белгиланади.

Маркази O ва радиуси r бўлган А. ни текисликдаги шундай нуқталарнинг геометрик ўрни деб таърифлаш мумкинки, улар ўша текисликдаги берилган O нуқтадан берилган r масофада ётади (қ. Геометрическое место).

Тўғри бурчакли декарт координаталари системасида А. нинг тенгламаси

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2 \qquad (*)$$

кўринишда бўлади, бунда (a, b) — А. марказининг координаталари, r — радиуси. (*) тенгламадан А. 2-тартибли эгри чизиқ эканлиги келиб чиқади. А. га ўтказилган уринма унинг уриниш нуқтасига ўтказилган радиусига перпендикуляр бўлади.

Ясашга доир масалалар ечишда, тенглама ва тенгсизликларни график равишда ечишда А. дан фойдаланилади. А. нинг эгрилиги доимий бўлиб, ҳар бир нуқтасида $\frac{1}{r}$ га тенг. $O(r)$ А. нинг узунлиги $2\pi r$ га тенг, радиуси r бўлган доиранинг юзи πr^2 га тенг.

ОКРУЖНОСТЬ АПОЛЛОНИЯ — АПОЛЛОНИЙ АЙЛАНАСИ — текислик E нуқталарининг геометрик ўрни бўлиб, улардан шу текисликда ётувчи берилган иккита A ва B нуқтагача бўлган масофалар нисбати ўзгармас λ миқдорга ($\lambda \neq 0$, $\lambda \neq 1$) тенг бўлади (қ. Геометрическое место). $AE:BE=\lambda$. Ясашга доир геометрик масалаларни (қ. Геометрические построения) нуқталарининг геометрик ўрни методи билан ечишда А.а. дан фойдаланилади, масалан, a, h_a, $b:c$ ёки a, A, $b:c$ (ёки баландликларининг $h_c:h_b$ нисбати) га қараб учбурчак ясаш ва ҳоказо. Бу айлана уни ўрганган қадимги грек олими перглик Аполлоний (эрамиздан олдинги III аср) номи билан аталган.

ОКРУЖНОСТЬ ДЕВЯТИ ТОЧЕК — ТЎҚҚИЗ НУҚТА АЙЛАНАСИ — учбурчак томонларининг ўрталаридан, унинг баландликларининг асосларидан ва баландликларининг ортомарказ билан учбурчак учи орасидаги кесмасининг ўрталаридан ўтувчи айлана. Т.н.а. нинг маркази берилган учбурчак ортомарказини унга ташқи чизилган айлана маркази билан бирлаштирувчи кесманинг ўртасида бўлади. Т.н.а. нинг радиуси ташқи чизилган айлана радиусининг ярмига тенг. Т.н.а. Эйлер айланаси деб ҳам аталади.

Адаб.: П. С. Моденов, Сборник задач по специальному курсу элементарной математики, «Советская наука», М., 1960; Д. И. Перепелкин, Курс элементарной геометрии, Гостехиздат, М., 1948.

ОКРУЖНОСТЬ КРИВИЗНЫ — ЭГРИЛИК АЙЛАНАСИ. Фазовий эгри чизиқнинг M нуқтадаги Э.а. — эгри чизиқнинг M нуқтасидаги ёпишма текисликда ётувчи айлана. Бу айлананинг радиуси $\frac{1}{k}$ га тенг ва O маркази эгри чизиқнинг M нуқтасида ўтказилган нормалда (қ.) $MO=\frac{1}{k}$ масофада ётади, бунда k — эгри чизиқнинг M нуқтасидаги эгрилик (қ. Кривизна). Эгри чизиқнинг эгрилиги нолга тенг бўлган нуқтада Э.а. бўлмайди. Э.а. M нуқтада эгри чизиқ билан 2-дан паст бўлмаган тартибли уринишга эга. Э.а. ёпишма айлана деб ҳам аталади (қ. Соприкасающаяся окружность).

ОКТАЭДР — ОКТАЭДР — саккизёқ. Мунтазам О.— бешта мунтазам кўпёқнинг бир типи бўлиб, 6 та учи, 8 та ёқи ва 12 та қирраси бўлади, яъни мунтазам гексаэдр (қ.)—кубга ўзаро муносиб фигура (қ. Двойственности принцип) бўлади. Мунтазам О. симметрия маркази ва куб каби 9 та симметрия текислигига эга. Кубнинг ёқларининг маркази мунтазам О. нинг учлари деб қабул қилинса, уни кубдан осонгина ҳосил қилиш мумкин. О. баъзан тўрт бурчакли бипирамида дейилади. Грек. οχτω — саккиз, δερα — ёқ, асос.

ОМБИЛИЧЕСКАЯ ТОЧКА — ОМБИЛИК НУҚТА — сиртдаги доиравий нуқтанинг худди ўзи (қ. Круговая точка 2°).

ОПЕРАТОР — ОПЕРАТОР — ҳар бир $x \in X$ элементга бирор $y \in Y$ элементни мос келтирувчи ва иккита X ва Y тўплам ўртасидаги мосликни энг умумий маънода англатувчи математик тушунча. Функция, «акслантириш, алмаштириш» терминлари эквивалент маънога эга. y элемент x элементнинг образи, x ни эса y элементнинг прообрази дейилади.

Агар X ва Y — сонли тўпламлар бўлса, у ҳолда кўпроқ «функция» терминидан фойдаланилади. Функциялар фазосини сонли тўпламга акслантирувчи (чексиз ўлчовли) О. функционал дейилади.

Мисоллар: 1) дифференциаллаш О. дифференциалланувчи ҳар бир $f(x)$ функцияга $f'(x)$ функцияни мос қўяди; 2) уч ўлчовли R_3 фазонинг (ξ_1, ξ_2, ξ_3) вектори фазони ўз-ўзига чизиқли алмаштирганда (ξ_1', ξ_2', ξ_3') векторга ўтсин дейлик, бунда $\xi'_i = \sum_{j=1}^{3} a_i^j \xi_j$, a_i^j — тайинли сон; шундай қилиб, биз R_3 векторли фазонинг тартиби 3 бўлган $\| a_i^j \|$ квадрат матрица билан ифодаланган чизиқли алмаштириш операторига эга бўламиз; 3) $A\,[f(x)] = f^2(x)$ — чизиқли бўлмаган A О. га мисол бўлади.

О. ларнинг энг муҳим синфи Гильберт фазосидаги чизиқли О. лардир (қ. Линейный оператор, Гильбертово пространство). Дифференциал О. лар (қ.) ва интеграл О. лар (қ.) математик физикада, дифференциал ва интеграл тенгламалар назариясида катта аҳамиятга эга.

ОПЕРАТОРНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ — ОПЕРАТОР ҲИСОБИ — функционал анализнинг бир қисми бўлиб, операторлар хоссаси ва уларнинг ҳар хил масалаларни ечишга татбиқ этилишини ўрганади.

О.ҳ. тебранишлар назарияси ва математик физиканинг бошқа проблемалари билан боғлиқ бўлган интеграл тенгламалар назариясининг ривожланиши, операторларнинг хусусий қийматларини топишга доир масалалар ечиш натижасида вужудга келган. Оператор тушунчасининг умумийлиги туфайли О. ҳ. математиканинг турли соҳаларини бир-бирига боғлади.

Операторларнинг энг чуқур ва яхши ишлаб чиқилган синфи чизиқли нормаллаштирилган фазодаги (хусусий ҳолда функционал фазодаги) чизиқли операторлардир.

Чизиқли операторларга мисоллар: 1) функцияларни дифференциаллаш оператори; 2) берилган кесмада жамланувчи функцияларнинг аниқ интегралини ҳисоблаш оператори; 3) чекли ўлчовли фазодаги чизиқли алмаштириш оператори (бу оператор n тартибли квадрат матрица билан ифодаланади).

Кейинги вақтларда физика ва механикадаги чизиқли бўлмаган интеграл тенгламаларга алоқадор бўлган чизиқли бўлмаган операторлар назарияси ҳам ривожланиб бормоқда. Н. Н. Назаров, В. В. Немицкий ва бошқаларнинг ишлари шу темага бағишланган.

Адаб.: Л. А. Люстерник и С. Л. Соболев, Элементы функционального анализа, Гостехиздат, М., 1951; Н. И. Ахиезер и И. М. Глазман, Теория нелинейных операторов в гильбертовом пространстве, Гостехиздат, М., 1950.

ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ — ОПЕРАЦИОН ҲИСОБ — татбиқий математик анализ методларининг тўплами бўлиб, у чизиқли дифференциал тенгламаларни, шунингдек, айирмали ва интеграл тенгламаларнинг баъзи турларини мақсадга тез олиб келувчи ихчам воситалар билан ечишга имкон беради.

Шунинг учун О.ҳ. методлари механика, электротехника, автоматика, шунингдек, фан ва техниканинг бошқа турли соҳаларида кенг қўлланадиган бўлди. О.ҳ. га функционал алмаштириш ғояси асос қилиб олинган: аргументнинг мусбат қийматларида аниқланган бирор ҳақиқий t ўзгарувчили функцияга (бу функция бошланғич фукция ёки оригинал деб аталади) чизиқли интеграл алмаштириш ёрдами билан тасвир деб аталувчи бошқа p ўзгарувчили функция мос қилиб қўйилади.

«Оригинал — тасвир» каби ўхшаш алмаштиришни шундай амалга ошириш мумкинки, бунда бошланғич функцияларни дифференциаллаш ва интеграллаш амалларига тасвир соҳасида алгебраик амаллар мос келсин. Бу ҳол берилган дифференциал тенгламалар ечимларининг тасвирини энг оддий алгебраик амаллар ёрдами билан топишга, сўнгра эса шунга мос бошланғич функцияни топишга имкон беради, яъни ечим баъзи оддий қоидалар ва энг кўп учрайдиган тасвирлар «каталоги» ёрдами билан топилади. Янада мураккаброқ масалаларда тескари функционал алмаштиришга, яъни «тасвир — оригинал» га мурожаат қилишга тўғри келади.

О.ҳ. бағишланган дастлабки асарлар ўтган асрнинг ўрталарида пайдо бўлган. Рус математиги М. Е. Ващенко — Захарченконинг 1862 йилда Киевда нашр қилинган «Символическое исчисление и приложение его к интегрированию линейных дифференциальных уравнений» деган монографиясида кейинчалик О.ҳ. деб аталган методнинг асосий масалалари майдонга ташланган ва улар қисман ҳал қилинган.

1892 йили инглиз олими О. Хевисайднинг бу соҳадаги ишлари нашр этилгандан бошлаб, О.ҳ. физика ва техника масалаларини ечишга мунтазам қўлланиладиган бўлди. О.ҳ. нинг моҳиятини татбиқий масалаларда энг кўп учрайдиган ҳақиқий t ўзгарувчили бошланғич бўлаклари узлуксиз $f(t)$ функциялар синфи мисолида намойиш қилиб кўрсатиш мумкин. Бу функциялар аргументнинг $t > 0$ қийматларида аниқланган бўлиб, $t < 0$ да нолга тенг деб қабул қилинади. Бўлаклари узлуксиз бошланғич функциялар синфидан t аргументнинг жуда катта қийматларида маълум тартибда ўсиш билан характерланувчи функцияларнинг қисм-синфи ажратиб олинади ва улар кейинчалик ўрганилади: $|f(x)| < Me^{s_0 t}$, бунда M ва s_0 сонлар t га боғлиқ бўлмаган сонлар.

Агар $p = s + i\sigma$ бирор комплекс сон бўлса, у ҳолда $f(t)$ функцияга юқоридаги шартлар қўйилганда

$$L\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt \qquad (*)$$

интеграл мавжуд ва $\mathrm{Re}\, p > s_0$ ярим текисликда p нинг регуляр функциясидан иборат бўлади, бу интеграл $f(t)$ функциянинг Лаплас интеграли деб аталади.

Қуйидаги

$$\frac{F(p)}{p} = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt \qquad (**)$$

қонун билан берилган $F(p)$ функция $f(t)$ бошланғич функция (ёки оригиналнинг) тасвири дейилади.

(**) тасвирнинг бир қатор хоссалари, масалан, $f'(t)$ ҳосила тасвирининг $L\{f'(t)\} = pL\{f(t)\} - f(0)$ ва $\Psi(t) = \int_0^t f(t)\, dt$ интеграл тасвирининг $L\{\Psi(t)\} = \frac{L\{f(t)\}}{p}$ хоссалари шуни ойдинлаштирадики, (*) алмаштириш дифференциаллаш ва интеграллаш амалларини p комплекс ўзгарувчига кўпайтириш ва бўлиш амалига ўтказади.

Тасвирнинг асосий хоссаларидан фойдаланиб, баъзи оддий функцияларнинг тасвирлари, яъни тасвирлар «каталоги» тузилади. Оддий функциялар тасвирларининг «каталоги» ва Хевисайднинг ёйилмалари ҳақидаги теоремаси чизиқли одатдаги дифференциал ва ўзгармас коэффициентли айирмали тенгламалардан катта группасининг ечимларини содда усуллар билан топишга имкон беради (Хевисайднинг бу теоремаси $F(p)$ тасвир полином ёки икки полиномнинг нисбати бўлганда бошланғич функцияни излаб топишга имкон беради). Лекин кўпгина масалалар «каталог» дагига мос келмайдиган тасвирларга олиб келади. Бошланғич функцияни унинг тасвирига қараб тузишга имкон берадиган умумий восита бор, у Риман—Меллиннинг алмаштириш формуласи деб аталади:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} e^{pt} F(p) \frac{dp}{p},$$

бунда интеграллаш $p = \sigma + i\omega$ текисликда мавҳум ўққа параллел бўлган ва $\mathrm{Re}\, p \geqslant s_1 > s_0$ ярим текисликда жойлашган ихтиёрий тўғри чизиқ бўйича олиб борилади.

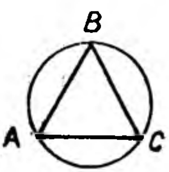
Математик физикада хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларни интеграллашда кўп ўлчовли О.ҳ. қўлланилади.

Кейинги вақтларда О.ҳ. ни асослаш билан поляк математиги Ян Микусинский ва совет математиги В. А. Диткин шуғулланган.

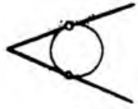
Адаб.: Л. Н. Лурье, Операционное исчисление и его приложения к задачам механики, Гостехиздат, М., 1950; Б. Ван дер Поль и Х. Бреммер, Операционное исчисление на основе двустороннего преобразования Лапласа, ИЛ, М., 1952; В. А. Диткин и П. И. Кузнецов, Справочник по операционному исчислению, Гостехиздат, М., 1950; В. А. Диткин и А. П. Прудников, Интегральные преобразования и операционное исчисление, Физматгиз, М., 1961.

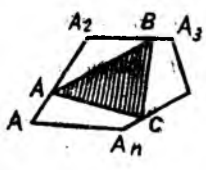
ОПИСАННЫЕ ФИГУРЫ (в элементарной геометрии) — **ТАШҚИ ЧИЗИЛГАН ФИГУРАЛАР** (элементар геометрияда). Қавариқ кўпбурчаклар атрофига ва қавариқ фигуралар атрофига ташқи чизилган фигуралар қаралади. Қавариқ кўпбурчакларнинг атрофига Т.ч.ф. (ёпиқ синиқ чизиқлар ва эгри чизиқлар) қавариқ фигуралар дейилади; кўпбурчакнинг учлари буларнинг устида ётади; бу кўпбурчак ташқи чизилган фигурага нисбатан ички чизилган фигура (қ. Вписанные фигуры) дейилади. Агар Ф қавариқ фигура атрофига Т.ч.ф. (синиқ чизиқ ва эгри чизиқ) Ф фигура (ички чизилган деб аталувчи фигура) билан ҳеч бўлмаганда иккита нуқтада уриниб, Ф фигура контурини соат стрелкаси (ёки унга қарама-қарши) йўналишда айланиб чиқишда Т.ч.ф. нинг ташқи нуқталарини учратмасак, у ҳолда бу Т.ч.ф. қавариқ фигуралар деб аталади (қ. Внешняя точка).

Т.ч.ф. чекли (масалан, учбурчакка ташқи чизилган айлана, 181-расм), шунингдек чексиз (масалан, айланага ташқи чизилган бурчак, 182-расм) бўлиши мумкин. 183-расмда $A_1A_2 \ldots A_n$ кўпбурчак ABC учбурчакка ташқи чизилган, 184-расмда ω эгри чизиқ (Т.ч.ф. бўлади) Ф фигуранинг атрофига ташқи чизилган.

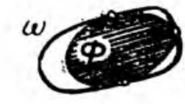


181- расм.


182- расм.



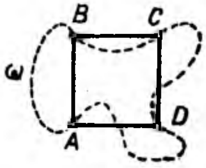
183- расм.



184- расм.

Кўпбурчак ўрнида кўпёқ, текис фигура ўрнида сирт (кўпинча сфера, конус, цилиндр) қараладиган фазодаги Т.ч.ф. ҳам шунга ўхшаш таърифланади.

Баъзан математикада қавариқ бўлмаган Т.ч.ф. ҳақида ҳам сўз бориши мумкин: масалан, 185- расмда $ABCD$ квадрат атрофига ташқи чизилган қавариқ бўлмаган (ботиқ) ω фигура тасвирланган.



185- расм.

Проектив геометрияда ҳам 2- тартибли эгри чизиққа (2- тартибли нуқталар қатори, конус кесими) ички чизилган олтибурчак ҳақида (қ. Паскаля теорема) ва 2- тартибли эгри чизиққа ташқи чизилган олтибурчак (томонлари 2- тартибли тўғри чизиқлар дастасига тегишли бўлган олти томонлик) ҳақида (қ. Брианшона теорема) сўз боради. қ. Вписанные фигуры.

Адаб.: Д. И. Перепелкин. Курс элементарной геометрии, ч. 1—2, Гостехиздат, М., 1948—1949.

ОПОРНАЯ ПЛОСКОСТЬ — ТАЯНЧ ТЕКИСЛИГИ — фазовий қавариқ фигуранинг чегараси билан умумий нуқтага эга бўлган ва бу фигуранинг ички нуқталарига эга бўлмаган текислик. Масалан, шарга уринма бўлган ҳар қандай текислик унинг Т.т. бўлади ёки тетраэдрнинг бирор ёқи ётган ҳар қандай текислик унинг Т.т. бўлади.

Агар α текислик Ф қавариқ фигуранинг (қавариқ жисмнинг) Т.т. бўлса, у ҳолда бутун Ф фигура α текисликнинг бир томонида ётишини исбот этиш мумкин. Т.т. қавариқ текис фигура учун таянч тўғри чизиғи тушунчасининг фазовий ўхшатмасидир (қ. Опорная прямая).

Адаб.: Л. А. Люстерник, Выпуклые фигуры и многогранники, Гостехиздат, М., 1956.

ОПОРНАЯ ПРЯМАЯ выпуклой фигуры Ф на плоскости — текисликдаги Ф қавариқ фигуранинг **ТАЯНЧ ТЎҒРИ ЧИЗИҒИ** — Ф фигуранинг четки нуқталаридан тузилган ва шу фигура билан умумий ички нуқталарга эга бўлмаган тўғри чизиқдир. Ф фигура ўзининг Т.т.ч. дан бир томонда ётади. Масалан, O (r) доира айланасига ўтказилган уринма шу доиранинг Т.т.ч. дир. Яна бир мисол: учбурчакнинг томони ётган тўғри чизиқ шу учбурчак учун Т.т.ч. бўлади. Т.т.ч. тушунчаси қавариқ фигуралар назариясида, масалан изопериметрик масалани ўрганишда қўлланилади (қ. Изопериметрическая задача).

Адаб.: Л. А. Люстерник. Выпуклые фигуры и многогранники, Гостехиздат, М. 1956, И. М. Яглом и В. Г. Болтянский, Выпуклые фигуры, Гостехиздат, М., 1951

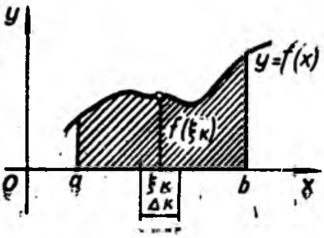
ОПРЕДЕЛЕНИЕ математического понятия — математик тушунчанинг **ТАЪРИФИ** — шу тушунчанинг мазмунини, моҳиятини очиб беришдир. Бунда тушунчанинг маъноси (моҳияти) турли усуллар билан очиб берилиши мумкин: 1) генетик усул: бунда мазкур тушунчанинг ҳосил бўлиш усули кўрсатилади; 2) мазкур тушунчани аввалдан маълум бўлган тушунчаларга келтириш — кўпинча тушунчанинг тури ва жинси орқали, яъни турнинг белгилари ва шаклан фарқи орқали; 3) аксиоматик усул; бунда тушунчанинг таърифи аксиомалар орқали ошкормас ҳолда берилади (қ. Точка, Прямая, Плоскость).

Т. га мисоллар: 1. Айланани ўз диаметри атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган сирт сфера (уч ўлчовли Евклид фазосидаги сфера) дейилади. Бу Т. сфера тушунчасининг генетик таърифидир. Лекин сферани фазо нуқталарининг геометрик ўрни тушунчаси орқали ёки аналитик равишда (қ. Сфера) таърифлаш мумкин. 2. $N > 0$ сонининг $a > 0$, $a \neq 1$ асосга кўра логарифмини $a^x = N$ кўрсаткичли тенгламанинг ечими сифатида таърифлаш мумкин: $x = \lg_a N$, лекин логарифмни $f(xy) = f(x) + f(y)$ функционал тенгламанинг бирор узлуксиз ечими сифатида ҳам таърифлаш мумкин (қ. Логарифм).

Мактабда бирор математик тушунчанинг маъноси кўпроқ конкрет мисолларни қараб чиқиш йўли билан очиб берилади.

Адаб.: В. В. Репьев, Общая методика преподавания математики, Учпедгиз, М., 1958, Д. Пойа, Математика и правдоподобные рассуждения, ИЛ, М., 1957.

ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ — АНИҚ ИНТЕГРАЛ (қ. Интегральное исчисление)—математик анализнинг муҳим тушунчаси. Геометрия, механика, физиканинг кўпгина масалалари А.и. ни ҳисоблашга келтирилади. А.и. $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ билан белгиланади ва таърифга кўра қуйидаги лимитга тенг: $\lim\limits_{l(T)\to 0}\sum\limits_{k=1}^{n} f(\xi_k)\ \Delta_k$,



186- расм.

бунда T — $[a,\ b]$ кесмани Δ_k кесмачаларга ажратиш, ξ_k нуқта Δ_k кесманинг ихтиёрий ички нуқтаси (186- расм); $l(T)$—кесмани T ажратишдаги Δ_k кесманинг энг катта узунлиги.

Узилиш нуқталари тўпламининг Лебег ўлчови нолга тенг бўлган функциялар учун (қ. Лебега интеграл) А.и. мавжуд (қ. Разрыва точка). А.и. нинг геометрик маъноси— $x=a$, $x=b$, $y=0$ тўғри чизиқлар ва $y=f(x)$ эгри чизиқ (юзнинг ишорасини ҳисобга олган ҳолда) билан чегараланган эгри чизиқли трапециянинг юзидир.

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ (детерминант) n-го порядка — n- тартибли **ДЕТЕРМИНАНТ**—

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

квадрат матрица (жадвал) элементларидан қуйидаги қонун бўйича тузилган n дона қўшилувчиларнинг алгебраик йиғиндисидир: ҳар бир қўшилувчи матрицанинг ҳар бир йўлидан ва ҳар бир устунидан биттадан ва фақат биттадан олинган n та элементнинг кўпайтмасига тенг. Ҳар бир ҳаднинг ишораси $(-1)^t$, бунда t — ҳаднинг биринчи индекслари натурал тартибда жойлашганда ҳаднинг иккинчи индексларидаги инверсиялар (қ.) сони.

Д. қуйидаги символ билан белгиланади:

$$\det A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

яъни матрицанинг элементлари вертикал тўғри чизиқлар орасига олинади. Бу символни XIX асрда инглиз математиги Кэли жорий этган. Бинобарин, $\det A = \sum(-1)^t a_{1i}a_{2j}\ \dots\ a_{nk}$, бунда йиғинди 1, 2 ... n сонларидан тузилган барча ўрин алмаштиришлар бўйича олинади (қ. Перестановка символов), t эса $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ i & j & \dots & k \end{pmatrix}$ ўрнига қўйишдаги инверсиялар сони.

Шундай қилиб, барча Д. лар тўплами барча квадрат матрицалар тўплами учун сонли функцияни ташкил қилади.

Д. нинг қатор хоссалари бўлиб, улар Д. ни амалда ҳисоблашда қўлланилади. Д. нинг асосий хоссалари: 1) йўли ва устунларининг ўринлари алмаштирилган билан Д. ўзгармайди (қ. Транспонированная матрица); 2) агар устун (йўл) лардан бири ноллардан тузилган бўлса, Д. нолга тенг бўлади: 3) агар бир Д. бошқа бир Д. нинг иккита устунининг (йўлининг) ўринларини алмаштириш билан ҳосил қилинган бўлса, бу Д. лар бир-биридан ишоралари билан фарқ қилади; 4) икки устуни (ёки икки йўли) пропорционал, хусусий ҳолда тенг бўлган Д. нолга тенг; 5) агар бирор устун (йўл) га бошқа устун (йўл) ларнинг чизиқли комбинацияси қўшилса Д. ўзгармайди; 6) агар Д. нинг бирор йўли (устуни) нинг барча элементлари бирор k сонига кўпайтирилса, у ҳолда Д. k га кўпаяди, яъни ихтиёрий йўл ёки ихтиёрий устуннинг умумий кўпайтувчисини Д. белгисидан ташқарига чиқариш мумкин; 7) агар Д. нинг бирор i-устуни (йўли) нинг элементлари иккита қўшилувчининг йиғиндисидан иборат бўлса, у ҳолда бундай Д. бирининг i-устуни (йўли) биринчи қўшилувчилардан, иккинчиси эса иккинчи қўшилувчилардан тузилган иккита Д. нинг йиғиндисига тенг; бунда учала Д. нинг ҳар бирида қолган йўл (устун) ларидаги барча элементлари бир хил бўлади.

2-хосса ва янада умумийроқ бўлган 4-хосса Д. нинг нолга тенг бўлиши учун фақат етарли шартни беради. Д. нинг нолга тенг бўлишининг зарур ва етарли шарти унинг бирор устуни (йўли) бошқа устуни (йўли) нинг чизиқли комбинациясидан иборат бўлишидир.

Д. математика ва физиканинг турли масалаларида жуда кўп татбиқ этилади. Масалан, Крамер қоидаси ва унга асосланувчи Кронекер — Капелли теоремасига қаранг. қ. Остроградского определитель, Вронского определитель, Грама определитель ва ҳоказо.

Д. тўғрисидаги илк гоялар XVII асрнинг охирида пайдо бўлган. Лейбниц (1693) Лопиталга ёзган хатларидан бирида тенгламалар коэффициентларининг қўш индекслари системасидан фойдаланиб кашфиёт яратганлигини маълум қилган. Лекин Лейбниц кашфиёти нашр этилмаган, шунинг учун у бизга маълум эмас.

1750 йилда Крамер Д. тузишнинг умумий қонунини ва n номаълумли n та тенглама системасини ечишнинг умумий формуласини кўрсатган. Д. нинг умумий назариясини яратишни Вандермонд (1771) бошлаб берган, бу назария Бинэ ва Кошиларнинг ишларида (1812) янада камол топган.

Ҳозирги вақтда Д. лар математиканинг барча соҳаларида, шунингдек унинг жуда кўп татбиқларида қўлланилмоқда.

Адаб.: А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1955. Л. Я. Окунев, Высшая алгебра, Учпедгиз, М., 1957.

ОРДИНАЛЬНОЕ ЧИСЛО — ОРДИНАЛ СОН — тартиб сонннинг худди ўзи. Ординал сон кардинал сон (қ. Кардинальное число), яъни миқдорий сон тушунчасига қарама-қарши ўлароқ, шундай деб аталган. Қ. Трансфинитные числа.

Лат. ordinalis — тартибли.

ОРДИНАТА — ОРДИНАТА — текислик ёки фазодаги нуқта (тўғри бурчакли декарт ёки аффин) координаталарининг тартиб бўйича иккинчисидир. Нуқтанинг О. си одатда y билан белгиланади.

Лат. ordinatus — тартибланган.

ОРИЕНТАЦИЯ — ОРИЕНТАЦИЯ: 1°. Базислар О.си. Агар $Ae_i = f_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ чизиқли алмаштириш матрицасининг детерминанти мусбат бўлса (қ. Определитель) n ўлчовли фазонинг иккита $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$ ва $(f_1, f_2, \ldots, f_n)$ базиси [иккита репери (қ.)] бир хил ориентирланган дейилади. Агар A алмаштириш матрицасининг детерминанти манфий бўлса, у ҳолда $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$ ва $(f_1, f_2, \ldots, f_n)$ базислар ҳар хил ориентирланган бўлади.

2°. Сиртнинг О. си. Сиртни қисман бир-бирига суяниб турувчи шундай w_i бўлакларга бўламизки, ҳар бир бўлакнинг тенгламаси

$$x = x(u, v),\ y = y(u, v),\ z = z(u, v),\ 0 < u < 1,\ 0 < v < 1$$

кўринишда берилиши мумкин (бутун сирт учун бундай тенгламаларни, умуман айтганда, ёзиш мумкин эмас).

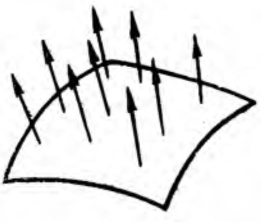
Ҳар бир бундай бўлакда иккита векторли майдон (сиртнинг ҳар бир нуқтасида нуқтага узлуксиз боғлиқ бўлган тартибланган чизиқли эркли икки урнима вектор) берилади. Айтиб ўтилган векторли майдоннинг ҳар бир жуфти бўлакнинг О. сини билдиради. Агар векторли майдоннинг биринчи жуфтига оид ξ_1 ва η_1 векторлари бўлакнинг истаган нуқтасида векторли майдоннинг иккинчи жуфтига оид ξ_2 ва η_2 векторлари билан бир хил ориентирланган бўлса, векторли майдоннинг иккала жуфти бўлакнинг бир хил О. сини ифодалайди. Акс ҳолда векторли майдоннинг икки жуфти турли хил О. ларни билдиради.

Агар сиртни қопловчи w_i бўлакларни $w_i \cap w_j$ кесишмада w_i ва w_j бўлакларнинг О. лари мос тушадиган қилиб ориентирлаш мумкин бўлса, у ҳолда сирт ориентирланадиган дейилади, унинг О.си эса ҳар бир бўлакнинг О.си орқали аниқланади.

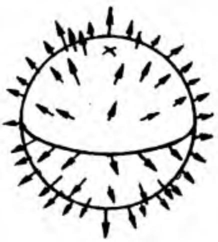
Кўргазма яққол бўлиши учун векторли майдон жуфти ўрнига сиртнинг ҳар бир нуқтасида векторли майдондаги векторларнинг вектор кўпайтмаси қараб чиқилади. Бу ҳолда ҳар бир бўлакда сиртга ортогонал бўлган ва сиртдан «бир томонга» йўналган векторлар майдони берилади. Агар ҳар бир бўлакда бундай майдон қаралса (187- расм) ва $w_i \cap w_j$ кесишмада w_i ва w_j майдонлар йўналиши бир хил бўлса, у ҳолда сирт ориентирланадиган ва унинг О. си берилган дейилади. Шунинг учун сиртга нормал бўлган векторларнинг узлуксиз оиласи сиртнинг О. сини ифодалайди деган хулоса чиқади. Сиртнинг нормал векторлар йўналган томони берилган О. га нисбатан мусбат томон дейилади.

Мисоллар: 1. Сферага ортогонал бўлган ва унинг марказидан бошлаб йўналган векторлар оиласи (188- расм) сфера сиртининг ташқи томонини мусбат деб белгилаган ҳолда сферанинг О. сини билдиради. Бошқача О. ҳам бўлиши мумкин. Уни сферанинг ичига йўналган унинг нормал векторлари белгилайди. 2. Мёбиус варағида нол бўлмаган нормал векторларнинг узлуксиз оиласи бўлиши мумкин эмас. Мёбиус вараги ориентирланмайди.

3°. Ўз-ўзини кесмайдиган эгри чизиқнинг О. си — эгри чизиқ бўйлаб ҳаракатланишнинг мумкин бўлган икки усулидан биридир.



187- расм.



188- расм.

ОРИЕНТИРУЕМЫЕ ПОВЕРХНОСТИ — ОРИЕНТИРЛАНАДИГАН СИРТЛАР — ориентацияга (қ.) эга бўлган сиртлар. О.с. икки томонга эга бўлади. Мёбиус (қ.) варағини ориентирлаш мумкин эмас, унинг томони битта: нормалнинг вектори варақни айланиб чиқиб дастлабки нуқтага қайтганида йўналиши олдингига қарама-қарши бўлиб қолади.

ОРИСФЕРА — ОРИСФЕРА — Лобачевский фазосидаги сирт бўлиб, у орициклни (қ.) унинг ўқларидан бири атрофида айлантиришдан ҳосил бўлади: шундай қилиб, О. орициклнинг фазовий ўхшатмасидир. О. ни a тўғри чизиқнинг бирор M нуқтасидан фазонинг бу тўғри чизиққа маълум йўналишда параллел бўлган барча тўғри чизиқларига ўтказилган ва оғмалиги бир хил бўлган кесувчилар учларининг геометрик ўрни сифатида ҳам таърифлаш мумкин. M нуқта О. нинг нуқтаси ҳисобланади. a тўғри чизиқ О. нинг ўқи дейилади. О. a ўқ ва бу ўққа тегишли бўлган M нуқта орқали берилади.

О. лимит сирт ҳам дейилади.

ОРИЦИКЛ — ОРИЦИКЛ — Лобачевский текислигидаги эгри чизиқ бўлиб, a тўғри чизиқнинг A нуқтасидан унга маълум йўналишда параллел бўлган ва у билан бир текисликда ётган тўғри чизиқларга ўтказилган ва оғмалиги бир хил бўлган кесувчилар учларининг геометрик ўрнидир. A нуқта О. нинг нуқтаси ҳисобланади. Маълум йўналишдаги параллел тўғри чизиқлар системасини аниқловчи a тўғри чизиқ О. нинг ўқи дейилади.

О. нинг ўқига параллел бўлган ҳар қандай тўғри чизиқни О. нинг ўқи деб қабул қилиш мумкин бўлади. О. ҳам эквидистанта (қ.) каби, эгри чизиқдир. Ҳар қандай тўғри чизиқ О. ни иккитадан ортиқ бўлмаган нуқтада кесиб ўтади. О. лимит чизиқ ҳам дейилади. О. ўзининг a ўқи йўналган чексиз узоқлашган O_∞ нуқта атрофидаги айланишларга нисбатан инвариантдир.

ОРТ — ОРТ — Евклид фазосидаги бирлик вектор, яъни узунлиги бирга тенг бўлган **e** вектор (қ.). Агар **a** вектор берилган бўлса, у ҳолда унинг ортини (уни **e** орқали белгилаймиз) бундай ифодалаш мумкин: $\mathbf{e} = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$, бунда $|\mathbf{a}|$ — **a** векторнинг узунлиги. Текисликдаги ҳар қандай **a** векторни коллинеар бўлмаган иккита $\mathbf{e}_1$ ва $\mathbf{e}_2$ векторларга ажратиш мумкин: $\mathbf{a} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2$, бунда x, y — **a** векторнинг координаталари, $\mathbf{e}_1$ ва $\mathbf{e}_2$ — мос равишда x ва y ўқлардаги бирлик (базис) векторлардир.

Тўғри бурчакли декарт координаталари системасида О. одатда мос равишда x, y, z ўқлар бўйича йўналган **i**, **j**, **k** ҳарфлари билан белгиланади.

О. термини латинча orientation — ориентация, яъни берилган вектор ёки берилган ўқ йўналиши сўзининг қисқартирилганидир.

ОРТОГОНАЛЬНАЯ МАТРИЦА — ОРТОГОНАЛ МАТРИЦА — махсусмас матрица бўлиб, унга нисбатан тескари матрица унинг транспонирланган матрицаси билан мос тушади.

О.м. нинг бу таърифига эквивалент бўлган бошқа жуда кўп таърифлари бор. О.м. тушунчаси муҳим бўлишининг сабаби шундаки, номаълумларни чизиқли ортогонал алмаштиришлар О.м. га мос келади (Қ. Преобразование).

ОРТОГОНАЛЬНАЯ ПРОЕКЦИЯ — ОРТОГОНАЛ ПРОЕКЦИЯ — параллел проекциянинг хусусий ҳоли бўлиб, бунда проекцияловчи нурлар проекция ўқларига ёки проекция текисликларига перпендикуляр бўлади (Қ. Проекции). О. п. тўғри бурчакли проекция ҳам дейилади. Шарнинг О. п. даги абриси айлана бўлади (қ. Абрис).

ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ n-мерного евклидова пространства — n ўлчовли Евклид фазосининг **ОРТОГОНАЛ АЛМАШТИРИШИ** — ҳар бир векторнинг узунлигини ўзгартирмай сақлайдиган чизиқли алмаштириш (қ. Линейное преобразование). О. а. уч ўлчовли Евклид фазосининг координаталар боши атрофидаги айланишларининг кўп ўлчовли ҳол учун умумлашганидир [аксланишт билан бўлиши мумкин]. О.а. нинг $\|a_{ij}\|$ матрицаси ортонормалланган базисда (қ.) қуйидаги хоссаларга эга бўлади.

1) бир йўл (устун) элементлари квадратларининг йиғиндиси бирга тенг:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^2 = 1;$$

$$2) \quad \sum_{k=1}^{n} a_{ik}a_{jk} = 0 \ (i \neq j), \quad \sum_{k=1}^{n} a_{ki}a_{kj} = 0 \ (i \neq j).$$

1- ва 2- хоссаларга эга бўлган $\|a_{ij}\|$ матрица ортогонал матрица дейилади. A ортогонал матрицага тескари бўлган A^{-1} матрица (қ. Обратная матрица) транспонирланган A' матрица билан мос тушади. Ортогонал матрицанинг барча хусусий қийматлари ёки О.а. модули бўйича бирга тенг. Барча О.а. лар тўплами ортогонал группа деб аталадиган группа ташкил қилади.

Қуйидаги теорема ўринлидир: ўзгарувчиларни О.а. нинг ҳар қандай квадратик формасини бирор коэффициентли квадратлар йиғиндисига келтириш мумкин. Агар квадратик форманинг коэффициентлари ҳақиқий бўлса, бу коэффициентлар ҳам ҳақиқий бўлади.

Мисоллар: 1) уч ўлчовли Евклид фазосининг координаталар боши атрофидаги айланиши О.а. дир; 2) $y_i = -x_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ ўзгарувчиларни алмаштириш скаляр кўпайтмага нисбатан О.а. дир (қ. Скалярное произведение); 3) қуйидаги матрица ортогонал матрицадир:

$$\begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

4) Агар $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ *ва* $\{\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3\}$ система ортонормал векторлар системаси бўлса, у ҳолда $A\ (\mathbf{e}_i) = f_i$ (бунда $i = 1, 2, 3$) формула билан берилган A чизиқли алмаштириш О. а. дир.

a_{ij} миқдор (коэффициент) $\mathbf{e}_i$ ва f_j (бунда $i, j = 1, 2, 3$) векторлар орасидаги бурчакнинг косинусини билдирсин деб фараз қилайлик. У ҳолда бу коэффициентлардан тузилган матрица ортогонал матрица бўлади. Бу матрица $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ базисда ортогонал A алмаштиришни ифодалайди. О. а. математиканинг кўп бўлимларида қаралади. Жумладан аналитик геометрияда 2- тартибли эгри чизиқ (сирт)нинг тенгламасини каноник шаклга келтириш масаласи О. а. нинг квадратик формасини бирор коэффициентли квадратлар йиғиндисига келтириш масаласига тенг кучлидир.

Хос О. а. ва хосмас О. а. лар бўлади. Хос О. а. матрицасининг детерминанти $+1$ га тенг (қ. Определитель), хосмас О. а. матрицасининг детерминанти эса -1 га тенг. Хосмас О. а. лар Евклид фазосининг координаталар боши атрофида аксланиш билан айлантирилишидир.

Адаб.: И. М. Гельфанд, Лекции по линейной алгебре, Гостехиздат, М., 1951.

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ТРАЕКТОРИИ — ОРТОГОНАЛ ТРАЕКТОРИЯЛАР — берилган чизиқ ёки сиртлар оиласининг ҳар бир чизиғи ёки ҳар бир сиртини тўғри бурчак остида кесувчи эгри чизиқлар.

Масалан, $\dfrac{x^2}{\lambda^2} - \dfrac{y^2}{\lambda^2 - c^2} = 1$, $\lambda > c > 0$ гипербола $\dfrac{x^2}{\mu^2} - \dfrac{y^2}{\mu^2 - c^2} = 1$, $0 < \mu < c$ эллипслар оиласи учун О. т. дир (қ. Софокусные кривые), бунда λ ва μ — оиланинг параметрлари. Тўғри чизиқлар дастаси маркази дастанинг маркази билан устма-уст тушувчи концентрик айланалар оиласининг О. т. дир.

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ — ОРТОГОНАЛ ФУНКЦИЯЛАР. Функцияларнинг бирор чизиқли фазосида скаляр кўпайтма (қ. Скалярное произведение) аниқланган бўлсин. Агар бу фазонинг иккита f ва g функциясининг скаляр кўпайтмаси нолга тенг бўлса, бу функциялар О. ф. бўлади. Масалан, f жуфт функция (қ. Чётная функция) ва g тоқ функция (қ. Нечётная функция) қуйидаги скаляр кўпайтмага нисбатан ортогоналдир:

$$(f, g) = \int_{-1}^{+1} f(x)\, g(x)\, dx.$$

ОРТОНОРМИРОВАННАЯ СИСТЕМА функций — функцияларнинг **ОРТОНОРМАЛЛАШГАН СИСТЕМАСИ.** Бирор скаляр кўпайтмага нисбатан Ф. о. с. — шундай $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \ldots$ функциялар системасидирки, оилага қарашли ҳар бир функциянинг скаляр квадрати (қ.) бирга тенг, системанинг истаган иккита турли хил функциясининг скаляр кўпайтмаси (қ. Скалярное произведение) эса нолга тенг. Масалан,

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \ \frac{\sin nx}{\sqrt{\pi}}, \ \frac{\cos nx}{\sqrt{\pi}}. \ (n = 1, 2, \ldots)$$

функциялар системаси

$$(f,\ g) = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, g(x)\, dx$$

скаляр кўпайтмага нисбатан ортонормаллашган.

Ф. о. с. нинг асосий масалаларидан бири функцияларни Ф. о. с. нинг функциялари бўйича қаторларга ёйишдир:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \varphi_n(x). \qquad (*)$$

Ҳадлаб интеграллаш имкониятини ҳисобга олиб C_n коэффициентлар учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

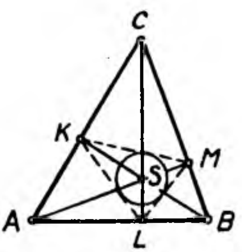
$$C_n = \int_a^b p(x)\, f(x)\, \varphi_n(x)\, dx$$

(бу ҳолда скаляр кўпайтма $(f,\ g) = \int_a^b p(x)\, f(x)\, g(x)\, dx$ каби ёзилади, бунда $p(x)$—бирор функция).

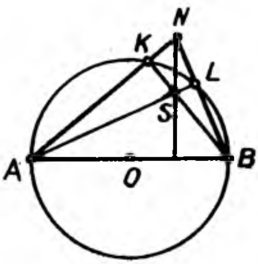
Агар $a = -\pi$, $b = \pi$, $p(x) = 1$ бўлса, у ҳолда (*) ёйилма f функциянинг одатдаги Фурье қаторига ёйилмаси бўлади.

Ф. о. с. назарияси асосан математик физиканинг чегаравий масалалари тенгламаларини ечишда қўлланилади.

ОРТОЦЕНТР — ОРТОМАРКАЗ — учбурчакнинг учала баландлиги кесишадиган нуқта. О. га бағишланган қатор теоремалар бор, масалан: 1. Учбурчакнинг оғирлик маркази (медианаларининг кесишиш нуқтаси), ташқи чизилган доиранинг маркази ва О. бир тўғри чизиқда ётади. 2. ABC учбурчакнинг ортомаркази (189- расм) учлари берилган ABC учбурчак баландликларининг асосларида ётган KLM учбурчакка ички чизилган айлананинг маркази бўлади. 3. Ўткир бурчакли учбурчакнинг О. унинг ичида, ўтмас бурчакли учбурчакники ундан ташқарида ётади ва тўғри бурчакли учбурчакники тўғри бурчакнинг учи билан устма-уст тушади.



189- расм.



190- расм.

О. тушунчаси баъзан ясашга доир геометрик масалалар ечишда қўлланади (қ. Геометрические построения). Масалан, AB диаметрли доира берилган (190- расм); доирадан ташқарида берилган N нуқтадан AB га фақат битта чизғич ёрдами билан перпендикуляр ясанг; бунда айлананинг маркази берилмаган. Бу перпендикуляр бундай ясалади: AN ва BN ларни ўтказамиз, K ва L нуқталарни ҳосил қиламиз, сўнгра ABN учбурчакнинг AL ва BK баландликларини ўтказамиз. AL ва BK ларнинг кесишиш нуқтаси бўлган S нуқта ABN учбурчакнинг О. бўлади, шунинг учун учинчи баландлик S ортомарказ орқали ўтади; бундан NS — изланган тўғри чизиқ эканлиги келиб чиқади. Агар N нуқта AB диаметрнинг давомига проекцияланса, у ҳолда перпендикуляр бир оз бошқача йўл билан ясалади; агар BN (ёки AN) кесма айлана билан фақат битта B (ёки A) умумий нуқтага эга бўлса, у ҳолда BN (ёки AN) кесма изланган перпендикуляр бўлади.

Грек. ορθος — тўғри, мунтазам; лат. centrum — марказ.

ОСЕВОЙ ВЕКТОР — ЎҚ ВЕКТОР — ориентирланган фазодаги одатдаги **a** вектор (қутбий) бўлиб, фазонинг ориентацияси қарама-қаршисига ўзгарганда қарама-қарши (—**a**) векторга алмашади.

Мисоллар: 1. Икки векторнинг вектор кўпайтмаси (қ. Векторное произведение) Ў. в. бўлади чунки у чап координата системасидан ўнг системага ва аксинча ўтишда қарама-қарши векторга айланади. 2. Қаттиқ жисмнинг бирор ўқ атрофида айланишидаги бурчак тезлиги Ў. в. бўлиши мумкин, чунки уни ўқнинг мусбат йўналиши қандай танланганига қараб айланиш ўқида бирор томонга йўналган вектор билан тасвирлаш мумкин.

Ў. в. псевдовектор ёки аксиал вектор ҳам дейилади.

ОСНОВАНИЕ ПИРАМИДЫ — ПИРАМИДАНИНГ АСОСИ — пирамиданинг ёқи бўлиб, у пирамида (қ.) ҳосил бўладиган кўп ёқли бурчакнинг барча ёқларини кесувчи текисликда ётади (қ. Грань).

ОСНОВАНИЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ — САНОҚ СИСТЕМАСИНИНГ АСОСИ — $g \geqslant 2$ бўлган ҳар қандай натурал сон. Асоси g бўлган саноқ системасида ҳар қандай бутун сон рақамлар деб аталадиган ва g тадан ортиқ бўлмаган ҳар хил белгилар ёрдами билан ёзилиши мумкин. 0, 1, 2, ..., $(g-1)$ — булар рақамлардир. Масалан, $\overline{g_1g_2g_3 \ldots g_n}$ сонини $g_1g^{n-1} + g_2g^{n-2} + \ldots + g_{n-1}g + g_n$ кўринишда ёзиш мумкин, бунда g_i — 0, 1, 2, ..., $(g-1)$ рақамларидан бири.

Агар g асос кичик (масалан, $g=2$) бўлса, унча катта бўлмаган сонларни жуда узун қилиб ёзишга тўғри келади, борди-ю g асос жуда катта (масалан, $g=60$) бўлса, бу саноқ системасида 60 та рақам (0 дан 59 гача) ёзишга тўғри келади, бу эса сонларни ёзишда ва айниқса, улар устида амаллар бажаришда катта қийинчилик туғдиради. Асоси $g = 10$ бўлган саноқ системаси умум томонидан қабул қилинган.

Қ. Счисление, Двоичная система счисления, Десятичная система счисления.

ОСНОВАНИЕ СТЕПЕНИ a^x — a^x **ДАРАЖАНИНГ АСОСИ**—a сонидир. Қ. Степень, Возведение в степень.

ОСНОВАНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА — УЧБУРЧАКНИНГ АСОСИ — учбурчак томонларидан истаган биттаси бўлиб, бирор мулоҳазаларга кўра бошқа томонларидан фарқ қилади. Масалан, учбурчакнинг AB томонига унинг қаршисидаги C учидан баландлик ўтказилса, у ҳолда AB томон — У. а. бўлади. $AC = BC$ бўлган тенг ёнли ABC учбурчакнинг асоси деб шу учбурчакнинг AB томонига айтилади.

ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ — ГЕОМЕТРИЯ АСОСЛАРИ — элементар (Евклид) геометрия, Лобачевский геометрияси ва бошқа турли хил геометрияларнинг дедуктив (аксиоматик) тузилишини ўрганувчи математик фан.

Евклиднинг бешинчи постулатини исботлашга оид уринишлар ҳақидаги масала, аксиомалар системасини текширишнинг зиддиятсизлик, мустақиллик ва тўлалик каби умумий масалалари Г. а. да ўрганилади. Г. а. ни ўрганишда педагогика институтлари ва университетларнинг студентлари математикадаги аксиоматик методнинг роли билан танишади.

Адаб.: Н. В. Ефимов, Высшая геометрия, М., 1953; А. В. Погорелов, Лекции по основаниям геометрии, Харьков, 1958; В. И. Костин, Основания геометрии, М., 1948.

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АЛГЕБРЫ комплексных чисел — комплекс сонлар **АЛГЕБРАСИНИНГ АСОСИЙ ТЕОРЕМАСИ** — комплекс сонлар майдонида даражаси $n\,(n > 0)$ бўлган ҳар қандай $f(z) = a_0z^n + a_1z^{n-1} + \ldots + a_n$ кўпҳад [бунда $a_0 \neq 0$] $f(z) = 0$ ни қаноатлантирадиган камида битта z_1 илдизга эга эканлиги ҳақидаги теоремадир. А. а. т. ва Безу теоремасидан келиб чиқадики, $f(z)$ кўпҳад комплекс сонлар майдонида роса n та илдизга эга (уларнинг карралиги ҳисобга олинганда). Ҳақиқатан ҳам, Безу теоремасига асосан, $f(z)$ кўпҳад $z - z_1$ га (қолдиқсиз) бўлинади, яъни $f(z) = f_1(z)(z - z_1)$, бундан эса $(n-1)$-даражали $f_1(z)$ кўпҳад, А. а. т. га кўра, z_2 илдизга эга бўлади деган хулоса чиқади ва ҳоказо. Оқибатда биз $f(z)$ нинг роса n та илдизи бор деган хулосага келамиз:

$$f(z) = a_0(z - z_1)(z - z_2)\ldots(z - z_n).$$

Бу теореманинг А. а. т. деб аталишининг сабаби шундаки, XVII—XVIII асрларда алгебранинг асосий мазмуни тенгламаларни ечишдан иборат бўлган. А. а. т. ни биринчи бўлиб XVII асрда француз математиги Жирар исботлаган, 1799 йилда немис математиги Гаусс эса уни аниқ исботлаган.

Ҳозирги вақтда А. а. т. нинг бир неча исботлари маълум.

ОСОБЕННАЯ МАТРИЦА — МАХСУС МАТРИЦА — қ. Вырожденная матрица.

ОСОБАЯ ТОЧКА — МАХСУС НУҚТА: 1°. $F(x, y) = 0$ тенглама билан берилган эгри чизиқнинг М. н. — P_0 (x_0, y_0) нуқта бўлиб, унда

$$\left.\frac{\partial F}{\partial x}\right|_{P_0} = 0 \text{ ва } \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{P_0} = 0.$$

$F(x, y) = 0$ тенгламада x, y ўзгарувчилардан ҳеч бири умуман айтганда P_0 нуқтанинг ҳар қандай кичик атрофида ҳам иккинчисининг функцияси сифатида ифодаланган бўлиши мумкин эмас. Агар F нинг иккинчи хусусий ҳосилаларидан баъзилари P_0 нуқтада бир вақтда нолга айланмаса, эгри чизиқнинг P_0 нуқта атрофида қандай бўлиши кўпинча қуйидаги Δ нинг ишораси билан аниқланади:

$$\Delta = \left.\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right|_{P_0} \cdot \left.\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right|_{P_0} - \left.\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}\right)^2\right|_{P_0}.$$

Агар $\Delta > 0$ бўлса, М. н. яккаланган нуқта бўлади (масалан, $y^2 - x^3 + x^2 = 0$ эгри чизиқ учун координаталар боши бўлади); агар $\Delta < 0$ бўлса, эгри чизиқ бу нуқтада ўзини-ўзи кесади (масалан $x^2 - y^2 = 0$ эгри чизиқ координаталар бошида ўзини-ўзи кесади); агар $\Delta = 0$ бўлса, М. н. нинг характери ҳақидаги масалани янада чуқурроқ текшириш зарур.

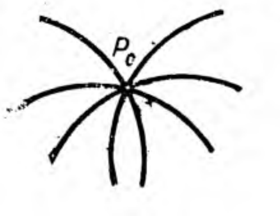
2°. Дифференциал тенгламалар назариясидаги М. н. — шундай P_0 нуқтаки, бу нуқтада $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{A(x, y)}{B(x, y)}$ тенглама ўнг томонининг сурат ва махражи бир вақтда нолга айланади, бунда $A(x, y)$ ва $B(x, y)$ лар ва уларнинг биринчи ҳосилалари P_0 да узлуксиз.

М. н. нинг атрофида интеграл эгри чизиқларни (қ. Интегральные кривые) текшириш учун

$$\begin{pmatrix} \left.\frac{\partial B}{\partial x}\right|_{x_0, y_0} & \left.\frac{\partial B}{\partial y}\right|_{x_0, y_0} \\ \left.\frac{\partial A}{\partial x}\right|_{x_0, y_0} & \left.\frac{\partial A}{\partial y}\right|_{x_0, y_0} \end{pmatrix} \text{ матрицанинг } \begin{vmatrix} \left.\frac{\partial B}{\partial x}\right|_{x_0, y_0} - \lambda & \left.\frac{\partial B}{\partial y}\right|_{x_0, y_0} \\ \left.\frac{\partial A}{\partial x}\right|_{x_0, y_0} & \left.\frac{\partial A}{\partial y}\right|_{x_0, y_0} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

характеристик тенгламаси тузилади.

Агар бу тенгламанинг λ_1 ва λ_2 илдизлари ҳақиқий ва $\lambda_1\lambda_2 > 0$ бўлса, М. н. тугун (қ. Узел) дейилади. Сифат томондан текшириладиган интеграл эгри чизиқлар тугунда 191-расмда тасвирланган кўринишда бўлади.



191- расм.

Агар $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ва $\lambda_1 \lambda_2 < 0$ бўлса, у ҳолда М. н. эгар (қ. Седло) бўлади. λ_1 ва λ_2 илдизлар соф мавҳум бўлмай, комплекс бўлганда М. н. эгри чизиқнинг фокуси бўлади. Ҳар қандай интеграл чизиқ фокус атрофида чексиз кўп марта буралади.

Соф мавҳум бўлган λ_1 ва λ_2 илдизлар М. н. нинг характерини тўла аниқлаб бера олмайди. Бу ҳол ва $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 0$ бўлган ҳол янада чуқурроқ текширишлар мавзуидир.

3°. Бир қийматли аналитик функциянинг (қ.) М. н. си — функциянинг аналитиклиги бузиладиган нуқтадир. Агар М. н. нинг бошқа М. н. лар жойлашмаган атрофи мавжуд бўлса, бу нуқта яккаланган М. н. дейилади. Агар $\lim\limits_{z \to z_0} f(z)$ (*) мавжуд бўлса, яккаланган М. н. бартараф қилинадиган М. н. дейилади. Агар $\lim\limits_{z \to z_0} f(z) = \infty$ бўлса, z_0 махсус нуқта қутб дейилади, агар комплекс ўзгарувчининг кенгайтирилган текислигида (Қ. Комплексные числа) (*) лимит мавжуд бўлмаса, z_0 нуқта муҳим М. н. дейилади. Агар z_0 нуқта бартараф қилинадиган М. н. бўлса, Лоран қаторида (қ. Лоран ряд) $z - z_0$ нинг манфий даражалари бўлмайди; агар z_0 нуқта қутб бўлса, Лоран қаторида $z - z_0$ нинг $-p$ дан кичик бўлган даражалари қатнашмайди (p — бутун мусбат сон, бундай энг катта p сони қутбнинг тартиби дейилади). Муҳим М. н. да $z - z_0$ нинг манфий даражалари чексиз кўп марта учрайди.

Бу теорема ўринлидир: функциянинг даражали қатори яқинлашиш доирасининг чегарасида бу қатор билан тасвирланувчи функциянинг камида битта М. н. си мавжуд.

ОСОБОЕ РЕШЕНИЕ (или особый интеграл) дифференциального уравнения — дифференциал тенгламанинг **МАХСУС ЕЧИМИ** (ёки махсус интеграли) — ҳар бир нуқтасида ягоналик бузиладиган ечимдир. Агар тенглама биринчи тартибли бўлса, у ҳолда М. е. га ўтказилган уринма йўналиши бўйича М. е. нинг ҳар бир нуқтасидан яна битта интеграл эгри чизиқ ўтади. $y' = f(x, y)$ тенгламанинг М. е. нуқталарида Липшиц шарти (қ. Липщица условие) бажарилмайди.

М. е. дифференциал тенгламанинг умумий интегралини (қ. Общий интеграл) ҳосил қилувчи $F(x, y, C)$ интеграл эгри чизиқлар оиласининг ўрамасидир. Масалан, $y' = \sqrt{y}$ дифференциал тенгламанинг умумий интеграли $y = \frac{(x+C)^2}{4}$ дан иборат (параболалар оиласи). $y = 0$ М. е. шу оиланинг ўрамасидир.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН приближенной формулы — тақрибий формуланинг **ҚОЛДИҚ ҲАДИ** — берилган формула билан тасвирланадиган ифоданинг аниқ ва тақрибий қийматлари орасидаги айирма.

Қ. ҳ. ҳақидаги масалани текшириш учун уни баҳолай (чамалай) билиш муҳимдир. Масалан, $\sqrt{2} \approx 1,41$ тақрибий формулага $\sqrt{2} = 1,41 + R$ аниқ тенглик мос келади, бунда R миқдор 1,41 нинг $\sqrt{2}$ га яқинлашишидаги Қ. ҳ. бўлади, $0,004 < R < 0,005$ эканлиги маълум.

Қ. ҳ. асимптотик формулаларда ҳам учрайди. Масалан, x дан ошмайдиган туб сонларнинг нечта эканини ифодалайдиган $\pi(x)$ сон асимптотик формула

$$\pi(x) = \frac{x}{\ln x} + O\left[x e^{-(\ln x)^{\mu}}\right]$$

билан ифодаланади, бунда μ — $\frac{4}{7}$ дан кичик бўлган ихтиёрий мусбат сон; бу ерда $x \geqslant 2$ учун $\pi(x)$ ва $\frac{x}{\ln x}$ функциялар орасидаги айирма бўлган Қ. ҳ. $O\left[xe^{-(\ln x)^{\mu}}\right]$ шаклида ёзилган, бунда O ҳарфи Қ. ҳ. нинг абсолют қиймати $Cxe^{-(\ln x)^{\mu}}$ дан катта эмаслигини билдиради, C — ўзгармас мусбат миқдор.

Функцияларни тақрибий тасвирловчи формулаларда ҳам Қ. ҳ. бўлади. Масалан, Тейлор формуласида (қ.) $R_n(x)$ Қ. ҳ. нинг Лагранж кўрсатган шакли

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(x+\theta h)}{(n+1)!} h^{n+1}$$

бўлади, бунда $h = x - a$, θ эса бирор сон бўлиб, $0 < \theta < 1$. Бу ҳолда Қ. ҳ. нинг баҳоси $(n+1)$-ҳосиланинг характерига боғлиқ. Квадратура формуласи, йиғинди формуласи, интерполяцион формулаларда ҳам Қ. ҳ. бўлади.

ОСТРОГРАДСКОГО МЕТОД — ОСТРОГРАДСКИЙ МЕТОДИ — $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ аниқмас интегралнинг рационал қисмини ажратиш методидир, бунда Q — каррали илдизларга эга бўлган n-даражали кўпҳад, $P(x)$ эса даражаси $m \leqslant n$ бўлган кўпҳад.

Агар $P(x):Q(x)$ нисбат қисқармас тўғри каср бўлиб, $Q(x)$ махражи туб кўпайтувчиларга ажралса, яъни $Q(x) = (x-a)^k \ldots (x^2+px+q)^m$ бўлса, бу касрдан олинган интеграл қуйидаги икки кўринишдаги касрдан олинган интеграллар йиғиндиси шаклида тасвирланади:

$$\frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \ldots + \frac{A_k}{(x-a)^k}; \quad \frac{M_1x+N_1}{x^2+px+q} + \ldots + \frac{M_m x + N_m}{(x^2+px+q)^m},$$

бунда $A_1, A_2, \ldots A_k, M_1, M_2, \ldots, M_m, N_1, N_2, \ldots, N_m$ — бирор ўзгармас коэффициентлар. Агар k (ёки m) бирдан катта бўлса, биринчи кўринишдаги барча касрларнинг интеграли (биринчи касрдан ташқари) қуйидаги формула билан топилади:

$$\int \frac{A}{(x-a)^k} dx = -\frac{A}{k-1} \cdot \frac{1}{(x-a)^{k-1}} + C.$$

Иккинчи хил кўринишдаги барча касрларнинг интеграли эса қуйидаги шаклда тасвирланади:

$$\int \frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^m} dx = \frac{R(x)}{(x^2+px+q)^{m-1}} + \lambda \int \frac{dx}{x^2+px+q}.$$

Бу натижаларнинг ҳаммасини жамлаганда қуйидаги кўринишдаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx = \frac{P_1(x)}{Q_1(x)} + \int \frac{P_2(x)}{Q_2(x)} dx,$$

бунда $P_1(x)$: $Q_1(x)$ дан олинган интегралнинг рационал қисми юқорида ажратилган рационал қисмларни қўшиш йўли билан ҳосил қилинади ва махражи

$$Q_1(x) = (x-a)^{k-1} \ldots (x^2+px+q)^{m-1}$$

бўлган тўғри касрни тасвирлайди.

Интеграл белгиси остида қолган $P_2(x):Q_2(x)$ каср

$$\frac{A}{x-a} \quad \text{ва} \quad \frac{Mx+N}{x^2+px+q}$$

шаклидаги касрларни қўшишдан ҳосил қилинади ва шунинг учун махражи

$$Q_2(x) = (x - a) \ldots (x^2 + px + q)$$

бўлган ва каррали кўпайтувчиларга (илдизларга) эга бўлмаган тўғри каср бўлади, яъни бу $Q_2(x)$ махраж ҳам бошланғич касрнинг $Q(x)$ махражи эга бўлган кўпайтувчи (илдиз) ларга эга бўлади-ю, лекин булар биринчи даражада қатнашади.

Равшанки,

$$Q(x) = Q_1(x) \cdot Q_2(x).$$

Остроградский тўғри рационал касрнинг интегралидан $P_1(x) : Q_1(x)$ рационал қисмни интеграл ҳисоб методларидан фойдаланмасдан соф алгебраик йўл билан ажратиш методини топди.

Энг аввал $Q(x)$ функция билан унинг $Q'(x)$ ҳосиласининг энг катта умумий бўлувчиси бўлмиш $Q_1(x)$ ни (масалан, Евклид алгоритми ёрдами билан) топамиз, $Q_1(x)$ ни аниқлаб, $Q_2(x) = Q(x) : Q_1(x)$ ни топамиз. Шундан сўнг Остроградский тенглигида (формуласида) иккита $P_1(x)$ ва $P_2\ (x)$ кўпҳадни аниқлаш қолади. Изланаётган $P_1(x)$ ва $P_2(x)$ кўпҳадларнинг даражалари мос равишда олдин топилган $Q_1(x)$ ва $Q_2(x)$кўпҳадлар даражасидан паст бўлгани учун биз уларни Остроградский тенглигида аниқмас коэффициентлар билан ёзамиз, сўнгра эса бу тенгликнинг иккала томонини дифференциаллаб, қуйидаги айниятни ҳосил қиламиз:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \left(\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}\right)' + \frac{P_2(x)}{Q_2(x)}.$$

Умумий махражга келтиргандан кейин, бу айниятнинг чап ва ўнг томонларининг суратларидаги x нинг бир хил даражалари олдидаги коэффициентларни бир-бирига тенглаб, изланаётган $P_1(x)$ ва $P_2(x)$ кўпҳадларнинг аниқмас коэффициентларига нисбатан тенгламалар системасини ҳосил қиламиз. Бу системани ечиб, аниқмас коэффициентларни (демак, кўпҳадларнинг ўзини) топамиз.

Энди дастлабки берилган $P(x) : Q(x)$ касрнинг интегралини ҳисоблаб топиш учун фақат трансцендент функциялар (логарифмлар ва арктангенслар) орқали ифодаланган $P_2(x) : Q_2(x)$ касрни интеграллаш керак бўлади.

Шундай қилиб, Остроградский тенглигида қуйидагиларга эга бўламиз: $P(x) : Q(x)$, $P_1(x) : Q_1(x)$ ва $P_2(x) : Q_2(x)$ — тўғри, рационал касрлар, $Q_1(x)$ кўпҳад — $Q(x)$ ва $Q'(x)$ ларнинг энг катта умумий бўлувчиси, $Q_2(x) = Q(x) : Q_1(x)$ бўлади. $P_1(x)$ ва $P_2(x)$ — аниқмас коэффициентлар методи билан топиладиган кўпҳадлар.

ОСТРОГРАДСКОГО ФОРМУЛА — ОСТРОГРАДСКИЙ ФОРМУЛАСИ — Σ сирт билан чегараланган бирор v ҳажм бўйича олинган интегрални шу сирт бўйича олинган интегралга айлантириш формуласи:

$$\iiint\limits_v \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right) dx\, dy\, dz = \iint\limits_\Sigma X\, dy\, dz + Y\, dz\, dx + Z\, dx\, dy,$$

бунда X, Y, Z — v ҳажмнинг (x, y, z) нуқтасининг функциялари.

Вектор анализида О.ф. ёпиқ сирт орқали ўтувчи векторлар оқими уюрма дивергенциясидан олинган ҳажмий интегралга тенг эканини билдиради, О.ф. нинг ўзи эса қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\iiint\limits_v \operatorname{div} \mathbf{p}\, dv = \iint\limits_\Sigma \mathbf{p}\,\mathbf{n}\, d\sigma,$$

бунда: $\mathbf{p}$ — v соҳада берилган майдоннинг вектори, dv — ҳажм элементи, $d\sigma$ — сирт элементи, $\mathbf{n}$ — сиртга ўтказилган ташқи нормалнинг бирлик вектори. Агар v

ҳажмни чегаралаб турган Σ сиртнинг тенгламаси $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$ бўлса, у ҳолда:

$$\int\limits_{v}\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1}+\frac{\partial X_2}{\partial x_2}+\frac{\partial X_3}{\partial x_3}+\ldots+\frac{\partial X_n}{\partial x_n}\right)dx_1dx_2\ldots dx_n =$$

$$=\int\limits_{\Sigma}\frac{X_1\frac{\partial f}{\partial x_1}+X_2\frac{\partial f}{\partial x_2}+\ldots+X_n\frac{\partial f}{\partial x_n}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2+\ldots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2}}\,ds,$$

бунда ўнг томонда интеграл ds юзли элементи бўлган Σ сирт бўйича олинган.

Гидродинамикада О.ф. вақт бирлиги ичида Σ қобиқдан оқиб ўтувчи суюқликни ҳисоблашнинг қуйидаги икки усули эквивалент эканлигини кўрсатади: 1) V соҳани тўлдирувчи (тенгликнинг чап қисми) нуқтавий манбаларнинг унумдорлигига асосланиш; 2) суюқлик зарраларининг Σ қобиқ орқали ўтиш пайтидаги тезлигига асосланиш (тенгликнинг ўнг қисми).

О.ф. ни М.В. Остроградский 1828 йилда топган бўлиб, 1831 йилда нашр эттирган.

ОСТРЫЙ УГОЛ — ЎТКИР БУРЧАК — тўғри бурчакдан кичик ёки бошқача айтганда, ўзининг қўшни бурчагидан кичик бурчак. қ. Угол, Смежные углы.

ОСЬ СИММЕТРИИ фигуры — фигуранинг **СИММЕТРИЯ ЎҚИ** — шундай тўғри чизиқ ёки тўғри чизиқ бўлаги (кесма, нур)дирки, унга нисбатан фигуранинг исталган A нуқтаси бу фигурага тегишли бўлган A' симметрик нуқтага эга бўлади.

Мисоллар: 1) тенг томонли учбурчакнинг баландлиги унинг С.ў. бўлади; 2) бурчак биссектрисаси унинг С.ў. бўлади; 3) сферанинг ҳар қандай диаметри унинг С.ў. бўлади; 4) кубнинг тўққизта С.ў. бор. С.ў. аксланиш ўқи ёки ўқ дейилади. Қ. Симметрия.

ОТВЛЕЧЕННОЕ ЧИСЛО — АБСТРАКТ СОН — сонниг (қ. Число) худди ўзи. Абстракт сон термини мақсадда арифметика ўрганишда «исмли сон» терминига (қ. Именованное число) қарама-қарши ўлароқ қўлланилади.

ОТКРЫТАЯ ОБЛАСТЬ — ОЧИҚ СОҲА — боғланган очиқ тўплам. Область открытая терминида тўлароқ баён этилган.

ОТКРЫТАЯ СФЕРА — ОЧИҚ СФЕРА: 1°. n ўлчовли фазодаги О.с.— бу фазонинг қуйидаги тенгликни қаноатлантирувчи $M(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нуқталари тўпламидир:

$$\rho(M, M_0)=\sqrt{(x_1-x_1^0)^2+(x_2-x_2^0)^2+\ldots+(x_n-x_n^0)^2}<\delta,$$

бунда $\delta > 0$ сони О.с. нинг радиуси, ўзгармас M_0 $(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ нуқта эса О. с. нинг маркази дейилади. n ўлчовли фазонинг M ва M_0 нуқталари орасидаги масофа $\rho(M, M_0)$ символи билан белгиланган. Текисликда ($n=2$) О.с. доиранинг ички қисмидир. Фазода ($n=3$) О.с. шарнинг ички қисмидир.

2°. **Метрик фазодаги О. с.** — метрик фазонинг бирор ўзгармас M_0 нуқтадан (О. с. марказидан) $\delta>0$ сонидан (δ—О. с. нинг радиуси) кичик масофадаги нуқталари тўплами, яъни

$$\rho(M, M_0)<\delta$$

шартни қаноатлантирувчи M нуқталари тўплами.

ОТКРЫТОЕ МНОЖЕСТВО в n-мерном пространстве — n ўлчовли фазодаги **ОЧИҚ ТЎПЛАМ** — нуқталар тўплами бўлиб, бу тўпламга ўзининг ҳар бир нуқтаси билан бирга бу нуқтанинг бирор атрофи ҳам қарашли бўлади. О. т.

ҳақида бундай тасдиқлар ўринли: О. т. нинг ҳар қандай бирлашмаси О. т. дир, чекли сондаги О. т. лар кесишмаси О. т. дир.

Мисоллар: 1) уч ўлчовли фазонинг x, y, z координаталари $x^2+y^2+z^2<1$ тенгсизликни қаноатлантирувчи нуқталари тўплами О. т. бўлади; 2) тўрт ўлчовли фазонинг x_1, x_2, x_3, x_4 координаталари $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2<1$ тенгсизликни қаноатлантирувчи нуқталари тўплами О. т. дир; 3) $a<x<b$ интервал тўғри чизиқда О. т. тўплам бўлади, лекин текисликда О. т. бўлмайди; 4) бўш тўплам О. т. (ёпиқ тўплам ҳам) ҳисобланади. Қ. Замкнутое множество.

Адаб.: И. П. Натансон, Теория функций вещественной переменной, Гостехиздат, М. Л., 1950.

ОТКРЫТЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД n-мерного пространства—n ўлчовли фазонинг **ОЧИҚ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДИ** — полиинтервалдир (қ.). Қ. Параллелепипед в n-мерном пространстве.

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА — НИСБИЙ СОНЛАР — манфий сонларни мусбат сонларга қарама- қарши қўйиш учун қўлланилган ва ҳозир ишлатилмайдиган эски термин.

ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ МАКСИМУМ — НИСБИЙ МАКСИМУМ — кўп аргументли $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг максимуми бўлиб, бу ўзгарувчилар бир-бирига $\varphi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)=0$ $(i=1, 2, \ldots, m)$, $m<n$ боғланиш тенгламалари билан боғланган. Н. м. нинг формал таърифи бундай: агар f ва φ_i функцияларнинг аниқланиш соҳасидаги P_0 нуқтанинг шундай атрофи мавжуд бўлсаки, бу атрофнинг боғланиш тенгламаларини қаноатлантирувчи барча $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нуқталарида $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant f(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ тенгсизлик бажарилса, у ҳолда $u = f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ функция боғланиш тенгламаларини қаноатлантирувчи $P_0(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ нуқтада, яъни $\varphi_i(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)=0$ $(i=1, 2, \ldots, m)$ шарт бажарилганда Н. м. га эга бўлади. P_0 дан фарқли P нуқтада $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)<f(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ қатъий тенгсизлик бажарилган ҳолда Н. м. хусусий Н. м. дейилади, акс ҳолда хосмас Н. м. дейилади.

Қ. Необходимые условия относительного экстремума, Достаточные условия относительного экстремума, Лагранжа метод неопределённых множителей.

ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ МИНИМУМ — НИСБИЙ МИНИМУМ. Бир неча ўзгарувчили $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг Н. м. тенгсизлик белгиси қарама-қаршисига ўзгарганда нисбий максимумга (қ. Относительный максимум) ўхшаш таърифланади.

ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ЭКСТРЕМУМ — НИСБИЙ ЭКСТРЕМУМ. «Нисбий максимум» ва «нисбий минимум» терминлари биргаликда Н. э. дейилади (қ. Относительный максимум, Относительный минимум).

ОТНОШЕНИЕ ДВУХ ЧИСЕЛ — ИККИ СОННИНГ НИСБАТИ — биринчи сонни иккинчисига бўлишдан чиққан бўлинма. Каср сонларнинг Н. ни бутун сонлар нисбатига алмаштириш мумкин, масалан, $\frac{3}{4}:\frac{2}{3}=\frac{9}{8}=9:8$. Иккита бир жинсли миқдорнинг (кесма, бурчак ва бошқаларнинг) Н. деб уларнинг сонли ўлчови (кесмалар учун — узунликлари) нисбатига айтилади. Қ. Сложное отношение.

ОТОБРАЖЕНИЕ — АКСЛАНТИРИШ — математиканинг асосий тушунчаларидан бири. А. тўпламлар мослигининг бирор қонда ёки қонунидир. Агар M тўпламнинг ҳар бир элементига N тўпламнинг бирор элементи мос қўйилган бўлса, у ҳолда M тўпамнинг N тўпламга аксланирилиши берилган дейилади. Агар А. да N тўпламнинг ҳар бир элементи M тўпламнинг бирор элементига мос келса, у ҳолда M нинг N га аксланирилиши берилган дейилади. А. нинг муҳим хусусий ҳоли ўзаро бир қийматли мосликдир (қ. Взаимно однозначное соответствие).

Мисоллар: 1) ҳар қандай функция унинг аниқланиш соҳасини функция қийматлари тўпламига акслантиришдир (қ. Область определения, Область изменения); 2) агар ҳар бир ўзбекча сўзга унинг биринчи ҳарфи мос қилиб қўйилса, сўзлар тўпламининг ўзбек алфавитидаги ҳарфлар тўпламига А. ҳосил бўлади.

ОТРЕЗОК — КЕСМА: 1. Тўғри чизиқ К. си — тўғри чизиқнинг икки нуқтаси орасидаги қисми. Бу ҳолда учлари A ва B бўлган кесма AB билан белгиланади.

Элементар геометрияни аксиоматик асосланда (Гильберт аксиоматикаси, қ. Аксиома) тўғри чизиқ кесмаси икки A ва B нуқта системаси деб таърифланади, шу билан бирга, A ва B нуқталар орасида чексиз кўп нуқталар борлиги исботланади.

2°. Сонлар ўқининг К. си — сонлар тўғри чизиғининг $A(a)$ ва $B(b)$ нуқталари орасидаги нуқталари тўплами, яъни x координаталари $a \leqslant x \leqslant b$ шартларини қаноатлантирувчи нуқталари тўплами. Бу ҳолда кесма сегмент (қ.) деб ҳам аталади ва $[a, b]$ орқали белгиланади.

ОТРИЦАТЕЛЬНО-ОПРЕДЕЛЕННАЯ КВАДРАТИЧНАЯ ФОРМА — МАНФИЙ АНИҚЛАНГАН КВАДРАТИК ФОРМА — ҳақиқий коэффициентли махсусмас квадратик форма (қ. Невырожденная квадратичная форма) бўлиб, унинг нормал кўриниши фақат манфий квадратлардан иборат. Квадратик форманинг (қ.) ранги (қ.) ва инерциянинг манфий индекси квадратик формага кирувчи номаълумлар сонига тенг бўлганда ва фақат шу ҳолдагина бу квадратик форма М. а. к. ф. бўлади.

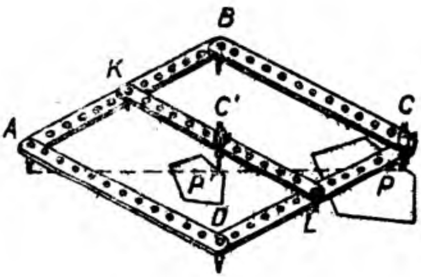
ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА — МАНФИЙ СОНЛАР. Таърифга кўра, $a>0$ бўлганда $0-a$ айирма М. с. дейилади ва $-a$ орқали белгиланади. Мусбат сонлар тўплами М. с. билан тўлдирилганда қўшиш ва кўпайтиришнинг ҳамма қонунлари, шунингдек тенгсизликларнинг кўпгина хоссалари сақланади, бунда айириш амали ҳар доим бажариладиган бўлади. Сонлар ўқида М. с. ноль сонидан чап томонда тасвирланади.

ОШИБКА ОКРУГЛЕНИЯ — ЯХЛИТЛАШ ХАТОСИ — a миқдор ва ўша a миқдорнинг яхлитланган a^* қиймати орасидаги айирманинг абсолют қиймати. қ. Погрешность.

П

ПАЛОЧКИ НЕПЕРА — НЕПЕР ТАЁҚЧАЛАРИ (қ. Непера палочки).

ПАНТОГРАФ — ПАНТОГРАФ — гомотетик фигуралар (планлар, карталар, расмлар ва ҳоказо) чизиш учун ишлатиладиган асбоб. П. ёрдамида ўхшаш нусха олинади. Асбобнинг конструкциялари ҳар хил бўлиб, уларда устиворлик (турғунлик) ва тузилишининг соддалиги ҳар хил ҳисобга олинади. П. (192- расм) қуйидагилардан иборат: а) бир- бирига болтлар билан шарнирли бириктирилган ва ромб моделини ясовчи бир-бирига тенг тўртта AB, BC, CD ва DA планкалар; б) BC (AD) га параллел бўладиган ва гомотетия коэффициенти k нинг тайин қийматида $DC : LC = AC : C'C$ муносабат ўринли бўладиган қилиб жойлашадиган қўзғалувчан KL планка (бу ерда A уч гомотетия маркази деб, $k = DC : LC$ гомотетия коэффициенти деб қабул қилинади); в) тўртта штифт ва қалам; учта штифт A, B ва D учларга, фигурани чизиб чиқадиган найзаси бўлган тўртинчи штифт C' тешикка (фигурани катталаштирганда) ўрнатилади, C тешикка эса қалам қўйилади; фигурани кичрайтирганда қалам билан штифтнинг (C ва C') ўринлари алмаштирилади.



192- расм.

P' фигура берилган бўлсин- у, тегишли элементларининг нисбати k га тенг бўлган ўхшаш фигура ясаш талаб этилсин, деб фараз қилайлик. Аниқлик учун $k = 2$ деб олайлик. Қўзғалувчан KL планкани k нинг қийматини ҳисобга олиб, чунончи $DC : LC = 2$ бўладиган қилиб, яъни L ни DC нинг ўртасига ўрнатамиз. Фигурани чизиб чиқадиган найзаси бўлган штифтни KL планкада C' нуқтага шундай ўрнатамизки, $KL : C'L = DC : LC = 2$ муносабат ўринли бўлсин.

ПАПИРУСЫ — ПАПИРУСЛАР — қадимги Мисрнинг (Ўрта Қиролликнинг охири) бизга етиб келган математик ёдгорликлари; буларнинг ёзилган санаси тахминан эрамиздан олдинги XVI — XVIII асрларга тўғри келади. Булар жумласига Британия музейида сақланаётган Раинда папируси (бу папирусни ўрганиш билан шуғулланган инглиз мисршуноси номига қўйилган) ва А. С. Пушкин номидаги Бадиий санъат давлат музейида сақланаётган Москва П. си (Голенищчев коллекциясида) киради. Москва П. сини ўқиб чиқариш билан рус мисршуноси профессор Тураев шуғулланган.

Кахун П. лари, сўнгра квадрат тенгламаларга оид масалалари бўлган Берлин «6619» П. си ўша даврга (XXII династия) оиддир. Ниҳоят, Византия давридан (VI — IX асрлар) бизга грек тилида ёзилган Аким П. етиб келган; бу П. Гизехда сақланади. Материалнинг бойлиги жиҳатидан Раинда папируси айниқса қимматлидир; буни профессор А. Эйзенлор 1877 йилда ўқиб чиқарган. Кўпинча Раинда папируси уни тузган мирза Ахмас номи билан аталади. Папирусда амалий мазмунли масалаларнинг ечими бор. Раинда папирусида 84 та масала, Москва папирусида 25 та масала бор.

Бу П. лардан кўриниб турибдики, қадимги Мисрликлар касрлар устида амаллар бажаришни, содда геометрик шаклларнинг (тўғри тўртбурчак, учбурчак, трапециянинг) юзларини билганлар, шунингдек, улар доиранинг юзини тақрибан аниқлашни билганлар, бунда π сони ўрнида $(16:9)^2 = 3{,}16\ \ldots$, баъзан эса 3 ишлатилган. Баъзи масалаларда тўғри бурчакли параллелепипед ва цилиндрнинг ҳажмлари ҳисобланади, пропорциялар ишлатилади. Кўпинча бир номаълумли тенгламалар ечилади.

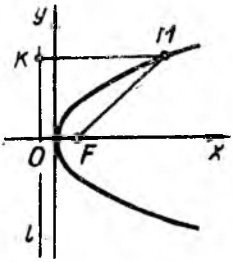
Геометрик прогрессия йиғиндисини (Раинда папирусидаги 79-масала), асоси квадрат бўлган кесик пирамида ҳажмининг аниқ формуласи (Москва П. сидаги 14-масала), цилиндрнинг ён сиртини ҳисоблаш (Москва П. сидаги 14-масала) диққатга сазовордир. Аммо умумий характердаги ҳеч қандай мулоҳазалар келтирилмаган. Қадимги Мисрда қўлланилган саноқ системаси ўнли система бўлган, аммо ноли йўқ ва аслида позицион система бўлмаган.

Қўшиш ва айириш амаллари одатдаги усул билан бажарилган; кўпайтиришда кўпайтувчилардан бири 1, 2, 4, 8, 16, ..., сонларнинг йиғиндиси тарзида ифодаланиб, улар жадваллар ёрдамида кўпайтирилган, бундан кейин улар қўшилган. Ҳар қандай касрни суратида бир турган касрлар йиғиндиси тарзида ифодалашга асосланган амаллар бажариш ҳам жадваллар ёрдамида енгиллаштирилган. Масалан, $\frac{2}{5}$ каср $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$ кўринишида тасвирланган. П. қадимги Мисрнинг математик маданияти тўғрисида фикр юритишга имкон берадиган асосий материалдир.

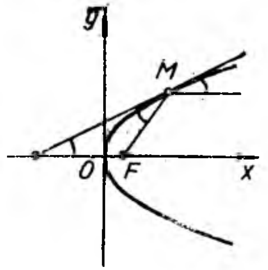
Адаб.: В. В. Бобынин, Математика древних египтян, М., 1882; М. Я. Выгодский, Арифметика и алгебра в древнем мире, Гостехиздат, М., 1941; И. Н. Веселовский, Египетская наука и Греция. «Труды института истории естествознания АН СССР», т. 2, Издательство АН СССР, М., 1948; Г. Н. Попов, Исторические задачи по элементарной математике. ГТТИ, М.—Л., 1932.

ПАРАБОЛА — ПАРАБОЛА — текисликнинг ўзида ётувчи бир F нуқта (фокус) дан ва маълум l тўғри чизиқдан (қ. Директриса) бир хил узоқликда ётувчи нуқталарнинг геометрик ўрни (қ. Геометрическое место точек). (193-расмда $MK = MF$.)

Тўғри бурчакли декарт координаталарида П. нинг энг содда тенгламаси $y^2 = 2px$ кўринишда бўлади, бу ерда $p = 2FO$ — берилган F нуқта (фокус) дан берилган l тўғри чизиқ (П. нинг директрисаси) гача бўлган масофа. П. нинг тенгламаси П. иккинчи тартибли эгри чизиқ эканлигини кўрсатади. П. директрисасининг тенгламаси $x = -\frac{p}{2}$ кўринишда бўлади. Параболанинг эксцентриситети (қ.) бирга тенг ($e = 1$). П. конуснинг ясовчиларидан бирига параллел бўлган текислик билан конуснинг кесишувидан (қ. Конические сечения) ҳосил бўлиши мумкин.



193-расм.



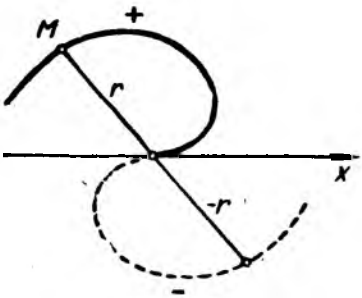
194-расм.

Жисмлар ҳаракатининг бир қатор траекториялари парабола бўлади. Масалан, горизонтга қиялатиб отилган жисм (ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмаганда) П. бўйича ҳаракат қилади. Параболани унинг Ox ўқи атрофида айлантириб, 2- тартибли сирт—айланма параболоид (қ.) ҳосил қиламиз.

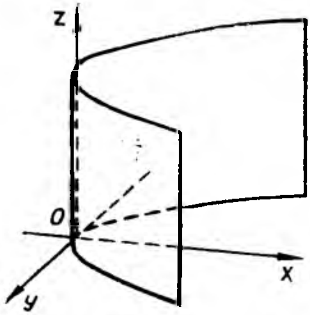
П. га ўтказилган уринмалар П. нинг ўқи билан ва уриниш нуқтасининг фокал радиуси билан бир хил бурчаклар (194- расм) ҳосил қилади. Шунинг учун параболоид ўқига параллел бўлган ёруғлик нури унинг сиртидан қайтгач фокусдан ўтади ва, аксинча, фокусдан чиқувчи нур сиртдан қайтгандан кейин П. нинг ўқига параллел кетади. Прожектор қурилмаларида ёки автомобиль фараларида бу хоссадан фойдаланилади.

ПАРАБОЛИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ — ПАРАБОЛИК СПИРАЛЬ — тенгламаси қутб координаталарида $r = a\sqrt{\varphi}$ кўринишда бўладиган эгри чизиқ, бу ерда a — константа, (r, φ) — қутб координаталар. 195- расмда П. с. нинг тармоқлари $a \geqslant 0$ бўлган ҳолда яхлит чизиқ билан, $a \leqslant 0$ бўлганда пунктир чизиқ билан ўтказилган П. с. Ферма спирали деб ҳам аталади.

ПАРАБОЛИЧЕСКАЯ ТОЧКА — ПАРАБОЛИК НУҚТА — сиртнинг Гаусс эгрилиги (ёки тўлиқ эгрилик) (қ. Кривизна) нолга тенг бўлган нуқтаси: $k = k_1 \cdot k_2 = 0$, бу ерда k — сиртнинг тўлиқ эгрилиги, k_1 ва k_2—сиртнинг ўша нуқтасидаги бош эгриликлар.



195- расм.



196- расм.

ПАРАБОЛИЧЕСКИЙ ЦИЛИНДР — ПАРАБОЛИК ЦИЛИНДР — энг содда тенгламаси тўғри бурчакли декарт координаталарида $y^2 = 2px$ кўринишида бўлган иккинчи тартибли сиртлардан бири. П. ц. нинг йўналтирувчиси $y^2 = 2px$ парабола (бу ерда p — параболанинг фокусидан директрисасигача (қ.) бўлган масофа), ясовчиси эса Oz ўққа (196- расм) параллел бўлган тўғри чизиқдир.

ПАРАБОЛОИДЫ — ПАРАБОЛОИДЛАР —энг содда тенгламалари тўғри бурчакли декарт координаталарида қуйидаги кўринишда бўлган 2- тартибли сиртлар: 1) $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ $(p,\ q > 0)$ — эллиптик параболоид (қ.); 2) $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$— гиперболик параболоид (қ).

ПАРАБОЛ ФОРМУЛА (Симпсона) — (Симпсоннинг) **ПАРАБОЛАЛАР ФОРМУЛАСИ** — аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблаш формуласи:

$$\int_a^b y\,dx = \frac{h}{3}\left(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \ldots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n\right). \qquad (*)$$

Интеграллаш оралиги бир- бирига тенг бўлган $n = 2k$ жуфт бўлакка бўлинади ва интеграл остидаги функциянинг бўлиниш нуқталаридаги y_n қийматлари ҳисобланади, $h = \frac{b-a}{n}$. Интегрални П. ф. билан ҳисоблаганда чиқадиган хатони баҳолаш учун ёрдамчи йиғинди ҳисоблаб топилади:

$$\frac{2h_1}{3}(y_0 + 4y_2 + 2y_4 + \ldots + 4y_{n-2} + y_n). \qquad (**)$$

бу йиғинди П. ф. нинг $h_1 = 2h$ бўлганда тоқ индексли ординаталарни ташлаб юборгандаги ифодасидир. Символик равишда қуйидаги тақрибий тенгликни ёзиш мумкин:

$$\int_a^b y dx - (*) = \frac{(*) - (**)}{15}.$$

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц. Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси. 2- том. Ўқувпеддавнашр, 1956.

ПАРАДОКС (математический) — **ПАРАДОКС** (математик) — бизнинг турмуш ва психик сабабнятларимизга кўра нотўғри бўлиб туюладиган тўғри даъво (хулоса).

Мисоллар: 1) шартли яқинлашувчи қатор ҳадларининг ўринлари алмаштирилганда йиғиндиси ўзгаради(қ. Ряд); 2) агар Мёбиус варағи (лентаси) (қ. Мёбиуса лист) ўрта чизиғи бўйича қайчи билан қийилса, икки қисмга ажралмайди; 3) $ABCD$ тўғри тўртбурчак (197- расм) ўз текислигида ётувчи ва томонларидан бирига параллел бўлган l ўқ ($l \parallel AD$) атрофида айлантирилганда BCD учбурчакнинг айланишидан ҳосил бўлган жисмнинг ҳажми ABD учбурчакнинг айланишидан ҳосил бўлган жисмнинг ҳажмидан катта бўлади.

197- расм.

Софизмлар (қ.), шунингдек, ишлатилиш доираси маълум бўлмаган тушунча ва мулоҳазалардан фойдаланиш асосида чиқарилган хато хулосалар ҳам П. деб аталади; масалан, чекли тўпламлар хоссаларини чексиз тўпламларга жорий этганда хато хулосалар чиқиши мумкин.

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДАЛЬНАЯ ОКРЕСТНОСТЬ точки—**НУҚТАНИНГ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДАЛ АТРОФИ**—маркази мазкур нуқтада бўлган n ўлчовли очиқ параллелепипед, яъни полиинтервал (қ.).

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД в n - мерном пространстве — n ўлчовли фазодаги **ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД** — n ўлчовли фазонинг $a_1 \leqslant x_1 \leqslant b_1, \ \ldots, \ a_n \leqslant x_n \leqslant b_n$ тенгсизликларни қаноатлантирувчи $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нуқталари тўплами, бу ерда $a_i < b_i$ — ҳақиқий сонлар. $P\left(\frac{b_1 + a_1}{2}, \ldots, \frac{b_n + a_n}{2}\right)$ нуқта П. нинг маркази деб аталади. $a_i < x_i < b_i$ қатъий тенгсизликлар қаноатлантирилган ҳолда нуқталар тўплами очиқ параллелепипед, яъни полиинтервал (қ.) деб аталади. П. ни очиқ П. дан фарқ қилиш учун ёпиқ П. деб ҳам атайдилар. П. нинг тегишли очиқ П. га қарашли бўлмаган нуқталари П. нинг ёқлари тўпламини ҳосил қилади. П. нинг айрим ёғи $a_1 \leqslant x_1 \leqslant b_1, \ldots, a_{i-1} \leqslant x_{i-1} \leqslant b_{i-1}, a_{i+1} \leqslant x_{i+1} \leqslant b_{i+1}, \ldots, a_n \leqslant x_n \leqslant b_n$ кўринишидаги тенгсизликлар ва $x_i = a_i$ (ёки $x_i = b_i$) тенглик билан аниқланади. П. нинг $2n$ та ёғи бўлади, чунки i индекс 1 дан n гача ўзгара олади. Фазода ($n = 3$) П. одатдаги тўғри бурчакли параллелепипедга айланади. Текисликда ($n = 2$) П. тўғри тўртбурчакка айланади; бу ҳолда ёқлари тўғри тўртбурчакнинг томонларига айланади.

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД (в элементарной геометрии) — **ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД** (элементар геометрияда) — асоси параллелограмм бўлган призма (қ.). Агар П. нинг ён қирралари ёки ёқлари асос текислигига перпендикуляр бўлса, П. тўғри П. деб аталади. Агар П. нинг ён қирралари асос текислигига оғма бўлса, П. оғма П. деб аталади. Асоси тўғри тўртбурчак бўлган тўғри П. тўғри бурчакли П. деб аталади; масалан, куб—тўғри бурчакли П. бўлади. П. нинг ён сирти

$$S = p \cdot h$$

формуладан ҳисоблаб топилади, бу ерда p — перпендикуляр кесимнинг периметри, h —П. нинг ён қиррасининг узунлиги.

П. нинг ҳажми:

$$v = QH,$$

бу ерда Q — асосининг юзи, H—П. нинг баландлиги (асослари орасидаги масофа). П. нинг барча диагоналлари бир нуқтада, яъни П. нинг симметрия марказида кесишади.

Ҳамма ёқлари тенг ромблар бўлган оғма П. ромбоэдр (қ.) деб аталади.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ — ПАРАЛЛЕЛОГРАММ — қарама-қарши томонлари параллел бўлган тўртбурчак. П. нинг қарама-қарши томонлари тенг ва қарама-қарши бурчаклари тенг. П. нинг ҳар қандай томонига ёндашган бурчакларининг йиғиндиси $2d$ га тенг. Диагонали П. ни иккита тенг учбурчакка бўлади. П. нинг диагоналлари кесишиш нуқтасида тенг иккига бўлинади. П. диагоналларининг кесишиш нуқтаси унинг симметрия марказидир.

Бу хоссалар (аломатлар) оддий тўртбурчакнинг П. бўлиши учун зарурийгина бўлиб қолмасдан, балки етарли ҳамдир. Параллел томонлар орасидаги масофа П. нинг баландлиги деб аталади. П. нинг, умуман айтганда, бир-биридан фарқ қиладиган иккита баландлиги бўлади. Бурчакларидан бири тўғри бурчак (шунинг учун барча бурчаклари тўғри бурчак) бўлган П. тўғри тўртбурчак (қ. Прямоугольник) деб, иккита қўшни томони тенг (шунинг учун барча томонлари тенг) бўлган П. ромб (қ.) деб аталади.

ПАРАЛЛЕЛОЭДРЫ — ПАРАЛЛЕЛОЭДРЛАР — қавариқ кўпбурчаклар бўлиб, уларни параллел кўчириш орқасида уч ўлчовли фазони улар билан бўшлиқ ва кесишувлар бўлмайдиган қилиб тўлдириш мумкин, масалан, куб ёки олти бурчакли мунтазам призма. қ. Многогранники.

Грекча παράλληλος — параллел ва εδρα — асос.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ в геометрии Евклида — Евклид геометриясидаги **ПАРАЛЛЕЛ ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛАР** — бир текисликда ётувчи ва умумий нуқталари бўлмаган тўғри чизиқлар. Агар a тўғри чизиқ b тўғри чизиққа параллел бўлса, бу ҳол $a \parallel b$ каби ёзилади, бу ердаги иккита вертикал чизиқча a ва b тўғри чизиқларнинг параллеллик белгисини билдиради.

Лобачевский геометриясида (қ.) П. т. ч. терминининг маъноси бошқача. Грекча παράλληλος сўзма-сўзга «ёнида борувчи» маъносини англатади.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС — ПАРАЛЛЕЛ КЎЧИРИШ. 1°. Аффин геометрияда П. к. — фазони барча нуқталар айни бир вектор қадар силжийдиган қилиб ўзини-ўзига алмаштириш.

2°. Аффин боғланишли фазода П. к. — бир нуқтага ўтказилган уринма фазони бошқа нуқтага ўтказилган уринма фазога чизиқли алмаштириш, бу алмаштириш ушa икки нуқтани туташтирувчи эгри чизиққа боғлиқ. П. к. тенгламалари Кристоффель символлари (қ.) билан аниқланадиган 2-тартибли оддий дифференциал тенгламалардир.

Адаб.: П. К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. Гостехиздат, М., 1953; А. П. Норден, Пространство аффинной связности. Гостехиздат, М. —Л., 1950.

ПАРАМЕТР — ПАРАМЕТР — формула ва ифодаларда қатнашадиган ва текширилаётган масалада қиймати ўзгармас бўлиб, бошқа масалада қийматларини ўзгартирадиган миқдор. Масалан, декарт координаталарида $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 1$

тенглама xOy текисликда бирлик радиусли барча айланалар тўпламини аниқлайди. a ва b нинг тайин қийматларида, масалан, $a = 1$, $b = 2$ бўлганда маркази (1, 2) нуқтада бўлган маълум бир айлана ҳосил бўлади; a ва b — текширилаётган тўпламда айлананинг параметрлари.

Параметрическое представление функций терминига ҳам қаранг.

Грекча παραμετρον — ўлчаб чиқувчи.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ функций — функцияларни **ПАРАМЕТРИК ТАСВИРЛАШ** — бир қанча ўзгарувчилар орасидаги функционал боғланишни ёрдамчи ўзгарувчилар — параметрлар воситасида ифодалаш. Масалан, $F(x, \ y) = 0$ — текисликдаги бирор эгри чизиқнинг тенгламаси. Агар t миқдор (x, y) нуқтанинг ўша эгри чизиқдаги вазиятини (масалан, эгри чизиқнинг саноқ боши деб қабул қилинган бирор нуқтадан бошлаб ҳисобланадиган +ёки — ишорали ёй узунлигини) билдирса, у ҳолда бу t миқдорни параметр деб олиш мумкин, x ва y бу параметрнинг функциялари бўлади: $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$. Бу функциялар x билан y орасидаги функционал боғланишнинг П. т. бўлади.

Аналитик функцияларни (қ.) бир қийматли аналитик функциялар ёрдамида параметрик тасвирлаш униформлаш назариясида ўрганилади.

Ўзгарувчилар учта: x, y ва z бўлганда $F(x, \ y, \ z) = 0$ тенглама сиртни тасвирлайди. Сиртда нуқтани аниқлаш учун иккита s ва t параметр керак. Масалан, $x^2 + y^2 = z^4$ боғланишга оид параметрик тасвирлаш: $x = u^2 \cos v$, $y = u^2 \sin v$, $z = u$. Параметрик тасвирлаш 1) ошкормас функцияларни ўрганишга, 2) кўп қийматли функцияларни бир қийматли функциялар орқали ифодалашга имкон беради.

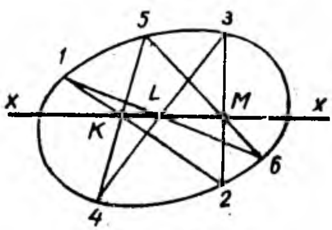
ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ — ПАРАМЕТРИК ТЕНГЛАМАЛАР. $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$ кўринишдаги тенгламалар текисликдаги тегишли эгри чизиқнинг П. т. деб аталади. Масалан, $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ боғланишнинг параметрик тасвирланиши (қ. Параметрическое представление) $x = 2\cos t$, $y = 3\sin t$ $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ бўлади. Булар эллипснинг П. т. идир. Агар t параметрни $\varphi(t)$ ва $\psi(t)$ функциялар рационал бўладиган қилиб танлаб олиш мумкин бўлса, у ҳолда эгри чизиқ уникурсал (қ.) эгри чизиқ деб аталади. Фазодаги тўғри чизиқнинг П. т. кўриниши бундай бўлади:

$$x = x_0 + \alpha t, \ y = y_0 + \beta t, \ z = z_0 + \gamma t.$$

ПАРСЕВАЛЯ РАВЕНСТВО — ПАРСЕВАЛЬ ТЕНГЛИГИ —

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} [f(x)]^2 \, dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

кўринишдаги тенгликдир, бу ерда a_0, a_n, b_n лар — $f(x)$ функциянинг Фурье коэффициентлари. П. т. квадрати интегралланувчи бўлган ҳар қандай функциялар учун тўғридир.



198- расм.

ПАСҚАЛЯ ТЕОРЕМА — ПАСКАЛЬ ТЕОРЕМАСИ. 2- тартибли нуқталар қаторига (2- тартибли эгри чизиқ, конус кесими) ички чизилган ҳар қандай олти учликда қарама- қарши томонларининг учта кесишиш нуқтаси бир тўғри чизиқда — Паскаль тўғри чизиғида ётади.

П. т. проектив геометриянинг (қ.) асосий теоремаларидан биридир.

Масалан, агар 2- тартибли эгри чизиқда олинган 6 та нуқта 1, 2, 3, 4, 5, 6 рақамлари билан шу тартибда белгилаб чиқилса, 12 ва 45; 23 ва 56; 34 ва 61 жуфт томонлар қарама- қарши томонлар бўлади ва кесишиш нуқталари битта x тўғри чизиқда — Паскаль тўғри чизиғида ётади (198- расм).

2- тартибли эгри чизиқда ётувчи 6 та нуқтани, яъни олти учликнинг учларини ҳар хил тартибда туташтириш йўли билан 60 та турли хил олти учлик ҳосил қилиш мумкин, демак, 2- тартибли эгри чизиқнинг берилган 6 нуқтаси учун мос равишда Паскалнинг 60 та ҳар хил тўғри чизиғини олиш мумкин.

П. т. бу теоремани 1639 йили исбот этган француз олими Б. Паскаль номи билан аталади.

П. т. нинг кесишувчи иккита тўғри чизиққа айланувчи 2- тартибли эгри чизиққа доир хусусий ҳоли қадим замонлардаёқ маълум эди (Папп теоремаси, эрамизнинг IV асри).

П. т. нинг қўлланиш соҳалари: 1) фақат эгри чизиқнинг 5 нуқтаси ёки тўрт нуқтаси ва бу нуқталардан бирида эгри чизиққа ўтказилган уринма берилган ҳолларда иккинчи тартибли эгри чизиқнинг нуқталарини ясаш; 2) эгри чизиқ берилган (чизилган) ёки унинг 5 нуқтаси берилган ҳолда унинг берилган нуқтасида эгри чизиққа уринма ясаш (фақат чизғич ёрдамида) ва бошқа масалалар. П. т. Брианшон теоремасига (қ.) ўзаро муносиб тушади.

ПАСҚАЛЯ ТРЕУГОЛЬНИК — ПАСҚАЛЬ УЧБУРЧАГИ — биноминал коэффициентлардан (қ.) иборат сонларнинг учбурчакли жадвали:

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & C_0^0 & & & \\
 & & C_1^0 & & C_1^1 & & \\
 & C_2^0 & & C_2^1 & & C_2^2 & \\
C_3^0 & & C_3^1 & & C_3^2 & & C_3^3 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{array}
$$

П. у. сонлар орқали бундай тасвирланади:

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{array}
$$

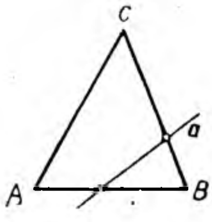
Биноминал коэффициентларнинг

$$C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$$

хоссасига асосан П. у. нинг ҳар бир сони ўзининг устида турувчи иккита соннинг йиғиндисига тенг (бунда П. у. нинг четларида ноллар туради деб фараз қилинади). П. у. Паскалнинг «Трактат об арифметическом треугольнике» асарида келтирилган бўлгани учун уни баъзан арифметик учбурчак деб ҳам атайдилар. П. у. Хитойда 1303 йилда, Штифелга 1544 йилда ва Паскалга 1665 йилда маълум эди. Шунинг учун уни турли мамлакатларда турлича атайдилар. Германияда уни кўпинча Штифель учбурчаги, Италияда эса Тарталье учбурчаги деб атайдилар, бизда эса уни тожик шоири, файласуфи ва математиги Умар Ҳайём шарафига Умар Ҳайём учбурчаги деб аташ лозим, чунки унинг асарларида бу учбурчак тўғрисида гапирилган. Ҳиндистонда шоир Пингала (эрамиздан олдинги II аср) П. у. дан шеърият масалаларини ҳал қилишда фойдаланган.

Адаб.: И. Я. Д е п м а н, «История арифметики», Учпедгиз, М., 1959.

ПАША АКСИОМА — ПАШ АКСИОМАСИ. П. а. бундай таърифланади: ABC учбурчак текислигида ётган ва унинг ҳеч бир учидан ўтмайдиган a тўғри чизиқ AB кесмадаги (томондаги) нуқтадан ўтса, бу a тўғри чизиқ ёки AC кесманинг нуқтасидан ёки BC кесманинг нуқтасидан ўтади. Бошқача қилиб айтганда, агар тўғри чизиқ учбурчак томонларининг бирини кесиб ўтса, у ҳолда учбурчакнинг бошқа томонини ҳам кесиб ўтиши керак (199- расм).



199- расм.

П. а. элементар геометрия курсини (қ. Основания геометрии) аксиоматик (дедуктив, қатъий мантиқий) тузишда асосий аксиомалардан бири ҳисобланади. Бу аксиома геометрияни аксиоматик асослашни тадқиқ қилишга асос солган биринчи математиклардан немис математиги Паш шарафига шундай деб аталган.

ПЕАНО АКСИОМЫ — ПЕАНО АКСИОМАЛАРИ. Натурал сонларнинг П. а. ни 1891 йили итальян математиги ва мантиқчиси Пеано берган. Бу аксиомалар натурал сон тушунчасини аниқлашга бағишланади. «Бундан кейин келади» деган муносабат ўринли бўлган (a дан кейин келадиган сонни a^* билан белгилаймиз) ҳар қандай бўш бўлмаган N тўпламнинг элементлари натурал сонлар деб аталади. Бу муносабат қуйидаги аксиомаларга бўйсуниши керак: 1. Ҳеч қандай сондан кейин келмайдиган 1 рақами мавжуд. 2. Ҳар қандай a сон учун ундан кейин келадиган ва фақат биттагина a^* сон мавжуд, яъни $a = b$ эканлигидан $a^* = b^*$ эканлиги келиб чиқади. 3. Ҳар қандай сон биттадан ортиқ бўлмаган сондан кейин келади, яъни $a^* = b^*$ дан $a = b$ эканлиги келиб чиқади. 4. (Индукция аксиомаси.) Натурал сонларнинг ҳар қандай M тўплами қуйидаги хоссаларга эга бўлсин: 1) бир сони M га тегишли; 2) агар a сони M га тегишли бўлса, у ҳолда $a^* = a + 1$ ҳам M га тегишли бўлади. У ҳолда M тўпламда ҳамма натурал сонлар бўлади, яъни барча натурал сонлар тўплами M билан устма- уст тушади.

Адаб.: Энц. элем. мат., т. 1. Гостехиздат, М., 1951.

ПЕАНО КРИВАЯ — ПЕАНО ЭГРИ ЧИЗИҒИ. Бирор квадратнинг барча нуқталаридан ўтувчи Жордан маъносидаги узлуксиз эгри чизиқ (қ. Жордана кривая). Буни биринчи бўлиб итальян математиги Пеано 1890 йилда текширган.

Адаб.: Н. Н. Лузин, Теория функций действительного переменного. Общая часть, изд. 2, М., 1948.

ПЕЛЛЯ УРАВНЕНИЕ — ПЕЛЛЬ ТЕНГЛАМАСИ — $x^2 - Dy^2 = 1$ кўринишидаги тенгламадир, бундаги D — бошқа натурал соннинг квадрати бўлмаган натурал сон. П. т. бутун сонларда осон ечилади. Л. Эйлер сонлар назариясига доир бир китобнинг таржимонини автори деб нотўғри тушуниб, бу тенгламани Пелль тенгламаси деб атаб қўйган.

Диофантовы уравнения терминига ҳам қаранг.

ПЕНТАГОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА — ПЕНТАГОНАЛ СОНЛАР (беш бурчакли сонлар)—$(3n^2—n)$: 2 кўринишидаги натурал сонлар, яъни 1, 5, 12, 22, ... Пентагонал сонлар фигурали сонларнинг (қ. Фигурные числа) хусусий ҳоли бўлиб, иккинчи тартибли арифметик қатордан (қ. Арифметический ряд) иборатдир. Бу сонлар текисликда кетма- кет кенгайтирилган бешбурчаклар ичига солинган шарларнинг сонини ифодалагани учун, уларга шундай ном берилган.

ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИЯ — БОШЛАНҒИЧ ФУНКЦИЯ — примитив функциянинг (қ.) ўзгинаси.

ПЕРВООБРАЗНЫЙ ҚОРЕНЬ — m модуль бўйича **БОШЛАНҒИЧ ИЛДИЗ.** Бу шундай g сонки, $g^k - 1$ айирма m га бўлинадиган бўлганидаги (g^k сон 1 га m модуль бўйича таққосланади) энг кичик k сон $\varphi(m)$ га тенг бўлади, бундаги $\varphi(m)$ — m дан кичик ва m билан ўзаро туб бўлган натурал сонларнинг нечта эканини кўрсатадиган Эйлер функциясидир (қ.). Масалан, 7 модуль бўйича бошланғич илдиз 6 сони бўлади, чунки $\varphi(7) = 6$; $3^1 - 1 = 2$, $3^2 - 1 = 8$, $3^3 - 1 = 26$, $3^4 - 1 = 80$, $3^5 - 1 = 242$ сонлари 7 га бўлинмайди ва фақат $3^6 - 1 = 728$ сонигина 7 га бўлинади. $m = 2$, $m = 4$, $m = p^\alpha$, $m = 2p^\alpha$ бўлганда Б. и. мавжуддир, бу ерда p — тоқ туб сон, α — бирдан кичик бўлмаган бутун сон. Бошланғич илдизлар сони бу ҳолларда $\varphi[\varphi(m)]$ га тенг (айирмаси m га каррали бўлган сонлар ҳар хил деб ҳисобланмайди); бошқа модуллар учун бундай сонлар йўқ. Совет математиги академик И. М. Виноградов 1926 йили шу нарсани аниқладики, $(1, 2^{2k}\sqrt{p}\ln p)$ интервалда p модуль бўйича бошланғич илдиз топилади, бу ерда p — тоқ туб сон, k эса $p-1$ сонининг ҳар хил туб бўлувчилари сони.

Адаб.: И. М. Виноградов, Избранные труды, Изд—во АН СССР, М., 1952, 54—57 бетлар.

ПЕРВУШИНА ЧИСЛО — ПЕРВУШИН СОНИ. 1883 йили ўзи ўқиб етишган талантли ўроллик математик Петербург Фанлар академиясига «$2^{61}-1=$ $=2305843009213693951$ сони туб сондир» деган мақола юборган. Фанда бу сонни Первушин сони деб аташ қабул қилинган.

$2^{31}-1$ сони туб сон эканлигини исбот қилган Эйлер замонидан кейин Первушин сони маълум бўлган туб сонларнинг энг каттаси эди. Афсуски, Первушиннинг $2^{61}-1$ сони туб сон эканлигини исбот қилиш соҳасида маданият марказларидан четда, қишлоқда бажарган ишлари тўғрисида жуда оз маълумот қолган.

Фанлар Академияси П. сонини нашр этишдан бош тортган, чунки академик В. Я. Буняковский бу соннинг хатоси йўқлигига жавобгар бўлишни ўз устига олмаган ва «бундай ишга кўникиб қолган ҳисобловчининг ҳам буни текшириб кўриши учун кўп вақти кетган бўлар эди».

1887 йили Зеельхоф $2^{61}-1$ нинг туб сон эканлигини исбот қилгандан кейин Первушиннинг ишини унга муаллифлик олиб бериш мақсадида нашр этишга қарор қилинган.

Адаб.: А. Е. Раик, Уральский математик Иван Михеевич Первушин, сб. «Историко-математические исследования» вып. 6, Физматгиз, М., 1953, И. В. Арнольд, Теория чисел, Учпедгиз, М., 1939.

ПЕРВЫЙ ИНТЕГРАЛ — БИРИНЧИ ИНТЕГРАЛ. Оддий дифференциал тенгламалар системасининг, яъни

$$\frac{dy_i}{dx}=f_i(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \quad i=1, 2, \ldots, n$$

системанинг биринчи интеграли

$$F(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)=C$$

кўринишда бўлиб, унга системанинг ҳар қандай

$$y_1=y_1(x), \; y_2=y_2(x), \; \ldots, y_n=y_n(x)$$

ечимларини қўйганда у айниятга айланади, шу билан бирга F функция константага айнан тенг эмас. Биринчи интеграл $x, y_1, y_2, \ldots, y_n$ ўзгарувчилар фазосидаги гиперсиртнинг (қ. Гиперповерхность) тенгламасидир. Улар шундайки, ҳар бир гиперсирт интеграл эгри чизиқларнинг бирор қисм - оиласини ўз ичига олади. Масалан,

$$\frac{dy}{dx}=a(x)y+b(x)z,$$

$$\frac{dz}{dx}=b(x)y+a(x)z$$

системанинг биринчи интеграли қуйидагичадир:

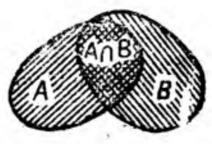
$$\ln|y+z|-\int[a(x)+b(x)]\,dx=C.$$

ПЕРЕГИБА ТОЧКА плоской кривой — текисликдаги эгри чизиқнинг **БУРИЛИШ НУҚТАСИ** — шундай M нуқтаки, эгри чизиқ бу нуқтанинг бирор атрофида M да ўтказилган уринманинг ҳар хил томонида ётади. $y=f(x)$ эгри чизиқлар учун (бундаги $f(x)$ керагича дифференциалланувчи функция) бурилиш нуқтасидаги нолдан фарқли биринчи (дастлабки) ҳосиланинг тартиби тоқ бўлади. Бурилиш нуқтасида эгри чизиқнинг эгрилиги (қ. Кривизна кривой) нолга тенг. Масалан, $y=x^{2n+1}$ эгри чизиқлар учун координаталар боши бурилиш нуқтасидир, бунда $n=1, 2, \ldots$.

ПЕРЕМЕННАЯ ВЕЛИЧИНА — ЎЗГАРУВЧИ МИҚДОР. У ҳар хил қийматлар қабул қиладиган миқдордир. Масалан, сиқилганда идеал газнинг босими ва ҳажми ўзгаради. Ў. м. нинг математикага киритилиши XVII асрда умуман фан ривожланишида революцион қадам қўйиш бўлди. Бу ҳол табиат ҳодисаларини уларнинг ўзаро боғланиш ва ҳаракатда эканлигини эътиборга олиб билишнинг янги босқичи эди. Декарт, Ньютон, Лейбниц асарларида яратилган қудратли математик методлар, дифференциал ва интеграл ҳисобнинг қулай аппарати анча ўзгартирилди, энг муҳими — XIX асрда илмий равишда қатъий асослаб берилди. Ўша даврда лимитлар назарияси, ундан кейин эса узлуксиз функциялар назарияси яратилди. Ў. м. нинг олдинги таърифи ҳозирги замон математикаси учун қониқарли эмас. Ҳозирги замон математикасининг асослари тўпламлар назарияси (қ. Теория множеств) ва топология (қ.) ғоялари билан суғорилгандир. Жумладан, миқдорлар деб соннигина эмас, бирор тўпламнинг ихтиёрий табиатли элементларини ҳам тушунилади. Ў. м. нинг эски тушунчаси кўпчилик инженерлик масалалари, шунингдек, математиканинг умумий курсини ўқитишда ҳали ҳам қулайдир.

ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН — ЎРИН АЛМАШТИРИШ ҚОНУНИ. қ. Закон коммутативности.

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ — ТЎПЛАМЛАРНИНГ КЕСИШМАСИ. A ва B тўпламларнинг кесишмаси деб шундай тўпламга айтиладики, бу тўпламнинг элементлари A тўпламга ҳам, B тўпламга ҳам тегишли бўлади, яъни кесишма тўплам A ва B тўпламлар учун умумий бўлган барча элементлардан ва фақат шу элементлардан тузилган. A ва B тўпламларнинг кесишмаси $A \cap B$ (ёки AB) символ билан белгиланади ва A ва B тўпламларнинг кўпайтмаси (бу термин эскириб қолган) деб аталади. A ва B тўпламларнинг кесишмаси 200- расмда схематик равишда штрихланган соҳа орқали кўрсатилган.



200- расм.

Худди шунга ўхшаш, агар A_α тўпламлар берилган бўлса (бу ерда α чекли ёки чексиз индексларнинг I тўпламига тегишли), у ҳолда A_α $(\alpha \in I)$ тўпламларнинг кесишмаси деб барча A_α ларга, яъни ҳар қандай $\alpha \in I$ да ҳар бир A_α га тегишли бўлган элементлардангина тузилган тўпламга айтилади. A_α $(\alpha \in I)$ тўпламнинг кесишмаси $\bigcap\limits_{\alpha \in I} A_\alpha$ (ёки $\prod\limits_{\alpha \in I} A_\alpha$) символ билан белгиланади. I тўплам чекли ва n сондан, яъни $1, 2, \ldots, n$ лардан иборат бўлганда $A_1, A_2, \ldots, A_n$ тўпламлар кесишмаси $A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n$ (ёки $A_1 A_2 \ldots A_n$ ёки $\prod\limits_{i=1}^{n} A_i$ ёки $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i$) символ билан белгиланади. Агар I — 1, 2, ... натурал сонлар қаторидан иборат бўлган саноқли тўплам бўлса, $A_1, A_2 \ldots$ тўпламлар кесишмаси $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i$ (ёки $\prod\limits_{i=1}^{\infty} A_i$ ёки $A_1 \cap A_2 \cap \ldots$ ёки $A_1 A_2 \ldots$) символ билан белгиланади.

Тўпламларнинг кесишмаси тўпламлар устида бажариладиган муҳим операциялардан биридир. Уни бошқа операцияларга солиштириш учун Назарий тўплам операцияларига (қ. Теоретико - множественные операции) қаранг.

Тўпламларнинг кесишмаси бўш тўплам (қ. Пустое множество) бўлиши мумкин. Т.к. бўш тўплам бўладиган тўпламлар кесишмайдиган тўпламлар дейилади. Т.к. коммутативлик, ассоциативлик ва идемпотентлик (қ.) қонунларига бўйсунади: $A\cap B=B\cap A$; $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$; $A\cap A=A$. Т.к. тўпламларнинг бирлашувига (қ. Объединение множеств) дистрибутивликнинг (қ.) иккита қонуни билан боғланган:

$$A\cap\Big(\bigcup_{\alpha\in I}B_\alpha\Big)=\bigcup_{\iota\in I}\Big(A\cap B_\alpha\Big),\quad A\cup\Big(\bigcap_{\iota\in I}B_\alpha\Big)=\bigcap_{\iota\in I}\Big(A\cup B_\alpha\Big).$$

Дистрибутивликнинг бу икки қонуни бир-бирига ўзаро мос келади (қ. Двойственности принцип).

Мисоллар: 1) A — барча жуфт сонларнинг тўплами ва B — учга каррали бўлган барча сонларнинг тўплами бўлсин. У ҳолда $A\cap B$ — 6 га каррали бўлган сонларнинг тўплами бўлади.

2) A — барча айланаларнинг тўплами ва B — катта ярим ўқи 1 га тенг бўлган барча эллипсларнинг тўплами бўлсин. У ҳолда $A\cap B$ — радиуси 1 га тенг бўлган барча айланаларнинг тўплами бўлади.

ПЕРЕСТАНОВКА СИМВОЛОВ — СИМВОЛЛАРНИНГ ЎРИН АЛМАШТИРИЛИШИ. n символдан n тадан қилиб тузилган ҳар қандай ўринлаштиришлар сони (қ. Размещение). n символдан тузилган ҳар хил ўрин алмаштиришлар сони $n!$ га тенг. Ўрин алмаштириш алгебрадаги комбинаторика (қ.) бўлимининг асосий тушунчаларидан бири ҳисобланади.

ПЕРЕСТАНОВКА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЙ — ДИФФЕРЕНЦИАЛЛАШ ЎРНИНИ АЛМАШТИРИШ — дифференциаллашнинг тартибини ўзгартириш. Дифференциаллаш тартибини ўзгартирганда аралаш ҳосилалар узлуксиз бўлса, дифференциаллаш натижаси ўзгармайди. Д.ў.а. ҳақида қуйидаги теорема ўринлидир: $u=u(x,y)$ функциянинг $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x}$ хусусий ҳосилалари (x_0, y_0) нуқтада узлуксиз ва, бинобарин, (x_0, y_0) нуқтанинг бирор атрофида $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ лар мавжуд; у ҳолда бу нуқтада $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}=\frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x}$ бўлади. Немис математиги Шварц шу нарсани кўрсатдики, бу теоремада нуқтанинг атрофида $\frac{\partial u}{\partial x}$ ва $\frac{\partial u}{\partial y}$ нинг мавжуд бўлишидан ташқари (x_0, y_0) нуқтада $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x}$ аралаш ҳосилалардан биттасининг узлуксиз бўлиши етарлидир. (қ. Частные производные высшего порядка).

Д.ў.а. тўғрисида бундан ҳам умумийроқ теорема бор: (x_0, y_0) нуқтада $u=u(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг тартиби $(k-1)$ - гача бўлган $[(k-1)$ - ҳосила ҳам$]$ хусусий ҳосилалари ва k- тартибли аралаш ҳосилалари узлуксиз бўлсин; у ҳолда ҳар қандай k- тартибли аралаш ҳосиланинг (x_0, y_0) нуқтадаги қиймати дифференциаллаш тартибига боғлиқ эмас. Бу ҳолда k- тартибли ҳар хил хусусий ҳосилаларнинг сони n элементдан k тадан олинадиган такрорий комбинациялар сонига, яъни $\frac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}$ га тенг бўлади (қ. Сочетание с повторениями).

Д. ў. а. туфайли натижанинг ўзгаришига мисол: $u=xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ функция учун $(x^2+y^2>0$ ва $u=0)$ $x=0$, $y=0$ нуқтада $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=-1$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}=1$. Бу ҳолда Д. ў. а. туфайли натижа ўзгаради, чунки $x=0$, $y=0$ нуқтадаги аралаш ҳосилалар узлуклидир.

ПЕРЕСТАНОВКА С ПОВТОРЕНИЯМИ — ТАКРОРИЙ ЎРИН АЛМАШТИРИШ. $M\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ тўпламнинг элементларидан тузилган такрорий ўрин алмаштириш — M тўпламнинг n элементидан k тадан тузилган такрорий ўринлаштиришларнинг (қ. Размещения с повторениями) хусусий ҳоли. Агар n элементдан k талаб тузилган бирор такрорий ўринлаштиришда a_1 элемент w_1 марта, a_2 элемент w_2 марта такрорланса ва ҳоказо $(w_1+w_2+\ldots+w_n=k)$, у ҳолда бундай ўринлаштириш такрорий ўрин алмаштириш дейилади. $a_1, a_2, \ldots, a_n$ элементлар мос равишда $w_1, w_2, \ldots, w_n$ марта такрорланадиган Т. ў. а. лар сони қуйидагига тенг:

$$\frac{(\Sigma w_i)!}{\Pi(w_i!)}=\frac{(w_1+w_2+\ldots+w_n)!}{w_1!\,w_2!\ldots w_n!}.$$

ПЕРИМЕТР — ПЕРИМЕТР. Ёпиқ эгри чизиқнинг периметри шу чизиқнинг узунлигидир. Кўпбурчакнинг П. унинг томонлари узунлиги йиғиндиси сифатида аниқланади. Айлананинг П. бу айлананинг узунлигидир.

Грекча perimetron — айлана, perimetreo — атрофини ўлчайман.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ДРОБЬ — ДАВРИЙ КАСР — бирор жойдан бошлаб айни бир рақамлар группаси чексиз такрорланадиган чексиз ўнли касрдир (қ. Десятичная дробь). Масалан, 2, 7136136136 ... ни 2, 7 (136) шаклида ёзиш мумкин, яъни чексиз такрорланадиган рақамлар группаси (давр) қавслар ичига олинади (бу мисолда «даврда 136» дейилади). Агар давр бевосита вергулдан кейин бошланса (масалан, 8, 333 ...), каср соф Д. к. дейилади, агар вергулдан кейин давр олдида турадиган сонлар бўлса (масалан, 3, 512626 ...), бу каср аралаш Д. к. дейилади.

Рационал сонлар, яъни оддий касрларни ўнли касрлар орқали ифодалаганда қисқармайдиган оддий касрнинг махражида 2 ва 5 дан бошқа туб кўпайтувчилар бўлмаса чекли ўнли касрлар ҳосил бўлади; бошқа ҳолларда Д. к. ҳосил бўлади; қисқармайдиган оддий касрнинг махражида 2 ва 5 кўпайтувчилар бўлмаса, бу соф Д. к. бўлади. Агар бу кўпайтувчилардан атиги бири махражда бўлса, аралаш Д. к. ҳосил бўлади. Ҳар қандай Д. к. ни оддий касрга айлантириш мумкин (яъни у бирор рационал сонга тенг). Соф Д. к. шундай оддий касрга тенгки, унинг сурати давр бўлиб, махражи эса даврда нечта сон бўлса, шунча марта такрорланадиган 9 рақамлари билан ифодаланади. Аралаш Д. к. ни оддий касрга айлантиришда суратга иккинчи даврдан олдин келган рақамлар билан ифодаланадиган сондан биринчи даврдан олдин келган рақамлар билан тасвирланадиган соннинг айирмасини ёзиш, махражга эса даврда қанча рақам бўлса, шунча марта такрорланадиган 9 рақамлари ёзиб, уларнинг ўнг томонига давргача қанча рақам бўлса, шунча ноллар ёзиш керак. Бу қоидалар тўғри касрларни (яъни бутун бирликлари бўлмаган касрларни) ўзгартиришда қўлланилади, чунки бу ҳолда бутун қисми ўзгаришсиз ёзилади.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — ДАВРИЙ ФУНКЦИЯ — шундай $y=f(x)$ функцияки, унинг учун $\tau>0$ сон мавжуд; бу сон шундайки, аниқланиш соҳасидан олинган ҳар қандай x ва $x+\tau$ учун $f(x+\tau)=f(x)$ бўлади. Бундай τ сонлардан ҳаммасининг энг кичиги бўлган T сони $f(x)$ функциянинг даври дейилади. Агар $y=f(x)$ Д. ф. $-\infty<x<+\infty$ учун узлуксиз бўлиб, ўзгармас миқдор бўлмаса, яъни $y\neq\text{const}$, у ҳолда унинг барча τ даврлари ичида шундай энг кичиги $T>0$ топиладики, у бу ҳолда давр деб аталади; барча τ даврлар T га бутун сон марта каррали бўлади, $\tau=nT$, $n=1, 2, \ldots$. Д. ф. нинг тўлиқ графигини ҳосил қилиш учун унинг узунлиги T бўлган $a\leqslant x\leqslant a+T$ кесмада ясалган графиги қисмини бир даврга кетма-кет (мусбат ва манфий йўналишда) суриш керак. Мисоллар: 1)

$$f(x)=\begin{cases}1, & x \text{ рационал бўлганда,}\\ 0, & x \text{ иррационал бўлганда,}\end{cases}$$

Дирихле функциясининг даври ҳар қандай рационал сон бўлади; энг кичик даври йўқ; 2) $y = \sin x$ нинг даври $T = 2\pi$; 3) $y = \operatorname{tg} x$, $T = \pi$; 4) $y = \cos \alpha x$, $T = \frac{2\pi}{\alpha}$; 5) $y = \sqrt{\cos x}$, аниқланиш соҳаси $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n, \ldots$, $T = 2\pi$.

ПЕРИОД ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯНИНГ ДАВРИ. Периодическая функция терминига қаранг.

ПЕРИОДИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ — ДАВРИЙ ЕЧИМ. $\frac{dy_i}{dt} = f_i(y_1, y_2, \ldots, y_n, t)$ $i = 1, 2, \ldots, n$ дифференциал тенгламалар системасининг даврий ечими $y_i = \varphi_i(t)$ ечимлардир, бу ерда φ_i — айни бир даврли функциялар, яъни шундай $\tau > 0$ мавжудки, барча t ва барча $i = 1, 2, \ldots, n$ лар учун $\varphi_i(t + \tau) = \varphi_i(t)$ тенглик бажарилади. Д. е. мунтазам такрорланувчи физик процессларни тасвирлайди. Д. е. чегараланмаган ечимлардан сўнувчи ечимларга ўтишдаги бирор оралиқ босқичдир.

Д. е. ни топишнинг методларини рус математиги А. М. Ляпунов ва француз математиги А. Пуанкаре ишлаб чиққан. Д. е. осмон механикаси, тебранишлар назарияси ва шу кабилар учун аҳамиятга эга.

ПЕРИЦИКЛОИДА — ПЕРИЦИКЛОИДА — циклоидал эгри чизиқларга оид бўлган ясси эгри чизиқдир. П. ни ҳосил қилишнинг кинематик усули бор. Ясовчи айлана деб аталувчи r радиусли айлана R радиусли қўзғалмас айлана устида ғилдирасин. Ясовчи айлана қўзғалмас айлананинг ички томонида турсин. У ҳолда ясовчи айланадаги нуқта циклоидал эгри чизиқ чизади. $r > R$ бўлганда бу чизиқ П. бўлади. (П. эпициклоиданинг хусусий кўринишидир). П. қуйидаги параметрик тенгламалар билан ифодаланади:

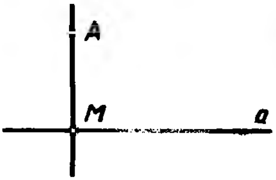
$$x = (R + mR) \cos mt - mR \cos (t + mt),$$
$$y = (R + mR) \sin mt - mR \sin (t + mt),$$

бу ерда $m = \frac{r}{R}$, шу билан бирга, $m < 0$ ва $|m| > 1$, t — ясовчи айлананинг чизувчи нуқтасига ўтказилган радиус билан унинг қўзғалмас айланага уриниш нуқтасига ўтказилган радиус орасидаги бурчак. қ. Циклоидальные кривые, Гипоциклоида, Эпициклоида.

Грекча περι — яқинида, атрофида ва κυλοειδής — доиравий.

Адаб.: А. А. Савелов, Плоские кривые, Физматгиз, М., 1960.

ПЕРПЕНДИКУЛЯР — ПЕРПЕНДИКУЛЯР. Берилган a тўғри чизиққа ўтказилган перпендикуляр ўша тўғри чизиқни тўғри бурчак остида кесиб ўтадиган тўғри чизиқдир. Агар П. a тўғри чизиқда ётмайдиган маълум бир A нуқтадан ўтса ва M нуқта перпендикулярнинг a тўғри чизиқ билан кесишиш нуқтаси бўлса, у ҳолда MA кесма (201-расм) П. нинг узунлиги дейилади. П. нинг узунлиги айланага ўтказилган уринманинг (қ. Касательная) узунлигига ўхшатиб аниқланади.

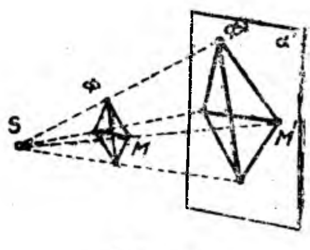


201-расм.

Берилган текисликка ўтказилган П. ҳам шунга ўхшаш таърифланади: берилган α текисликка ўтказилган П. ўша α текисликда ётган ҳар қандай тўғри чизиқ билан тўғри бурчак ҳосил қилувчи тўғри чизиқдир. Лотинча perpendicularis ва грекча perpendiculum — шоқул.

ПЕРСПЕКТИВА — ПЕРСПЕКТИВА — геометрик фигураларни текисликда тасвирлашнинг қуйидагидан иборат усулидир. Бирор α' текислик, Ф фигура ва α' текисликка ҳам, Ф фигурага ҳам тегишли бўлмаган бирор S нуқта берилган бўлсин (202-расм). Ф фигуранинг ҳар қандай M нуқтаси орқали SM тўғри чизиқ ўтказиб, биз бу тўғри чизиқ билан α' текисликнинг кесишиш нуқтаси M' ни топамиз. M' нуқта M нуқтанинг П. си ёки марказий проекцияси бўлади. Шундай қилиб, Ф фигуранинг ҳар бир нуқтасининг проекциясини ясаб, бу фигуранинг α' текисликдаги Ф$'$ перспективасини ҳосил қиламиз.

П. методи проектив геометрияга асос қилиб олинган. S нуқта проекциялар маркази деб, α' текислик эса картиналар текислиги ёки проекциялар текислиги деб, SM тўғри чизиқлар эса проекцияловчи нурлар ёки қараш нурлари деб аталади.



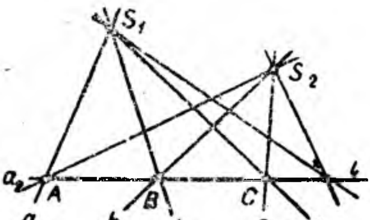
202- расм.

П. да тўртта нуқтанинг мураккаб нисбати (қ. Сложное отношение) сақланади. Фигуранинг П. методи асосида ясалган тасвири проекция марказига қўйилган киши кўзининг тўр пардасида ҳосил бўладиган тасвирга яқин бўлади. Буюмларнинг перспективада тасвирланиши бадиий санъатда, чизмачиликда оригинал (буюм)нинг узунлиги ва чуқурлиги тўғрисида тасаввур ҳосил қилиш керак бўлганда қўлланилади. Педагогика практикасида фигураларни тасвирлашнинг бу методи мураккаб ва ноқулай бўлганлиги сабабли ишлатилмайди.

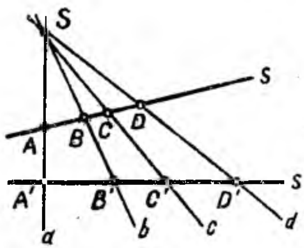
Агар иккита Ф ва Ф$'$ ясси фигураларнинг иккита мос M ва M' нуқталари проекциялар перспективаси маркази орқали ўтувчи тўғри чизиқда ётса, у ҳолда бу икки фигура перспектив фигуралар деб аталади. П. нинг бошқача номи марказий (коник) проекциядир.

Латинча perspicere — кўриш, паррон кўриш.

ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ПУЧКИ 1-го порядка — 1-тартибли (1-босқичли) **ПЕРСПЕКТИВ БОҒЛАМЛАР** — 1-тартибли айни бир қаторни проекцияловчи 1-тартибли боғламлардир. Иккита боғламнинг перспективлиги уларнинг умумий элементи ўзига ўзи мос келадиган проективлигининг хусусий ҳолидир. Перспективлик $\overset{=}{\wedge}$ ишора билан белгиланади. Масалан, 203-расмда иккита S_1 ва S_2



203- расм.



204- расм.

перспектив боғлам тасвирланган, улар қуйидагича ёзилади: $S_1(a_1, b_1, \ldots) \overset{=}{\wedge} S_2(a_2, b_2, \ldots)$. Агар боғламнинг ҳар бир тўғри чизиғи нуқталарнинг тўғри чизиқли қаторининг мос нуқтасидан ўтса, тўғри чизиқлар боғлами билан нуқталарнинг тўғри чизиқли қатори перспектив деб аталади. Масалан, $l(A, B, C \ldots)$ нуқталар қатори S_1 $(a_1, b_2, \ldots)$ тўғри чизиқлар боғламига ва S_2 $(a_2, b_2, \ldots)$ боғламга перспективдир.

П. б. 1-тартибли (1-босқичли) перспектив қаторларнинг (қ. Перспективные ряды) ўзаро муносиб кўринишидир (қ. Двойственности принцип). 1-тартибли иккита проектив қатор (боғлам) перспектив (қ.) бўлиши учун уларнинг умумий элементи ўз-ўзига мос тушиши зарур ва етарлидир.

Умумий элементли П. б. нинг муҳим ҳоли инволюциядир (қ.). Формы геометрическое терминига қаранг.

ПЕРСПЕКТИВНЫЕ РЯДЫ 1-го порядка — 1-тартибли **ПЕРСПЕКТИВ ҚАТОРЛАР** — 1-тартибли айни бир дастанинг кесимларидан иборат бўлган қаторлардир. Перспективлик $\overset{=}{\wedge}$ белги билан белгиланади. Масалан, $s(A, B, C, D \ldots)$ қатор $\overset{=}{\wedge}$ $s'(A', B', C', D', \ldots)$ қаторга. Икки қаторнинг перспектив жойлашиши уларнинг умумий элементи (нуқтаси) ўзига-ўзи мос тушадиган проектив жойлашишининг хусусий ҳолидир. S нуқта—перспективанинг маркази (204-расм).

Агар дастанинг ҳар бир тўғри чизиғи нуқталарнинг тўғри чизиқли қаторининг тегишли нуқтасидан ўтса, тўғри чизиқлар дастаси билан нуқталарнинг тўғри чизиқли қатори перспектив деб аталади. Масалан, $s(A, B, C, D, \ldots)$ нуқталар қатори $\overset{=}{\wedge}$ $S(a, b, c, d, \ldots)$ тўғри чизиқлар дастасига. Формы геометрические, Перспективные пучки терминларига қаранг.

ПЕТЕРБУРГСКАЯ ИГРА —ПЕТЕРБУРГ ЎЙИНИ қуйидагилардан иборат: бунда биринчи ўйинчи тангани герб томони билан тушмагунча отаверади. Герб томони тушгандан кейин ўйин тугаган ҳисобланади. Агар герб биринчи ташлашда тушса, иккинчи ўйинчи биринчига 1 сўм тўлайди, агар герб иккинчи ташлашда тушса, 2 сўм тўлайди, агар учинчи ташлашда тушса, 4 сўм тўлайди ва ҳоказо. Умуман, агар герб биринчи марта n ташлаганда тушса, иккинчи ўйинчи биринчига 2^{n-1} сўм тўлайди. Биринчи ўйинчи ўйинда қатнашиш ҳуқуқига эга бўлиш учун ва ўйинда ютқазмаслиги, яъни ютуқнинг математик кутилиши (қ. Математическое ожидание) ўйинга қатнашишга тўланадиган пулга тенг бўлиши учун биринчи ўйинчи иккинчига қанча пул бериши керак? Бу масалани ечишнинг қийинчилиги шундан иборатки, бундай ўйиндаги ютуқнинг математик кутилиши қуйидагига тенг:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} A_n = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} \frac{1}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} = \infty,$$

бу ерда A_n — n-ташлашда герб тушиш эҳтимоли. Бу қийинчилик шу сабабдан юз берадики, ўйинда иккинчи ўйинчи биринчи ўйинчига истаганча кўп пул тўлаши керак бўлади, иккинчи ўйинчи маблағининг чекланганлиги сабабли бундай бўлиши мумкин эмас.

Масаланинг тўғри қўйилиши бундай: агар 2^{n-1} маблағ иккинчи ўйинчининг бутун маблағидан ошмаса, у биринчи ўйинчига 2^{n-1} сўм беради, акс ҳолда маблағининг ҳаммасини беради.

ПИРАМИДА — ПИРАМИДА — кўп ёқли S бурчакнинг ҳамма ёқларини кесиб ўтувчи текислик билан кесишувидан ҳосил бўлган кўпёқдир. Кесувчи текисликда ётган ёғи П. нинг асоси деб, бошқа ёқлари ён ёқлари деб аталади. Ён ёқлари ҳамма вақт учбурчак бўлади. Кўп ёқли бурчакнинг учидан кесувчи текисликкача бўлган қирралари кесмалари П. нинг қирралари, қолган қирралар асос қирралари деб аталади. Кўп ёқли бурчакнинг S учи П. нинг учи деб аталади. П нинг учидан асос текислигига ўтказилган перпендикуляр баландлик деб аталади Агар П. нинг асоси бирор кўпбурчак бўлса, у ҳолда П. n бурчакли П. де аталади. Шундай қилиб, n бурчакли пирамиданинг $n+1$ ёғи бўлади. П асоси ва учи берилиши билан аниқланади. n бурчакли П. ясаш учу $3(n+1)-6$ шарт керак. Масалан, учбурчакли П. ясаш учун 6 маълумо $(6 = 3\cdot 4 - 6$, масалан, учта текис бурчак ва учта қирра) керак.

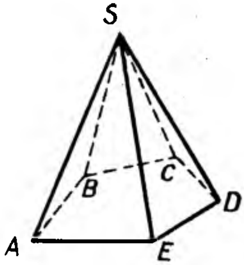
Агар П. нинг асоси мунтазам n бурчак бўлиб, учи асосининг марказига проекцияланса, пирамида мунтазам П. деб аталади. Мунтазам П. нинг ён ёғи баландлиги П. нинг анофемаси (қ.) деб аталади. Учбурчакли пирамида тетраэдр (қ.) деб ҳам аталади.

П. нинг ҳажми

$$v = \frac{1}{3} QH$$

формула билан ҳисобланади, бу ерда Q — асосининг юзи, H — П. нинг баландлиги.

Агар S — П. нинг учи, $ABCDE$ эса асоси бўлса, у ҳолда П. бундай белгиланади: $SABCDE$ (205- расм).



205- расм.

ПИФАГОРОВА ТЕОРЕМА — ПИФАГОР ТЕОРЕМАСИ. Агар тўғри бурчакли учбурчакнинг томонлари узунликнинг айни бир ўлчов бирлиги билан ўлчанган бўлса, у ҳолда гипотенуза узунлигининг квадрати катетлар узунликлари квадратларининг йиғиндисига тенг (қисқача: гипотенузанинг квадрати катетлар квадратларининг йиғиндисига тенг).

Гарчи бу теорема қадимги грек олими Пифагордан (эрамиздан олдинги VI аср) олдин ҳам маълум бўлган бўлса-да, уни ўша олим исбот этган деб ҳисоблайдилар. Аввало, П. т. тўғри бурчакли учбурчакнинг гипотенузаси ва катетларида ясалган квадратларнинг юзлари орасида боғланиш ўрнатган: гипотенузада ясалган квадратнинг юзи катетларда ясалган квадратлар юзларининг йиғиндисига тенг.

П. т. нинг умумлаштирилиши ҳам бор: агар тўғри бурчакли учбурчакнинг гипотенузасида, a ва b катетларида ихтиёрий, аммо ўхшаш Φ_c, Φ_a, Φ_b фигуралар ясалса, масалан, ярим доиралар ясалса, у ҳолда уларнинг юзлари қуйидаги муносабат билан боғланган бўлади: Φ_c юзи $=$ Φ_a юзи $+$ Φ_b юзи. Ҳозирги вақтда П. т. нинг юздан ортиқ исботи маълумдир. Бу теорема Евклид геометриясининг муҳим теоремаларидан биридир.

Адаб.: Г. Г. Цейтен, История математики в древности и в средние века, М. — Л., 1938; В. Литцман, Теорема Пифагора, Физматгиз, М., 1960; А. А. Колосов, Книга для внеклассного чтения по математике для учащихся VIII класса, Учпедгиз, М., 1958; Ван дер Варден, Пробуждающаяся наука, Физматгиз, М. 1959.

ПИФАГОРОВЫ ЧИСЛА — ПИФАГОР СОНЛАРИ: $x^2 + y^2 = z^2$ тенгламани қаноатлантирувчи учта бутун мусбат x, y, z сон. Бу тенгламанинг барча ечимлари, бинобарин, барча П. с. $x = a^2 - b^2$, $y = 2ab$, $z = a^2 + b^2$ формулалар билан ифодаланади, бу ерда a, b — ихтиёрий бутун мусбат сонлар ($a > b$). П. с. тўғри бурчакли учбурчак томонларининг узунлиги деб қаралиши мумкин. Дастлабки (энг кичик) П. с. 3, 4, 5 ва 5, 12, 13. қ. Герона формула.

ПИ-ЧИСЛО — ПИ СОНИ — айлана узунлигининг диаметрига нисбатига тенг бўлган сондир. Пи сони чексиз ўнли каср 3,14159265 .... Бу сонни инглиз математиги У. Жонсон (1706) биринчи бўлиб грекча π ҳарфи билан белгилаган ва бу белги Петербург математиги Л. Эйлер ишларининг биридан кейин (1736) умум томонидан қабул қилинган.

XVIII аср охирида немис математиги И. Ламберт ва француз математиги А. Лежандр пи сони иррационал сон эканлигини исбот этдилар, 1882 йили эса немис математиги Ф. Линдеман бу соннинг бутун коэффициентли ҳеч қандай алгебраик тенгламани қаноатлантира олмаслигини, яъни унинг трансцендент эканлигини исбот қилди. Циркуль ва чизғич ёрдамида узунлиги π га тенг бўлган тўғри чизиқ кесмаси ясаш мумкин эмаслиги Линдеман теоремасидан келиб чиқади; бу теорема доиранинг квадратураси тўғрисидаги масалани ечиш мумкин эмаслигини узил-кесил ҳал қилади.

Қадим замонлардаёқ пи сонининг рационал сонлар ёрдамида ёзилган тақрибий ифодасини топишга уринишлар қилинган. Қадимги Мисрда доиранинг юзини ҳисоблашда П. с. учун $\pi \approx \left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3{,}16049 \ldots$ қийматдан фойдаланилган. Қадимги грек олими Архимед (эрамиздан олдинги III аср) айланани ички ва ташқи чизилган мунтазам кўпбурчакларнинг учлари сони чексиз ўсгандаги кетма-кетликлари лимити деб қараб, пи сонининг $3\frac{10}{17} = 3{,}14084 \ldots$ билан $3\frac{1}{7} = 3{,}14285 \ldots$ орасида эканлигини аниқлаган. П. с. нинг $\pi \approx \frac{355}{113} = 3{,}1415929 \ldots$ тақрибий қийматини хитой математиги Цзу Чун-чжи V асрнинг иккинчи ярмида топган. Сўнгра ундан анча кейинроқ бу қиймат Европада (XVI аср) топилган. Бу тақрибий қийматнинг 7- хонадагина хатоси бор. Кейинчалик П. с. нинг янада аниқроқ ифодасини топиш йўлида кўп уринишлар қилинган. Масалан, самарқандлик олим Жамшид ибн Мавид ал Коший (XV аср нинг биринчи ярми) П. с. нинг 17 та ўнли каср хонасини, голланд математиги Лудольф ван Цейлен (XVII аср бошида) 32 та ўнли каср хонасини ҳисоблаб топган. Ҳозирги вақтда ҳисоблаш машиналарининг татбиқ этилиши туфайли π нинг ниҳоят даражада аниқлик билан топилган қиймати — мингдан ортиқ ўнли каср хоналари маълум. Амалий мақсадлар учун справочникларда, одатда π, $\frac{1}{\pi}$, π^2, $\lg \pi$ ва ҳоказо қийматлари берилади. Баъзи арифметик кетма-кетликлар ва қаторларнинг лимитларини топиш ҳам П. с. га келтирилади. Буни биринчи бўлиб француз математиги Ф. Виет пайқаган. 1674 йилда Лейбниц $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots$ сондан иборат бўлган секин яқинлашувчи қаторни топган.

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

бўлганда $\operatorname{arc\,tg} x$ (яъни $\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$) ни ёйиш йўли билан ҳосил қилинадиган қатор ҳисоблашлар учун қулайдир:

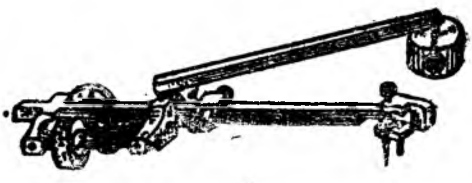
$$\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(1 - \frac{1}{9} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^2} - \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{3^3} + \ldots\right).$$

Ж. Мэчин $\operatorname{arctg} x$ ни қаторларга ёйиш йўли билан П. с. ни ҳисоблаш учун энг яхши формула топган. У П. с. ни 100 тагача ўнли каср хонаси аниқлигида ҳисоблаган.

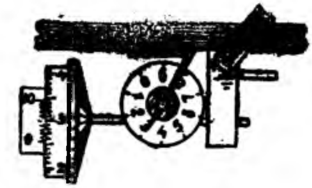
π сониноевклид геометриясининг баъзи формулаларида ҳам ишлатилади. Бунда, у, албатта, айлана узунлигининг диаметрига нисбати эмас, балки соф аналитик йўл билан аниқланади. π сони Эйлернинг машҳур $e^{2\pi i} = 1$ формуласида ҳам қатнашади. Бу формуладан π сонининг табиати янада чуқурроқ ойдинлаштирилади. π сонининг номи ва белгиланиши грекча περιφερεια — периферия, айлана сўзининг бошланғич ҳарфидан олинган. Шунингдек, Мециево число, Лудольфово число терминларига қаранг.

ПЛАНИМЕТР — ПЛАНИМЕТР — текис фигураларнинг юзини тақрибий ҳисоблашга имкон берадиган механик асбоб. П. конструкциясининг турли хил кўринишлари бор (206- расм). П. конструкторлик бюроларида (материални бичишда, топографик карта билан ишлашда ва ҳоказо) ишлатилади. 207- расмда П. дан саноқ олиш кўрсатилган: 3254 (циферблат, барабан ва верньердаги саноқ). Агар биринчи саноқ 3254 га, иккинчиси 7868 га тенг бўлса, у ҳолда

7868—3254=4614 айирма айланиб (чизиб) чиқилган фигуранинг П. бўлимларида ифодаланган юзини билдиради. Масалан, агар участка планининг кўрсатилган 1 : 1000 масштаби учун бўлим қиймати 30 ($м^2$) га тенг бўлса, у ҳолда ўлчанган участканинг юзи $30 \cdot 4614 = 138420$ ($м^2$) бўлади.



206-расм.



207- расм.

Адаб.: А. М. Лопшиц, Вычисление площадей в ориентированной плоскости, Гостехиздат, М., 1956; Б. Н. Делоне: Краткий курс математических машин, Гостехиздат, М. 1952; М.—Л., 1952, А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат, М. 1954.

ПЛАНИМЕТРИЯ — ПЛАНИМЕТРИЯ — элементар геометриянинг бир текисликда жойлашган фигуралар хоссаларини ўрганадиган қисми.

Одатда ўрта мактабда П. ни ўрганиб бўлгандан кейин уч ўлчовли Евклид фазосида ихтиёрий равишда жойлашган фигураларнинг хоссалари ўрганиладиган стереометрияни (қ.) ўрганишга киришилади.

Баъзан элементар геометриянинг иккала қисми биргаликда ўрганилади (қ. Фузионизм). П. дастлаб қадимги грек олими Евклиднинг «Асослар» китобида тўларок ва изчил қилиб баён этилган эди.

Лат. planum — текислик, грек. μετρεω — ўлчайман.

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА математической физики — математик физиканинг **ТЕКИСЛИКДАГИ МАСАЛАСИ** — фазодаги масаланинг хусусий ҳоли бўлиб, бунда ўрганиладиган ҳодиса мазкур текисликка параллел бўлган барча текисликларда бир хил бўлади; бу ҳол масалани фақат ўша текисликда ҳал қилишга имкон беради, масалан, бир текис зарядланган толанинг электр майдонидаги зарядли заррачанинг ҳаракати. Т. м. эластиклик назариясида, гидродинамикада ва шу кабиларда учрайди. Баъзи Т. м. ларда конформ акслантириш (қ. Конформное отображение) методлари қўлланади.

ПЛОСКАЯ КРИВАЯ — ТЕКИСЛИКДАГИ ЭГРИ ЧИЗИҚ — ҳамма нуқталари бир текисликка қарашли бўлган эгри чизиқ. Т. э. ч. нинг буралиши (қ. Кручение) нолга тенг.

ПЛОСКОСТЬ — ТЕКИСЛИК — геометриянинг асосий тушунчаларидан бири. Т. тушунчаси билан биринчи марта танишганда Т. тўғрисидаги тасаввур сувнинг текис юзи билан, силлиқланган стол юзи билан таққосланади ва ҳоказо. Геометриянинг систематик курсини бундан кейин ўрганишда Т. бошланғич объект деб қабул қилинади, унинг билвосита таърифи геометрия аксиомаларида берилади. Масалан, текисликнинг муҳим хоссалари қуйидаги аксиомаларда ифода қилинган: 1. Агар тўғри чизиқнинг икки нуқтаси текисликка қарашли бўлса, тўғри чизиқнинг ҳамма нуқталари ҳам текисликка қарашли бўлади. 2. Бир тўғри чизиқда ётмаган учта нуқта фақат битта текисликка қарашли бўлади.

Улуғ рус математиги Н. И. Лобачевский Т. ни бундай таърифлаган: Т. берилган икки нуқтадан бир хил узоқлашган нуқталарнинг (фазо нуқталарининг) геометрик ўрнидир. Бунда Лобачевский геометрияни ҳаракат тушунчасидан, бинобарин, икки нуқта орасидаги масофа тушунчасидан фойдаланиб тузган. Улуғ немис математиги Г. Лейбниц Т. тушунчасини фазони иккита конгруэнт (яъни ҳаракатлантирилганда устма-уст тушадиган) қисмга ажратадиган сирт деб таърифлаган. Лекин ясовчиси синусоида ёки аррасимон мунтазам чексиз синиқ чизиқ бўлган цилиндрик сирт ана шундай хоссага эга.

Адаб.: Н. В. Ефимов. Высшая геометрия, Физматгиз. М., 1961; У. Амальди. О понятиях прямой и плоскости, сб «Вопросы элементарной геометрии», немисчадан таржима, Спб., 1913; Д. Гильберт, Основания геометрии, Гостехиздат, М., 1948.

ПЛОТНОЕ МНОЖЕСТВО — ЗИЧ ТЎПЛАМ. P тўпламнинг ҳар қандай нуқтасининг ҳар қандай атрофида M тўпламнинг нуқтаси топилса, M тўплам топологик $P \supset M$ фазода зич тўплам бўлади. Масалан, рационал сонлар тўплами барча ҳақиқий сонлар тўпламида зич тўплам бўлади. $P = M$ бўлган ҳолда M тўплам ўзида зич тўплам дейилади.

ПЛОТНОСТИ ТОЧКА — ЗИЧЛАНИШ НУҚТАСИ. Ўзида ўлчов (қ. Мера) аниқланган муайян тўпламнинг З. н. — шундай нуқтаки, ўзининг атрофида ётган тўплам ўлчовининг атроф ўлчовига нисбати (атроф нуқтага тортилганда) бирга интилади. Масалан, трансцендент сонлар (қ. Трансцендентное число) тўпламида ҳар бир нуқта З. н. дир.

ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ случайной величины ξ — ξ тасодифий миқдор **ЭҲТИМОЛИНИНГ ЗИЧЛИГИ** — шундай $p(x)$ функциядирки, a ва b ҳар қандай бўлганда $a<\xi<b$ тенгсизликнинг эҳтимоли $\int\limits_a^b p(x)\,dx$ га тенг бўлади. Масалан, $(-1, 1)$ интервалда учбурчак қонуни бўйича тақсимланган тасодифий миқдор эҳтимолининг зичлиги:

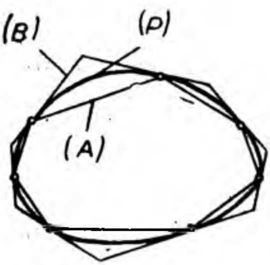
$$p(x) = \begin{cases} 1 + x, & -1 \leqslant x \leqslant 0 \text{ да}, \\ 0 & |x| > 1 \text{ бўлганда}, \\ 1 - x & 1 \geqslant x > 0 \text{ да}. \end{cases}$$

Агар p узлуксиз бўлса $x<\xi<x+dx$ тенгсизликнинг эҳтимоли тахминан $p(x)dx$ га тенг бўлади. Э. з. учун қуйидаги муносабатлар ўринлидир:

$$p(x) \geqslant 0, \quad \int\limits_{-\infty}^{+\infty} p(x)\,dx = 1.$$

қ. Вероятность.

ПЛОЩАДЬ — ЮЗ — текислик ёки сиртдаги геометрик фигураларни характерловчи асосий математик миқдорлардан биридир. Содда ҳолларда Ю. текис фигурани тўлдирувчи бирлик квадратлар, яъни томони узунлик бирлигига тенг бўлган квадратлар сони билан ўлчанади. Текисликдаги кўпбурчакларнинг юзини ўлчаш ҳар қандай кўпбурчакни тўғри тўртбурчакларга ажратиш мумкинлигига асосланади; маълумки, тўғри тўртбурчакнинг юзи унинг қўшни томонларининг кўпайтмасига тенг. Чегараси ёпиқ эгри чизиқ (K) бўлган чегараланган ва ёпиқ соҳадан иборат бўлган ихтиёрий текис (P) фигура учун Ю. тушунчаси қуйидагича таърифланади.



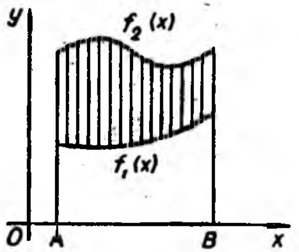
208- расм.

(A) — бутунлай (P) нинг ичида бўлган турли кўпбурчаклар бўлсин, (B) лар эса (P) ни бутунлай ўз ичига олган кўпбурчаклар бўлсин (208- расм); A ва B—бу кўпбурчакларнинг юзи, у ҳолда $A \leqslant B$. $\{A\}$ сонлар тўпламининг аниқ юқори чегараси $p^* = \sup\{A\}$, $\{B\}$ тўпламнинг аниқ қуйи чегараси $p_* = \inf\{B\}$ ($\{A\}$ тўпламни юқоридан ҳар қандай B чегаралайди, $\{B\}$ ни эса пастдан ҳар қандай A чегаралайди). Агар иккала p_* ва p^* чегара бир хил бўлса, у ҳолда уларнинг умумий $p = p_* = p^*$ қиймати ясси (P) фигуранинг Ю. дейилади; (P)

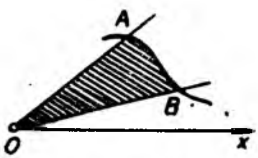
фигура квадратланувчи дейилади. Агар (P) фигура иккита (P_1) ва (P_2) фигурага ажратилган бўлса, бу фигуралардан иккитасининг квадратланишидан учинчисининг квадратланиши келиб чиқади, шу билан бирга ҳамиша $P = P_1 + P_2$ бўлади, яъни Ю. тушунчаси аддитивдир. (P) фигуранинг квадратланиши учун унинг (K) контурининг юзи нолга тенг бўлиши, яъни истаганча жуда кичик юзли кўп бурчакли соҳа билан қопланиши зарур ва кифоя. Ошкор тенгламасининг кўриниши

$$y = f(x) \quad \text{ёки} \quad x = g(y)$$
$$a \leqslant x \leqslant b, \qquad c \leqslant y \leqslant d$$

бўлган ҳар қандай узлуксиз эгри чизиқнинг Ю. нолга тенг бўлади. Агар (P) фигура битта ёки бир қанча силлиқ эгри чизиқлар билан чегараланган бўлса, бу фигуранинг квадратланиши аниқ. Ҳар хил текис фигураларнинг юзи одатдаги аниқ интеграллар ёрдамида ҳисоблаб чиқарилади. Масалан, $f_1(x)$ ва $f_2(x)$



209- расм.



210- расм.

эгри чизиқлар (209- расм) билан чегараланган эгри чизиқли трапециянинг Ю. қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$p = \int_A^B (y_2 - y_1)\, dx = \int_A^B [f_2(x) - f_1(x)]\, dx.$$

Қутб координаталаридаги тенгламаси $r = g(\varphi)$ бўлган AB эгри чизиқ ва иккита OA ва OB радиус-векторлар (210- расм) билан чегараланган AOB секторнинг p Ю. қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$p = \frac{1}{2}\int_\alpha^\beta r^2 d\varphi = \frac{1}{2}\int_\alpha^\beta [g(\varphi)]^2\, d\varphi.$$

Текис фигураларнинг Ю. эгри чизиқли интеграллар билан ҳам ҳисобланиши мумкин, чунончи: бўлаклари силлиқ α контур билан чегараланган (D) фигуранинг Ю. қуйидаги формулалар билан ифодаланади:

$$D = -\int_{(\alpha)} y dx, \qquad D = \int_{(\alpha)} x dy, \qquad D = \frac{1}{2}\int_{(\alpha)} x dy - y dx.$$

(Юзларни ҳисоблашга доир бу формулалар Грин формуласининг хусусий ҳоллари деб қаралиши мумкин: қ. Грина формула.) Текис фигуранинг Ю. фигуранинг Ю. бўйича олинган $D = \iint dxdy$ икки ўлчовли интеграл ёрдами билан ҳам ҳисоблаб чиқарилиши мумкин.

Эгри чизиқли ξ, η координаталар ҳолида Ю. нинг декарт координаталаридаги элементи ўрнига Ю. нинг эгри чизиқли координаталардаги элементига эга бўламиз:

$$\left|\frac{D(x,\ y)}{D(\xi,\ \eta)}\right| d\xi d\eta = I(\xi,\ \eta)\, d\xi d\eta,$$

бу ерда I — x, y декарт координаталари системасини ξ, η эгри чизиқли координаталар системасига алмаштириш якобианидир (қ.).

Умумий ҳолда сиртнинг Ю. бу формула билан ифодаланади:

$$S = \iint\limits_{(\Delta)} \sqrt{EG - F^2}\, du\, dv,$$

бу ерда E, G, F — сиртнинг Гаусс коэффициентлари (қ.), Δ — u ва v ўзгаришининг S сиртга мос соҳаси. Сирт $z = f(x,\ y)$ ошкор тенглама билан берилган хусусий ҳолда сирт Ю. қуйидаги формула билан ифодаланади (бу ерда $(x,\ y)$ координаталар xOy текисликдаги (D) соҳада ўзгаради):

$$S = \iint\limits_{(D)} \sqrt{1 + p^2 + q^2}\, dx\, dy,$$

бу ерда

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \qquad q = \frac{\partial z}{\partial y}.$$

$y = f(x)$ эгри чизиқнинг $x\,[a \leqslant x \leqslant b,\ \ f(x) \geqslant 0]$ ўқ атрофида айланишидан ҳосил бўлган сирт Ю. (айланиш сирти) бундай формула билан ифодаланади:

$$S = 2\pi \int\limits_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx.$$

Қадим замонлардан буён Ю. ни ҳисоблаш геометриянинг энг муҳим татбиқларидан бири бўлиб келади (геометриянинг номи ҳам шундан келиб чиқади — ер ўлчаш). Бизнинг эрамиздан бир қанча асрлар олдин грек олимлари баъзи Ю. ларни ҳисоблаш қоидаларини билганлар. Евклид бу қоидаларни ўзининг «Асослар» китобида (эрамиздан олдинги III аср) теоремалар шаклида берган. Ҳозирга қадар ҳам мактаб дарсликларида кўпбурчакларнинг юзини «Асослар»да баён этилган ажратиш ва тўлдириш усули билан ҳисоблаш сақланиб келади.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, т. 1—3; В. Ф. Каган, Основания геометрии, т. I.

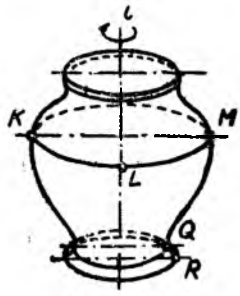
ПЛЮККЕРОВЫ КООРДИНАТЫ прямой l — l тўғри чизиқнинг **ПЛЮККЕР КООРДИНАТАЛАРИ**—олтита p_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) сон бўлиб, уларнинг дастлабки учтаси l тўғри чизиқ йўналтирувчи векторининг координаталарини, қолган учтаси — бу векторнинг координаталар бошига нисбатан олинган моментининг координаталарини ифодалайди. П.к. тўғри чизиқли геометрияда кенг қўлланилади; уларни немис математиги Плюккер 1846 йилда киритган. қ. Линейчатая геометрия.

ПЛЮС — ПЛЮС — қўшиш амалини (қ. Сложение) ва мусбат миқдорларни белгилаш учун киритилган + ишорадир. Математические знаки терминига ҳам қаранг. Лат. plus — катта.

ПОВЕРХНОСТЕЙ ТЕОРИЯ — СИРТЛАР НАЗАРИЯСИ. қ. Теория поверхностей.

ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ — АЙЛАНИШ СИРТЛАРИ — текисликдаги эгри чизиқнинг ўз текислигида жойлашган тўғри чизиқ, яъни А.с. нинг ўқи атрофида айланишидан ҳосил бўладиган сиртлар. Масалан, сфера — ярим айланани ўз диаметри атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган сиртдир; доиравий тўғри конус (қ. Прямой круговой конус) — биринчи тўғри чизиқни кесиб ўтувчи тўғри чизиқнинг биринчиси атрофида айланишдан ҳосил бўлган сиртдир ва ҳоказо.

А.с. нинг ўз ўқидан ўтувчи текисликлар билан кесишувидан ҳосил бўлган чизиқлар меридианлар деб аталади (211-расмда — MQR); А.с. нинг ўз ўқига перпендикуляр текисликлар билан кесишиш чизиқлари параллеллар деб аталади (211-расмда — KLM). Меридиан ва параллеллар А.с. да эгрилик чизиқларининг (қ. Линии кривизны) иккита системасини ҳосил қилади.



211-расм.

ПОВЕРХНОСТНО-ОДНОСВЯЗНАЯ ОБЛАСТЬ — БИР БОҒЛАМЛИ СИРТ СОҲАСИ — уч ўлчовли фазонинг шундай соҳасидирки, унда сферага гомеоморф бўлган ҳар қандай ёпиқ сирт нуқтага тортилиши мумкин (соҳанинг ташқарисига чиқмасдан). Бундай соҳага мисол қилиб бутун фазони, ичидан тўғри чизиқ чиқариб ташланган фазони, торнинг ичини олиш мумкин; ичидан битта нуқтаси чиқариб ташланган фазо, иккита концентрик сфера орасидаги соҳа ва шу кабилар Б.б.с.с. га мисол бўлолмайди.

ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИНТЕГРАЛ — СИРТ ИНТЕГРАЛИ — бирор S сиртда берилган $f(x)$ функциядан олинган интеграл. С. и. таърифига асосан, қуйидагига тенг:

$$\iint\limits_{(S)} f(x)\,dS = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,dS_i,$$

бу ерда S_i — сиртнинг диаметри чексиз камайиб борувчи бўлаги (қ. Диаметр множества), dS_i — S_i нинг юзи, ξ_i — S_i нинг ичидаги нуқта. Агар сирт

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad z = z(u, v)$$

параметрик тенгламалари билан берилган бўлса, у ҳолда

$$\iint\limits_{(S)} f\,dS = \iint\limits_{(S)} f\sqrt{EG - F^2}\,dudv, \tag{*}$$

бу ерда E, G, F — сиртнинг биринчи квадратик формасининг коэффициентлари. $z = f(x, y)$ сирт учун

$$dS = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\,dx\,dy.$$

Баъзи масалаларда dS_i юзлар ўрнига уларнинг учта координата текисликларидаги проекцияларининг юзлари қараб ўтилади. Бунда проекциянинг юзлари нормалнинг сиртда берилган йўналиши қандай бўлишига қараб маълум бир ишорага эга бўлади (қ. Ориентация поверхностей). Бундай йиғиндиларнинг лимити (*) дан фарқли равишда, иккинчи тур С.и. деб аталади ва бундай белгиланади:

$$\iint Pdydz + Qdzdx + Rdxdy. \tag{**}$$

Иккинчи тур С.и. сиртнинг жойлашишига (ориентациясига) боғлиқ бўлади. Ориентирланмайдиган сиртларда (қ. Поверхность) фақат биринчи тур С.и. ўрганилади.

Иккинчи тур С.и. назариясида Остроградскийнинг жуда муҳим формуласи (қ. Остроградского формула) бўлиб, у С.и. билан ҳажмий интегрални бир-бирига боғлайди.

ПОВЕРХНОСТЬ — СИРТ — фазо нуқталарининг икки параметрли тўплами, яъни фазонинг координаталари иккита u ва v параметрнинг (масалан, С. даги нуқта эгри чизиқли координаталарининг) функциялари бўлган нуқталар тўплами. Бу функциялар етарлича кўп марта дифференциалланади деб фараз қилинади. Агар u ва v — С. даги нуқтанинг эгри чизиқли координаталари бўлса, у ҳолда С. ни қуйидаги тенгламалар билан ифодалаш мумкин:

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad z = z(u, v);$$

бу тенгламалар С. нинг параметрик тенгламалари деб аталади.

Масалан, $O(R)$ сферани $x = R\cos u \cos v$, $y = R\cos u \sin v$, $z = R\sin u$ параметрик тенгламалар билан бериш мумкин, бу ерда u — сферадаги нуқтанинг кенглиги, v — узоқлиги. Бу тенгламалардан u ва v ни йўқотиб, сферанинг маълум $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ тенгламасини ҳосил қиламиз. С. нинг тенгламаси бошқа шаклларда, масалан $f(x, y, z) = 0$ ёки $z = f(x, y)$ ва ҳоказо кўринишда берилиши мумкин.

ПОВЕРХНОСТЬ 2-ГО ПОРЯДКА — 2- ТАРТИБЛИ СИРТ — фазонинг шундай нуқталарининг геометрик ўрнидирки, бу нуқталарнинг тўғри бурчакли x, y, z декарт координаталари қуйидаги кўринишдаги тенгламани қаноатлантиради:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0,$$

бу ерда a_{ik} $(i, k = 1, 2, 3)$ коэффициентларнинг ҳаммаси ҳам нолга тенг эмас. 2-т. С. нинг бу таърифи ҳар қандай (x', y', z') координаталар системаси (Декарт ёки аффин) учун тўғри бўлади, чунки координаталар алмаштиришда (x', y', z') координаталар (x, y, z) координаталар орқали чизиқли ифодаланади.

2-т. С. ларнинг ҳаммаси бўлиб 17 та тури бор: цилиндрлар (қ.) (эллиптик — ҳақиқий ва мавҳум, параболик ва гиперболик), конуслар (қ.) (ҳақиқий ва мавҳум), эллипсоид (қ.) (ҳақиқий ва мавҳум), гиперболоид (қ.) (бир паллали ва икки паллали), параболоид (қ.) (эллиптик ва гиперболик), кесишувчи бир жуфт ҳақиқий текислик, бир жуфт параллел текислик (ҳақиқий ва мавҳум), бир жуфт мавҳум текислик (ҳақиқий тўғри чизиқ бўйича кесишувчи), устма-уст тушган бир жуфт текислик.

Марказга (қ. Центр) эга бўлган 2-т. С. лар марказий С. деб аталади. Тўғри чизиқли ясовчиларга (қ. Прямолинейные образующие) эга бўлган 2-т. С. лар 2-т. тўғри чизиқли С. лар деб аталади (қ. Конус, Цилиндр, Однополостный гиперболоид, Гиперболический параболоид). Баъзан 2-т. С. ларнинг тўғри чизиқли мавҳум ясовчилари ҳам бўлади. Масалан, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ эллипсоидда мавҳум тўғри чизиқларнинг қуйидаги икки оиласи жойлашади:

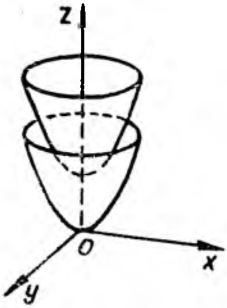
$$1) \quad \frac{x}{a} + i\frac{z}{c} = \lambda\left(1 - \frac{y}{b}\right); \quad \frac{x}{a} - i\frac{z}{c} = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \frac{y}{b}\right);$$

$$2) \quad \frac{x}{a} + i\frac{z}{c} = \lambda\left(1 + \frac{y}{b}\right); \quad \frac{x}{a} - i\frac{z}{c} = \frac{1}{\lambda}\left(1 - \frac{y}{b}\right).$$

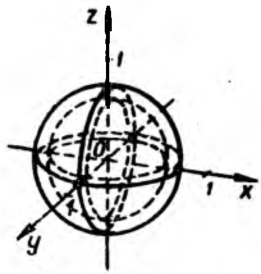
2-т. С. нинг текислик билан кесишиш чизиғи 2- тартибли эгри чизиқдир (қ. Кривая).

ПОВЕРХНОСТЬ УРОВНЯ — САВИЯ СИРТИ. $u = f(x, y, z)$ функциянинг ёки скаляр майдоннинг С.с. $f(x, y, z) = C$ тенглама билан ифодаланадиган сиртдир, бу ерда C—ўзгармас миқдор. С.с. нинг нуқталарида функция берилган бир ўзгармас $u = C$ қиймат қабул қилади.

Мисоллар: 1) $u = x^2 + y^2 - z$, бунинг $x^2 + y^2 - z = C$ С.с. лари айланиш параболоидлари бўлиб, уларнинг ўқи Oz ва учлари ўша ўқда ётади (212- расм); 2) $u = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$, бунинг С.с. лари маркази координаталар бошида ва радиуслари 0 дан 1 гача ўзгарадиган сфералар бўлади (213- расм).



212- расм.



213- расм.

ПОВТОРНОГО ЛОГАРИФМА ЗАКОН — ТАКРОРИЙ ЛОГАРИФМ ҚОНУНИ— эҳтимолият назариясининг катта сонлар қонунини (қ. Больших чисел закон) аниқлаштирувчи теоремаси. $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ — $+1$ ва -1 қийматларни $\frac{1}{2}$ эҳтимол билан қабул қилувчи эркли тасодифий миқдорлар (қ. Случайные величины) бўлган ҳолда Т.л.қ. бундай таърифланади: $S_n = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n$ бўлсин, у ҳолда $n \to \infty$ да ҳар бир $\delta > 0$ учун

$$S_n < (1+\delta)\sqrt{2n \ln \ln n}$$

тенгсизлик 1 га тенг эҳтимоллик билан бажарилади ва n нинг

$$S_n > (1-\delta)\sqrt{2n \ln \ln n}$$

тенгсизликни қаноатлантирадиган чексиз кўп қиймати топилади. Т.л.қ. ни биринчи бўлиб совет математиги А. Я. Хинчин (1924) топган.

ПОГРЕШНОСТЬ — ХАТО: 1°. Бошқа бир f сон (ифода, формула) нинг тақрибий қиймати деб қараладиган берилган F соннинг (ифода, формула ва ҳоказо) **абсолют** Х. $|F-f|$ айирмадир. Тақрибий тенгликнинг аниқлиги абсолют Х. нинг $\Delta F \geqslant |f-F|$ чегараси билан характерланади.

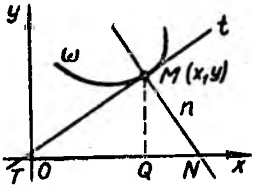
ΔF қанчалик кичик бўлса, F сон f нинг шунчалик яқин тақрибий қиймати бўлади. Агар Х. нинг абсолют чегараси ΔF га тенг бўлса, f сон F га ΔF аниқлигида тенг деб айтилади ва $f = F \pm \Delta F$ кўринишда ёзилади, бу эса $F - \Delta F \leqslant f \leqslant F + \Delta F$ қўш тенгсизликка эквивалентдир.

2°. Нисбий Х. абсолют Х. нинг F миқдорнинг ўзига нисбати деб таърифланади. Нисбий Х. $\frac{\Delta F}{F}$ нисбат бўлиб, одатда % ҳисобида ифодаланади: $\frac{\Delta F}{F} \cdot 100\% = P$. Бу ҳолда f сон $P\%$ гача аниқликда маълум дейишади (ёки $f = F \pm P\%$). Интегралларни тақрибий формулаларга қараб ҳисоблашда чиқадиган Х. лар тўғрисида Парабол формула, Прямоугольников формула, Трапеций формула терминларига қаранг. Функцияларни қаторлар билан алмаштиришда чиқадиган Х. лар тўғрисида Приближенные формулы, Приближенные функции терминларига қаранг.

ПОДГРУППА — ҚИСМ-ГРУППА. G группанинг қисм-группаси группа операцияларига нисбатан берк бўлган группа элементларининг қисм-тўплами (H), яъни $h_1 \in H$ ва $h_2 \in H$ бўлса, $h_1 h_2 \in H$ бўлади ва $h \in H$ бўлса, $h^{-1} \in H$ бўлади.

Мисоллар. Ортогонал матрицалар (қ.) группаси махсусмас матрицалар (қ. Неособенные матрицы) группасининг Қ.-г. сидир, рационал сонларнинг (ноль и рмайди) мультипликатив группаси нолдан бошқа барча ҳақиқий сонларнинг м льтипликатив группасининг қисм-группасидир.

ПОДЕРА — ПОДЕРА. Текисликдаги берилган ω эгри чизиқнинг O нуқтага нисбатан подераси — ω эгри чизиққа ўтказилган уринмаларга O нуқтадан туширилган перпендикулярлар асосларининг геометрик ўрни. ω эгри чизиқ ўзининг П. сига нисбатан антиподера дейилади. Айлананинг ўз марказига нисбатан П. си ўша айлананинг ўзидир.



214- расм.

Франц. podaire; грек. πόδηρης — таглик, асос (уринмаларга ўтказилган перпендикулярлар асоси).

ПОДКАСАТЕЛЬНАЯ — УРИНМА ОСТИ. Текисликдаги ω эгри чизиққа $M(x, y)$ нуқтада ўтказилган уринма ости — йўналишга эга бўлган QT кесмадир (214- расм), бу кесма ω эгри чизиққа M нуқтада ўтказилган t уринманинг x ўқи билан кесишиш нуқтасидан M нуқтанинг x ўқидаги проекциясигача бўлган кесмадир. QN кесма — ω эгри чизиққа M нуқтада ўтказилган нормал остидир (қ. Поднормаль): $MN \perp t$. Агар ω эгри чизиқнинг тўғри бурчакли декарт координаталаридаги тенгламаси $y = f(x)$ бўлса, ΔMQT дан қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$QT = -\frac{f(x)}{f'(x)}.$$

Адаб.: П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат М., 1950.

ПОДМНОЖЕСТВО — ҚИСМ-ТЎПЛАМ. Агар A тўпламнинг ҳар бир элементи B тўпламнинг элементи бўлса, у ҳолда A тўплам B тўпламнинг қисм-тўплами дейилади (бу ҳол символлар орқали қарашлилик ишораси билан белгиланади: $A \subset B$, ёки $A \subseteq B$, ёки $B \supset A$ ёки $B \supseteq A$). Масалан, барча мусбат жуфт сонлар тўплами барча натурал сонлар тўпламининг Қ.-т. бўлади, барча натурал сонлар тўплами эса ўз навбатида барча бутун сонлар тўпламининг Қ.-т. бўлади ва ҳоказо. Бўш тўплам (қ. Пустое множество) ҳар қандай тўпламнинг Қ.-т. бўлади. Ихтиёрий M тўпламнинг барча Қ.-т. лари тўпламининг қуввати M тўпламнинг қувватидан катта бўлади (Г. Кантор). Берилган тўпламнинг хос (тўғри) ва хосмас Қ.-т. лари бўлади.

ПОДНОРМАЛЬ — НОРМАЛ ОСТИ. Текисликдаги ω эгри чизиққа $M(x, y)$ нуқтада ўтказилган нормал ости—йўналишга эга бўлган QN кесмадир (қ. 214-расм); бу кесма ω эгри чизиққа M нуқтада ўтказилган n нормалнинг x ўқи билан кесишиш нуқтасидан M нуқтанинг x ўқидаги проекциясигача бўлган кесмадир. 214- расмдаги t тўғри чизиқ — ω эгри чизиққа M нуқтада ўтказилган уринмадир ($n \perp t$). Агар ω эгри чизиқнинг тўғри бурчакли декарт координаталаридаги тенгламаси $y = f(x)$ бўлса, ΔMQN дан қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$QN = f(x) \cdot f'(x).$$

Адаб.: П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат М., 1950.

ПОДОБИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — ЎХШАШЛИК АЛМАШТИРИШИ. Текислик (ёки фазо) нуқталарининг ўхшашлик алмаштириши—шундай алмаштиришки, бунда ҳар қандай AB кесма $AB \cdot k$ га тенг бўлган $A'B'$ кесмага ўтади, бу ерда $k \neq 0$ сон Ў. а. нинг коэффициенти деб аталади. Ў. а. аффин алмаштиришнинг (қ. Аффинные преобразования) хусусий ҳолидир. Ҳар қандай Ў. а. ни гомотетия (қ.) билан ҳаракатни (биринчи ёки иккинчи тур) кетма-кет бажариш натижаси деб қараш мумкин, бунда Ў. а. коэффициенти билан гомотетия коэффициенти бир хил бўлиб қолади.

Ў. а. даги иккита мос фигура ўхшаш фигуралар (қ. Подобные фигуры) деб аталади. Ў. а. да ихтиёрий икки чизиқ орасидаги ва уларга мос чизиқлар орасидаги бурчаклар тенг бўлади.

Ў. а. группа ташкил қилади. Ў. а. нинг хусусий ҳоли гомотетиядир. Ў. а. тўғри чизиқларнинг параллеллиги тўғрисидаги постулатга (аксиомага) чамбарчас боғлиқ. Бу постулат камида бир жуфт ўхшаш ва тенг бўлмаган учбурчаклар мавжудлигига эквивалент. Лобачевский геометриясида (қ.) ўхшаш ва тенг бўлмаган учбурчаклар йўқ. Ў. а. конструктив масалалар ечишда, модель ва чизмалар тайёрлашда (ўхшаш нусхалар олишда) кенг қўлланилади. Икки фигуранинг Ў. а. кўпинча уларнинг ўхшашлиги деб аталади.

ПОДОБНЫЕ МАТРИЦЫ—ЎХШАШ МАТРИЦАЛАР. Агар шундай бир махсусмас C матрица мавжуд бўлиб, $B = CAC^{-1}$ бўлса, тартиблари бир хил бўлган иккита A ва B квадрат матрица ўхшаш матрицалар дейилади.

Агар чизиқли L фазонинг чизиқли P алмаштириши $\{e_1, e_2, \ldots e_n\}$ базисда A матрица билан ёзилса, $\{Ce_1, Ce_2, \ldots, Ce_n\}$ базисда унинг матрицаси CAC^{-1} матрица бўлади. Бошқача қилиб айтганда, Ў. м. айни бир чизиқли алмаштиришни ҳар хил базисларда ифодалайди.

Матрицалар ўхшашлигининг муносабати транзитив, рефлексив, симметрикдирки (қ. Транзитивность, Рефлексивность, Симметричность), барча матрицалар тўплами жуфти-жуфти билан Ў. м. синфларига бўлинади. Ҳар бир синфда каноник матрица деб аталувчи матрица бўлади.

Матрицаларнинг ўхшашликка нисбатан классификацияси ва каноник матрицанинг таърифи Жордан теоремасида берилади (қ. Жорданова нормальная форма). Ў. м. ларнинг детерминантлари (қ. Определители), ўзлик қийматлари (қ. Собственные значения), ранглари (қ.), характеристик тенгламалари (қ. Характеристические уравнения) бир хил бўлади.

Ортогонал (қ.), унитар (қ.), симметрик (қ.), қийшиқ симметрик (қ. Кососимметричные определители) матрицаларнинг ўхшаш бўлиши учун хусусий қийматларининг бир хил бўлиши зарур ва кифоя.

Матрицалар ўхшашлигига алоқадор бўлган масалалар алгебрадан ташқари чизиқли дифференциал тенгламалар назариясида, геометриянинг кўпгина масалаларида ўрганилади ва ҳоказо.

Адаб.: Ф. Гантмахер, Теория матриц, Гостехиздат, М., 1953; И. М. Гельфанд, Лекции по линейной алгебре, Гостехиздат, М., 1951.

ПОДОБНЫЕ ФИГУРЫ — ЎХШАШ ФИГУРАЛАР — ўхшашлик алмаштиришида (қ. Подобия преобразование) мос бўлган икки фигура.

Ў. ф. да мос чизиқли элементлари пропорционал, улар орасидаги бурчаклар тенг бўлади. Кўриниш нуқтаи назаридан Ў. ф. нинг шакли бир хил, лекин ўлчамлари ҳар хил бўлади. Ў. ф. тўғрисидаги таълимот кесмаларнинг пропорционаллиги тушунчасига асосланади. Евклиднинг «Асосларида» Ў. ф. ва ўхшашлик алмаштиришига VI китоб бағишланган. Ў. ф. нинг умумий таърифи билан бир қаторда ўхшаш кўпбурчакнинг бошқача таърифи бундай шаклда берилади: агар икки кўпбурчакнинг мос томонлари пропорционал, пропорционал томонлари орасидаги бурчаклари тенг бўлса, бу икки кўпбурчак ўхшаш кўпбурчак дейилади. Қуйидаги шартларнинг ҳар бири учбурчакларнинг ўхшаш бўлиши учун зарурий ва етарли шартлар бўлади: 1) бир учбурчакнинг томонлари иккинчисининг мос томонларига пропорционал; 2) бир учбурчакнинг икки бурчаги иккинчисининг икки бурчагига тенг; 3) бир учбурчакнинг икки томони иккинчисининг икки томонига пропорционал, бу томонлар орасидаги бурчаклар тенг. Ўхшаш учбурчакларда ҳар қандай мос чизиқли элементлар (баландликлар, медианалар, биссектрисалар, ташқи чизилган ва ички чизилган айланалар радиуслари ва ҳоказо) мос томонларга пропорционал бўлади.

Бир фигуранинг A ва B нуқталари орасидаги масофанинг бошқа фигуранинг мос A' ва B' нуқталари орасидаги масофага нисбати доимий $k \neq 0$ сонга тенг бўлади; бу сон ўхшашлик (ёки ўхшаш алмаштириш) коэффициенти дейилади.

Ёпиқ ўхшаш фигуралар юзларининг нисбати уларнинг ўхшашлик коэффициентларининг квадрати каби, ҳажмларининг нисбати эса ўхшашлик коэффициентларининг куби каби бўлади. Агар Ф фигура Ф′ фигурага ўхшаш бўлса, бу ўхшашлик Ф ∽ Ф′ кўринишда ёзилади, бу ерда ∽ белги латинча S ҳарфининг ётқизилгани. Ў. ф. пантограф (қ.) ёрдамида чизилади.

Лат. similis — ўхшаш.

ПОДОБНЫЕ ЧЛЕНЫ МНОГОЧЛЕНА — кўпҳаднинг **ЎХШАШ ҲАДЛАРИ.** Агар кўпҳаднинг иккита

$$Ax_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_n^{\alpha_n} \text{ ва } Bx_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \ldots x_n^{\beta_n}$$

ҳади берилган бўлиб, $\alpha_i = \beta_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) бўлса, яъни иккала ҳаднинг $x_1, x_2, \ldots, x_n$ аргумент (номаълум) ларнинг ҳар бирига нисбатан даражалари бир хил бўлса, шу ҳолда ва фақат шу ҳолда бу икки ҳад ўхшаш дейилади. Бирор ҳаддаги A коэффициент нолга тенг бўлса, бундай ҳад ҳар қандай бошқа ҳадга ўхшаш деб ҳисобланади.

ПОДПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ — КЕТМА-КЕТЛИК қисми — кетма-кетлик элементлари тўпламининг кетма-кетлик тартибига мувофиқлаштириб тартибланган чексиз қисм-тўпламидир (қ. Подмножество). Қуйидаги жумла ўринлидир: агар кетма-кетлик лимитга эга бўлса, у ҳолда унинг ҳар бир қисми ҳам ўша лимитга эга бўлади.

ПОДПРОСТРАНСТВО — ҚИСМ-ФАЗО — P фазо элементларининг P' тўплами бўлиб, у ҳам P фазо маъносидаги фазодир. Масалан, метрик фазо элементларининг ҳар қандай тўпламининг ўзи метрик фазодир. Уч ўлчовли R_3 вектор фазосида ҳар қандай тўғри чизиқ ёки текислик R_3 фазонинг бир ва икки ўлчовли қисм-фазоси бўлади. Агар A оператор R қисм-фазонинг векторларини шу Қ.-ф. нинг векторларига ўтказса, у ҳолда R қисм-фазо A операторга нисбатан инвариант дейилади. Агар чизиқли оператор Қ.-ф. нинг базис векторларига таъсир қилиб, биринчи векторни иккинчига, иккинчини учинчига ўтказса ва ҳоказо, A оператор охирги базис векторни базис векторларнинг чизиқли комбинациясига ўтказса, у ҳолда бундай Қ.-ф. A операторга нисбатан циклик деб аталади. $e_1, e_2, \ldots, e_n$ базисли n ўлчовли R вектор фазосидаги v ўлчовли координат Қ.-ф. деб R даги $e_{k_1}, e_{k_2}, \ldots, e_{k_v}$ ($v<n$) базисли ҳар қандай Қ.-ф. ни тушунилади. Қ. Векторное пространство, Гильбертово пространство, Линейное пространство, Метрическое пространство.

Адаб.: А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1962; Ф. Р. Гантмахер Теория матриц. Гостехиздат, М., 1953; В. И. Смирнов, Курс высшей математики, т. 3, Физматгиз, М., 1961.

ПОДСТАНОВКА n-й степени — n-даражали **ЎРНИГА ҚЎЙИШ** — n символдан иборат (одатда, дастлабки $1, 2, 3, \ldots, n$ натурал сонлар олинади) бўлган тўпламнинг ўзига ўзаро бир қийматли акслантиши. n-даражали ҳамма ўрнига қўйишларнинг умумий сони $n!$ га тенг. Ўрнига қўйишларнинг кўпайтириш операциясига нисбатан барча ўрнига қўйишлар тўплами симметрик группа (қ.) ташкил этади. Мисол. 5-даражали ўрнига қўйиш:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

ПОДХОДЯЩАЯ ДРОБЬ — МУНОСИБ КАСР (қ. Непрерывная дробь).

ПОЗИЦИОННАЯ СИСТЕМА счисления — **ПОЗИЦИОН САНОҚ СИСТЕМАСИ** — рақамлар қийматининг позицион принципига, яъни айни бир рақам сонда тутган ўрнига қараб ҳар хил сон қийматлар қабул қилишига асосланган саноқ системаси (қ. Счисление). Умум томонидан қабул этилган ҳозирги ўнли система, машина математикасида ишлатиладиган иккилик система, саккизлик ва олтмишлик саноқ системалари П. с. с. га киради.

Тарихан биринчи пайдо бўлган П. с. с. қадимги вавилонликларнинг эрамиздан 2000 йил олдин пайдо бўлган олтмишлик системаси эди. Бу системада асос қилиб 60 сони олинган, лекин унда позицион принцип ҳали бутунлай изчил амалга оширилган эмас эди—нолни кўрсатадиган символ йўқ эди, шунинг учун позицион ёзув абсолют характерига эга бўлолмаган. Бу системанинг қолдиқлари ҳозирги кунга қадар сақланиб қолган; соат 60 минутга, минут эса 60 секундга бўлинади; айлана 360 қисмга—градусларга бўлинади.

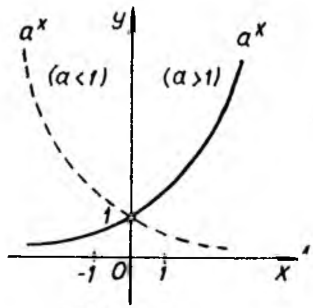
П. с. с. янги эранинг бошларида майя қабиласида ва VIII — IX асрларда Ҳиндистонда бир-биридан мустақил равишда пайдо бўлди. Ҳозирги ўнли саноқ системасининг асоси ҳинд системаси бўлган; ҳинд системасининг асоси 10 бўлган ва унда нолни белгилайдиган символ бўлган. Позицион принцип Ҳиндистондан бошқа мамлакатларга тарқалган. Рақамларнинг шакли ва белгилашнинг позицион усули Европа халқларига Испаниядан ўтган, Испанияга эса яқин Осиёнинг мавритан давлатлари орқали ўтиб келган.

Ҳинд нумерацияси рус босмахонасида 1638 йилда нашр қилган китобда биринчи марта учрайди. 1647 йили Москвада «Учение и хитрость ратного строения пехотных людей» китоби нашр этилган, бунда ҳамма рақамлар ҳинд рақамлари бўлган. Магницкийнинг машҳур «Арифметикасида» текстдаги ҳамма ҳисоблар ҳинд сонлари билан бажарилган.

Адаб.: Энц. элем. мат., т. I, Гостехиздат, М., 1951.

ПОКАЗАТЕЛЬ СТЕПЕНИ — ДАРАЖА КЎРСАТКИЧИ. қ. Степень.

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ — КЎРСАТКИЧЛИ ФУНКЦИЯ — $y = a^x$ кўринишидаги (215- расм) функция, $-\infty < x < \infty$, $0 < y < \infty$ (a — бирдан фарқ қилувчи мусбат сон). $a > 1$ бўлганда К. ф. монотон равишда ўсади, $a < 1$ бўлганда монотон камаяди. К. ф. нинг ўзи узлуксиз ва ҳар қандай тартибли узлуксиз ҳосилаларга эга:



215- расм.

$$y' = a^x \ln a;\quad y'' = a^x (\ln a)^2,\ \ldots,\ y^{(n)} = a^x (\ln a)^n.$$

К. ф. нинг муҳим хусусий ҳоли $y = e^x$, бу ерда e — натурал логарифмлар асоси. Агар $f(x) = a^x$ бўлса, у ҳолда ҳар қандай ҳақиқий x ва y сонлар учун қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$f(x + y) = f(x) \cdot f(y) \qquad (*)$$

(функционал хосса). К. ф. мана шу хоссаси ва узлуксизлиги билан жуда бир қийматли аниқланар экан. Бошқача қилиб айтганда, бутун $(-\infty, +\infty)$ интервалда аниқланган ва узлуксиз ҳамда бу интервалда (*) шартни қаноатлантирувчи яккаю-ягона функция К. ф. дир. (*) функционал тенгламанинг ечимлари $f(x) = a^x$ формула билан узлуксиз функциялар орқали ифодаланади. $y = e^x$ К. ф. текис ва абсолют яқинлашувчи қатор билан тасвирланади:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

Агар бу қаторда x ҳақиқий ўзгарувчи $z = x + iy$ комплекс ўзгарувчи билан алмаштирилса, у ҳолда яқинлашувчи $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ қатор ҳосил бўлади. Бу қаторнинг йиғиндиси, таърифга кўра, ҳар қандай комплекс z учун e^z К. ф. нинг қиймати деб қабул қилинади. e^z функция ҳам ўзининг ҳамма ҳосилалари билан бирга узлуксиз ва (*) шартни қаноатлантиради. Кўрсаткич соф мавҳум бўлганда Эйлер формуласига эга бўламиз:

$$e^{+iy} = \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n y^{2n}}{(2n)!}\right) + i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} y^{2n+1}}{(2n+1)!} = \cos y + i \sin y.$$

Масалан:

$$e^{\frac{\pi}{2} i} = i, \quad e^{i\pi} = -1, \quad e^{2\pi i} = 1, \quad e^{z+2\pi i} = e^z \cdot e^{2\pi i} = e^z,$$

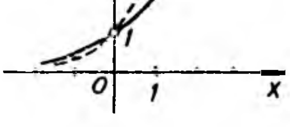
яъни К. ф. даври соф мавҳум $2\pi i$ ($2\pi i \cdot k$, $k = \pm 1, 2, 3, \ldots, n$) бўлган даврий функция экан; унинг бошқа даврлари йўқ. К. ф. гиперболик функцияларга қуйидаги муносабатлар билан боғланган:

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц. Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, I, II т., Т., 1956.

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ — КЎРСАТКИЧЛИ ТЕНГЛАМАЛАР — номаълум миқдор даражанинг кўрсаткичида турадиган тенгламалар. Масалан, $2^x = 4$, $2^x = x^2$. Мактабда К. т. фақат ҳақиқий сонлар соҳасида қаралади. К. т. тенгламанинг иккала томонини логарифмлаш, ўзгарувчиларни алмаштириш (янги ўзгарувчилар киритиш ёки ўрнига қўйиш), тенг асослар даражаларини тенглаштириш, график усул ва бошқа тақрибий усуллар билан ечилади.

Мисоллар: 1) $2^x = 3^x$, $x \lg 2 = x \lg 3$, $x(\lg 3 - \lg 2) = 0$, бундан $x = 0$. Бундай ҳам ечиш мумкин: $\frac{2^x}{3^x} = \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$, бундан $x = 0$. Бу тенгламанинг ечими графикдан ҳам осон кўринади: $y = 2^x$ ва $y = 3^x$ функцияларнинг (216- расм) графиклари $M(0, 1)$ нуқтада кесишади; шунинг учун тенгламанинг илдизи $x = 0$; 2) $9^x + 15^x = 25^x$. Бу тенгламани ечиш учун унинг иккала томонини тенгламада қатнашувчи ҳар қандай даражага бўлиш керак, бундан сўнг у квадрат тенгламага келтирилади; 3) $2^x = -3$ — бу тенгламанинг ечимлари йўқ, чунки чап томони мусбат функция, ўнг томони эса манфийдир.



216- расм.

К. т. трансцендент тенгламаларнинг (қ. Трансцендентное уравнение) хусусий ҳолларидир.

ПОКРЫТИЕ МНОЖЕСТВА — ТЎПЛАМНИНГ ҚОПЛАМАСИ — шундай нуқтавий тўпламларнинг тўпламидирки, мазкур тўпламнинг ҳар бир нуқтаси қопламанинг камида битта қисм-тўпламига қарашли бўлади. Агар қопламанинг тўпламлари очиқ тўпламлар (қ. Открытое множество) бўлса, у ҳолда тўпламнинг қопламаси ҳам очиқ деб аталади. Дифференциал ҳисобнинг муҳим даъволаридан бири Гейне — Борель леммасидир (қ.). Т. қ. тўплам ўлчамининг баъзи таърифларида қатнашади.

ПОЛЕ — МАЙДОН — бирликка эга бўлган коммутатив, ассоциатив P ҳалқа (қ. Кольцо), лекин бу ҳолда у фақат битта 0 дан иборат бўлмаслиги ва унда бўлиш амалини 0 га бўлишдан бошқа ҳамма ҳолларда бир қийматли бажариш мумкин бўлиши керак. Бошқача қилиб айтганда, P дан олинган ҳар қандай икки a ва b элемент ($b \neq 0$) учун P да шундай ягона q элемент мавжудки, у $bq = a$ тенгликни қаноатлантиради. q элемент a ва b элементларнинг бўлинмаси деб аталади ва $q = \frac{a}{b}$ символи билан белгиланади.

Агар сонли ҳалқа ҳар қандай икки соннинг бўлинмасига эга бўлса, сонли ҳалқа сонли М. деб аталади. Рационал сонлар М., ҳақиқий сонлар М., комплекс сонлар майдони мавжуддир, лекин бутун сонлар ҳалқаси М. эмас, чунки икки бутун соннинг бўлинмаси бутун бўлмаслиги ҳам мумкин. Ҳар қандай сонли М. рационал сонлар М. ни ўз ичига олади. Сонли М. га мисол қилиб ҳар қандай a ва b рационал сонлар бўлганда $a + b\sqrt{2}$ кўринишидаги сонлар системасини олиш мумкин. Дарҳақиқат,

$$\frac{a+b\sqrt{2}}{c+d\sqrt{2}} = \frac{(a+b\sqrt{2})(c-d\sqrt{2})}{(c+d\sqrt{2})(c-d\sqrt{2})} = \frac{ac-2bd}{c^2-2d^2} + \frac{bc-ad}{c^2-2d^2}\sqrt{2}$$

бўлинма $a + b\sqrt{2}$ кўринишидаги сондир. Бунда $c + d\sqrt{2}$ бинобарин, $c - d\sqrt{2}$ ҳам, 0 дан фарқли деб фараз қилинган. Ҳақиқий ўзгарувчининг барча рационал функциялари тўплами ҳам М. дир. Коэффициентлари бирор сонли М. дан олинган кўпҳадлар ҳалқаси М. эмас, чунки кўпҳадлар қолдиқсиз бўлинмаслиги мумкин. Ҳар қандай М. да ҳар қандай тенгликни нолдан фарқли умумий кўпайтувчига қисқартириш мумкин. Агар P майдоннинг барча бутун, каррали бирликлари P майдоннинг ҳар хил элементлари бўлса (яъни $k \neq l$ бўлганда $k \cdot 1 \neq l \cdot 1$ бўлса), М. нинг характеристикаси 0 дейилади. Барча сонли М. лар шундай майдонлардир. Агар $l \neq k$ бўлганда $l \cdot 1 = k \cdot 1$ бўлиб қолса, у ҳолда $(l - k) \cdot 1 = 0$, яъни P майдонда бирликнинг нолга тенг бўлган мусбат карралиси мавжуд бўлади. Унга P ни чекли характеристикали М. дейилади. Ҳар қандай М. учун бу икки ҳолдан биттаси ўринли бўлиши мумкин: 1) ҳар қандай $a \neq 0$ элемент ва ҳар қандай $n \neq 0$ бутун сон учун na карралиси ҳам P га киради ва нолдан фарқли; 2) ҳар қандай элемент учун $pa = 0$ ни қаноатлантирадиган яккаю-ягона туб сон мавжуд. Агар ҳар қандай $a \neq 0$ элемент ва ҳар қандай $n \neq 0$ бутун сон учун $na \neq 0$ бўлса, М. нинг характеристикаси деб 0 сони олинади, акс ҳолда ҳар қандай a элемент учун $pa = 0$ бўлса, М. нинг характеристикаси деб p туб сон олинади.

Агар P майдоннинг M тўплами P да берилган қўшиш ва кўпайтириш операцияларининг ўша таърифларида ўзи М. бўлса, у ҳолда M тўплам P майдоннинг қисм-майдони дейилади. У ҳолда P — майдон усти ёки M тўпламнинг кенгайтирилгани дейилади. Рационал сонлар майдони ҳақиқий сонлар М. нинг қисм-майдонидир, комплекс сонлар М. эса ҳақиқий сонлар М. нинг кенгайтирилганидир. Агар P майдоннинг P' майдонга бир қийматли ўзаро аксланиши мавжуд бўлиб, бу аксланишда R нинг ҳар қандай элементларининг йиғинди ва кўпайтмасига R' нинг тегишли элементларининг йиғинди ва кўпайтмаси мос келса, P майдон P' майдонга изоморф бўлади.

Адаб.: А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1962; Л. Я., Окунев Курс высшей алгебры, Учпедгиз, М., 1958. Энц. элем. мат., т. I, II, Гостехиздат, М., 1951.

ПОЛЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ — АЛГЕБРАИК СОНЛАР МАЙДОНИ — барча алгебраик сонлар тўплами (қ. Алгебраическое число). А. с. м. алгебраик ёпиқ майдондир (қ. Алгебраически замкнутое поле). Бу хоссалар симметрик функциялар (қ.) тўғрисидаги асосий теорема воситасида жуда осон исбот қилинади.

ПОЛЕ ВЕКТОРНОЕ — ВЕКТОРЛАР МАЙДОНИ — фазонинг ҳар бир нуқтасига вектор қўйилган соҳасидир. В. м. кўпинча физика масалалари муносабати билан ўрганилади: гравитацион майдон, электр кучлангаилик майдони ва бошқалар. Математикада В. м. одатда дифференциал тенгламалар системаси орқали берилади. Системанинг интеграл эгри чизиқлари майдон чизиқларини ҳосил қилади, бу чизиқлар ҳар бир нуқтада ўша нуқта билан боғланган векторга уринади.

Векторлар майдонининг муҳим характеристикалари векторлар майдонининг дивергенцияси (қ.) ва уюрмасидир. Агар фазо нуқтасининг шундай $f(P)$ функцияси мавжуд бўлсаки, майдоннинг ихтиёрий P нуқтадаги вектори $\operatorname{grad} f$ га тенг бўлса (қ. Поля теория), В. м. потенциал майдон деб аталади.

Агар В. м. нинг дивергенцияси нолга тенг бўлса, В. м. соленоидал майдон дейилади. Агар майдон соленоидал ва потенциал майдон бўлса, уни Лаплас майдони дейилади.

Сиртдаги В. м. фазодаги В. м. каби таърифланади, лекин бунда векторлар сирт нуқталарида олиниши писанда қилиб қўйилади.

ПОЛЕ НАПРАВЛЕНИЙ (или поле псевдовекторов) — **ЙЎНАЛИШЛАР МАЙДОНИ** (ёки псевдовекторлар майдони) — фазо ёки сиртнинг ҳар бир нуқтаси билан маълум йўналиш боғлиқ бўлган соҳаси. Ҳар қандай векторлар майдонини Й. м. деб қараш мумкин.

ПОЛЕ СКАЛЯРНОЕ — СКАЛЯР МАЙДОН — фазо соҳасидаги ёки сиртдаги $U(P)$ функция (масалан, фазонинг ҳар бир нуқтасидаги температура, денгиз юзидан ҳисобланган баландлик ва бошқалар). С. м. даража сиртлари, яъни $U(P) = C$ тенгламали сиртлар ёрдами билан тасвирланади. Ҳар бир С. м. га унинг градиентининг (қ.) вектор майдони боғланган бўлиб, унинг ҳар бир вектори даража сиртига уларнинг умумий нуқтасида перпендикулярдир (қ. Поля теории). Агар даража сиртлари концентрик сфера ёки концентрик цилиндрлар бўлса, у ҳолда майдон ҳам мос равишда концентрик ёки цилиндрик майдон деб аталади.

ОЛИВЕКТОР — ПОЛИВЕКТОР — ҳамма индекслари бўйича ковариант ёки контравариант тензор (қ. Кососимметрический тензор). Индекслари сони 2, 3, ... бўлганда П. мос равишда бивектор, тривектор деб аталади ва ҳоказо. n ўлчовли фазода валентлиги k бўлган П. (қ. Тензор) $k > n$ бўлганда айнан нолдир. Жисмнинг фазода айланиш бурчак тезлиги бивекторга мисол бўла олади. П. лар назарияси дифференциал геометриянинг кўп бобларида қўлланилади.

ПОЛИГАРМОНИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — ПОЛИГАРМОНИК ФУНКЦИЯ — шундай $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциядирки, унга Лаплас оператори (қ.) m марта татбиқ этилса функция нолга ўтади. f нинг П. ф. бўлишининг зарурий ва кифоявий шарти f функцияни қуйидаги кўринишда тасвир этишдир:

$$f = \varphi_0 + r^2\varphi_1 + r^4\varphi_2 + \ldots + r^{2m-2}\varphi_{m-1},$$

бу ерда $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}$; $\varphi_0, \varphi_1, \ldots \varphi_{m-1}$ — гармоник функциялар. П. ф. ни топиш масаласи эластиклик назариясининг муҳим масаласидир.

Адаб.: С. Л. Соболев, Некоторые применения функционального анализа в математической физике, изд. Сибирского отд. АН СССР, Новосибирск, 1962.

ПОЛИЛИНЕЙНАЯ ФОРМА — ПОЛИЧИЗИҚЛИ ФОРМА — n вектор аргументнинг ҳар бири бўйича чизиқли бўлган функция, масалан n та векторга тортилган параллелоэдрнинг ҳажми (ишорали ҳажм!). Дифференциал геометрия, Ли группалари назарияси ва топологиянинг кўп масалаларида қийшиқ симметрияли поличизиқли формалар жуда муҳим объект сифатида ўрганилади.

ПОЛИИНТЕРВАЛ в n-мерном пространстве — n ўлчовли фазодаги **ПОЛИИНТЕРВАЛ** — координаталари $|x_1 - x_1^0| < \delta_1, \ldots, |x_n - x_n^0| < \delta_n$ тенгсизликларни қаноатлантирадиган $M(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нуқталар тўплами, бу ерда барча $\delta_i > 0$. $M(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ нуқта П. нинг маркази деб аталади. П. n ўлчовли фазодаги M_0 нуқта атрофининг (қ. Окрестность точки) кўринишларидан биридир. Текисликдаги П. ($n = 2$) координата ўқларига параллел томонлари $2\delta_1$, $2\delta_2$ ва маркази $M^0(x^0, y^0)$ бўлган тўғри тўртбурчакнинг ички қисмидир. Фазодаги П. ($n = 3$) тўғри бурчакли параллелепипеднинг ички қисмидир. П. интервал (қ.) тушунчасининг $n > 1$ ҳол учун умумлаштирилишидир. П. баъзан n ўлчовли фазонинг очиқ параллелепипеди деб ҳам аталади.

ПОЛИНОМ — ПОЛИНОМ — кўпҳаднинг ўзи (қ. Многочлен). Бу термин ҳозирги вақтда кўпҳад терминидан анча кам қўлланилади.

Қ. Целая рациональная функция, Бином.

Грек. πολν кўп ва νομος — соҳа, қисм, ҳад.

ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ТЕОРЕМА — ПОЛИНОМИАЛ ТЕОРЕМА — Ньютон биноми формуласини k та қўшилувчи ($k \geqslant 2$) йиғиндисини манфий бўлмаган бутун даражага кўтаришга оид ҳол учун умумлаштириш:

$$\left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_k=n} A^{(n)}_{\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_k} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_k^{\alpha_k},$$

ўнг томонда йиғинди манфий бўлмаган ҳар қандай бутун $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$ сонлар (ҳаммасининг йиғиндиси n бўлган) бўйича олинади. $A^{(n)}_{\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_k}$ коэффициентлар полиномиал коэффициентлар деб аталади ва қуйидагича ифодаланади:

$$A^{(n)}_{\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_k} = \frac{(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_k)!}{\alpha_1!\,\alpha_2!\ldots\alpha_n!} = \frac{n!}{\prod\limits_{i=1}^{n}(\alpha_i!)}.$$

$k=2$ бўлганда полиномиал коэффициентлар биномиал коэффициентлар (қ.) бўлиб қолади.

ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ — ПОЛИНОМИАЛ КОЭФФИЦИЕНТЛАР. Қ. Полиномиальная теорема.

ПОЛИЭДР — ПОЛИЭДР — n ўлчовли фазодаги кўпёқнинг худди ўзи (қ. Многогранник).

Грек. πολν — кўп, εδρα — ёқ, асос.

ПОЛНАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — ТЎЛИҚ АНАЛИТИК ФУНКЦИЯ (Вейерштрасс маъносида) — $f(z)$ функциянинг ихтиёрий бир элементини турли аналитик давом эттириш натижасида ҳосил қилинган (эҳтимол, кўп қийматли) $f(z)$ функция. Қ. Аналитическое продолжение.

ПОЛНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ — ТЎЛИҚ ЭҲТИМОЛ. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ қуйидаги икки хоссага эга бўлган воқеалар бўлсин: 1) ҳеч қандай икки воқеа бир вақтда юз беролмайди (келишмайдиган воқеалар); 2) тасодифий синов натижаси ҳар қандай бўлганда ҳам $A_1, A_2, \ldots, A_n$ воқеалардан биттаси юз беради. Бу ҳолда ҳар қандай B воқеанинг $P(B)$ эҳтимоли бу ерда Т. э. деб аталади ва қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)P(A_i),$$

бу ерда $P(B/A_i)$ — B воқеанинг A_i шартдаги шартли эҳтимоли (қ. Условная вероятность), $P(A_i)$ — A_i воқеанинг эҳтимоли. Масалан, B воқеа ишлаб чиқаришда брак чиққанини билдирсин, $n=2$ ва A_1 воқеа технология бузилмаганини билдирсин (бу ҳолда брак тасодифий сабаблар туфайли юз берган), A_2 воқеа эса технология бузилганини билдирсин. Агар $P(B/A_1) = 0{,}01$, $P(B/A_2) = 0{,}99$, $P(A_1) = 0{,}9$, $P(A_2) = 0{,}1$ бўлса, у ҳолда Т. э. $P(B)$ қуйидагига тенг бўлади:

$$P(B) = 0{,}01\cdot 0{,}9 + 0{,}99\cdot 0{,}1 = 0{,}108.$$

ПОЛНАЯ КРИВИЗНА ПОВЕРХНОСТИ — сиртнинг ўзидаги бирор нуқтаси атрофидаги **ТЎЛИҚ ЭГРИЛИГИ** — бош эгриликлар (қ. Главные кривизны) кўпайтмасига тенг бўлган сондир. Текисликнинг ва ёйилувчи тўғри чизиқли сиртнинг Т. э. 0 га тенг, радиуси R бўлган сферанинки $\frac{1}{R^2}$ га тенг. Сиртни букланганда, яъни уни чизиқлар узунлиги ўзгармайдиган қилиб ўзгартирганда унинг

Т. э. ўзгармайди. Т. э. Гаусс эгрилиги деб ҳам аталади. қ. Теория поверхностей.

ПОЛНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ — ТЎЛИҚ ҲОСИЛА — t ўзгарувчига бевосита ва $x_1 = x_1(t), \ldots, x_n = x_n(t)$ аргументлар орқали боғлиқ бўлган $y = f(t, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциядан t ўзгарувчи бўйича олинган ҳосила. Т. ҳ. бу формула билан ифодаланади:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_k} \frac{dx_k}{dt},$$

бу ерда $\frac{\partial f}{\partial t}$, $\frac{\partial f}{\partial x_k}$ хусусий ҳосилалар (қ. Частная производная, Производная).

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, 1-т, Т., 1951.

ПОЛНАЯ СИСТЕМА АКСИОМ — АКСИОМАЛАРНИНГ ТЎЛИҚ СИСТЕМАСИ — зид бўлмаган аксиомаларнинг шундай системасидирки, унинг ҳар қандай иккита интерпретацияси изоморфдир. А. т. с. бирор назария яратиш учун етарлидир. Масалан, Евклид геометриясининг, Лобачевский геометриясининг, проектив геометриянинг аксиомалари системаси А. т. с. Лекин группалар назариясининг (қ. Группа) аксиомалари системаси тўлиқ система бўлолмайди, чунки изоморф бўлмаган группалар мавжуд.

ПОЛНАЯ СИСТЕМА ВЫЧЕТОВ по модулю m — m модул бўйича олинган **ЧЕГИРМАЛАРНИНГ ТЎЛИҚ СИСТЕМАСИ** — бутун сонларнинг m модул бўйича олинган сонлар синфининг ҳар биридан биттадан сони бўлган ихтиёрий тўпламидир (агар $a - b$ сон m га бўлинса, иккита a ва b бутун сон m модул бўйича бир синфга тегишли бўлади). m модул бўйича ҳар хил синфларга тегишли ҳар қандай m та сон Ч. т. с. ини ҳосил қилади. Ч. т. с. сифатида манфий бўлмаган энг кичик чегирмаларнинг $0, 1, 2, \ldots m-1$ системаси қўлланилиши мумкин (қ. Вычеты).

ПОЛНАЯ СИСТЕМА ФУНКЦИЙ — ФУНКЦИЯЛАРНИНГ ТЎЛИҚ СИСТЕМАСИ. Функцияларнинг бирор чизиқли L фазосидаги тўлиқ системаси — функцияларнинг шундай $\{\varphi(x)\}$ системасидирки, L фазода скаляр кўпайтмага берилган таъриф маъносида L да олинанинг барча функцияларига ортогонал бўлган функция мавжуд бўлмайди (қ. Ортогональные функции). Агар L да функцияларнинг ортонормалланган (қ. Ортонормированная система) тўлиқ системаси мавжуд бўлса, у ҳолда L даги ҳар қандай функцияни шу системанинг функциялари бўйича қаторга ёйиш мумкин.

Мисол: $n = 1, 2, \ldots$, $\{1, \sin nx, \cos nx\}$ система — $[-\pi, \pi]$ да узлуксиз дифференциалланувчи функциялар фазосида

$$(f, g) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, g(x)\, dx$$

скаляр кўпайтмага нисбатан ортонормалланган Ф. т. с. Бир фазода тўлиқ бўлган функциялар системаси бошқа фазода тўлиқ бўлмаслиги мумкин.

ПОЛНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ (полная вариация) функции одного переменного — бир ўзгарувчили функциянинг **ТЎЛИҚ ЎЗГАРИШИ** (тўлиқ вариацияси) — $[a, b]$ кесмани турли хил қилиб бўлишга, яъни $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ га оид $\sum_{i=1}^{n} |f(x_i) - f(x_{i-1})|$ йиғиндиларнинг аниқ юқори чегараси. Чекли Т. ў. га эга бўлган функциялар чекли вариацияли функциялар деб аталади. Буларнинг қатор ажойиб хоссалари бор. Масалан, чекли вариацияли ҳар бир функция чегараланган камаймовчи икки мусбат функциянинг айирмасидан иборат бўлади.

Кўп аргументли функциянинг Т. ў. ҳам шундай ўрганилади, лекин унинг таърифи мураккаброқдир.

ПОЛНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ фигуры — фигуранинг **ТЎЛИҚ ТАСВИРИ** — шундай тасвирки, бунда унинг аслининг позицион хоссалари аниқланади.

Т. т. да асл нусхадаги ҳар қандай инциденция тасвирда ҳам шундай аниқланади, яъни нуқталар, тўғри чизиқлар ва текисликлар тўпламининг иккита элементининг ҳар қандай инциденцияси Т. т. да бир қийматли аниқланади. Лекин Т. т. аслиинг метрик хоссаларини аниқламайди. Чизма метрик жиҳатдан ҳам тўлиқ бўлиши учун, унга аслни аниқловчи шартлар қўшиш керак. Масалан, бирор параллелограмм аслида квадрат ёки ромб экани, чизмада тасвирланган пирамида аслида мунтазам тетраэдр экани масала шартидан маълум бўлиши мумкин ва ҳоказо.

Адаб.: Н. Ф. Четверухин, Чертежи пространственных фигур в курсе геометрии, Учпедгиз. М., 1946.

ПОЛНОЕ ПРИРАЩЕНИЕ функции — $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг **ТЎЛИҚ ОРТТИРМАСИ** — $f(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2, \ldots, x_n+\Delta x_n)$ билан $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нинг айирмаси. Агар $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нинг узлуксиз хусусий ҳосилалари бўлса, у ҳолда Т. о. тўлиқ дифференциал (қ. Полный дифференциал) билан

$$\sqrt{(\Delta x_1)^2+(\Delta x_2)^2+\ldots+(\Delta x_n)^2}$$

миқдорга нисбатан чексиз кичик бўлган миқдорнинг йиғиндисига тенг бўлади.

ПОЛНОЕ ПРОСТРАНСТВО — ТЎЛИҚ ФАЗО — ўзидаги ҳар қандай фундаментал кетма-кетлик (қ. Фундаментальная последовательность) ўша фазога қарашли лимит нуқтага эга бўлган метрик фазодир. Масалан, Евклид фазоси Т. ф., маркази ўйиб олиб ташланган доира Т. ф. эмас.

ПОЛНОТА СИСТЕМЫ АКСИОМ — АКСИОМАЛАР СИСТЕМАСИНИНГ ТЎЛИҚЛИГИ — зид бўлмаган аксиомалар системасининг асосий талабларидан (шартлари, хоссаларидан) бири (қ. Полная система аксиом). Аксиоматик система А. с. т. қуйидагича таърифланади: агар ҳар қандай аксиомалар системасининг барча интерпретациялари (реализациялари, моделлари) бир-бирига изоморф бўлса, у ҳолда бу система тўлиқ система деб аталади.

Математикада аксиомаларнинг тўлиқ бўлмаган системасига асосланган назариялар борган сари катта роль ўйнамоқда: масалан, группани аниқловчи аксиомалар системаси тўлиқ эмас, чунки изоморф бўлмаган группалар мавжуд.

ПОЛНЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ — $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ **ФУНКЦИЯНИНГ ТЎЛИҚ ДИФФЕРЕНЦИАЛИ** — $df = \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_n}\Delta x_n$ ($\Delta x_i = dx_i$, $i=1, 2, \ldots, n$) ифодадир, лекин бу ҳолда у тўлиқ орттирмадан (қ. Полное приращение) $\sqrt{(\Delta x_1)^2+(\Delta x_2)^2+\ldots+(\Delta x_n)^2}$ га нисбатан чексиз кичик бўлган миқдорча фарқ қилади. Бошқача қилиб айтганда, Т. д. функция орттирмасининг чизиқли бош қисмидир.

ПОЛНЫЙ КВАДРАТ трехчлена — учҳаднинг **ТЎЛИҚ КВАДРАТИ** — $(kx+l)^2$ кўринишида тасвирлаш мумкин бўлган ax^2+bx+c ифода. Т. к. квадрат тенглама (квадрат учҳад) илдизларининг формулаларини ўрганишда, баъзи функцияларни интеграллашда, иккинчи тартибли эгри чизиқларни ўрганишда ва шу кабиларда учрайди. Бошқа натурал соннинг квадратига тенг бўлган натурал сон ҳам Т. к. деб аталади. Т. к. яна аниқ квадрат деб ҳам аталади.

ПОЛНЫЙ ЧЕТЫРЕХВЕРШИННИК — ТЎЛИҚ ТЎРТУЧЛИК — ҳеч қандай учтаси битта тўғри чизиқда ётмайдиган тўртта нуқта (Т. т. нинг учлари) ва ҳар бир жуфт нуқталар билан аниқланувчи олтита тўғри чизиқ (Т. т. нинг томонлари) тўплами.

Агар $ABCD$ — Т. т. бўлса, унинг томонлари олтита AB, BC, CD, DA, AC ва BD тўғри чизиқ бўлади. AB ва CD, BC ва AD, AC ва BD томонлар қарама-қарши томонлар деб аталади. Қарама-қарши томонларнинг кесишиш нуқталари Т. т. нинг диагоиал нуқталари деб аталади. Диагонал нуқталарни туташтирувчи тўғри чизиқлар Т. т. нинг диагоналлари деб аталади. Т. т. нинг ҳар бир томони ва диагоналида тўртта гармоник нуқта бўлади (қ. Гармоническая четверка, қ. 40- расм).

Т. т. нинг ўзаро муносиб формаси тўлиқ тўрт томонликдир, яъни ҳеч қандай учтаси бир нуқтадан ўтмайдиган тўртта тўғри чизиқ (Т. т. нинг томонлари) ва уларнинг олтита кесишиш нуқтаси (Т. т. нинг учлари).

Тўлиқ тўртучлик тўлиқ тўртбурчак деб аталади.

ПОЛОЖИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННАЯ КВАДРАТИЧНАЯ ФОРМА — МУСБАТ АНИҚЛАНГАН КВАДРАТИК ФОРМА — $f = \sum\limits_{i,\ k=1}^{n} a_{ik} x_i x_k$ кўринишдаги ифода бўлиб, у x нинг $x_1 = \ldots = x_n = 0$ дан бошқа барча ҳақиқий қийматларида мусбат қийматлар қабул қилади, бу ерда $a_{ik} = a_{ki}$. Ўзгарувчилари ортогонал алмаштирилганда М. а. к. ф. қуйидаги кўринишга келтирилади:

$$f = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\ x'^2_i, \text{ бу ерда ҳамма } \lambda_i > 0.$$

Махсусмас чизиқли ихтиёрий алмаштириш (ҳақиқий коэффициентли) натижасида М. а. к. ф. квадратлар йиғиндисига келтирилади:

$$f = \sum_{i=1}^{n} x''^2_i.$$

Форманинг мусбат аниқланганлик аломати мавжуддир (қ. Сильвестра критерий), x нинг нолдан фарқли қийматларида $g > 0$ бўладиган

$$g = \sum a_{ik} x_i \bar{x}_k$$

кўринишдаги форма Эрмитнинг М. а. к. ф. дейилади (бу ерда $a_{ik} = \overline{a_{ki}}$, комплекс қўшма сон устига чизиқ қўйилган). Бунинг учун юқорида келтирилганларга жуда кўп ўхшайдиган теоремалар ўринлидир.

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА — МУСБАТ СОНЛАР — сонлар ўқида саноқ бошидан, яъни ноль нуқтадан ўнг томонда жойлашган ҳақиқий сонлар. Масалан: 2, 3, $\sqrt{10}$ ва ҳоказо. М. с. олдига одатда + ишора ёзилмайди. Отрицательные числа терминига ҳам қаранг.

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ ИНДЕКС — МУСБАТ ИНДЕКС. Ҳақиқий квадратик форма инерциясининг мусбат индекси — квадратик форманинг нормал кўринишидаги мусбат квадратлари сони. Инерциянинг М. и. ҳақиқий квадратик форма нинг махсусмас чизиқли алмаштиришларига нисбатан инвариантдир.

ПОЛОСА — ПОЛОСА: 1° П. — текисликнинг иккита параллел тўғри чизиғи орасида ётувчи **нуқталари тўплами**. Аналитик равишда

$$a < Ax + By < b$$

тенгсизликлар билан берилади, бу ерда a, b, A, B — ўзгармас сонлар, A ва B — иккови бир вақтда нолга тенг эмас.

2°. **Дифференциал геометрияда П.** — уч ўлчовли Евклид фазосидаги эгри чизиқ бўлиб, унинг ҳар бир нуқтасида биттаси уринма бўйича йўналган учта чизиқли эркли вектор берилган.

Адаб.: В. Бляшке, Введение в дифференциальную геометрию, ОНТИ, М., 1935.

ПОЛУГРУППА — ЯРИМ ГРУППА — бўш бўлмаган P тўплам бўлиб, унда маълум тартибда олинган ҳар қандай $X, Y \in P$ жуфт элементларга ўша тўпламнинг бу элементлар кўпайтмаси деб аталган

$$U = XY \in P$$

элементи мос келтирилган, шу билан бирга ҳар қандай $X, Y, Z \in P$ учун

$$(XY)Z = X(YZ)$$

тенглик ўринли бўлади. A ва B ҳар қандай бўлганда $XA = B$ ва $AY = B$ тенгламалар ечими мавжуд бўлишининг қўшимча шартида Я. г. группа (қ.) бўлади.

Адаб.: Е. С. Ляпин, Полугруппы, Физматгиз, М., 1960.

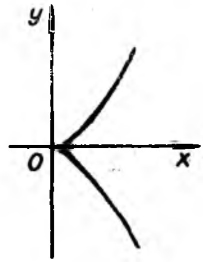
ПОЛУИНТЕРВАЛ — ЯРИМ ИНТЕРВАЛ, ёки бошқача айтганда, ярим очиқ интервал — сонли тўғри чизиқнинг

$$a \leqslant x < b \quad \text{ёки} \quad a < x \leqslant b$$

шартни қаноатлантирувчи нуқталари тўплами. Я. и. тўғри чизиқда на очиқ (қ. Открытое множество) тўплам бўлмайди, на ёпиқ тўплам бўлмайди. Я. и. ярим сегмент деб аталади.

ПОЛУКУБИЧЕСКАЯ ПАРАБОЛА — ЯРИМ КУБИК ПАРАБОЛА — бирор декарт координаталари системасида тенгламаси $y^2 = kx^3$ кўринишда бўлган текис эгри чизиқ.

Я. к. п. нинг ўткирлик нуқтаси («тумшуғи») координаталар бошида бўлади (217-расм). Ox ўқи координаталар бошида Я. к. п. га уринма бўлади. Я. к. п. парабола эмас. Я. к. п. Нейль параболаси (қ.) деб ҳам аталади.



217- расм.

ПОЛУЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ БУМАГА — ЯРИМ ЛОГАРИФМИК ҚОҒОЗ — юзига тўғри бурчакли тўр чизилган қоғоз бўлиб, координата ўқларидан бирига текис шкала ётқизилган, иккинчисига эса функционал—логарифмик шкала ётқизилган. Я. л. қ. осон тасвирланадиган функцияларнинг графикларини ясаш учун қўлланилади. Логарифмическая бумага терминига ҳам қаранг.

ПОЛУНЕПРЕРЫВНАЯ ФУНКЦИЯ — ЯРИМ УЗЛУКСИЗ ФУНКЦИЯ. 1°. x_0 нуқтада **юқоридан Я. у. ф.** қуйидаги шартга бўйсунувчи $f(x)$ функциядир: ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $\delta > 0$ топиладики, $|x - x_0| < \delta$ бўлган ҳамоно $f(x) - f(x_0) < \varepsilon$ бўлади. Узлуксиз функция юқоридан Я. у. ф. бўлади, лекин тескариси нотўғри. 2°. x_0 нуқтада **пастдан Я. у. ф.** — қуйидаги шартга бўйсунувчи $f(x)$ функциядир: ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $\delta > 0$ топиладики $|x - x_0| < \delta$ бўлган ҳамоно $f(x_0) - f(x) < \varepsilon$ бўлади. Масалан,

$$y = \begin{cases} x, & x \geqslant 0, \\ 1 - x, & x < 0 \end{cases}$$

функция $x_0 = 0$ нуқтада пастдан ярим узлуксиз. Узлуксиз функциялар тўғрисидаги теоремаларга ўхшаган қатор теоремалар Я. у. ф. учун ўринлидир. Масалан, улардан биттасини айтиб ўтамиз: пастдан Я. у. ф. мазкур кесмада минимумга эришади.

Адаб.: И. П. Натансон, Теория функций вещественной переменной, Гостехиздат, М — Л., 1950.

ПОЛУПЛОСКОСТЬ — ЯРИМ ТЕКИСЛИК — Евклид текислигини ўша текисликда ётган ҳар қандай l тўғри чизиқ икки қисмга ажратгандаги қисмлардан бири; l тўғри чизиқ иккита Я. т. лардан бирига қарашли қилиб олиниши мумкин. Агар l тўғри чизиқнинг тенгламаси $Ax + By + C = 0$ кўринишда (A ва B бир вақтда нолга тенг эмас) бўлса ва l тўғри чизиқ Я. т. лардан ҳеч бирига тегишли бўлмаса, у ҳолда шу тўғри чизиқ билан белгиланувчи битта Я. т. нинг нуқталари учун $Ax+By+C>0$ тенгсизлик, иккинчи Я. т. нинг нуқталари учун $Ax+By+C<0$ тенгсизлик ўринли бўлади. $z=x+iy$ комплекс текислик учун $y=\operatorname{Im} z>0$ юқориги Я. т. ва $y=\operatorname{Im} z<0$ пастки Я. т., $x=\operatorname{Re} z<0$ чапки Я. т. ва $x=\operatorname{Re} z>0$ ўнг Я. т. кўрилади. Комплекс текисликнинг юқориги Я. т.

$$w=e^{iv}\frac{z-\bar{\beta}}{z-\beta}$$

каср-чизиқли функция (қ. Дробно - линейная функция) ёрдамида $|w|<1$ доирага конформ равишда акслантирилади, бу ерда β — ихтиёрий ҳақиқий сон, $\operatorname{Im}\beta>0$.

ПОЛУПОЛОСА — ЯРИМ ПОЛОСА — текисликнинг шундай нуқталарининг тўпламидирки, бу нуқталарнинг тўғри бурчакли декарт координаталар системасидаги координаталари қуйидаги учта тенгсизликни қаноатлантиради:

$$y<ax+b,\quad y>ax+c,\quad y>-\frac{1}{a}x+d$$

$$\left(\text{ёки}\ \ y<-\frac{1}{a}x+d\right),\ \text{бу ерда}\ c<b$$

(очиқ Я. п.). Агар қатъий тенгсизлик ишораси ўрнига $\geqslant$, $\leqslant$ белгилар қўйилса, ёпиқ Я. п. ҳосил бўлади.

ПОЛУПРОСТРАНСТВО — ЯРИМ ФАЗО — Евклид фазосини ҳар қандай $Ax+$ $+By+Cz+D=0$ текислик (A, B, C, — бир вақтда нолга тенг эмас) билан кесганда ҳосил бўлган қисмлардан бири. Текисликнинг ўзини Я. ф. лардан бирига қарашли қилиб олиш мумкин. Бир Я. ф. нуқталарининг координаталари

$$Ax+By+Cz+D\geqslant 0$$

тенгсизликни, иккинчи Я. ф. нуқталарининг координаталари

$$Ax+By+Cz+D<0$$

тенгсизликни қаноатлантиради.

ПОЛУПРЯМАЯ — ЯРИМ ТЎҒРИ ЧИЗИҚ — Евклид тўғри чизиғини унинг ҳар қандай A нуқтаси билан бўлганда ҳосил бўлган қисмларнинг бири. A нуқтани Я. т. ч. лардан бирига қарашли қилиб олиш мумкин. Агар A нуқта Я. т. ч. га қарашли бўлса, у ҳолда Я. т. ч. берк Я. т. ч. (ёки нур) дейилади, A нуқта эса унинг учи дейилади.

ПОЛЬКЕ ТЕОРЕМА — ПОЛЬКЕ ТЕОРЕМАСИ. П. т. бундай таърифланади: бир текисликда ётувчи, умумий бир нуқтадан бир-бирларига нисбатан ихтиёрий бурчаклар ҳосил қилиб чиқувчи ва узунликлари ихтиёрий бўлган учта кесма фазовий ортогонал **i**, **j**, **k** репернинг ($|\mathbf{i}|=|\mathbf{j}|=|\mathbf{k}|$) параллел проекцияси деб қабул қилиниши мумкин.

Бу теоремани немис геометри К. Польке (1860) исботсиз таърифлаб берган, уни сўнгра немис математиги Г. Шварц умумлаштирган ва элементар исботини берган. Польке — Шварц теоремасини бундай таърифлаш мумкин: ҳар қандай махсусмас тўртбурчакни диагоналлари билан бирга ҳар қандай берилган тетраэдрга ўхшаш тетраэдрнинг параллел проекцияси деб қараш мумкин. П. т. нинг амалий аҳамияти катта (ҳар қандай тўртбурчакни унинг диагоналлари билан бирга мунтазам тетраэдрнинг тасвири деб қараш мумкин) ва у аксонометриянинг (қ.) асосий теоремаларидан биридир.

Адаб.: Е. А. Глазунов, Н. Ф. Четверухин, Аксонометрия, Гостехиздат, М., 1953; Н. М. Бескин, Основное предложение аксонометрии, сб. Вопросы современной начертательной геометрии», под ред. Н. Ф. Четверухина, Гостехиздат, М., 1947; Н. А. Глаголев, Начертательная геометрия, Гостехиздат, М., 1953.

ПОЛЮС — ҚУТБ. 1°. Координаталар қутби — қутб системасида координаталар боши.

2°. **Шар Қ. лари** — берилган катта доирага перпендикуляр диаметрнинг учлари.

3°. *p* **тўғри чизиқнинг** 2 - тартибли *k* эгри чизиққа нисбатан **қутби** *P* нуқтадир, бу нуқта учун *p* тўғри чизиқ *P* нуқтанинг *k* эгри чизиққа нисбатан поляраси (к.) бўлади.

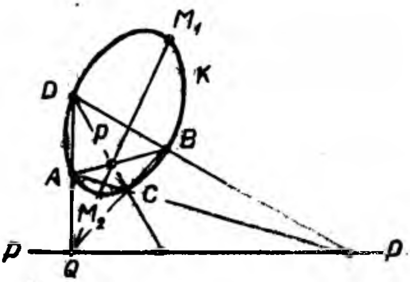
4°. **Функциянинг Қ.** — функциянинг якkaланган махсус нуқтасидир (қ. Особая точка). Функциянинг Қ. да *f* аниқланган эмас, лекин

$$\lim_{z \to z_0} f(z) = \infty$$

шарт бажарилади. Бинобарин, $\lim\limits_{z \to z_0} (1 : f(z)) = 0$, яъни $g(z) = \frac{1}{f(z)}$ функция $z = z_0$ да нолга айланади. α бирор ҳақиқий сон бўлганда $\lim\limits_{z \to z_0} [f(z) \cdot (z - z_0)^{\alpha}]$ чекли ва нолга тенг бўлмаса, у ҳолда α сон қутбнинг тартиби деб аталади.

Функциялар Қ. назарияси комплекс ўзгарувчининг аналитик функциялари учун айниқса ривожланган. Лоран қатори функциянинг Қ. ида $(z - z_0)$ нинг чекли сондаги манфий даражаларига эга. Аналитик функциянинг қутбидаги чегирмасини (қ. Вычет) ҳисоблашнинг содда усуллари бор. Масалан, $w = \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z} + \frac{1}{z-1}$ нинг икки қутби бор: $z = 0$ (унинг тартиби 2 га тенг) ва $z = 1$ (у 1- тартибли). Аналитические функции, Лорана ряд терминларига қаранг.

ПОЛЯРА — ПОЛЯРА — *P* нуқтанинг 2-тартибли *k* эгри чизиққа нисбатан поляраси — *PQ* тўғри чизиқнинг *k* эгри чизиқ билан кесишиш нуқталари бўлган M_1 ва M_2 нуқталарга нисбатан *P* билан гармоник қўшма бўлган *Q* нуқталарнинг геометрик ўрнидир (218- расм). *P* нуқтанинг 2-тартибли *k* эгри чизиққа нисбатан П. си *p* тўғри чизиқдир.



218- расм.

P нуқта ўзининг П. сига нисбатан қутб деб аталади.

Агар *P* нуқта 2-тартибли *k* эгри чизиққа қарашли бўлса, у ҳолда *P* нуқтанинг П. си эгри чизиққа шу нуқтада ўтказилган уринма билан бир хил бўлади. Агар П. эгри чизиқни Q_1 ва Q_2 нуқталарда кесиб ўтса, у ҳолда эгри чизиққа Q_1 ва Q_2 нуқталарда ўтказилган уринмалар *P* нуқтада, яъни П. нинг қутбида кесишади. Қутб ва П. ўзаролик принципига бўйсунади, яъни *P* нуқтанинг поляраси *Q* нуқтадан ўтса, у ҳолда *Q* нуқтанинг поляраси *P* нуқтадан ўтади. *P* нуқтанинг 2-тартибли *k* эгри чизиққа нисбатан П. сини тўлиқ тўрт учликнинг диагонали сифатида қараш мумкин.

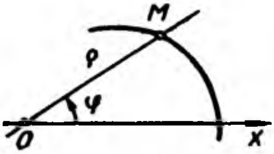
П. ва қутб тушунчалари проектив геометриянинг конструктив масалаларида катта роль ўйнайди.

Айнимаган (махсусмас) эгри чизиққа нисбатан олинган ҳар бир П. га ягона қутб мос келади ва ҳар қандай қутбга маълум бир П. мос келади. Шундай қилиб, 2-тартибли айнимаган эгри чизиқ ёрдамида проектив текисликнинг нуқталари билан тўғри чизиқлари орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатиш мумкин, бу мослик қутбий мослик деб аталади ва коррелятив алмаштиришнинг (қ. Корреляция) хусусий ҳолидир.

P нуқтанинг (қутбнинг) 2- тартибли сиртга нисбатан қутб текислиги тушунчаси П. га ўхшаш таърифланади. П. билан қутб орасидаги боғланиш қисман қадимги олимларга ҳам маълум бўлган, уни Дезарг (1639) анча ривожлантирган, айниқса Понселе ва Жергон кўп ривожлантирган. Бу боғланиш ўзаролик (қ. Двойственности принцип) принципининг кашф этилишига туртки бўлди.

Адаб.: Н. Ф. Четверукин, Проективная геометрия, учпедгиз, М., 1953.

ПОЛЯРНЫЙ ВЕКТОР — ҚУТБИЙ ВЕКТОР — одатдаги (эркин) векторга нисбатан ишлатиладиган термин, бу векторнинг ўқ вектордан (қ. Осевой вектор) фарқли эканини таъкидламоқчи бўлган ҳолларда ишлатилади.



219-расм.

ПОЛЯРНЫЕ КООРДИНАТЫ точки на плоскости — текисликдаги нуқтанинг **ҚУТБ КООРДИНАТАЛАРИ** — бу нуқтанинг қутб деб аталадиган бирор тайин O нуқтага ва қутб ўқи деб аталадиган (219-расм) бирор тайин Ox нурга нисбатан вазиятини аниқловчи икки сон. $M(\rho,\varphi)$ нуқтанинг биринчи ρ координатаси — қутб радиуси нуқтадан қутбгача бўлган масофани билдиради: $OM=\rho$; қутб бурчаги деб аталадиган иккинчи φ координата — Ox ўқни OM нур билан устма-уст тушириш учун мусбат ёки манфий йўналишда буриш керак бўладиган бурчак. φ координата M нуқтанинг амплитудаси ёки фазаси деб ҳам аталади.

Одатда ρ ва φ қуйидаги соҳаларда ўзгаради: $0 \leqslant \rho < \infty$ ва $0 \leqslant \varphi < 2\pi$, бунда текисликнинг нуқталари билан Қ. к. орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатилади (қутб бундан мустасно, унинг аниқ қутб бурчаги йўқ).

Қ. к. эгри чизиқли координаталарнинг (қ. Криволинейные координаты) кўринишларидан биридир, буларда координата чизиқларининг оилаларидан бири қутбдан чиқувчи нурлар бўлиб, координата чизиқларининг иккинчи оиласи маркази қутбда бўлган концентрик айланалардир. Қ. к. математика, физика ва астрономияда, ҳар хил спираллар, 2-тартибли эгри чизиқларни ўрганишда (қутб фокусга жойлашади, қутб ўқи эса эгри чизиқнинг симметрия ўқи бўлади) кўп қўлланилади.

ПОЛЯРНЫЙ УГОЛ — ҚУТБ БУРЧАГИ — текисликдаги нуқтанинг қутб координаталаридан бири (қ. Полярные координаты).

ПОЛЯ ТЕОРИЯ — МАЙДОН НАЗАРИЯСИ — математиканинг силлиқ скаляр, вектор, тензор майдонларини, шунингдек, геометрик объектларнинг майдонларини (қ. Поле скалярное, Поле векторное, Тензорное исчисление) ўрганадиган бўлими. М. н. физиканинг янги ғоялари таъсири остида, жумладан Эйнштейннинг нисбийлик назариясига оид ғоялари таъсири остида пайдо бўлди ва айниқса ривож топди. Скаляр майдонларни ўрганишда даража сиртлари тушунчасини (қ. Уровня поверхности) киритиш қулай. Скаляр майдоннинг функцияларидан фазовий ўзгарувчилар бўйича олинган хусусий ҳосилалар (агар улар мавжуд бўлса) скаляр майдоннинг вектор градиентини ифодалайди:

$$\operatorname{grad} u = \left\{\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}\right\}.$$

Бу вектор даража сиртларига перпендикуляр бўлиб, u функциянинг энг кўп ортиш томонига йўналган ва унинг узунлиги u дан градиент йўналишида олинган ҳосилага тенг.

Ҳар бир вектор майдонга вектор чизиқлар боғлиқ, бу чизиқлар ўзининг ҳар бир нуқтасида майдоннинг бирор векторига уринади. Масалан, электр кучланганлик майдонининг куч чизиқлари вектор чизиқлардир. Одатда вектор чизиқлар қуйидаги кўринишдаги дифференциал тенгламалар системаси орқали ифодаланади:

$$\frac{dx}{p_x} = \frac{dy}{p_y} = \frac{dz}{p_z},$$

бу ерда $\mathbf{p} = \{p_x, p_y, p_z\}$ — майдон вектори.

Вектор майдонлари махсус кўринишларининг номлари:

1) текис-параллел майдон—бу майдонда шундай йўналиш мавжудки, векторнинг ҳамма координаталаридан мана шу йўналиш бўйича олинган ҳосилалар нолга тенг; бундай майдонга алоқадор бўлган масалалар ясси масалаларга (қ. Плоские задачи) келтирилади; бундай майдоннинг вектор чизиқлари текисликдаги эгри чизиқлар бўлади;

2) марказий майдон, бу майдоннинг ҳамма векторлари бир нуқтада кесишувчи тўғри чизиқларда ётади;

3) цилиндрик майдон, бу майдоннинг векторлари бирор тайин тўғри чизиқни (қ. Прямая линия) ортогонал равишда кесиб ўтувчи тўғри чизиқларда ётади, шу билан бирга, майдон векторининг узунлиги нуқтадан ўққача бўлган масофага боғлиқ.

Вектор майдонининг берилган нуқтадаги тузилиши тўғрисида майдоннинг дивергенцияси ва ротори кўп маълумот беради. Вектор майдонини газ ҳаракатининг вақтга боғлиқ бўлмаган (стационар) тезликлари майдони деб тасаввур этиб, дивергенция ва ротор (уюрма)нинг физик маъносини англаб олиш мумкин. Газнинг бирор ҳажми Δt вақтдан кейин биринчи яқинлашишда бирор φ бурчакка бурилади ва учта ўқ бўйича сиқилади (ёки чўзилади). Айланиш бурчак тезлигининг иккилангани ω ротор, v ҳажм катталиги ўзгаришининг нисбий тезлиги дивергенциядир. Улар координаталар орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\operatorname{rot} \mathbf{p} = \left\{ \frac{\partial p_z}{\partial y} - \frac{\partial p_y}{\partial z},\ \frac{\partial p_x}{\partial z} - \frac{\partial p_z}{\partial x},\ \frac{\partial p_y}{\partial x} - \frac{\partial p_x}{\partial y} \right\},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{p} = \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{\partial p_z}{\partial z}.$$

Формал вектор бўлмиш (қ. Набла оператор)

$$\nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x},\ \frac{\partial}{\partial y},\ \frac{\partial}{\partial z} \right\}$$

оператордан фойдалансак, бу формулаларни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\operatorname{rot} \mathbf{p} = \nabla \times \mathbf{p} \quad \text{(вектор кўпайтма)},$$
$$\operatorname{div} \mathbf{p} = (\nabla \mathbf{p}) \quad \text{(скаляр кўпайтма)}.$$

Вектор майдоннинг сирт орқали оқими деб майдон вектори билан сиртга ўтказилган нормалнинг бирлик векторининг скаляр кўпайтмасидан сирт бўйича олинган интегралга айтилади. Остроградский формуласи (қ.) М. н. терминларида жуда содда ўқилади: вектор майдоннинг сирт орқали оқими вектор дивергенциясидан шу сирт билан чегараланган ҳажм бўйича олинган интегралга тенг:

$$\oint_{\Sigma} \mathbf{p}\mathbf{n}^{\circ}\, ds = \int_{v} \operatorname{div} \mathbf{p}\, dv.$$

Вектор майдоннинг берк контур бўйича олинган циркуляцияси деб вектор майдон билан контурга ўтказилган бирлик уринма векторнинг скаляр кўпайтмасидан контур бўйича олинган интегралга айтилади.

Бундай терминларда Стокс формуласи (қ.) қуйидагича ифодаланади: векторнинг берк контур бўйича олинган циркуляцияси майдон уюрмасидан мазкур контур билан чегараланган ҳар қандай сирт бўйича олинган интегралга тенг, яъни

$$\oint_{L} \mathbf{a}\, d\mathbf{r} = \int_{\Sigma} \mathbf{n}^{\circ} \operatorname{rot} \mathbf{a}\, ds.$$

Вектор майдонлар уюрмаси (ротори) ва дивергенциясига қараб потенциал майдонларга ($\operatorname{rot} \mathbf{p} = 0$), соленоидал майдонларга ($\operatorname{div} \mathbf{p} = 0$) ва Лаплас майдонларига бўлинади. Лаплас майдонлари Лаплас тенгламасига (қ.) боғлиқ, уларнинг φ потенциали (қ. Потенциальное поле) қуйидаги тенгламани қаноатлантиради:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0.$$

Адаб.: А. Я. Хинчин, Краткий курс математического анализа, Гостехиздат, М., 1955.

ПОПАРНО ПРОСТЫЕ ЧИСЛА — ЖУФТ-ЖУФТИ БИЛАН ТУБ СОНЛАР — шундай a_1, a_2, . . . , $a_k (k \geqslant 2)$ бутун сонларки, уларнинг ҳар бир a_i ва a_j жуфтлари ўзаро туб сонлардир (қ. Взаимно простые числа). Агар a_1, a_2, . . . , a_k Ж. ж. б. т. с. бўлса, улар ҳаммаси биргаликда ўзаро туб сонлар ҳамдир. Тескариси нотўғри: a_1, a_2, . . . , a_k сонлар ўзаро туб сонлар бўлиши мумкин, лекин Ж. ж. б. т. с. бўлмаслиги мумкин. Масалан, 6, 10 ва 15 сонлари — ўзаро туб сонлар, лекин улар Ж. ж. б. т. с. эмас.

ПОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УГЛЫ — ТЎЛДИРУВЧИ БУРЧАКЛАР — йиғиндиси иккита тўғри бурчакка (ёки 180°, ёки π радианга) тенг бўлган икки бурчак. Шундай қилиб, тўлдирувчи бурчаклар йиғиндиси ёйиқ бурчак (қ. Развернутый угол) бўлади.

ПОРИЗМА — ПОРИЗМА — ҳамма вақт конкретлаштирса бўладиган умумий шаклда айтилган тўғри жумла.

П. ва унга тегишли теоремаларга мисоллар: 1. П.: гиперболага ўтказилган уринмаларнинг гипербола асимптоталарида ҳосил бўлган кесмалари кўпайтмаси (координаталар бошидан ҳисоблаганда) ўзгармас миқдордир. Теорема: гиперболага ўтказилган уринмаларнинг гипербола асимптоталарида ҳосил бўлган кесмалари кўпайтмаси гипербола ярим ўқлари квадратларининг йиғиндисига тенг.

2. П.: айланага ташқаридаги нуқтадан ўтказилган бутун кесувчидан ва унинг ташқи қисмидан иборат бўлган икки кесманинг кўпайтмаси ўзгармас миқдордир. Теорема: айланага ташқаридаги нуқтадан ўтказилган бутун кесувчидан ва унинг ташқи қисмидан иборат икки кесманинг кўпайтмаси айланага ўша нуқтадан ўтказилган уринманинг квадратига тенг.

П. қадимги грек олимларидан Евклид, Папп, Проклда, шунингдек, Европа математикларида, кўпроқ француз геометри Шаль ишларида учрайди.

Грек. πορίζω — йўл очаман, топаман.

ПОРЯДОК — ТАРТИБ — кўп математик объектларнинг сонли характеристикаси:

1°. $f(x, y) = 0$ **алгебраик** [бу ерда $f(x, y)$ — x, y га нисбатан кўпҳад] **эгри чизиқнинг Т.** — $f(x, y)$ кўпҳаднинг даражаси. Масалан, $y = ax^2 + bx + c$ парабола 2- тартибли эгри чизиқдир.

2°. $f(x)$ функция x_0 **ноли** (илдизи) **нинг Т.** — шундай n сонидирки, нолдан фарқли чекли $\lim\limits_{x \to x_0}[f(x):(x - x_0)^n]$ лимит мавжуд бўлади.

3°. $f(x)$ **функция қутбининг Т.** — шундай сондирки, нолдан фарқли $\lim\limits_{x \to x_0}(x - x_0)^n f(x)$ лимит мавжуд бўлади.

4°. **Ҳосиланинг Т.** — функциянинг қанча марта дифференциалланганини кўрсатадиган сон.

5°. **Дифференциал тенгламанинг Т.** — тенгламага кирувчи ҳосилаларнинг энг катта тартиби (масалан, $y''' + x^2y' + \sin x = 0$ — 3 - тартибли тенглама).

6°. **Квадрат матрица** (ва детерминант) **Т.** — унинг йўллари ёки устунлари сони.

7°. **Чекли группанинг Т.** — унинг элементлари сони. a элементнинг Т.—шундай энг кичик n сонки, унинг учун $a^n = E$ бўлади (E — группанинг бирлик элементи).

8°. $f(z)$ **бутун функциянинг Т.** — A нинг $f(z):e^{A z}$ нисбат чекли бўладиган қийматларининг аниқ қуйи чегараси.

9°. **Амаллар Т.** — бирор амалларни бажаришдаги кетма-кетлик (тартиб).

10°. Сон (миқдор) нинг Т. Сонларни (миқдорларни) баҳолашда бирор сон n тартибида дейилса, унда бу сон $5 \cdot 10^{n-1}$ билан $5 \cdot 10^{n}$ орасида экани назарда тутилади.

ПОРЯДОК БЕСКОНЕЧНО МАЛОЙ — ЧЕКСИЗ КИЧИК МИҚДОРНИНГ ТАРТИБИ — қ. Бесконечно малая.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ — КЕТМА-КЕТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЛАШ —ҳосилаларни бирин-кетин ҳисоблаш. қ. Производные высших порядков.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ — КЕТМА-КЕТЛИК — натурал сонлар тўпламида берилган функция; одатда бундай белгиланади:

$$a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n,\ \ldots \text{ ёки } \{a_n\},\ n = 1,\ 2,\ \ldots .$$

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАСХОДЯЩАЯСЯ — УЗОҚЛАШУВЧИ КЕТМА-КЕТЛИК — сонларнинг шундай кетма-кетлигидирки, бу кетма-кетликнинг чекли лимити йўқ, яъни унинг лимити чексизлик ёки бутунлай йўқ (қ. Предел последовательности); Агар сонли $f_n(x_0)$ кетма-кетлик узоқлашса, $f_n(x)$ функционал кетма-кетлик x_0 нинг тайин қийматида узоқлашувчи бўлади дейилади.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ СХОДЯЩАЯСЯ — ЯҚИНЛАШУВЧИ КЕТМА-КЕТЛИК — чекли $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ лимитга эга бўлган сонлар кетма-кетлиги (қ. Предел последовательности). Агар $a \leqslant x \leqslant b$ кесмадан (интервал, тўпламдан) олинган ҳар бир тайин x_0 да яқинлашувчи сонли кетма-кетлик ҳосил бўлса, функцияларнинг $f_n(x)$ кетма-кетлиги $a \leqslant x \leqslant b$ кесмада (интервал, тўпламда) яқинлашувчи бўлади дейилади.

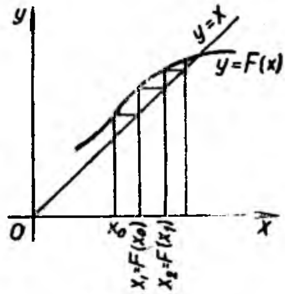
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ МЕТОД — КЕТМА-КЕТ ЯҚИНЛАШИШЛАР МЕТОДИ — математик масалаларни сонлар орқали ечиш методи. Маълум яқинлашишга қараб ундан кейинги анча аниқроқ яқинлашишдаги ечимни топишдан иборат. Айтиб ўтилган яқинлашишлар кетма-кетлиги яқинлашган ҳолдагина татбиқ этилади. Масалан,

$$f(x) = 0 \qquad (*)$$

кўринишдаги тенгламани ечиш учун унга тенг кучли бўлган

$$x = F(x) \qquad (**)$$

тенглама текширилади [бу ерда $F(x) = f(x) + x$] ва бундай кетма-кетлик тузилади: x_0 — ихтиёрий, $x_1 = F(x_0)$, $x_2 = F(x_1)$, ..., $x_n = F(x_{n-1})$, ... Агар $\{x_n\}$ кетма-кетликнинг лимити бўлса, бу лимит (**) тенгламанинг, бинобарин (*) тенгламанинг ҳам ечими бўлади. Кетма-кет яқинлашишларни тузиш процесси графикда (220-расм) яққол кўрсатилган, бу ерда эгри чизиқ — $F(x)$ функциянинг графиги, тўғри чизиқ — координат бурчакнинг биссектрисаси.



220-расм.

Агар, масалан $F(x) > x$ ва $0 < F'(x) < 1 - \varepsilon$ бўлса, бундай яқинлашишлар кетма-кетлиги албатта яқинлашади. К. к. я. м. ўзгарувчилари жуда кўп бўлган чизиқли тенгламалар системасини сонлар орқали ечишда ҳам қўлланилади. Дифференциал ва интегро-дифференциал тенгламаларнинг тақрибий ечимлари ҳам мана шу метод билан топилади. К. к. я. м. назария масалаларида ҳам қўлланилади. $y' = f(x,y)$ дифференциал тенгламанинг ечими мавжудлиги ва ягоналиги теоремаси ҳам шу метод ёрдами билан исбот қилинади. К. к. я. м. нинг қўлланилиш имконияти сиқилган аксланишлар принципи (қ. Отображения) орқали белгиланади.

ПОСТОРОННИЙ КОРЕНЬ уравнения — $f(x) = 0$ тенгламанинг **БЕГОНА ИЛДИЗИ** — берилган тенгламага тенг кучли бўлмаган, лекин уни ечишда ҳосил бўлган $f_1(x) = 0$ тенгламанинг ечимидир. Б. и. одатда иррационал, логарифмик, тригонометрик ва бошқа тенгламаларни ечишда чиқади.

Мисоллар: 1. $\sqrt{x-1} = x-7$ тенгламани ечишда унинг иккала томонини квадратга кўтариб, $x_1 = 5$, $x_2 = 10$ ларни топамиз. Агар $\sqrt{x-1}$ илдиз арифметик илдиз (қ. Арифметический корень) деб қаралса (одатда бундай илдизлар иррационал тенгламаларни ечишдагина қаралади), у ҳолда $x = 5$ илдиз шу тенглама учун Б. и. бўлади.

2. $\lg x + \lg(x-3) = \lg 4$ тенгламанинг биттагина $x = 4$ илдизи бор, лекин бу тенгламани потенцирлаб, $x(x-3) = 4$ тенглама ҳосил қиламиз, бунинг илдизлари $x_1 = -1$, $x_2 = 4$; бунда $x_2 = -1$ илдиз берилган (бошланғич) тенглама учун Б. и. бўлади.

3. $\sin x + \cos x = 1$ тенгламани ечишда унинг иккала томонини квадратга кўтариб, тегишли соддалаштиришлардан сўнг $\sin 2x = 0$ тенгламага эга бўламиз, бундан $2x = \pi n$ ёки $x = \frac{\pi}{2}n$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, лекин $n = -1$ ёки $n = 3$ бўлганда, яъни $n = 4n_1 - 1$ $(n_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ бўлганда $x = \frac{\pi}{2}n$ илдизлар берилган тенглама учун Б. и. бўлади. Шунинг учун $\sin 2x = 0$ тенгламанинг $x = \frac{\pi}{2}n$ ечимларининг тўпламидан биз $\sin x + \cos x = -1$ тенгламанинг илдизлари бўлган $x = \frac{\pi}{2}(4n-1)$ илдизларни чиқариб ташлашимиз керак. Берилган тенгламанинг илдизлари $x_1 = 2\pi n$ ва $x_2 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$. Бу ҳол геометрик жиҳатдан ҳам кўриниб турибди, чунки $\sin x + \cos x$ илдизларнинг мана шу қийматларидагина бирга тенг бўла олади, бошқа ҳолларда эса бирдан катта (учбурчак катетларининг йиғиндиси гипотенузасидан катта) ёки бирдан кичик бўлади. Бошқача айтганда, $x \neq \frac{\pi}{2}n$ учун $|\sin x| + |\cos x| > 1$.

Б. и. пайдо бўлиб қолмаслиги учун берилган тенгламани қуйидаги схема бўйича ечиш лозим; $\sin x = 1 - \cos x$, $\sin x = 2\sin^2\frac{x}{2}$ ва ҳоказо, ёки $\sin x + \sin(90° - x) = 1$, сўнгра эса чап томонини синуслар йиғиндиси формуласи бўйича кўпайтма кўринишида ифодалаш керак.

Тенгламанинг Б. и. баъзан ортиқча, яроқсиз ёки паразит (камдан-кам ҳолларда) илдизлар дейилади. Потерянные корни терминига ҳам қаранг.

ПОСТОЯННАЯ ВЕЛИЧИНА (константа) — **ЎЗГАРМАС МИҚДОР** (доимий) — мазкур процессда ўз қийматини ўзгартирмайдиган миқдор. Ў. м. x кўпинча $x = \text{const}$ шаклда белгиланади. Масалан, идеал газни Бойль—Мариотт қонунига биноан қисганда газ ҳажмининг босимига кўпайтмаси Ў. м. бўлиб қолаверади. қ. Переменная величина, Параметр.

ПОСТРОЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ — ГЕОМЕТРИК ЯСАШЛАР — ҳар хил асбоблар (бир томонлама ёки икки томонлама чизғич, циркуль, гўния ва ҳоказо) ёрдамида ясашга доир геометрик масалаларнинг ечими. Г. я. конструктив масалалар ёки конструктив геометрия деб ҳам аталади. қ. Геометрические построения.

ПОСТУЛАТ — ПОСТУЛАТ — аксиоманинг (қ.) ўзи. Евклиднинг «Асосларида» аксиомалар П. дан фарқ қилинади, лекин Евклид мантиқий фарқни кўрсатмайди, шунинг учун у баъзи жумлаларни П. қаторига, баъзи жумлаларни аксиомалар қаторига қандай аломатига қараб киргизгани аниқ эмас.

Лат. postulatum — талаб сўзи, postulo — талаб қиламан сўзидан олинган.

ПОТЕНОТА ЗАДАЧА — ПОТЕНОТ МАСАЛАСИ — қ. Задача Потенота.

ПОТЕНЦИАЛА ТЕОРИЯ — ПОТЕНЦИАЛ НАЗАРИЯСИ — математик физиканинг куч майдонлари потенциалларини ўрганадиган бўлими. Шундай қилиб, П. н.

потенциалли куч майдонларини, яъни майдон кучларининг ҳар қандай ёпиқ йўл бўйлаб бажарган иши нолга тенг бўладиган майдонларни ўрганади. Бундай майдонларга мисол қилиб тортишиш майдонларини, электростатик майдонларни кўрсатиш мумкин. Айни мана шундай майдонларда $V(P)=V(x, y, z)$ потенциал тушунчасини киритиш мумкин, бу ерда $P(x, y, z)$— фазонинг координаталари x, y, z бўлган ихтиёрий нуқтаси. $V(P)$ потенциал синов жисмини бирор тайин нуқтадан (кўпинча чексиз узоқдаги нуқтадан) P нуқтага келтириш учун зарур бўлган ишни кўрсатади. $\mathbf{a}(P)$ майдоннинг ўзи эса $V(P)$ потенциалга $\mathbf{a}(P)=\operatorname{grad} V(P)$ формула билан боғланган бўлади. Массаси m бўлган $A(a, b, c)$ нуқта ҳосил қилган тортишиш майдонининг $V(P)$ потенциали қуйидагига тенг:

$$V(P)=V(x, y, z)=\frac{\gamma\cdot m}{r}=\frac{\gamma\cdot m}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-a)^2}},$$

бу ерда γ — P нуқта бирлик массага эга бўлган ҳолдаги тортишиш доимийси. Массалари m_i бўлган чекли сондаги $A_i(a_i, b_i, c_i)$ моддий нуқталар системаси ҳосил қилган тортишиш майдонининг потенциали:

$$V(P)=V(x, y, z)=\gamma\sum_i\frac{m_i}{\sqrt{(x-a_i)^2+(y-b_i)^2+(z-c_i)^2}},$$

чунки иккита куч майдони қўшилганда уларнинг потенциаллари қўшилади. Бирор T ҳажмда $\rho(a, b, c)$ зичлик билан узлуксиз тақсимланган масса ҳосил қилган тортишиш майдонининг потенциали интеграл орқали ифодаланади:

$$V(P)=V(x, y, z)=\gamma\iiint\limits_{(T)}\frac{\rho(a, b, c)}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}}\,da\cdot db\cdot dc=$$

$$=\gamma\iiint\limits_{(T)}\frac{\rho}{r}\,dv.$$

Бу потенциал (Ньютон потенциали) ўзининг 1-тартибли хусусий ҳосилалари билан бирга бутун фазода (T ҳажмининг нуқталаридан бошқа) узлуксиз бўлади. $P(x, y, z)$ нуқта чексизликка узоқлашганда $V(x, y, z)$ потенциал нолга интилади ва $\gamma\cdot m$: $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ чексиз кичик миқдорга эквивалент бўлади, бу ерда m — бутун ҳажмнинг массаси:

$$m=\iiint\limits_{(T)}\rho(a, b, c)\,da\cdot db\cdot dc.$$

T соҳадан ташқарида $V(x, y, z)$ потенциал Лаплас тенгламасини қаноатлантиради:

$$\frac{\partial^2V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2V}{\partial z^2}=0.$$

Потенциал назарияси ривожланиб боради, жумладан П. н. нинг тортишувчи массаларни уларнинг Ньютон потенциалларига қараб аниқлашга доир тескари масалалари ҳал қилинади.

П. н. XIX асрда гравитацион ва электростатик майдонларни ўрганиш муносабати билан пайдо бўлган. П. н. нинг ривожланишида рус математиги А. М. Ляпунов ишлари катта роль ўйнади.

Адаб.: Н. М. Гюнтер, Теория потенциала и её применение к основным задачам математической физики, Гостехиздат, М., 1953; Л. Н. Сретенский, Теория ньютоновского потенциала, Гостехиздат, М.—Л., 1946.

ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ВЕКТОРНОЕ ПОЛЕ—ПОТЕНЦИАЛ ВЕКТОР МАЙДОНИ—

$$\mathbf{F} = P(x, y, z)\mathbf{i} + Q(x, y, z)\mathbf{j} + R(x, y, z)\mathbf{k}$$

вектор майдон бўлиб, унинг потенциали мавжуд, яъни градиенти **F** вектор бўлган $U(x, y, z)$ скаляр майдон мавжуд:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = P, \quad \frac{\partial U}{\partial y} = Q, \quad \frac{\partial U}{\partial z} = R.$$

Қуйидаги тўртта тенг кучли шартдан биттаси бажарилганда ва фақат шундагина бир боғламли фазовий V соҳада (қ. Пространственно—односвязная область) берилган узлуксиз дифференциалланувчи **F** майдон (яъни P, Q, R функцияларнинг хусусий ҳосилалари бу соҳада узлуксиз) П. в. м. бўлади: 1) $Pdx + Qdy + Rdz$ бирор $U(x, y, z)$ функциянинг тўлиқ дифференциали; 2) **F** вектор майдонининг уюрмаси (қ. Вихрь векторного поля) V соҳада нолга тенг; 3) **F** векторнинг V соҳа ичида ётадиган ҳар қандай ёпиқ контур бўйича олинган циркуляцияси нолга тенг; 4) $\int\limits_L Pdx + Qdy + Rdz$ чизиқли интеграл (ёки **F** векторнинг иши) V соҳада ётувчи берилган $M_1(x_1, y_1, z_1)$ ва $M_2(x_2, y_2, z_2)$ нуқталарни туташтирувчи йўлларга эмас, балки M_1 ва M_2 нуқталаргагина боғлиқ (бу интеграл бу нуқталардаги потенциаллар қийматларининг $U(x_2, y_2, z_2) - U(x_1, y_1, z_1)$ айирмасига тенг).

Мисол. Координаталар бошига жойлаштирилган моддий нуқта ҳосил қилган тортишиш кучининг $\mathbf{F} = \frac{-k}{r^3}\mathbf{r}$ майдони $O\,(0, 0, 0)$ нуқтаси чиқариб ташланган бутун (x, y, z) фазода П. в. м. бўлади. Бу ерда k — ўзгармас миқдор, $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$— ихтиёрий нуқтанинг радиус-вектори, $|\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ — нуқтадан координаталар бошигача бўлган масофа. Майдон потенциали қуйидагичадир:

$$U(x, y, z) = \frac{k}{r} = \frac{k}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}.$$

ПОТЕРЯННЫЕ КОРНИ УРАВНЕНИЯ — $f(x) = 0$ **ТЕНГЛАМАНИНГ ЙЎҚОЛГАН ИЛДИЗЛАРИ** — мана шу тенгламанинг шундай илдизларидирки, улар тенгламани ечиш ва уни тенг кучли бўлмаган $f_1(x) = 0$ тенгламага келтириш натижасида $f_1(x) = 0$ нинг илдизлари бўлмайди. Тенгламанинг иккала томонини логарифмлаганда ёки иккала томонидан жуфт даражали илдиз чиқарганда, ёки иккала томонини номаълум қатнашган ифодага бўлганда ва бошқа ҳолларда тенгламанинг илдизи йўқолади.

Мисоллар: 1. $x^2 - 4 = x - 2$ тенгламанинг $x_1 = -1$, $x_2 = 2$ илдизлари бор, лекин унинг иккала томонини $x—2$ га бўлсак, берилган тенгламага тенг кучли бўлмаган $x + 2 = 1$ тенглама ҳосил бўлади, унинг илдизи фақат битта $x = -1$ бўлади. $x = 2$ илдиз берилган тенгламанинг Й. и. Илдизларни йўқотмаслик учун мазкур тенгламани $(x - 2)(x + 1) = 0$ [ёки $x^2 - x - 2 = 0$] кўринишга келтириш, сўнгра уни ечиш керак.

2. Илдизлари $x_1 = -1$, $x_2 = 4$ бўлган $x(x - 3) = 4$ тенгламани логарифмлаб, берилган тенгламага тенг кучли бўлмаган $\lg x + \lg(x - 3) = \lg 4$ тенглама ҳосил қилинади, бунинг фақат битта $x = 4$ илдизи бор, демак, берилган тенгламани логарифмлаб, унга кирувчи функцияларнинг аниқланиш соҳасини торайтирдик ва $x = -1$ илдизни йўқотиб қўйдик. Посторонние корни терминига ҳам қаранг.

Адаб.: С. И. Новоселов, Специальный курс элементарной алгебры, «Высшая школа», М., 1958; С. И. Новоселов, Специальный курс тригонометрии, Гостехиздат, М.—Л., 1958.

ПОТЕНЦИРОВАНИЕ—ПОТЕНЦИРЛАШ — логарифмлашга тескари амал. П.— берилган логарифмига (қ.) қараб соннинг ўзини топиш. П. тушунчаси логарифмик тенгламаларни ечишда қўлланилади.

Нем. potenzieren, Potenz — даража сўзидан олинган.

ПОТОК векторного поля — вектор майдоннинг **ОҚИМИ** — майдон назариясининг (қ. Поля теория) тушунчаси. Агар $\mathbf{n}_0$ — S сиртга ўтказилган нормалнинг бирлик вектори (у S сирт бўйича узлуксиз ўзгаради деб фараз қилинади), $\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$ бўлса, у ҳолда $\mathbf{a}$ вектор майдоннинг S сирт орқали оқими ишора аниқлигида қуйидаги сирт бўйича олинган интеграл билан ифодаланади:

$$\iint_S \mathbf{a}\mathbf{n}_0 ds = \iint_S (a_x d_y d_z + a_y dzdx + a_z dxdy).$$

Суюқлик зарралари тезликларининг майдони учун В. м. о. сирт орқали вақт бирлигида оқиб ўтадиган суюқлик миқдорига тенг.

ПОЧТИ-ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — ДЕЯРЛИ ДАВРИЙ ФУНКЦИЯ — аргументларига тегишлича танлаб олинган ўзгармас сонларни қўшганда қийматлари тақрибий такрорланадиган функциялар. Аниқроқ қилиб айтганда, ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $L(\varepsilon) > 0$ топиш мумкинки, узунлиги L бўлган ҳар бир интервалда

$$|f(x+\tau) - f(x)| < \varepsilon$$

шартни қаноатлантирадиган камида битта τ топилади. Д. д. ф. га энг содда мисол—даврлари ўлчовдош бўлмаган чекли даврий функцияларнинг йиғиндиси:

$$\cos x + \cos\sqrt{2}x, \quad \sum_{k=0}^{n} a_k e^{-i\lambda_k x},$$

бу ерда λ_k — ҳақиқий сонлар. Бу тушунча группали кўпхилликка (қ. Многообразие), яъни $f(x)$ функция бирор $\mathfrak{M}$ кўпхилликда аниқланган, $x \in \mathfrak{M}$, G эса бу кўпхилликнинг ўзини ўзига алмаштиришлар группаси, $x \cdot a \in \mathfrak{M}$ (бу ерда $a \in G$) бўлган ҳолга умумлаштирилади. Д. д. ф. ни биринчи марта Г. Бор (1923) ясаган. Д. д. ф. нинг хусусий ҳоли бўлган квазидаврий функцияларни латвиялик математик П. Боль гузган. Д. д. ф. ясаш ва бу тушунчани умумлаштириш устида Н. Н. Боголюбов (1930), В. В. Степанов (1925), С. Бохнер, Г. Вейль, Б. М. Левитан ва бошқа олимлар ишлаган.

Адаб.: Г. Бор, Почти-периодические функции, немисчадан таржима, М.—Л., 1934, Б. М. Левитан, Почти-периодические функции, Гостехиздат, М., 1953.

ПОЯС ШАРОВОЙ — ШАР ҚАМАРИ қ. Шаровой пояс.

ПРАВАЯ КАСАТЕЛЬНАЯ — ЎНГ УРИНМА. қ. Односторонняя касательная.

ПРАВАЯ ПРОИЗВОДНАЯ — ЎНГ ҲОСИЛА. қ. Односторонняя производная.

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ—ДИФФЕРЕНЦИАЛЛАШ ҚОИДАЛАРИ — ҳосила ёки дифференциалларни ҳисоблаш қоидалари, бу қоидалар дифференциаллаш формулалари билан бирга қўлланилганда ҳар қандай мураккаб элементар функцияларнинг (қ.) ҳосила ва дифференциалларини ҳисоблаб чиқариш имкониятини беради.

C — ўзгармас миқдор, u, v, w — ҳосилага эга бўлган функциялар бўлганда ҳосилалар (ёки хусусий ҳосилалар) орқали ифодаланган Д. қ. 1) $(Cu)' = Cu'$; 2) $(u + v + \ldots + w)' = u' + v' + \ldots + w'$; 3) $(uv \ldots w)' = u'v \ldots w + uv' \ldots w + \ldots + uv \ldots w'$; 4) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$; 5) Агар $y = f(u)$, $u = \varphi(x)$ бўлса, яъни $y = f[\varphi(x)]$ бўлса (бу ерда f ва φ — дифференциаланувчи функциялар), у ҳолда $y'_x = f'_u(u)\,\varphi'_x(x)$ ёки қисқача: $y'_x = y'_u u'_x$.

Дифференциаллар орқали ифодаланган Д. қ. шунга ўхшаш формулалар орқали ёзилади. Агар $z = f(u_1, u_2, \ldots, u_n)$, $u_i = \varphi_i(x, y, \ldots, t)$ бўлса, яъни

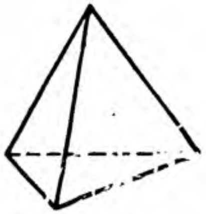
$z = f[\varphi_1(x, \ldots, t), \ldots, \varphi_m(x, \ldots, t)]$ бўлса, у ҳолда z нинг тўлиқ дифференциали қуйидаги формула билан ифодаланади.

$$dz = \frac{\partial f}{\partial u_1} du_1 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial u_n} du_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial u_i} du_i.$$

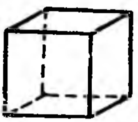
ПРАВИЛЬНАЯ ДРОБЬ — ТЎҒРИ КАСР — сурати махражидан кичик бўлган каср (қ. Дробь), масалан: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{11}$ ва ҳоказо. Т. к. га тескари бўлган сон нотўғри каср бўлади.

ПРАВИЛЬНАЯ ЧАСТЬ множества A — A тўпламнинг **ТЎҒРИ ҚИСМИ** — A тўпламнинг хусусий қисм-тўплами (қ. Собственное подмножество).

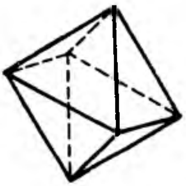
ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОГРАННИК — МУНТАЗАМ КЎПЁҚ — ҳамма ёқлари мунтазам тенг кўпбурчаклар ва ҳамма кўп ёқли бурчаклари тенг бўлган қавариқ кўпёқ. М. к. нинг ҳар бир учидан чиқувчи қирралари сони бир хилдир.



221- расм.

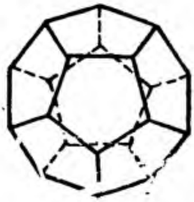


222- расм.

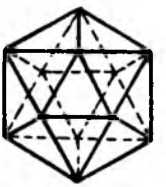


223- расм.

Евклид М. к. нинг фақат бешта тури бор эканини исбот этган: мунтазам тетраэдр (қ. Тетраэдр) (221- расм), мунтазам гексаэдр, яъни куб (қ. Гексаэдр) (222- расм), мунтазам октаэдр (қ. Октаэдр) (223- расм), мунтазам додекаэдр (қ. Додекаэдр) (224- расм), мунтазам икосаэдр (қ. Икосаэдр) (225- расм). М. к.



224- расм.



225- расм.

ларнинг ҳар бирини кубни текисликлар билан кесиш орқали ҳосил қилиш мумкин. Мунтазам тетраэдрдан бошқа ҳамма М. к. ларнинг симметрия маркази бор. Ҳар қандай М. к. га ташқи сфера ва ички сфера чизиш мумкин. Мунтазам тетраэдр ўз-ўзига муносибдир (қ. Двойственности принцип), куб мунтазам октаэдрга, мунтазам додекаэдр мунтазам икосаэдрга ўзаро муносибдир. Ўзаро муносиб М. к. ларда биттасининг учлари сони иккинчисининг ёқлари сонига тенг ва аксинча, ўзаро муносиб М. к. ларнинг қирралари сони бир хил бўлади. М. к. ёқларининг марказлари унга ўзаро муносиб бўлган М. к. нинг учлари бўлади.

М. к. учун нолинчи тур (оддий) кўпёқлар каби бўлганидек, Декарт—Эйлер формуласи (қ.) (теоремаси) ўринлидир: $B + \Gamma - P = 2$, бу ерда B — кўпёқнинг учлари сони, Γ — ёқлари сони, P — қирралари сони.

ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК — МУНТАЗАМ КЎПБУРЧАК — бир текисликда ётувчи қавариқ кўпбурчак бўлиб, унинг барча томонлари ва учларидаги барча бурчаклари тенг. Бошқача айтганда М. к. — тенг томонли ва тенг бурчакли қавариқ кўпбурчакдир. Мунтазам кўпёқлар (қ. Правильный многогранник) саноқлигина бўлгани ҳолда М. к. лар чексиз кўп бўлади, лекин уларнинг ҳаммасини ҳам циркуль ва чизғич ёрдамида ясаб бўлмайди. Масалан, мунтазам учбурчак, тўртбурчак, бешбурчак, олтибурчак, ўнбурчак, ўн бешбурчакларни циркуль ва чизғич ёрдамида ясаб бўлади, мунтазам еттибурчак, тўққизбурчак, ўнбирбурчакларни ясаб бўлмайди.

Мунтазам кўпбурчакнинг бурчаклари сони $n = 2^k p_1 p_2 \ldots p_m$ кўринишда бўлганда ва фақат шу ҳолдагина циркуль ва чизғич ёрдамида мунтазам n бурчак ясаш мумкин эканини Гаусс исбот қилган (бу ердаги p_i лар $p_i = 2^{2^k} + 1$ кўринишдаги ҳар хил туб сонлар—Ферма сонлари).

М. к. ясаш айланани (доирани) n та тенг бўлакка бўлиш ёки $z^n - 1 = 0$ тенгламани ечиш билан боғлиқдир, шунинг учун $z^n - 1 = 0$ тенглама айланани (доирани) бўлиш тенгламаси деб аталади.

Ҳар қандай М. к. га ягона ташқи айлана ва ягона ички айлана чизиш мумкин. Ҳар қандай М. к. нинг симметрия маркази бўлади. Томонларининг сони $2n$ жуфт бўлган ҳар қандай М. к. нинг $(2n + 1)$ симметрия ўқи бўлади, булардан $2n$ таси М. к. нинг текислигида ётади, биттаси эса М. к. нинг марказидан унинг текислигига перпендикуляр ўтади. Томонларининг сони $(2n + 1)$ тоқ бўлган М. к. нинг $(2n + 1)$ симметрия ўқи бўлади, бу ўқларнинг ҳаммаси М. к. нинг текислигида ётади.

Баъзан қавариқ бўлмаган (юлдузсимон) М. к. лар ўрганилади. Бундай юлдузсимон М. к. ларга мисол қилиб бешбурчакли мунтазам юлдузни олиш мумкин, унинг ҳамма томонлари тенг ва учларидаги ҳамма бурчаклари тенг.

ПРЕДЕЛОВ ТЕОРИЯ — ЛИМИТЛАР НАЗАРИЯСИ — ҳозирги замон математик анализнинг асоси бўлган назариядир. Бу назария лимитларнинг хоссаларини ўрганади ва уларнинг мавжудлик шартларини (қ. Предел) ва қоидаларини белгилаб берадики, бир қанча содда ўзгарувчи миқдорларнинг лимитини билган ҳолда бу қоидаларга қараб бу миқдорларнинг энг содда функцияларининг лимитини топиш мумкин.

Л. н. нинг асоси чексиз кичик миқдор (қ. Бесконечно малые), яъни лимити ноль бўлган миқдор тушунчасидир. Ўзгарувчи x_n миқдорнинг лимити ўзгармас a сон бўлиши учун $\alpha_n = x_n - a$ айирма чексиз кичик миқдор бўлиши зарур ва етарлидир. Агар ўзгарувчи x_n миқдор a лимитга интилса ва $a > p$ $(a < q)$ бўлса, у ҳолда унинг бирор қийматидан бошлаб олинган барча қийматлари ҳам p дан катта (q дан кичик) бўлади. Ўзгарувчи x_n миқдор бир вақтда турли хил икки лимитга интила олмайди.

Л. н. да лимитларни ҳисоблашни енгиллаштирадиган бир қатор теоремалар бор: n нинг қиймати ҳар қандай бўлганда x_n ва y_n учун $x_n \geqslant y_n$ тенгсизлик ўринли бўлса ҳамда x_n ва y_n чекли $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = b$ лимитларга эга бўлса, у ҳолда $a \geqslant b$ бўлади. Агар $x_n \leqslant y_n \leqslant z_n$ бўлиб, $\lim x_n = \lim z_n = \alpha$ лимитлар мавжуд бўлса, у ҳолда y_n нинг ҳам лимити ўша бўлади, яъни $\lim y_n = \alpha$.

x_n ўзгарувчилар устида арифметик амаллар бажариш мумкин. Агар $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ ва $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$ чекли лимитлар мавжуд бўлса $(b \neq 0)$, у ҳолда $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n \pm b_n) = a \pm b$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n b_n = ab$, $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ чекли лимитлар мавжуд бўлади.

Агар $b_n \to \infty$ ёки $b_n \to 0$ бўлса, мос равишда $\frac{a_n}{b_n} \to 0$ $(a_n \to a \neq 0)$ ва $\frac{a_n}{b_n} \to \infty$. Агар иккала кетма-кетлик бир вақтда 0 га ёки ∞ га интилса, бу ҳолда $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$ лимит мос равишда $\frac{0}{0}$ ёки $\frac{\infty}{\infty}$ кўринишидаги аниқмасликдан иборат бўлади дейишади. Бундай аниқмасликларни очишнинг, яъни $\frac{a_n}{b_n}$ нинг лимитини топишнинг турли хил усуллари бор. Уларнинг энг умумий ва қулайи Лопиталь қоидасидир (қ. Лопиталя правило).

Агар $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ бўлиб, $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \infty$ бўлса, у ҳолда $\lim\limits_{n\to\infty} a_n b_n$ лимит $0\cdot\infty$ кўринишдаги аниқмаслик дейилади. Агар $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \infty$, $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \infty$ бўлса, уларнинг айирмасининг $\lim(a_n - b_n)$ лимити $(\infty - \infty)$ кўринишдаги аниқмаслик дейилади (қ. Неопределенности).

Л. н. лимитларнинг мавжудлик критерийсини (яқинлашиш аломатини) беради. Агар a_n монотон камаймаса ($a_n \leqslant a_{n+1}$) ва юқоридан чегараланган ($a_n \leqslant M$) бўлса, у ҳолда $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ мавжуд (агар a_n юқоридан чегараланмаган бўлса, у ҳолда $n\to\infty$ да $a_n\to\infty$). Монотон ўсмайдиган кетма-кетлик учун ҳам шунга ўхшаш жумла ўринлидир. Умумий ҳолда, x_n кетма-кетлик чекли лимитга эга бўлиши учун ҳар бир $\varepsilon > 0$ сонга шундай N номер мавжуд бўлсинки, $n>N$, $n'>N$ бўлгани ҳамона $|x_n - x_{n'}| < \varepsilon$ тенгсизлик ўринли бўлиши зарур ва кифоя (Коши — Больцано теоремаси): бошқача сўз билан айтганда x_n ўзгарувчининг номерлари ошгани сари уларнинг қийматлари бир-бирига чексиз яқинлашиши керак.

Л. н. да берилган x_n кетма-кетликдан чиқариб олинган x_{n1}, x_{n2}, ..., x_{nk}, ... кетма-кетлик ҳам ўрганилади, бу ерда n_k — ортиб борувчи натурал сонларнинг бирор $n_1 < n_2 < n_3 < \ldots < n_k < n_{k+1} < \ldots$ кетма-кетлигидир. Барча натурал қийматларни кетма-кет қабул қиладиган номер n эмас, балки k дир; n_k — натурал қийматлар қабул қиладиган вариантадир, равшанки, $k\to\infty$ да $n_k\to\infty$. Бу x_{n1}, x_{n2}, ..., x_{nk}, ... кетма-кетлик кетма-кетликнинг хусусий қисми дейилади. Агар кетма-кетлик лимитга эга бўлса, кетма-кетликнинг хусусий қисми ҳам ўша лимитга эга бўлади. Ҳар қандай чегараланган кетма-кетликдан лимити чекли бўлган хусусий қисмни ҳамма вақт ажратиб олиш мумкин (Больцано — Вейерштрасс леммаси). Бу лимит бошланғич кетма-кетликнинг хусусий лимити дейилади. Ҳамма вақт энг катта хусусий лимит ($\overline{\lim}\, x_n \equiv \lim\sup x_n$) ва энг кичик хусусий лимит ($\underline{\lim}\, x_n \equiv \lim\inf x_n$) мавжуд бўлади. Агар $\overline{\lim}\, x_n = \underline{\lim}\, x_n$ бўлса, у ҳолда x_n одатдаги маънода лимитга эга бўлади. У вақтда уларнинг умумий қиймати ўша лимит бўлади.

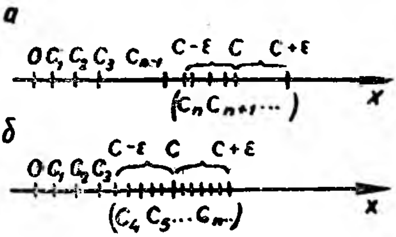
x_n ўзгарувчи миқдор (сонли кетма-кетлик) учун баён этилган барча асосий тушунчалар функциялар ҳоли учун ҳам ярайди. $x\to a$ да $f(x)\to b$ бўлиши учун лимити a сон бўлган ҳар қандай x_1, x_2, ..., x_n, ... сонлар кетма-кетлиги учун $f(x)$ функциянинг тегишли қийматларидан тузилган $f(x_1)$, $f(x_2)$, ..., $f(x_n)$, ... сонлар кетма-кетлигининг лимити b сон бўлиши зарур ва кифоя.

Қадимги грек олимлари ҳам ҳар хил фигураларнинг юзларини ҳисоблаганларида лимитга ўтиш амалини қўллаганлар, лекин уларда «лимит» термини бўлмаган. Лимитларнинг умумий назарияси XVII асрда яратила бошлади. lim белгини И. Ньютон (1686) киритган. И. Ньютон флюксиялар методи учун Л. н. ни ривожлантирган. Монотон кетма-кетликнинг лимити тушунчасини француз математиги Ж. Даламбер (1765) ва рус математиги Гурьев (1798) таърифлаб берган. Лимитларнинг ҳозирги замон назарияси яқинлашишнинг ички Больцано — Коши (1817) критерийсига асосланади. Лимитнинг ε, δ тилидаги энг замонавий таърифини немис математиги К. Вейерштрасс (1880) берган. Қ. Предел, Дедекиндово сечение.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, 1. т. Ўқувпеддавнашр, Т., 1951.

ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ — КЕТМА-КЕТЛИК ЛИМИТИ: 1°. $a \leqslant x \leqslant b$ кесмада (интервал, тўпламда) берилган **функцияларнинг** $f_1(x)$, $f_2(x)$, ..., $f_n(x)$, ... **К.-к. л.** шундай $f(x) = \lim f_n(x)$ функциядирки, унинг ҳар қандай x_0 даги $f(x_0)$ қиймати $\{f_n(x_0)\}$ сонли кетма-кетликнинг лимити бўлади; кесмада (интервалда, тўпламда) олинган ҳамма x_0 лар учун бу лимит мавжуд ва чекли бўлиши керак.

2°. **Сонлар К.-к. л.** Агар ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай N номер мавжуд бўлсаки, N дан кичик бўлмаган n да $|C_n - C| < \varepsilon$ тенгсизлик ўринли бўлса, C сон C_1, C_2, ..., C_n, ... сонлар кетма-кетлигининг лимити деб аталади. N номер ε га боғлиқ, яъни $N = N(\varepsilon)$. Кетма-кетликнинг C_n ҳадларини сонлар ўқида (ҳақиқий сонлар кетма-кетлиги бўлган ҳолда) ёки комплекс текисликда (комплекс сонлар кетма-кетлиги бўлган ҳолда) нуқталар билан белгилаб, сонлар К.-к. л. ни бундай таърифлаш мумкин: агар C нуқтанинг ҳар қандай ε атрофида кетма-кетликнинг деярли ҳамма (яъни чекли ҳадларидан ташқари ҳаммаси) ҳадлари ётса, у ҳолда C нуқта C_1, C_2, ..., C_n, ... сонлар кетма-кетлигининг лимити бўлади (226- *а* ва *б*- расмлар).



226- расм.

Кетма-кетликнинг ҳар хил номерли ҳадлари бир хил бўлиши ва, бинобарин, битта геометрик нуқта билан тасвирланиши мумкин. Шунинг учун таърифда гап кетма-кетликнинг ҳадларини тасвирловчи нуқталар устида эмас, балки кетма-кетлик ҳадларининг сони устида боради. Нуқта кетма-кетлик ҳадларини тасвирловчи нуқталар тўплами учун лимит нуқта бўлмаслиги ҳам мумкин (бу ҳол бирор n_0 номердан бошлаб барча C_n ҳадлар устма-уст тушиб қолганда ва фақат шу ҳолдагина бўлади). Масалан, $C_1 = 1$, $C_2 = 10$, $C_3 = \pi$, $C_4 = 1$, ..., $C_n = \sqrt{2}$ $(n \geqslant 5)$ кетма-кетликнинг лимити $\sqrt{2}$ га тенг, кетма-кетлик ҳадларини тасвирловчи нуқталар тўплами (10, π, $\sqrt{2}$, 1 нуқталардан иборат) чекли бўлиб, лимит нуқтага эга эмас. Сонлар К.-к. нинг лимити учун $\lim\limits_{n\to\infty} C_n$ (баъзан $\lim C_n$) символ қабул қилинган. Сонлар К.-к. нинг лимити $+\infty$, $-\infty$, ∞ символлар билан белгиланиши ҳам мумкин. Агар ҳар қандай A учун шундай N номер мавжуд бўлсаки, $n \geqslant N$ да $C_n > A$ тенгсизлик ($C_n < A$ ёки $|C_n| > A$) ўринли бўлса, у ҳолда C_1, C_2, ..., C_n, ... ҳақиқий сонлар кетма-кетлигининг лимити $+\infty$, $\lim\limits_{n\to\infty} C_n = +\infty$ ($-\infty$, мос равишда ∞) бўлади. Агар $+\infty$ нинг атрофи деб сон ўқининг $(A, +\infty)$ кўринишидаги ҳар қандай интервалини, $-\infty$ нинг атрофи деб $(-\infty, B)$ кўринишидаги ҳар қандай интервални, ∞ нинг атрофи деб $(-\infty, B)$, $(A, +\infty)$ кўринишидаги ҳар қандай икки интервал тўпламини ҳисобласак, сонлар К.-к. нинг чексиз лимити таърифи сонлар К.-к. нинг чекли лимити таърифидаги сўзлар билан айтилади (бунда фақат «C нуқта» сўзлари ўрнига тегишли $+\infty$, $-\infty$ ёки ∞ символларини қўйиш керак). Чекли лимитга эга бўлган кетма-кетлик яқинлашувчи (ўша лимитга яқинлашувчи) кетма-кетлик дейилади.

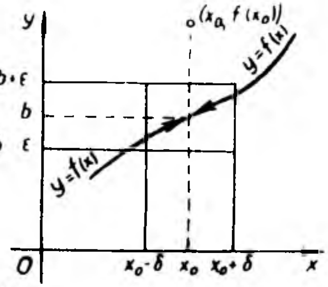
Комплекс сонлар кетма-кетлиги учун сонлар К.-к. л. тушунчаси ҳақиқий соҳадаги сонлар К.-к. нинг лимитига келтирилади, чунки бундай жумла ўринлидир: A сон a_n сонлар К.-к. нинг лимити ва B сон b_n сонлар К.-к. нинг лимити бўлганда ва фақат шу ҳолдагина $A + Bi$ сон $C_n = a_n + b_n i$ $(n = 1, 2, \ldots)$ сонлар К.-к. нинг лимити бўлади. Агар $\lim |C_n| = +\infty$ бўлса, $\lim C_n = \infty$ деб ҳисобланади.

Мисоллар: 1) $a, \sqrt{a}, \sqrt[3]{a}, \sqrt[4]{a}, \ldots, \sqrt[n]{a}, \ldots$ кетма-кетликнинг лимити $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1$, бу ерда $a>0$; 2) $1, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{3}, 1, \frac{1}{4}, \ldots, 1, \frac{1}{n}, 1, \frac{1}{n+1}, \ldots$ кетма-кетлик, яъни $C_{2k-1}=\frac{1}{k}$, $C_{2k}=1$ $(k=1, 2, \ldots)$ кетма-кетлик лимитга эга эмас: бири тоқ ҳадлардан ва иккинчиси жуфт ҳадлардан тузилган иккита кетма-кетлик (қ. Последовательность)

$$\lim_{2k-1\to\infty} C_{2k-1}=0, \quad \lim_{2k\to\infty} C_{2k}=1$$

лимитларга эга бўлади; 3) $C_n=\frac{3+ni}{2n-i}$ кетма-кетлик $\lim\limits_{n\to\infty} C_n=\frac{i}{2}$ лимитга яқинлашади; 4) $C_n=n^2+i\frac{1}{n}$ кетма-кетликнинг лимити чексиздир, яъни $\lim C_n=$ $=\infty$; 5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e$ (e — натурал логарифмлар асоси).

ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯНИНГ ЛИМИТИ. 1°. Бир ўзгарувчили $y=f(x)$ **функциянинг** $x\to a$ даги (ёки $x=a$ нуқтадаги) лимити. Агар ҳар қандай $\varepsilon>0$ учун шундай $\delta>0$ топилсаки, $x\neq a$ ва $|x-a|<\delta$ да $|f(x)-b|<\varepsilon$ тенгсизлик бажарилса, b сон $y=f(x)$ функциянинг $x\to a$ даги лимити дейилади (Ф. л. га Коши берган таъриф). Бу таъриф қуйидагига тенг кучли: агар a га яқинлашувчи ҳар қандай x_n кетма-кетлик учун (бунда $x_n\neq a$; $n=1, 2, \ldots$) $y_n=f(x_n)$ кетма-кетлик b га яқинлашса, b сон $y=f(x)$ функциянинг $x\to a$ даги лимити деб аталади (Ф. л. га Гейне берган таъриф, бунда Ф. л. тушунчаси сонлар кетма-кетлигининг лимити тушунчаси орқали ифодаланади). Ф. л. нинг келтириб ўтилган бу таърифларида $y=f(x)$ функция x_0 нуқтанинг ўзидан ташқари унинг бирор атрофида аниқланган деб фараз қилинади. Ф. л. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=b$ символ билан белгиланади.



227- расм.

Ф. л. нинг геометрик тасвирланиши: агар ҳар қандай $\varepsilon>0$ учун асоси $2\delta>0$, баландлиги 2ε ва маркази $C(x_0, b)$ нуқтада бўлган тўғри тўртбурчак кўрсатиш мумкин бўлсаки, $y=f(x)$ функция графигининг $x_0-\delta<x<x_0+\delta$ интервалдаги нуқталари, эҳтимол $M_0[x_0, f(x_0)]$ нуқтадан бошқа ҳамма нуқталари, ўша тўғри тўртбурчак ичида ётса, b сон $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ бўлади (227- расм). Функциянинг чекли лимитининг юқорида таърифланган тушунчаси чексиз лимитлар ҳолига ҳам жорий этилади. Агар ҳар қандай A учун шундай $\delta>0$ мавжуд бўлсаки, $x\neq a$ ва $|x-a|<\delta$ да $f(x)>A$ ($f(x)<$ $<A$, мос равишда $|f(x)|>A$) тенгсизлик бажарилса, $y=f(x)$ функция $x\to a$ да $+\infty$ лимитга эга бўлади, яъни $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ ($-\infty$, мос равишда ∞). $y=f(x)$ функциянинг $x\to a$ даги лимити тушунчаси a сон эмас, балки $+\infty$, $-\infty$, ∞ символлардан бири бўлган ҳолга ҳам жорий этилади. Агар нуқтанинг атрофи тушунчаси (қ. Окрестность точки) ва $+\infty$, $-\infty$, ∞ атрофи тушунчасидан фойдаланилса (қ. Предел последовательности чисел), у ҳолда $f(x)$ Ф. л. нинг ҳамма ҳолларини қуйидаги таъриф ўз ичига олади: агар b (сон ёки символ) нинг ихтиёрий $V(b)$ атрофи учун a (сон ёки символ) нинг шундай $U(a)$ атрофи мавжуд бўлсаки, $U(a)$ га тегишли барча x лар учун (эҳтимол a нинг ўзидан бошқа барча x лар учун) $f(x)$ нинг қийматлари $V(b)$ га тегишли бўлса, b сон $f(x)$ функциянинг $x \to a$ даги лимити деб аталади. $f(x)$ функция a нинг бирор атрофида аниқланган деб фараз қилинади. Бу ерда a ва b сонлар ёки $+\infty$, $-\infty, \infty$ символлар бўлиши мумкин. x ва a лар n ўлчовли фазонинг нуқталари бўлган ҳол учун, яъни кўп аргументли функция лимити (қ. шу терминдаги пункт 2°) учун ҳам мана шу таъриф ярайди.

Мисоллар: 1) $\lim\limits_{x\to a} x = a$; 2) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$; 3) $\lim\limits_{x\to 0} \sin \frac{1}{x}$ мавжуд эмас; 4) $\lim\limits_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ (e — натурал логарифмлар асоси); 5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt[3]{x} = -\infty$.

2°. **Кўп аргументли Ф.** л. Агар ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $\delta > 0$ мавжуд бўлсаки $|x_1 - x_1^0| < \delta$, $|x_2 - x_2^0| < \delta$, $\ldots$, $|x_n - x_n^0| < \delta$ ва $P \neq P_0$ бўлганда $|f(x_1, x_2, \ldots, x_n) - b| < \varepsilon$ тенгсизлик ўринли бўлса, b сон $U = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(P)$ функциянинг $P \to P_0$ даги, яъни $x_1 \to x_1^0$, $x_2 \to x_2^0$, $\ldots$, $x_n \to x_n^0$ даги лимити дейилади (функция, эҳтимол, $P_0 = (x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ нуқтанинг ўзидан ташқари унинг атрофида аниқланган).

Бунга тенг кучли бўлган талабни айтиб ўтамиз: ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $\delta > 0$ мавжуд бўлсаки, $\rho(P, P_0) < \delta$ бўлганда, яъни P_0 нуқтанинг δ атрофида ётувчи нуқталар учун $|f(P) - b| < \varepsilon$ тенгсизлик бажарилсин, бу ерда ρ — n ўлчовли фазодаги P ва P_0 нуқталар орасидаги масофа (қ. Расстояние).

Кўп аргументли Ф. л. тушунчаси чексиз лимитлар ҳоли учун ҳам умумлаштирилади. Агар ҳар қандай $M > 0$ учун шундай бир $\delta > 0$ мавжуд бўлсаки, $0 < \rho(P, P_0) < \delta$ да $f(P) > M$ тенгсизлик ўринли бўлса, $P \to P_0$ да $U = f(P)$ функциянинг лимити $+\infty$ бўлади ($\lim\limits_{P\to P_0} f(P) = +\infty$ шаклида ёзилади). Кўп аргументли Ф. л. $-\infty$ ва ∞ бўлган ҳоллар ҳам шунга ўхшаш таърифланади.

Мисоллар: 1) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 1}} x \cdot \sin \frac{y}{x} = 0$; 2) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$ мавжуд эмас, чунки $y = x^2$ бўлганда $f(x, x^2) = \frac{1}{2}$, $y = 2x^2$ бўлганда $f(x, 2x^2) = \frac{2}{5}$.

ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ СПРАВА (соответственно слева) — **ФУНКЦИЯНИНГ ЎНГ** (мос равишда чап) **ТОМОНЛИ ЛИМИТИ.** Агар ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $\delta > 0$ мавжуд бўлсаки, $a < x < a + \delta$ (мос равишда $a - \delta < x < a$) бўлганда $|f(x) - b| < \varepsilon$ тенгсизлик бажарилса, b сон функциянинг a нуқтада ўнг (мос равишда чап) томонли лимити дейилади. Ф. ў. т. л. $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = b$ ёки $f(a+0)$ [мос равишда $\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = b$ ёки $f(a-0)$] символ билан белгиланади. Функциянинг a нуқтадаги лимитидан фарқли ўлароқ (қ. Предел функции) бу ҳолда x аргумент a нуқтанинг тўлиқ атрофида эмас, балки унинг ўнг (мос равишда чап) томондаги ярим атрофида ўзгаради. Функциянинг ўнг томонли чексиз лимити тушунчаси ҳам функциянинг чексиз лимити тушунчаси каби таърифланади.

$f(a-0) = f(a+0)$ шарт функциянинг $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ лимити мавжуд бўлишининг зарурий ва етарли шартидир. $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ лимит бир томонлама $f(a-0)$ ва $f(a+0)$ лимитлардан фарқли равишда баъзан функциянинг икки томонлама лимити деб аталади. Агар $a=0$ бўлса, у ҳолда бундай ёзилади: $x \to +0$ [$x \to -0$, $f(+0)$, $f(-0)$].

Мисоллар:

$$1)\ f(x) = \frac{1}{x},\quad \lim_{x\to+0} \frac{1}{x} = +\infty,\ \lim_{x\to-0} \frac{1}{x} = -\infty;$$

$$2)\ f(x) = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}},\quad \lim_{x\to+0} f(x) = 0,\ \lim_{x\to-0} f(x) = 1;$$

$$3)\ f(x) = 2^{-\frac{1}{x}},\ \lim_{x\to+0} f(x) = 0,\ \lim_{x\to-0} f(x) = +\infty.$$

ПРЕДЕЛЬНАЯ СФЕРА — ЛИМИТ СФЕРА — Лобачевский геометриясидаги орисферанинг (қ.) ўзи.

ПРЕДЕЛЬНАЯ ТОЧКА — ЛИМИТ НУҚТА. 1°. Тўпламнинг Л. н. шундай M нуқтаки, унинг ҳар қандай атрофида (қ. Окрестность точки) шу тўпламнинг M дан фарқли камида битта нуқтаси бўлади. Бундан шундай хулоса чиқадики, Л. н. нинг ҳар қандай атрофида мазкур тўпламнинг чексиз кўп нуқтаси бўлади. Тўпламнинг Л. н. тўпламнинг ўзига қарашли бўлиши ҳам, қарашли бўлмаслиги ҳам мумкин.

Мисоллар: 1) n та натурал сонлар тўпламининг Л. н. бўлмайди; 2) $\sqrt{n} - \frac{1}{m}$ кўринишидаги сонлар тўпламининг Л. н. лари чексиз кўп, чунончи 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ . . . (бу ерда n ва m — бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда барча натурал сон қийматлар қабул қилади: $n = 1, 2, \ldots$; $m = 1, 2, \ldots$); 3) текисликдаги доиранинг ички нуқталаридан иборат тўпламнинг Л. н. лари доиранинг барча ички нуқталари ва шу доирани чегаралаб турган айлананинг барча нуқталари бўлади; 4) фазонинг $M(x, y, z)$ нуқталаридан тузилган (бунда x, y, z координаталар ҳар хил рационал сонлар) тўплам учун фазонинг ҳар қандай нуқтаси Л. н. бўлади; 5) кесмада узлуксиз бўлган функцияларнинг (қ. Непрерывная функция) $\rho\,|f(x), g(x)| = \max\limits_{a\leqslant x\leqslant b} |f(x) - g(x)|$ бўлган метрик фазосида турли-туман кўпҳадлардан иборат тўплам учун фазонинг ҳар қандай нуқтаси (яъни $[a, b]$ да узлуксиз бўлган ҳар қандай функция) Л. н. бўлади. Бу даъво узлуксиз функциянинг кўпҳадларга текис яқинлашиши тўғрисидаги Вейерштрасс теоремасига тенг кучлидир.

2°. Кетма-кетликнинг Л. н. — кетма-кетликнинг хусусий лимити (қ. Предел последовательности).

ПРЕДЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ—ЛИМИТ ФУНКЦИЯ—функциялар кетма-кетлигининг лимити (қ. Предел последовательности, 1°- пункт).

ПРЕДЕЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ функции — функциянинг **ЛИМИТ ҚИЙМАТИ** — функциянинг лимити (қ. Предел функции).

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ — ЛИМИТ ТЕОРЕМАЛАР (эҳтимоллар назариясида) — жуда кўп тасодифий факторларга боғлиқ бўлган тасодифий миқдорнинг баъзи хоссаларини тавсифлаб берувчи теоремаларнинг умумий номи. Масалан, Я. Бернулли катта сонлар қонунини (қ. Больших чисел закон) биринчи бўлиб қатъий исботлаган, А. Я. Хинчин катта сонлар қонунини аниқлаштирди — такрорий логарифм қонуни (қ. Повторного логарифма закон), П. Л. Чебишев бу соҳада жуда кучли натижаларга эришди (қ. Чебышева неравенство). Катта сонлар қонунини иштатишнинг зарурий ва кифоявийлик шартини совет академиги А. Н. Колмогоров (1928) топган.

Эҳтимоллар назариясида А. М. Ляпунов исбот этган (1901) марказий Л. т. муҳим ўрин тутади.

Адаб.: Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, Физматгиз, 1963; Б. В. Гнеденко, А. Н. Колмогоров, Предельные распределения для суммы случайных величин, Гостехиздат, М., 1949.

ПРЕДЕЛЬНЫЙ ЦИКЛ—ЛИМИТ ЦИКЛ.

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= P(x,\ y),\\ \frac{dy}{dt} &= Q(x,\ y)\end{aligned}\right\}$$

дифференциал тенгламалар системасининг лимит цикли — xOy фазавий фазонинг ёпиқ траекторияси, яъни бу дифференциал тенгламалар системасининг xOy текисликда қуйидаги хоссага эга бўлган ёпиқ эгри чизиқни ифодалайдиган $x = x(t)$, $y = y(t)$ хусусий ечимидир: Л. ц. нинг анча тор ҳалқасимон атрофида бошланадиган траекториялар унга $t \to +\infty$ да (турғун Л. ц.) ёки $t \to -\infty$ да яқинлашади (турғунмас Л. ц.) ёки бўлмаса $t \to +\infty$ да бир қисм ва $t \to -\infty$ да қолган бир қисми яқинлашади (ярим турғун Л. ц.). Механик нуқтаи назардан қараганда, турғун Л. ц. системанинг режими арзимаган даражада бузилганда қайтадан автоматик равишда тикланадиган даврий режимига мос келади.

Мисол:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dr}{dt} &= 1 - r\\ \frac{d\varphi}{dt} &= 1.\end{aligned}\right\}$$

Бу системанинг ечими:
$r = 1 - (1 - r_0)\, e^{-t}$;
$\varphi = \varphi_0 + t$.

Агар r ва φ — текисликнинг қутб координаталари бўлса, $r = 1$ бўлганда xOy текисликда Л. ц. бўлади.

Адаб.: А. А. Андронов, С. Э. Хайкин, Теория колебаний, ч. 1, Гостехиздат, М.—Л., 1937; В. В. Немыцкий, В. В. Степанов, Качественная теория дифференциальных уравнений, Гостехиздат, М., 1949.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГРУППЫ — ГРУППАНИНГ ТАСВИРЛАНИШИ — G группани ўша группадан олинган ҳар қандай g_1, g_2, g^{-1} элементлар учун ёзилган

$$P(g_1,\ g_2) = P(g_1)\, P(g_2),$$
$$P(g^{-1}) = P(g)^{-1}$$

шартларни қаноатлантирувчи n- тартибли махсусмас квадрат матрицалар тўпламига P акслантиришдир. $g_1 \cdot g_2$ ва g^{-1} элементлар группадаги кўпайтмани ва тескари элементни, $P(g_1) \cdot P(g_2)$ ва $P(g)^{-1}$—матрицаларни кўпайтириш ва тескари матрицани билдиради. Абстрактроқ равишда айтганда, Г. т. группани n-тартибли барча махсусмас матрицалар группасига гомоморфизмидир (қ.). n сони Г. т. нинг ўлчами деб аталади. n ўлчовли чизиқли L фазода (қ. Линейное пространство) маълум базис танлашда $P(g)$, $g \in G$ матрицалар шу фазонинг чизиқли алмаштиришларини ифодалайди. Агар шундай нолмас хусусий $N \subset L$ фазо ости (қ. Подпространство) мавжуд бўлсаки, ҳар қандай $g \in G$ ва $x \in N$ учун $P(g)\, x \in N$ бўлса, у ҳолда Г. т. ни келтириладиган Г. т. дейилади, акс ҳолда келтирилмайдиган Г. т. дейилади. Ҳозирги вақтда Г. т. назарияси алгебра, функционал анализ ва n ўлчовли дифференциал геометрия чегарасида ётган анча камол топган назариядир. Бу соҳада Ж. Юнг, Э. Картан, Г. Вейл, И. Шур, И. М. Гельфанд катта натижаларга эришганлар.

Мисоллар: 1) 3 элементдан тузилган (123), (132), (213), (231), (312), (321) ўринга қўйишлар группаси (қ. Подстановка) группа тасвирланишини олади, бунинг учун қуйидагича фараз қиламиз:

$$P(123) = \begin{pmatrix}100\\010\\001\end{pmatrix}, \quad P(132) = \begin{pmatrix}100\\001\\010\end{pmatrix}, \quad P(213) = \begin{pmatrix}010\\100\\001\end{pmatrix},$$

$$P(231)=\begin{pmatrix}001\\100\\010\end{pmatrix},\quad P(312)=\begin{pmatrix}010\\001\\100\end{pmatrix},\quad P(321)=\begin{pmatrix}001\\010\\100\end{pmatrix};$$

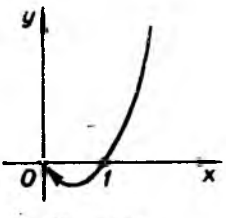
2) Ҳар қандай G группа ҳамма $g \in G$ лар учун

$$P(g)=E$$

тенглик билан аниқланадиган Г. т. га эга. Бу ерда E — n-тартибли бирлик матрица. Бундай Г. т. тривиал Г. т. деб аталади.

Адаб.: Ф. Д. Мурнаган, Теория представлений групп, инглизчадан таржима, ИЛ М.—Л., 1950.

ПРЕКРАЩЕНИЯ ТОЧКА — ТЎХТАШ НУҚТАСИ — эгри чизиқ узиладиган (йўқ бўладиган) махсус нуқтаси. Масалан, координаталар боши $y = x \lg x$ эгри чизиқ учун тўхташ нуқтаси бўлади (228- расм).



228- расм

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — АЛМАШТИРИШ — ҳар қандай табиатли икки тўпламнинг элементлари ўртасидаги шундай мосликки, бирор X тўпламнинг ҳар бир x элементига бирор Y тўпламнинг (умуман айтганда, бошқача тўпламнинг) мутлақо тайин бир y элементи мос келтирилади. А. деб кўпинча айни бир тўпламнинг x ва $y = f(x)$ элементлари орасидаги ўзаро бир қийматли мослик тушунилади. Геометрияда кўпинча нуқтавий А. лар ўрганилади, бу А. ларда бирор кўпхилликнинг (чизиқ, сирт, фазонинг) ҳар бир нуқтасига ўша кўпхилликнинг (қ. Многообразие) умуман айтганда бошқа нуқтаси мос қилиб қўйилади, яъни нуқтавий А. лар — нуқтавий тўпламни (кўпхилликни) ўзини ўзига акслантиришдир.

Агар текисликнинг нуқтавий А. лари текширилса, уларни

$$x' = f(x,\ y), \qquad y' = \varphi(x,\ y)$$

формулалар орқали ифодалаш мумкин, бу ерда $(x,\ y)$ нуқта — аслобраз (оригинал), $(x',\ y')$ нуқта — образ (копия).

Текисликнинг кўпчилик нуқтавий А. лари группа (қ.) ташкил қилади; масалан, текисликнинг тайин нуқта, масалан, координаталар боши атрофида айланишлар группаси, параллел кўчиришлар группаси, ҳаракатлар группаси (биринчи ва иккинчи тур), ўхшашлик группаси, аффин А. лар группаси (марказий аффин ва эквиаффин), проектив А. лар группаси маълум; проектив А. лар группаси кенгайтирилган (проектив) текисликнинг ўзаро бир қийматли барча нуқтавий А. ларидан иборат бўлиб, уларда тўғри чизиқ тўғри чизиққа ўтади:

$$x' = \frac{a_1x + b_1y + c_1}{ax + by + c},\qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a & b & c\end{vmatrix} \neq 0.$$
$$y' = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{ax + by + c}.$$

А. нинг бу формулаларидан кўриниб турибдики, $ax + by + c = 0$ тўғри чизиқ чексиз узоқлашган (хосмас) тўғри чизиққа ўтади. Ҳаракат, кўзгусимон акслантириш, ўхшашлик ва инверсия (қ.) А. идан иборат бўлган ҳамда айлана ва тўғри чизиқларни айлана ёки тўғри чизиқларга ўтказувчи доиравий А. лар группаси ҳам маълум. Олдинги А. лар группаларидан (тўғри чизиқларни тўғри чизиқларга ўтказувчи чизиқли А. лар группаларидан) фарқли равишда доиравий А. лар бирационал алмаштиришлар деб аталади, яъни бундай А. ларда текисликдаги нуқтанинг x ва y координаталари тегишли нуқтанинг x ва y координаталари орқали рационал равишда ифодаланади.

Геометрияда текисликнинг нуқталарини тўғри чизиққа ва тўғри чизиқни нуқталарга ўтказадиган А. лар ҳам, масалан, 2- тартибли эгри чизиққа нисбатан қутб А. лари ўрганилади. Ҳар бир А. группаси фигураларнинг баъзи хоссаларини ўша А. группасига нисбатан ўзгартирмай (инвариант) сақлайди. Шунинг учун ҳар бир А. группаси геометрик фигураларнинг ўз хоссаларини, ўз геометриясини аниқлайди. Масалан, фигураларнинг метрик, аффин, проектив ва бошқа хоссалари ўрганилади (қ. Эрлангенская программа). А. группаси нақадар тор бўлса, у фигураларнинг инвариант хоссаларини шунча кўп ўрганади, унинг мазмуни шунча бой бўлади. Группа нақадар кенг бўлса, у фигураларнинг инвариант хоссаларини шунча кам ўрганади, бу хоссалар фигуранинг ўзига шунча чуқур боғлиқ бўлади. Фигураларнинг умумийроқ хоссалари топологик хоссалар бўлиб, бу хоссалар ҳар қандай топологик (ўзаро бир қийматли ва узлуксиз) алмаштиришларда инвариант бўлиб қолаверади. Фигураларнинг топологик хоссаларига ўлчамлик, боғламлик, ориентирланувчанлик каби хоссалар киради.

Адаб.: Н. В. Ефимов, Высшая геометрия, М.—Л., 1953; Ф. Клейн, Высшая геометрия. М.—Л., 1939; Ф. Клейн, Элементарная математика с точки зрения высшей, М. — Л., 1934; Ж. Адамар, Элементарная геометрия, ч. I. М., Учпедгиз, 1948.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ — КООРДИНАТАЛАР АЛМАШТИРИШ — бир координаталар системасидан бошқасига ўтиш. К. а. масаласи ўзгарувчи M нуқтанинг бир координаталар системасидаги координаталарини билган ҳолда ўша нуқтанинг бошқа координаталар системасидаги координаталарини топишдан иборат. M нуқтанинг иккала (эски ва янги) координаталар системасидаги координаталарини бир-бирига боғловчи формулалар К. а. формулалари деб аталади. Масалан, тўғри бурчакли бир xOy декарт координаталари системасидан тўғри бурчакли бошқа $x'Oy'$ декарт координаталари системасига ўтишнинг К. а. формулалари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$x' = (x - x_0)\cos\alpha + (y - y_0)\sin\alpha,$$
$$y' = -(x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha,$$

тескари ўтиш формулалари эса:

$$x = x'\cos\alpha - y'\sin\alpha + x_0,$$
$$y = x'\sin\alpha + y'\cos\alpha + y_0,$$

бу ерда x_0, y_0 — янги координаталар боши O' нинг эски координаталар системасидаги координаталари, α — Ox ва $O'x'$ ўқлар орасидаги бурчак.

Тўғри бурчакли координаталар системасидан қутб координаталари системасига ўтишнинг К. а. формулалари (абсциссалар ўқи қутб ўқи билан устма-уст тушади):

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

тескари ўтиш формулалари эса:

$$x = \rho\cos\varphi, \quad y = \rho\sin\varphi.$$

Координаты терминига ҳам қаранг.

ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ—ФУНКЦИЯЛАРНИНГ ЯҚИНЛАШИШИ. Ф. я. шундан иборатки, бунда берилган функцияга қараб ундан жуда оз фарқ қиладиган ва яқинлашувчи функциялар оиласидек тайин бир оилага қарашли бошқа функция топилади. Яқинлашувчи функция берилган функцияга берилган нуқталарда устма-уст тушиб қолган хусусий ҳолда интерполяциялаш ва интерполяцияловчи функция тўғрисида гапирилади (қ. Интерполирование).

Бир функцияларни уларга маълум маънода яқин бўлган бошқа функциялар билан алмаштириш масаласи математика ва унинг татбиқларида тез-тез учраб туради. Мураккаб функциялар ҳисоблашни осонлаштириш учун соддароқ функцияларга ёки масала шарти билан аниқланувчи функциялар оиласига қарашли функцияларга алмаштирилади. Эксперимент натижаларини ишлаб чиқиш натижасида эмпирик формулалар (қ.) ҳосил қилинади, бу формулалар функцияларнинг баъзи яқинлашиши бўлади. Ф. я. функцияларнинг ўзини тадқиқ қилиш воситасидир. Кўпинча Ф. я. учун тайин даражали алгебраик $P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$ кўпҳад, $R(x) = P_n(x):R_m(x)$ рационал касрлар, $T_n(x) = \frac{a}{2} + \sum_{k=1}^{n}(\alpha_k \cos kx + \beta_k \sin kx)$ кўринишдаги тригонометрик полиномлар ёки умуман $\varphi(x) = \sum_{k=1}^{n} C_k \varphi_k(x)$ кўринишдаги кўпҳадлар қўлланилади, бу ерда $\varphi_k(x)$ лар берилган.

Энг яхши текис яқинлашишларни топишнинг амалий методларини белгиялик математик Валле Пуссен, совет математикларидан Е. Я. Ремез, С. М. Никольский, А. Н. Колмогоров яратган. Яқинлаштирувчи функциялар оиласи ҳар қандай $[a, b]$ кесмадаги алгебраик кўпҳадлар оиласи бўлса, у ҳолда бу оила боғлиқ бўлган параметрлар сонини анча катта қилиб танлаб олиб, яқинлашиш хатосини ҳар қандай $f(x)$ функция учун истаганча жуда кичик қилиш мумкин; буни немис математиги Вейерштрасс исбот этган. Бу хосса функциялар системасининг тўлалиги деб аталади; барча узлуксиз ва даврий функцияларга нисбатан тригонометрик функциялар системаси ҳам бундай хоссага эга. Шу сабабдан яқинлаштирувчи функцияларнинг тригонометрик системалари энг кўп ишлатилади.

Ҳозирги вақтда машинада ҳисоблаш техникасининг кенг ривож топиши билан боғлиқ бўлган амалий эҳтиёжлар туфайли Ф. я. назарияси математиканинг жуда кенг ва тез суръатлар билан ривожланувчи соҳаси бўлиб қолган. Бу назарияга П. Л. Чебишев асос солган, С. Н. Бернштейн XX аср бошида бир қатор асосий (фундаментал) натижалар олган. Ф. я. назариясига совет математикларидан М. В. Келдиш, А. Н. Колмогоров, М. А. Лаврентьев, С. М. Никольский, С. Н. Мергелян катта ҳисса қўшдилар.

Адаб.: П. Л. Чебышев, Полное собрание сочинений, т. 2—3, Изд-во АН СССР, М.—Л., 1947—1948; Н. И. Ахиезер, Лекции по теории аппроксимации, Гостехиздат, М., 1947; С. Н. Мергелян, Равномерное приближение функций комплексной переменной, УМН, 7:2, 1952; С. М. Никольский, Приближенное представление функций, 1953.

ПРИБЛИЖЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ — ТАҚРИБИЙ ИНТЕГРАЛЛАШ — ҳисоблаш математикасининг дифференциал тенгламаларнинг тақрибий ечимлари билан шуғулланадиган бўлими, Т. и. нинг биринчи масаласи интегралларни тақрибий ҳисоблашдир (энг содда $y' = f(x)$ дифференциал тенгламанинг ечимига мос келадиган тақрибий ҳисоб). Интегрални маълум функциялар орқали ифодалаб бўлмайдиган ҳолларда уни аниқ ҳисоблаш мумкин бўлмайди, шунинг учун бундай ҳолларда Т. и. нинг аналитик методлари қўлланилади. Бу методлар билан ишлаганда интеграл остидаги функция интеграли осон ҳисобланадиган бошқа функцияга тақрибан алмаштирилади. Бундай функция сифатида интерполяцион кўпҳад, яъни интеграл остидаги функцияга баъзи x_i нуқталарда (интерполяция тугунларида) устма-уст тушадиган кўпҳад олинади. Натижада олинадиган формулаларнинг (қ. Квадратурные формулы) кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \sum_{i=1}^{n} A_i(x_1, x_2, \ldots, x_n\ a, b) f(x_i) + R,$$

бу ерда $R = R(n)$ — Т. и. нинг мазкур формуласининг хатоси. Агар интерполяция тугунларининг сони n бўлса, у ҳолда $n-1$ дан юқори бўлмаган кўпҳадларнинг интеграллари аниқ ҳисоблаб топилади.

Интеграли квадратур формула ёрдамида аниқ ҳисоблаб топиладиган кўпҳаднинг даражасини интерполяция тугунларини яхши танлаб олиш йўли билан ошириш мумкин. Бу даража n нинг тайин бир қийматда қанча юқори бўлса, Т. и. формуласи шунчалик аниқ деб ҳисобланади. Кўпинча хатони камайтириш ва мумкин қадар соддароқ A_i коэффициентлар олиш учун $[a, b]$ интеграллаш кесмаси қисмларга бўлинади ва уларнинг ҳар бирига Т. и. нинг танлаб олинган формуласи татбиқ этилади. $[a, b]$ кесмани m та тенг бўлакка бўлсак ва ҳар бир кесмада интеграл остидаги функцияни кесманинг учларида интеграл остидаги функция билан бир хил бўладиган чизиқли функцияга (яъни биринчи даражали кўпҳадга) алмаштирсак, трапециялар формуласига эга бўламиз:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{m}\left[\frac{y_0+y_m}{2}+y_1+y_2+\ldots+y_{m-1}\right]+R,$$

бу ерда $x_0 = a$, $x_m = b$, $y_i = f(x_i)$, $R < \frac{(b-a)^3}{12m^2}M_2$, $M_2 = \max\limits_{a<x<b} |f''(x)|$. Агар бўлишдан ҳосил бўлган m кесманинг ҳар бирида интеграл остидаги $f(x)$ функцияни кесманинг учларида ва ўртасида ўзи билан бир хил бўладиган иккинчи даражали кўпҳадга алмаштирсак, параболалар формуласи (Симпсон формуласи) ҳосил бўлади:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{6m}[y_0+4y_1+2y_2+4y_3+2y_4+\ldots+4y_{2m-1}+y_{2m}]+R,$$

бу ерда $x_0 = a$, x_2, x_4, $\ldots$, $x_{2m} = b$ — $[a, b]$ кесмани m та тенг бўлакка бўлиш нуқталари, x_1, x_3, $\ldots$, x_{2m-1} — бу қисмларнинг ўрталари, $y_j = f(x_j)$ $(j = 0, 1, \ldots, 2m)$,

$$R < \left(\frac{b-a}{2}\right)^5 \cdot \frac{M_4}{90m^4},\quad M_4 = \max_{a<x<b} f^{IV}(x).$$

Интерполяция тугунлари $[a, b]$ кесмани тенг бўлакларга бўлсин деган талабдан воз кечсак, формуланинг аниқлигини ошириш мумкин. Масалан, Гаусс формуласи шундайдир:

$$\int_{-1}^{+1} f(x)\,dx = A_1^{(n)}f(x_1)+A_2^{(n)}f(x_2)+\ldots+A_n^{(n)}f(x_n)+R(n).$$

Бу ерда x_i — n- даражали Лежандр кўпҳадининг илдизлари [Лежандр кўпҳади $P_n(x) = \frac{1}{n!2^n}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$ кўринишда бўлиб, унинг барча илдизлари ҳақиқий ва $(-1, 1)$ интервалда ётади];

$$A_i^{(n)} = \frac{2}{(1-x_i)^2[P_n'(x_i)]^2},\qquad R(n) = \frac{2^{2n+1}(n!)^4}{(2n+1)[(2n)!]^3}f^{(2n)}(c)$$

$-1<c<1$ шартни қаноатлантирувчи бирор c учун. Бу формуладан фойдаланилганда даражаси $2n-1$ дан юқори бўлмаган кўпҳадларнинг интеграллари қийматлари аниқ чиқади. Жуда кўп n лар учун x_i ва $A_i^{(n)}$ миқдорларнинг жадваллари тузилган.

Интегралнинг тақрибий қийматини $f(x)$ ҳосиласининг интерполяция тугунларидаги қийматлари орқали, интерполяция тугунларидаги чекли айирмалар орқали ифодалайдиган бошқа кўп формулалар ҳам бор ва ҳоказо.

Аниқмас интеграл интеграллашнинг юқори чегараси ўзгарувчи бўлган аниқ интеграл сифатида ҳисобланиб, жавоб бошланғич функция қийматларининг жадвали кўринишида чиқади. Т. и. формулалари каррали интеграллар учун ҳам умумлаштирилади.

Интегралланувчи функция жадвал (ёки график) равишида берилган ҳолларда ёки талаб қилинадиган аниқлик чегарасида тақрибий интеграллаш мақсадга олиф келган ҳолларда ҳам амалда Т. и. дан фойдаланилади. Бу ҳолларда аналитик методлардан ташқари, Т. и. нинг интеграл остидаги функция графигига қараб бошланғич функциянинг графигини ясашдан иборат бўлган график методлари, шунингдек, математик машина ва асбоблар (ҳисоблаш машиналари, интеграторлар, планиметрлар ва шу кабилар) ишлатилади. Т. и. нинг асосий масаласи жуда умумий типдаги дифференциал тенгламаларни тақрибий ечишдан иборатдир. Бу ерда ҳам Т. и. натижасини формула кўринишида ифодалайдиган аналитик методлар бор. Бу методларнинг асосий ғояси ечимга текис яқинлашувчи функциялар кетма-кетлигини тузишдан иборат (қаторлар методи, Ритц методи, кетма-кет яқинлашишлар методи, Галёркин методи ва ҳоказо). Бундай кетма-кетликнинг анча катта номерли ҳадини олсак, аниқлик даражаси истаганча бўлган натижага эга бўламиз. Бунга мисол қилиб изланаётган функцияни мос келувчи нуқта атрофида Тейлор қаторига ёйишдан иборат бўлган методни кўрсатиш мумкин, бундан кейин бу қаторнинг ҳар қанча коэффициенти ҳисоблаб чиқарилиши мумкин.

Т. и. нинг аналитик методлари билан бир қаторда сонли методлари ҳам ишлатилади, бу методлар изланаётган ечимнинг айрим нуқталардаги тақрибий қийматларини, яъни жадвал кўринишидаги қийматларини аниқлайди (Рунге методи, Эйлер методи ва ҳоказо).

Дифференциал тенгламаларни ечиш учун Т. и. нинг график методлари ҳам қўлланилади. Буларга дифференциал тенглама билан аниқланувчи йўналишлар майдонидан фойдаланиш асос қилиб олинган. Кўпгина сонли методлар график шаклда ишлатилиши мумкин.

Т. и. методлари борган сари амалиёт учун катта аҳамият касб этмоқда, бу методлар дискрет ишлайдиган тезкор ҳисоб машиналарида ва ҳар хил моделловчи қурилмаларда амалга оширилади.

Адаб.: А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат М., 1954; В. Э. Милн, Численный анализ, инглизчадан таржима, ИЛ, М., 1951; Л. В. Канторович, В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Физматгиз, М., 1962; Д. Ю. Панов, Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных, Физматгиз, М. 1962.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ—ТАҚРИБИЙ МЕТОДЛАР—ҳисоблаш математикасининг бир бўлими бўлиб, у математик физика, математик анализ, алгебра, геометрия ва. бошқа бўлимларнинг асосий масалаларини ишлаб чиқишга ва уларнинг сонли натижаларини олишга ҳар хил усулларни татбиқ этишга алоқадордир. Т. м. берилган масаланинг ечимини бошқа масаланинг ечими билан алмаштиради.

Т. м. ни бундай группаларга бўлиш мумкин: 1) бирор аналитик ифода билан берилган функциянинг хусусий қийматларини унинг аргументларининг берилган қийматларига қараб ҳисоблашнинг Т.м.; 2) коэффициентлари сонлардан иборат бўлган алгебраик ва трансцендент тенгламалар ва шундай тенгламалар системаларини ечишнинг Т.м.; 3) функцияларни дифференциаллаш ва интеграллашнинг Т. м.; 4) дифференциал тенгламаларни (оддий ва хусусий ҳосилали) интеграллашнинг Т.м.

Т.м. нинг воситалари қуйидагилардир: 1) формулалар жадваллари; 2) функциялар қийматларининг жадваллари; 3) стол устига ўрнатиладиган ҳисоблаш машиналари; 4) электрон-ҳисоблаш машиналари.

Ҳар бир масалани ечишга Т. м. ни татбиқ этишда қуйидаги ишларни бажариш керак: 1) тақрибий миқдорлар аниқлигининг математик характеристикаларини бериш; 2) бошланғич маълумотлар аниқлиги маълум бўлганда натижанинг аниқлигини баҳолаш; 3) натижанинг аниқлиги белгиланганидек бўлиб чиқиши учун бошланғич маълумотларнинг аниқлиги қандай бўлишини аниқлаш; 4) баъзи маълумотлар аниқлиги паст бўлганда бошқа маълумотлар аниқлигини излаш ва ҳисоблашда ортиқча уринмаслик учун ҳар хил бошланғич маълумотлар аниқлигини бир-бирига мослаштириб олиш; 5) бир томондан, охирги натижанинг аниқлигини кераклича қилиб олиш ва иккинчи томондан, ҳисобларни мумкин қадар соддалаштириш мақсадида ҳисоблаш вақтида оралиқдаги натижаларнинг аниқлигини кузатиб бориш.

Т.м. дан фойдаланганда олинган натижаларда албатта хато (қ. Погрешность) бўлади. Яхлитлаш хатоси бошқа, методнинг хатоси бошқа бўлади.

Яхлитлаш хатоси икки сабабдан пайдо бўлади: биринчидан, ҳар қандай саноқ системаси (жумладан, ўнли саноқ системаси ҳам) жуда кўп сонларни чекли сондаги разрядлар билан ёзишга имкон бермайди (масалан, 1 : 6 сонини чекли каср тарзида ёзиб бўлмайди), иккинчидан ҳисоблашда ҳосил бўладиган ортиқча рақамлар ташлаб юборилади.

Т.м. дан фойдаланилганда берилган бошланғич масала тақрибий бошқа масалага алмаштирилгани учун Т.м. ни ишлатиш натижасида методнинг хатолари пайдо бўлади. Одатда ҳар қандай масалада бошланғич маълумотлар аниқ маълум бўлмайди ва шунинг учун ҳисобларда тақрибий бошланғич маълумотлардан фойдаланишга тўғри келади. Шунинг учун ҳатто барча ҳисоблар яхлитланмасдан аниқ бажарилган бўлса ҳам, ҳисоблар натижаси аниқ бўлмай, тақрибий бўлади.

Масалани Т.м. билан ечишдан олинган ечим хатоси хатоларнинг умумий таъсири орқали белгиланади. Бирор миқдорнинг ҳақиқий қиймати билан тақрибий қиймати орасидаги айирма абсолют хато деб аталади. Одатда миқдорнинг аниқ қиймати маълум бўлмайди, шунинг учун абсолют хато ҳам аниқ маълум эмас. Амалда абсолют хатонинг чегаралари кўрсатилади. Абсолют хатонинг тақрибий миқдорнинг абсолют қийматига нисбати нисбий хато деб аталади. Нисбий хато одатда процент ҳисобида ифодаланади ва натижанинг аниқлиги ўлчови сифатида қабул қилинади.

Арифметик амаллар натижаларининг хатолари қуйидаги қоидалар билан характерланади: 1. Тақрибий миқдорларни қўшишда уларнинг абсолют хатолари қўшилади, йиғиндининг нисбий хатоси эса қўшилувчиларнинг энг катта ва энг кичик нисбий хатолари орасида бўлади. 2. Иккита тақрибий миқдор айирмасининг абсолют хатоси камаювчи ва айрилувчи абсолют хатоларининг абсолют қийматлари йиғиндисига тенг, миқдорлари бир-бирига яқин иккита тақрибий сон айирмасининг нисбий хатоси (гарчи бу сонларнинг ҳар бирининг алоҳида олинган нисбий хатолари жуда кичик бўлса ҳам) жуда катта миқдор бўлиб қолиши мумкин. 3. Бўлинманинг нисбий хатоси бўлинувчи ва бўлувчи нисбий хатоларининг абсолют қийматлари йиғиндисига тенг. 4. Тақрибий миқдорлар кўпайтмасининг нисбий хатоси кўпайтувчилар нисбий хатоларининг йиғиндисига тенг.

Мисол. Иккита N_1 ва N_2 сонни кўпайтирамиз. Уларнинг нисбий хатолари мос равишда ε_1 ва ε_2 бўлсин, бинобарин, бу кўпайтувчиларнинг ҳақиқий миқдорлари қуйидагичадир:

$$N_1' = N(1+\varepsilon_1),\ N_2' = N_2(1+\varepsilon_2),\ N_1'N_2' = N_1N_2(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2) = $$
$$= N_1N_2[1+(\varepsilon_1+\varepsilon_2)+\varepsilon_1\varepsilon_2];$$

ε_1 ва ε_2 жуда кичик бўлгани учун $\varepsilon_1\varepsilon_2$ ни эътиборга олмаса ҳам бўлади, у ҳолда

$$N_1' \cdot N_2' = N_1N_2[1+(\varepsilon_1+\varepsilon_2)] = N_1N_2 + N_1N_2(\varepsilon_1+\varepsilon_2).$$

Т.м. формулаларидан фойдаланганда шуни ҳисобга олиш керакки, айни бир формулани натижавий аниқлик ҳар хил бўладиган қилиб ҳар хил усул билан татбиқ этиш мумкин. Масалан,

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$$

ифодани икки хил усул билан ҳисоблаб топиш мумкин. Ҳар бир ҳадини алоҳида ҳисоблаб, кейин қўшиш мумкин. Бу ҳолда яхлитлаш хатоси охирги разряднинг 1,5 бирлигига тенг бўлиши мумкин. Иккинчи томондан

$$\left[\left(\frac{1}{120} x^2 - \frac{1}{6}\right) x^2 + 1\right] x$$

ифодада хато охирги разряднинг 0,5 бирлигидан ортиб кета олмайди. Биринчи ҳолда иккита бўлиш, тўртта кўпайтириш, иккита қўшиш ва битта айириш амали бажарилган эди. Кейинги ҳолда кўпайтириш амали учтага келтирилди.

Илмий ва инженерлик ҳисобларда тезкор ҳисоблаш машиналари кенг қўлланилиши муносабати билан Т.м. кейинги вақтларда тез суръатлар билан ривожланмоқда.

Адаб.: А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат, М., 1954; И. С. Березин, Н. П. Жидков, Методы вычислений, Физматгиз, М., т. 1, 1959, т. 11, 1960.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ФОРМУЛЫ — ТАҚРИБИЙ ФОРМУЛАЛАР — ҳар хил функцияларни ҳисоблашда ишлатиладиган тақрибий формулалар. Тақрибий формулалар чиқаришнинг асосий методи функцияларни қаторга, кўпинча Тейлор қаторига ёйишдир. Функцияларнинг аниқ қиймати билан уларнинг қатор ёрдамида топилган тақрибий қиймати орасидаги айирмани баҳолаш учун Тейлор қаторининг бирор шаклидаги қўшимча ҳади текширилади.

Тейлор қаторининг қўшимча ҳади Пеано кўринишида бўлган ифодаси қуйидагича:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0) + \alpha}{n!}(x - x_0)^n$$

(α миқдор x га боғлиқ бўлиб, $x - x_0$ билан бирга 0 га интилади). Шлемильх ва Рош шаклидаги қўшимча ҳад:

$$r_n = \frac{f^{(n+1)}[x_0 + \theta(x - x_0)]}{n!p} (1-\theta)^{n+1-p} (x-x_0)^{n+1} \quad (0 < \theta < 1, \ \ p > 0),$$

$p = n + 1$ бўлганда Лагранж шаклидаги қўшимча ҳад ҳосил бўлади:

$$r_n = \frac{f^{(n+1)}[x_0 + \theta(x - x_0)]}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1}, \qquad (*)$$

$p = 1$ бўлганда Коши шаклидаги қўшимча ҳад:

$$r_n = \frac{f^{(n+1)}[x_0 + \theta(x - x_0)]}{n!} (1 - \theta)^n (x - x_0)^{n+1}.$$

$x_0 = 0$ бўлганда Тейлор формуласидан ва (*) дан қолдиқ ҳадли Маклорен формуласини чиқарамиз:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \frac{f^{(n+1)}(\theta x)}{(n+1)!}x^{n+1}.$$

Агар $f^{(n+1)}(x)$, яъни $(n+1)$-тартибли ҳосила абсолют миқдори жиҳатидан M сон билан чегараланган бўлса, у ҳолда аниқ формуладан қўшимча ҳадни олиб ташлаш билан ҳосил қилинган

$$f(x) \approx f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

тақрибий формуланинг r_n хатоси қуйидагича баҳоланган бўлиши мумкин:

$$|r_n| \leqslant \frac{Mx^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Масалан,

$$e^x \approx 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!}$$

тақрибий формуланинг (x жуда кичик бўлганда) хатоси қуйидагича баҳоланади:

$$|r_n(x)| < e^x \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}, \quad x \approx 1 \text{ бўлганда } |r_n| < \frac{3}{(n+1)!}.$$

$\sin x \approx x - \frac{x^3}{3!} + \ldots + (-1)^{m-1}\frac{x^{2m-1}}{(2m-1)!}$ учун $|r_{2m}(x)| \leqslant \frac{|x|^{2m+1}}{(2m+1)!}$. Хусусий ҳолда $\sin x \approx x$ формуланинг хатоси 10^{-3} $(x > 0)$ дан кичик бўлиши учун $\frac{x^3}{6} < 0,001$, яъни $x < 0,1817$ бўлиши керак. $\sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$ формуланинг хатоси ҳам шундай бўлиши учун $x < 0,6544$ бўлиши керак.

$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots + (-1)^m \frac{x^{2m}}{(2m)!} \text{ учун } |r_{2m+1}(x)| \leqslant \frac{|x|^{2m+2}}{(2m+2)!},$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} \text{ учун } |r_3(x)| \leqslant \frac{x^4}{24} < 10^{-4}, \text{ бунда } x < 0,2213 \ (\approx 13°).$$

Бошқача типдаги тақрибий формулалар ҳам бор; масалан, айлананинг r радиусига нисбатан жуда кичик бўлган s ёйининг тақрибий тўғриланиши учун тақрибий формула қуйидагича бўлади:

$$s = 2\delta + \frac{2\delta - d}{3},$$

бу ерда d — s ёй ватари, δ — s нинг ярмига мос келадиган ватар, унинг хатоси қуйидагича баҳоланади:

$$|\Delta s| < r\frac{x^5}{180}$$

(x — s га мос марказий бурчак).

Бу мақсадда Чебишев қоидаси ҳам ишлатилади: ёй узунлиги ватарга ясалган ва баландлиги стрелканинг $\sqrt{\frac{4}{3}}$ қисмига тенг бўлган тенг ёнли учбурчакдаги тенг томонлар йиғиндисига тақрибий тенг. Бу формуланинг хатоси $|\Delta s| < 0,1rx^5$ муносабат билан баҳоланади.

Аниқ интегралларни ҳисоблашда ишлатиладиган тақрибий формулаларни қуйидаги терминлардан қаранг: Парабол формула. Трапеций формула, Прямоугольников формула.

Адаб.: А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат, М., 1954; Л. С. Безикович, Приближенные вычисления, Гостехиздат, М., 1949.

ПРИВЕДЕНИЕ ПОДОБНЫХ ЧЛЕНОВ многочлена— кўпҳаднинг **ЎХШАШ ҲАДЛАРИНИ ИХЧАМЛАШ.** Агар бирор кўпҳадда (қ. Многочлен) унинг бирор ҳади (қ. Член многочлена) ва унга ўхшаш барча ҳадларнинг (қ. Подобные члены):

$$A_1x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_n^{\alpha_n},\ A_2x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_n^{\alpha_n},\ldots,A_kx_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_n^{\alpha_n} \qquad (*)$$

тўплами берилган бўлса, у ҳолда кўпҳаднинг Ў.ҳ.и. деб шу кўпҳадда ўхшаш ҳадларнинг бутун (*) тўпламини битта

$$(A_1+A_2+\ldots+A_k)\,x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_n^{\alpha_n}$$

ҳад билан алмаштиришга айтилади. Ў. ҳ. и. айний алмаштиришларнинг (қ. Тождественное преобразование) бир туридир.

ПРИВЕДЁННАЯ СИСТЕМА ВЫЧЕТОВ — ЧЕГИРМАЛАРНИНГ КЕЛТИРИЛГАН СИСТЕМАСИ — m модул бўйича ўзаро туб бўлган сонлардан иборат чегирмалар тўлик системасининг (қ. Полная система вычетов) бир қисмидир. m модул бўйича таққосланмайдиган ва у билан ўзаро туб бўлган сонларнинг ҳар қандай $\varphi(m)$ сонлари ўша модул бўйича Ч.к.с. ни ҳосил қилади. Бу ерда $\varphi(m)$ — Эйлер функцияси.

ПРИВОДИМЫЙ МНОГОЧЛЕН над полем P — P майдон устида **КЕЛТИРИЛАДИГАН КЎПҲАД.** Кўпҳад коэффициентлари P майдондан олинган нолинчимас даражали камида иккита кўпҳаднинг кўпайтмасига ёйилганда ва фақат шундагина бу кўпҳад P майдон устида К. к. деб аталади. Агар кўпҳадни ўша P майдондан олинган кўпҳадлар кўпайтмасига ажратиб бўлмаса, у ҳолда бу кўпҳад келтирилмайдиган кўпҳад деб аталади.

Айни бир кўпҳад бир майдон ёки ҳалқада келтириладиган бўлиб, бошқасида келтирилмайдиган бўлиши мумкин. Масалан $f(x)=x^2-5$ кўпҳад рационал сонлар майдонида келтирилмайди, ҳақиқий сонлар майдонида эса келтирилади, чунки

$$x^2-5=(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}).$$

Бошқа мисол: $f(x)=x^2+5$ кўпҳад рационал сонлар майдони ва ҳақиқий сонлар майдонида келтирилмайди, комплекс сонлар майдонида эса келтирилади, чунки

$$x^2+5=(x+i\sqrt{5})(x-i\sqrt{5}).$$

Бирор кўпҳаднинг ҳатто рационал сонлар майдонида келтирилиш масаласи яқин вақтларга қадар жуда қўпол умумий методлар билан ечилар эди. Кўпҳадларнинг келтирилиши тўғрисидаги масалани ечиш ва бу кўпҳаднинг рационал сонлар майдонидаги кўпайтувчиларини топишнинг энг кўп маълум бўлган методлари ўтган асрда немис математиги Л. Кронекер яратган методлар эди. Лекин унинг методлари шу қадар қўпол бўлганки, ҳатто бешинчи даражали кўпҳадларнинг келтирилиши масаласини ҳал қилиш учун миллион хил гипотезаларни синаб кўришга тўғри келади, шу билан бирга, ҳар бир гипотезани синаш ўз навбатида жуда кўп ҳисоблаш ишларини талаб қилади.

1938—1940 йилларда М. В. Яковкин кўпҳадларнинг келтирилиши тўғрисидаги масалани ечишнинг Л. Кронекер методларидан анча содда ва кўп камол топган янги методларини топди ва уларни батафсил ишлаб чиқди. Бу методларни Яковкин биринчи марта 1941 йили «В. И. Ленин номидаги МДПИнинг илмий ишлари» (Ученые записки МГПИ им. В. И. Ленина) тўпламида, сўнгра эса «Доклады АН СССР» журналининг бир қанча сонларида нашр этган. Бу методлар М. В. Яковкиннинг «Численная теория приводимости многочленов» (СССР ФА нашриёти, 1959) китобида анча тўлиқ ва батафсил баён этилган.

ПРИЗМА — ПРИЗМА — призматик сиртни (қ. Призматическая поверхность) иккита параллел текислик билан кесишдан ҳосил бўлган кўпёқ. Призматик сиртни параллел текисликлар билан кесишдан ҳосил бўлган тенг кўпбурчаклар (ёқлар) призманинг асослари деб, бошқа ёқлари (параллелограммлар) — ён ёқлари деб аталади (229- расм).

Агар призманинг ён қирралари асосларига перпендикуляр бўлса, призма тўғри П. деб аталади. Агар П. тўғри П. бўлиб, асоси мунтазам кўпбурчак бўлса, у ҳолда П. мунтазам П. дейилади. Агар П. нинг ён қирралари (ёқлари) асосларига перпендикуляр бўлмаса, П. оғма П. деб аталади. Агар П. нинг асоси учбурчак бўлса, П. учбурчакли П. деб, агар асоси тўртбурчак бўлса, П. тўртбурчакли П. деб, умуман, асоси *n* бурчак бўлса, П. *n* бурчакли П. деб аталади.

229- расм.

230- расм.

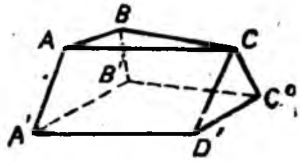
Кўпинча қавариқ П. текширилади, одатда у П. деб аталади. Адабиётда баъзан П. нинг таърифи нотўғри берилади: икки ёғи мос томонлари параллел бўлган тенг кўпбурчаклар, қолган ёқлари параллелограммлар бўлган кўпёқ призма деб аталади (қ. масалан, БСЭ, 2- нашри, «Призма» сўзи; Киселев, Геометрия, II қ. 33- бет, 1950). 230- расмда тасвирланган кўпёқ бу таърифга тўғри келади, лекин у призма эмас.

Грек. πρισμα — кесиб олинган (бўлак), қийқим (πρίω — арралайман).

ПРИЗМАТИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ — ПРИЗМАТИК СИРТ — тўғри чизиқнинг фазода қиладиган шундай ҳаракатидан ҳосил бўладики, бунда тўғри чизиқ ўзига-ўзи параллел бўлиб қолавергани ҳолда берилган синиқ чизиқ бўйлаб сирпанади.

Ҳаракатдаги тўғри чизиқ П. с. нинг ясовчиси деб, берилган синиқ чизиқ эса унинг йўналтирувчиси деб аталади.

ПРИЗМАТОИД — ПРИЗМАТОИД — асослар деб аталадиган икки ёқи бир-бирига параллел бўлган қавариқ кўпёқ. Асосларда турли исмли кўпбурчаклар масалан, учбурчак ва тўртбурчак (*ABC* ва *A'B'C'D'*, 231- расмга қ.) бўлиши, қолган ёқлари (ён ёқлари) учбурчак ва трапециялар бўлиши мумкин. П. нинг хусусий ҳоллари обелиск (қ.) ва призма (қ.).



231- расм.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ чисел — сонларнинг **БЎЛИНИШ АЛОМАТЛАРИ** — бир натурал сонларнинг бошқаларига қолдиқсиз бўлиниши тўғрисида фикр юритишга имкон берадиган энг содда критерийлар (қоидалар). Сонларнинг бўлиниши тўғрисидаги масалани Б. а. унча катта бўлмаган сонлар устида кўнгилда бажариладиган амалларга келтиради.

Умум томонидан қабул қилинган саноқ системасининг асоси 10 бўлгани учун 10^k, 10^k-1, 10^k+1 кўринишдаги уч хил сонларнинг бўлувчиларига оид Б.а. энг содда ва энг кўп тарқалган аломатлардир.

Биринчи кўриниш—10^k сонининг бўлувчиларига оид Б.а: ҳар қандай бутун N сонининг 10^k сонининг ҳар қандай бутун q бўлувчисига бўлиниши учун N сонининг охирги k та рақами (k — сонниинг охиридан ҳисобланган рақамлар сони) q га бўлиниши зарур ва кифоя. Хусусий ҳолда ($k=1$, 2 ва 3 бўлганда) $10^1=10$ (I_1), $10^2=100$ (I_2) ва $10^3=1000$ (I_3) сонларининг бўлувчиларига оид қуйидаги Б.а. га эга бўламиз:

I_1. **2, 5 ва 10 га** — соннинг охирги битта рақами мос равишда 2, 5 ва 10 га бўлиниши керак. Масалан, 80110 сони 2, 5 ва 10 га бўлинади, чунки бу соннинг охирги рақами бўлган 0 (ноль) 2, 5 ва 10 га бўлинади; 37835 сони 5 га бўлинади, лекин 2 ва 10 га бўлинмайди, чунки бу соннинг охирги рақами бўлган 5 сони 5 га бўлинади, лекин 2 ва 10 га бўлинмайди.

I_2. **2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 ва 100 га**— соннинг охирги икки рақами мос равишда 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 ва 100 га бўлиниши керак. Масалан, 7840700 сони 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 ва 100 га бўлинади, чунки бу соннинг охирги икки рақами бўлган 00 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 ва 100 га бўлинади; 10831750 сони 2, 5, 10, 25 ва 50 га бўлинади, лекин 4, 20 ва 100 га бўлинмайди, чунки бу соннинг охирги икки рақами бўлган 50 сони 2, 5, 10, 25 ва 50 га бўлинади, лекин 4, 20 ва 100 га бўлинмайди.

I_3. **2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 125, 200, 250, 500 ва 1000 га** — соннинг охирги учта рақами мос равишда 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 125, 200, 250, 500 ва 1000 га бўлиниши керак. Масалан, 675081000 сони бу аломатда айтиб ўтилган сонларнинг ҳаммасига бўлинади, чунки бу соннинг охирги уч рақами, яъни 000 бу бўлувчиларнинг ҳар бирига бўлинади; 51184032 сони 2, 4 ва 8 га бўлинади, бошқаларига бўлинмайди, чунки бу соннинг охирги уч рақами, яъни 032 фақат 2, 4 ва 8 га бўлиниб, бошқаларига бўлинмайди.

Иккинчи кўриниш — $10^k - 1$ сонининг бўлувчиларига оид Б.а.: ҳар қандай бутун N сонининг $10^k - 1$ сонининг ҳар қандай бутун q бўлувчисига бўлиниши учун N сонининг k та рақамли группалари йиғиндиси q га бўлиниши зарур ва кифоя. Хусусий ҳолда ($k = 1$, 2 ва 3 бўлганда) $10^1 - 1 = 9$ (II_1), $10^2 - 1 = 99$ (II_2) ва $10^3 - 1 = 999$ (II_3) сонларининг бўлувчиларига оид қуйидаги Б.а. га эга бўламиз;

II_1. **3 ва 9 га** — сондаги рақамларнинг (бир рақамли группаларининг) йиғиндиси мос равишда 3 ва 9 га бўлиниши керак. Масалан, 510887250 сони 3 ва 9 га бўлинади, чунки бу сон рақамларининг $5+1+0+8+8+7+2+5+0 = 36$ (ва $3+6=9$) йиғиндиси 3 ва 9 га бўлинади; 4712586 сони 3 га бўлинади, лекин 9 га бўлинмайди, чунки бу сон рақамларининг $4+7+1+2+5+8+6=33$ (ва $3+3=6$) йиғиндиси 3 га бўлинади, лекин 9 га бўлинмайди.

II_2. **3, 9, 11, 33 ва 99 га** — соннинг икки рақамли группалари йиғиндиси мос равишда 3, 9, 11, 33 ва 99 га бўлиниши керак. Масалан, 396198297 сони 3, 9, 11, 33 ва 99 га бўлинади, чунки унинг икки рақамли группаларининг $3+96+19+82+97=297$ (ва $2+97=99$) йиғиндиси 3, 9, 11, 33 ва 99 га бўлинади; 7265286303 сони 3, 11 ва 33 га бўлинади, лекин 9 ва 99 га бўлинмайди, чунки бу соннинг икки рақамли группаларининг $72+65+28+63+$ $+03=231$ (ва $2+31=33$) йиғиндиси 3, 11 ва 33 га бўлинади, 9 ва 99 га бўлинмайди.

II_3. **3, 9, 27, 37, 111, 333** ва **999 га**—соннинг уч рақамли группалари йиғиндиси мос равишда 3, 9, 27, 37, 111, 333 ва 999 га бўлиниши керак. Масалан, 354645871128 сони бу аломатда айтиб ўтилган ҳамма сонларга бўлинади, чунки бу соннинг уч рақамли группаларининг $354+645+871+128=1998$ (ва $1+$ $+998=999$) йиғиндиси бу бўлувчиларнинг ҳар бирига бўлинади.

Учинчи кўриниш — 10^k+1 сонининг бўлувчиларига оид Б.а.: ҳар қандай бутун N сонининг 10^k+1 сонининг ҳар қандай бутун q бўлувчисига бўлиниши учун N да жуфт ўринда турувчи k та рақамли группаларнинг йиғиндиси билан тоқ ўринда турувчи k та рақамли группалар йиғиндиси орасидаги айирма q га бўлиниши зарур ва кифоя. Хусусий ҳолда ($k=1,2$ ва 3 бўлганда) $10^1+1=11$ (III_1) $10^2+1=101$ (III_2) ва $10^3+1=1001$ (III_3) сонларнинг бўлувчиларига оид қуйидаги Б.а. га эга бўламиз.

III_1. **11 га** — сонда жуфт ўринда турган рақамлар (бир рақамли группалар) йиғиндиси билан тоқ ўринда турган рақамлар йиғиндиси орасидаги айирма 11 га бўлиниши керак. Масалан, 876583598 сони 11 га бўлинади, чунки жуфт ўринда турувчи рақамлар йиғиндиси билан тоқ ўринда турувчи рақамлар йиғиндиси орасидаги $8-7+6-5+8-3+5-9+8=11$ (ва $1-1=0$) айирма 11 га бўлинади.

III_2. **101 га** — сонда жуфт ўринда турган икки рақамли группалар йиғиндиси билан тоқ ўринда турган икки рақамли группалар йиғиндиси орасидаги айирма 101 га бўлиниши керак. Масалан, 8130197 сони 101 га бўлинади, чунки бу сонда жуфт ўринда турувчи икки рақамли группалар йиғиндиси билан тоқ ўринда турувчи икки рақамли группалар йиғиндиси орасидаги $8-13+01-97=101$ (ва $1-01=0$) айирма 101 га бўлинади.

Ш_3. **7, 11, 13, 77, 91, 143 ва 1001 га** — сонда жуфт ўринда турувчи уч рақамли группалар йиғиндиси билан тоқ ўринда турувчи уч рақамли группалар йиғиндиси орасидаги айирма мос равишда 7, 11, 13, 77, 91, 143 ва 1001 га бўлиниши керак. Масалан, 539693385 сони 7, 11 ва 77 га бўлинади, лекин 13, 91, 143 ва 1001 га бўлинмайди, чунки $539-693+385=231$ айирма 7, 11 ва 77 га бўлинади, 13, 91, 143 ва 1001 га бўлинмайди.

Адаб.: М. В. Яковкин, Свойства чисел, аналогичные теореме Безу, «Математика в школе», 1951, № 1.

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА — ТАТБИҚИЙ МАТЕМАТИКА — бу термин математикани фан ва техниканинг бошқа соҳаларига (физика, химия, астрономия, иқтисод, геодезия, ҳарбий иш ва инженерлик ишлари ва бошқаларга) татбиқ этиш тўғрисида гапирилганда қўлланилади. Татбиқий математика билан татбиқий бўлмаган математика орасида аниқ чегара йўқ.

Ҳар қандай математик предмет озми-кўпми, тўғри ёки билвосита татбиқий аҳамиятга эга. Масалан, сонлар назарияси комплекс аргументли функциялар назариясининг баъзи масалаларини ҳал қилиш билан механика учун маълум аҳамиятга эга бўлиши мумкин. Т. м. термини ишлатилганда одатда математиканинг бошқа соҳаларда бевосита татбиқ этиладиган бўлимлари назарда тутилади. Математиканинг бундай бўлимлари учун мамематик бўлмаган интерпретациялар характерлидир (эҳтимоллар назарияси, ахборот назарияси, майдон назарияси, операторлар назарияси, потенциал назарияси). Баъзи татбиқий математик предметлар эски назариялар соҳасида янги амалий масалалар муносабати билан пайдо бўлади (дифференциал тенгламаларни ечишнинг сонли методлари ва ҳоказо).

ПРИМИТИВНАЯ ФУНКЦИЯ (или первообразная функция) — берилган $f(x)$ функциянинг **ПРИМИТИВ ФУНКЦИЯСИ** (ёки бошланғич функцияси) — шундай $\Phi(x)$ функциядирки, берилган интервалда $\Phi'(x)=f(x)$ бўлади. П.ф. ни топиш дифференциаллашга тескари амалдир, лекин у бир қийматли эмас: $f(x)$ учун чексиз кўп П.ф. лар мавжуд, лекин уларнинг ихтиёрий иккитаси бир-биридан ўзгармас қўшилувчи билан фарқ қилади. Барча П.ф. лар тўплами $f(x)$ функциядан олинган аниқмас интеграл (қ. Неопределённый интеграл) деб аталади. Бу тўплам $\Phi(x)=\Phi_1(x)+C$ формула билан ифодаланади, бу ерда $\Phi_1(x)$ — бирор П.ф., C эса ихтиёрий ўзгармас миқдор. Масалан, x^3 функция $3x^2$ учун П.ф. бўлади ва $3x^2$ нинг барча П.ф. лари x^3+C кўринишида бўлади (бу мисолда интервал ихтиёрийдир). П.ф. тўғрисидаги асосий факт қуйидагидан иборат: интервалда узлуксиз бўлган ҳар қандай $f(x)$ функция учун П.ф. мавжуддир.

ПРИРАЩЕНИЕ — ОРТТИРМА: 1°. **Аргумент О. си** — аргументнинг икки (янги ва эски) қиймати орасидаги айирма: $\Delta x=x_1-x_0$.

2° **Функция О. си.** $y=f(x)$ функциянинг О.си аргументнинг Δx О. си билан аниқланади ва $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$ га тенг. $y=f(x)$ функциянинг берилган x нуқтадаги О. си $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$ айирмадир, бу ерда Δx — аргумент орттирмаси (қ.шу терминда 1°- пункт).

ПРИСОЕДИНЁННАЯ МАТРИЦА (взаимная матрица) — **ҚЎШИБ ОЛИНГАН МАТРИЦА** (ўзаро матрица). Квадрат A матрицага қўшиб олинган (ўзаро) матрица деб шундай матрицага айтиладики, унинг ҳар бир a_{ij} элементи ўрнига унинг A_{ij} алгебраик тўлдирувчиси (қ. Алгебраическое дополнение) қўйилган бўлади. n- тартибли

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

матрица учун

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

матрица қўшиб олинган матрица бўлади. A матрица билан қўшиб олинган A^* матрицанинг кўпайтмаси скаляр матрицага (қ.) тенг бўлади, бу скаляр матрицанинг бош диагоналида A матрицанинг $D = |A|$ детерминанти туради, яъни

$$AA^* = A^*A = \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D \end{pmatrix}.$$

Шунинг учун айнимаган A матрицага (қ. Неособенная матрица) нисбатан тескари A^{-1} матрица (қ. Обратная матрица) қуйидагича ифодаланади:

$$A^{-1} = \frac{1}{D} A^*.$$

ПРОВЕРКА С ПОМОЩЬЮ ДЕВЯТКИ — ТЎҚҚИЗ ЁРДАМИДА ТЕКШИРИШ — ҳисоблашнинг тўғрилигини текширишда қўлланиладиган усул. Бу усул кўпинча кўпайтириш натижасини текширишда ишлатилади ва қуйидагидан иборат: кўпайтма рақамлари йиғиндисини 9 га бўлишда чиққан қолдиқ билан икки кўпайтувчидан ҳар бирининг рақамлари йиғиндисини 9 га бўлишда чиққан қолдиқлар кўпайтмасини 9 га бўлишда чиққан қолдиқ солиштирилади. Агар бу қолдиқлар тенг бўлмаса, сонлар нотўғри кўпайтирилган бўлади, агар қолдиқлар тенг бўлиб чиқса, сонлар тўғри кўпайтирилган ёки тўққизга каррали сон қадар хатога йўл қўйилган бўлади. Бинобарин, Т.ё.т. ҳисоблаш натижасини баҳолашнинг зарурий шарти бўлиб, кифоявий шарти бўлолмас экан.

Мисол: $827 \cdot 563 = 465601$. Кўпайтувчилар рақамларининг йиғиндисини 9 га бўлишда чиққан қолдиқлар мос равишда 8 ва 5 га тенг, бу қолдиқларнинг кўпайтмаси бўлган 40 ни 9 га бўлганда 4 қолдиқ чиқади. Кўпайтма рақамларининг йиғиндисини 9 га бўлишда ҳам 4 қолдиқ чиқади. Бинобарин, сонлар тўғри кўпайтирилган (ёки ҳисоблашда 9 га каррали бўлган сон қадар хатога йўл қўйилган).

ПРОВЕШИВАНИЕ ПРЯМОЙ (линии) — **ТЎҒРИ ЧИЗИҚ ТОРТИШ** — очиқ ер устида бир тўғри чизиқ бўйича жойлашган нуқталарни белгилаб чиқиш. Ер устида ўлчаш ишлари бажаришда, геодезик ишларда Т.ч.т. ҳар хил усуллар (қозиқ ва теодолит ёрдамида) билан бажарилади.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ — ПРОГРАММАЛАШ — математик ёки мантиқий масалани электрон-ҳисоб машиналарида ечиш программасини тузишдир. Машинани бошқариш учун маълум бир буйруқлар системаси мавжуд. Ҳар бир математик ёки мантиқий буйруқ (ёки операция) тайин бир шаклда ёзилади (код); булар саккизлик (ёки иккилик) саноқ системасида ёзилади, сонлар ҳам кодлар билан ёзилади.

Масалан, «Стрела-3» машинаси 43 та иккилик разрядни ўз ичига олган кодлар билан операциялар бажаради, бу машинада қўшиш операцияси саккизлик системада 01 код билан, кўпайтириш операцияси 05 код билан, сонларни (кодларни) таққослаш операцияси 16 код билан тасвирланади. Буйруқ ва сонлар машинанинг ички хотира органидаги тайин номерли маълум ячейкаларига жойлаштирилади.

Программа (яъни сон ва буйруқлар) стандарт бланкаларга ёзилади. «Стрела-3» учун берилган программанинг чоғроқ парчасини келтирамиз:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
$a+3$	0	535			0	00		4
$a+4$	1	541	4		0	02		5
$a+5$		$a+3$	$a+4$	$a+13$		01		6

Мазкур буйруқ ёки сон киритиладиган ячейканинг саккизлик системадаги номери биринчи устунда кўрсатилади; агар киритиладиган сон мусбат бўлса, иккинчи устунга 0 ёзилади, агар сон манфий бўлса, 1 ёзилади. Учинчи, тўртинчи ва бешинчи устунларга 1, 2, 3- адреслар ёзилади: сон $A \cdot 10^B$ $(0 \leqslant A < 1)$ кўринишда ёзилганда бу адреслар A ни ҳар бир адресга учта рақамдан ёзишга қўлланилади, буйруқни ёзишда 1- ва 2- адресларда мазкур операциялар бажариладиган сон ва буйруқлар олинадиган ячейкаларнинг номерлари кўрсатилади; 3- адресда натижа юбориладиган ячейканинг номери туради. Агар $B \geqslant 0$ бўлса, олтинчи устунга 0 ёзилади, агар $B < 0$ бўлса, 1 ёзилади. Еттинчи устунда мазкур операциянинг коди ёки B сон кўрсатилади (уни тасвирлаш учун саккизлик системадаги иккита разряд қўлланилади). Масалан, $a+3$ ячейкага 0,535 сони, $a+4$ ячейкага 54,14 сони ёзилган, $a+5$ ячейкага эса бундай буйруқ ёзилган: «$a+3$ ячейкадаги сонни, $a+4$ ячейкадаги сонни олиб, уларни қўшиб, натижани $a+13$ ячейкага юборинг». Бу буйруқни бажариб бўлгандан кейин машина бевосита галдаги буйруқни бажаришга ўтади ва ҳоказо.

Бланкаларга ёзилган программа сўнгра перфокарта ёки перфоленталарга тешиб ўтказилади, программанинг бошланғич сонлари ва буйруқлари машинага шу перфокарта ёки перфоленталардан берилади. Сон ва буйруқ бериб бўлингандан сўнг машина берилган программани, яъни карталарда тешиб белгиланган буйруқларни бажаришга киришади. Ҳар хил масалаларни ечишда сонли методларни шундай танлаб олишга ҳаракат қилинадики, бунда улар математик жиҳатдан анча коррект (турғун) бўлгани ҳолда осон программаланадиган бўлиши ва бу методда программани бажаришга минимал вақт кетадиган бўлиши керак. Танлаб олинган сонли метод бўйича программанинг умумий схемаси тузилади, яъни бутун масаланинг ечилиши бир неча содда масалаларга бўлиб ташланади ва улар бирин-кетин қандай тартибда (бир марта ёки қайта-қайта) бажарилиши кўрсатилади; сўнгра ҳар бир содда масала учун, схеманинг ҳар бир қисми учун бу масалани ечишнинг программаси тузилади. Бутун материал машинанинг хотира органига тақсимланади ва программанинг ҳамма қисмлари бир программа қилиб бирлаштирилади.

Программа тузишда машинанинг масалани тўғри ечишини (программани бажаришини) назорат қилиб туриш зарурлиги кўзда тутилади; бунинг ўзининг махсус методлари бор. Баъзи жуда содда масалаларни ечиш (масалан, элементар функцияларни ҳисоблаш) учун машинага стандарт программачалар бериб қўйилган бўлади, булар машинанинг хотира органида сақланади.

Ҳозирги вақтда автоматик программалаш, яъни программа тузиш учун программа тузиш (программа берувчи программалар) методлари ишлаб чиқилмоқда. Бу методлар ҳаддан ташқари мураккаб масалаларни иложи борича қисқа вақт ичида ечиш учун зарур бўлар экан.

ПРОГРЕССИЯ — ПРОГРЕССИЯ — Арифметическая прогрессия ва Геометрическая прогрессия терминларига қаранг.

ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ПРОЕКТИВ ГЕОМЕТРИЯ — фигураларнинг проектив хоссаларини, яъни текислик (фазо) нинг ўзини ўзига алмаштирадиган барча проектив алмаштиришларида инвариант бўлиб қолаверадиган хоссаларини ўрганадиган математик предметдир; бошқача сўз билан айтганда, П.г. проектив алмаштиришлар группаси (қ. Проективное преобразование) билан аниқланадиган геометриядир. П.г. нинг асосий тушунчаси тўртта нуқта (тўғри чизиқ) нинг мураккаб нисбатидир (қ. Сложное отношение).

Адаб.: Н. Ф. Четверухин, Проективная геометрия, Учпедгиз, М., 1953, Н. А. Глаголев, Проективная геометрия, ОНТИ, М., 1936; Н. В. Ефимов, Высшая геометрия, Физматгиз, М., 1961; Дж. Юнг, Проективная геометрия, инглизчадан таржима, ИЛ. М., 1949.

ПРОЕКТИВНАЯ МЕТРИКА — ПРОЕКТИВ МЕТРИКА — проектив алмаштиришларнинг бирор синфига нисбатан инвариант бўлган метрика (кесма ва бурчаклар, юзлар ва шу кабиларни ўлчаш). Одатда алмаштиришларнинг бундай синфи [проектив группанинг қисм-группаси (қ. Подгруппа)] 2-тартибли бирор эгри чизиқни сақлаб қолувчи алмаштиришлар бўлади (қ. Абсолют). Бундай турдаги алмаштиришларга нисбатан инвариант бўлган хоссалар ҳар хил метрик геометрияларда ўрганилади (жумладан, Лобачевский геометриясида, эллиптик геометрияда ва ҳоказо).

Адаб.: Н. Ф. Четверухин, Проективная геометрия, Учпедгиз, М., 1953; Н. В. Ефимов, Высшая геометрия, Физматгиз, М., 1961; Ф. Клейн, Неевклидова геометрия, ОНТИ, М.—Л., 1936; Г. Буземан, П. Келли, Проективная геометрия и проективные метрики, ИЛ, М., 1957.

ПРОЕКТИВНАЯ ПЛОСКОСТЬ — ПРОЕКТИВ ТЕКИСЛИК. 1°. **Проектив геометриядаги П.т.** — чексиз узоқдаги элементлар (қ. Бесконечно удалённые элементы) билан тўлдирилган Евклид текислиги. Ҳар бир тўғри чизиқ чексиз узоқлашган нуқта билан тўлдирилади ва шундай қилиб берк бўлиб қолади. Параллел тўғри чизиқлар оиласига умумий чексиз узоқлашган нуқта мос келади, параллел бўлмаган икки тўғри чизиққа ҳар хил чексиз узоқлашган нуқталар мос келади. Аналитик нуқтаи назардан П. т. учта пропорционал $(x_1 : x_2 : x_3)$ сонларнинг — ўзгарувчи M нуқтанинг, учалови баравар нолга тенг бўлмаган, бир жинсли координаталари тўплами сифатида таърифланади. П.т. да қуйидаги теорема ўринлидир: ихтиёрий икки тўғри чизиқ бир нуқтада кесишади ёки устма-уст тушади.

2°. **Топологиядаги П.т.** — 1°-пунктдаги П. т. га гомеоморф бўлган топологик фазодир (қ. Топологическое пространство). П. т. нинг топологик модели бир-бирига айнан мослаштирилган диаметрал қарама-қарши нуқталари бўлган уч ўлчовли Евклид фазосидаги сферадир.

ПРОЕКТИВНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ПРОЕКТИВ-ДИФФЕРЕНЦИАЛ ГЕОМЕТРИЯ — дифференциал геометриянинг бўлими бўлиб, унда фазонинг проектив алмаштиришларига нисбатан инвариант бўлган дифференциал-геометрик объектлари ўрганилади. Сиртлар учун бундай объектларга қўшма тўрлар, асимптотик йўналишлар мисол бўлади. П.д.г. нинг асосий бўби конгруэнциялар (қ.) — чизиқларнинг икки параметрли оилаларининг назариясидир. Бу назарияда фокал ва ёйилувчи сиртлар, фокуслар ва шу кабилар ўрганилади. СССРда П.д.г. мактабини С. П. Фиников яратди.

ПРОЕКТИВНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ плоскости (пространства) — текислик (фазо) нинг **ПРОЕКТИВ АЛМАШТИРИШИ** — проектив текислик (фазо) нинг ўзини ўзига ўтказадиган шундай нуқтавий ўзаро бир қийматли акслантиришки, бунда бир тўғри чизиқда ётувчи нуқталар бошқа тўғри чизиқда ётувчи нуқталарга ўтади.

Проектив тўғри чизиқнинг П.а. деб уни ўзини ўзига ўтказадиган шундай ўзаро бир қийматли акслантиришга айтиладики, бунда ўша тўғри чизиқдаги гармоник тўрт нуқта (қ. Гармоническая четверка) гармоник тўрт нуқтага ўтади. Тўғри чизиқ (текислик ёки фазо) П.а. нинг асосий инварианти тўрт нуқтанинг мураккаб нисбатидир (қ. Сложное отношение). Тўғри чизиқ (текислик, фазо) нинг П.а. лари группа (қ.) ҳосил қилади. Проектив текисликнинг $M'(x'_1 : x'_2 : x'_3)$ ва $M(x_1 : x_2 : x_3)$ нуқталарининг П.а. қуйидаги формулалар билан берилади:

$$x'_1 = \rho(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3),$$
$$x'_2 = \rho(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3),$$
$$x'_3 = \rho(a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3),$$

бу ерда $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$, ρ—нолдан фарқли бўлган ҳар қандай ҳақиқий сон.

Евклид текислиги (Евклид фазоси) нинг П.а. лари ҳам текширилади, бунда M нуқтанинг (x, y) декарт координаталари (асл образи) билан M' нуқтанинг (x', y') координаталари (образи) қуйидаги формулалар орқали боғланган:

$$x' = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}}, \qquad y' = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}}.$$

$a_{31}x + a_{32}y + a_{33} \neq 0$ тўғри чизиқ нуқталарининг ўзига мос келадиган нуқталари (нусхалари) йўқ, шу туфайли бу тўғри чизиқ нуқталари учун ўзаро бир қийматли мослик бузилади.

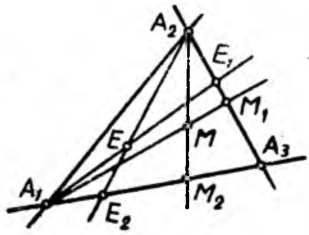
П.а. нинг энг муҳим ва шу билан бирга жуда содда мисоли гомологиядир (қ.). Гомология бирор тўғри чизиқнинг (гомология ўқининг) нуқталарини, шунингдек бу тўғри чизикдан ташқаридаги ёки унга тегишли бирор нуқтани (махсус гомология) қўзғалтирмай қолдиради.

ПРОЕКТИВНОЕ ПРОСТРАНСТВО — ПРОЕКТИВ ФАЗО — чексиз узоқлашган (хосмас) нуқталар, чексиз узоқлашган тўғри чизиқлар ва чексиз узоқлашган текислик қўшиб олинган Евклид фазосидир. Ҳар бир тўғри чизиққа чексиз узоқлашган фақат битта нуқта, ҳар бир текисликка чексиз узоқлашган фақат битта тўғри чизиқ ва бутун фазога чексиз узоқлашган битта текислик қўшиб олинади. П.ф.·да параллел тўғри чизиқ ва текисликлар йўқ: проектив текисликнинг ҳар қандай икки тўғри чизиғи бир-бири билан кесишади; ҳар қандай текислик ўзига тегишли бўлмаган ҳар қандай тўғри чизиқ билан кесишади; ҳар қандай икки текислик тўғри чизиқ бўйича кесишади.

П.ф. қарамлик ва тартиб муносабатлари проектив геометрия (қ.) аксиомалари системасининг маълум талаблари бажариладиган қилиб аниқланган уч тур объектларнинг: нуқта, тўғри чизиқ ва текисликларнинг тўплами сифатида аксиоматик тарзда таърифланиши мумкин.

П.ф. ўзгарувчи M нуқтанинг бир жинсли координаталаридан (қ. Однородные координаты) иборат бўлган тўртта пропорционал сон $(x_1 : x_2 : x_3 : x_4)$ нуқталарининг тўплами сифатида ҳам таърифланиши мумкин (бу сонлар нинг ҳеч бўлмаганда биттаси нолдан фарқли бўлиши керак). $(x_1 : x_2 : x_3 : x_4)$ ва $(\lambda x_1 : \lambda x_2 : : \lambda x_3 : \lambda x_4)$ тўрт сонлар (бу ерда $\lambda \neq 0$) П.ф. нинг айни бир нуқтасини аниқлайди. П.ф да хос ва хосмас элементлар (нуқталар, тўғри чизиқлар, текисликлар) ўз хоссалари жиҳатидан мутлақо тенг кучлидир.

ПРОЕКТИВНОЙ СВЯЗНОСТИ ГЕОМЕТРИЯ— ПРОЕКТИВ БОҒЛАМЛИ ГЕОМЕТРИЯ — дифференциал геометриянинг проектив боғламли фазоларни ўрганадиган бўлими: бундай фазонинг ҳар бир нуқтасига «уринма» проектив фазо мос келтирилган, бу уринма фазо элементини ихтиёрий нуқтанинг «уринма» фазосига ихтиёрий йўл бўйича «проектив кўчиши» берилган. П.б.г. Риман геометриясининг (қ.) кўп масалаларига татбиқ этилади.



232- расм.

ПРОЕКТИВНЫЕ КООРДИНАТЫ — ПРОЕКТИВ КООРДИНАТАЛАР. Проектив текисликдаги нуқтанинг П.к. — учаласи бир вақтда нолга тенг бўлмаган ва нуқтанинг бу текисликдаги вазиятини бир қийматли аниқлайдиган учта x_1, x_2, x_3 сон. Текисликдаги проектив координаталар системаси $A_1A_2A_3$ учбурчак ва бу учбурчакнинг томонлари бўлган тўғри чизиқларнинг ҳеч бирида ётмайдиган E нуқта билан берилади (232- расм).

M — проектив текисликнинг A_1A_2 тўғри чизиқда ётмайдиган ихтиёрий нуқтаси, M_1 — ўша нуқтанинг A_1 нуқтадан A_2A_3 тўғри чизиққа туширилган проекцияси, M_2 эса ўша нуқтанинг A_2 нуқтадан A_1A_3 тўғри чизиққа туширилган проекцияси бўлсин. M_1 нуқтанинг A_2A_3 тўғри чизиқдаги вазияти A_2, A_3, E_1 базис нуқталарга нисбатан бир жинсли бўлмаган x_{M_1} координата билан бир қийматли аниқланади, M_2 нуқтанинг A_1A_3 тўғри чизиқдаги вазияти A_1, A_3, E_2 базис нуқталарга нисбатан бир жинсли бўлмаган x_{M_2} координата билан бир қийматли аниқланади; у ҳолда M нуқта A_1M_1 ва A_2M_2 тўғри чизиқларнинг кесишиш нуқтаси сифатида бир қийматли аниқланади.

Текисликдаги M нуқтанинг A_1, A_2, A_3 ва E базис нуқталарга нисбатан бир жинсли x_1, x_2, x_3 П.к. қуйидаги тенгликлар билан аниқланади:

$$\frac{x_1}{x_3} = \{A_1A_3E_2M_2\}, \qquad \frac{x_2}{x_3} = \{A_2A_3E_1M_1\}.$$

M нуқтанинг бир жинсли (x_1, x_2, x_3) П.к. ва (λx_1, λx_2, λx_3) айни бир нуқтанинг координаталари деб қабул қилинади, бу ерда $\lambda \neq 0$.

Проектив текисликда тўғри чизиқ бир жинсли чизиқли

$$u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 = 0$$

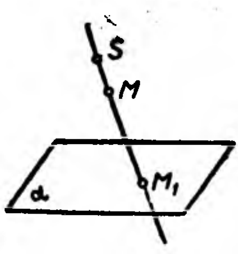
тенглама билан бериладн, бу ерда u_1, u_2, u_3 сонлар тўғри чизиқнинг координаталари деб аталади. Фазодаги П.к. ҳам шунга ўхшаш аниқланади.

Текисликдаги нуқтанинг П.к. тричизиқли ёки учбурчакли координаталар деб ҳам аталади.

ПРОЕКТИВНЫЕ ФОРМЫ 1-й ступени — **1-БОСҚИЧЛИ ПРОЕКТИВ ФОРМАЛАР** (қ. Формы геометрические) — 1-босқичли ҳар қандай икки форма бўлиб, уларда мос элементларининг ҳар қандай тўрт жуфтининг мураккаб нисбатлари (қ. Сложное отношение) тенг бўлади.

ПРОЕКЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР—ПРОЕКЦИОН ОПЕРАТОР—n ўлчовли Евклид фазосидаги (қ. Евклидово пространство) ёки чексиз ўлчовли Гильберт фазосидаги (қ. Гильбертово пространство) оператор бўлиб, у ҳар бир **x** векторга унинг бирорта маълум қисм-фазодаги проекциясини мос келтиради. Ҳар қандай П.о. ўз-ўзига қўшма бўлиб, $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$ шартни қаноатлантиради. Аксинча, агар **P** оператор ўз-ўзига қўшма бўлиб, $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$ шартни қаноатлантирса, у ҳолда **P** оператор П.о. бўлади. Масалан, H фазо $[-\pi, \pi]$ кесмада интегралланувчи функцияларнинг фазоси бўлсин. $\varphi(x) \to a_0$ акслантириш бутун H тўпламни $[-\pi, \pi]$ кесмада берилган барча функция-константаларнинг қисм-фазосига ўтказади, бу ерда a_0 — $\varphi(x)$ функция учун Фурьенинг нолинчи коэффициенти.

ПРОЕКЦИЯ—ПРОЕКЦИЯ. M нуқтанинг α текисликка туширилган проекцияси (марказий) — M нуқтадан ва бошқа тайин бир $S(S \not\subset \alpha,\ S \neq M)$ нуқтадан ўтувчи тўғри чизиқ билан α текислик кесишишининг M' нуқтасидир (233-расм). Бунда S нуқта проекциялаш маркази деб, α текислик П. текислиги ёки картиналар текислиги деб, MS тўғри чизиқ эса проекцияловчи тўғри чизиқ (ёки проекцияловчи нур) деб аталади. Баъзан кўргазмалик учун S нуқта «кўз» деб, MS тўғри чизиқ эса «кўриш нури» деб аталади. M нуқта оригинал деб, M' нуқта нусха деб ҳам аталади. Ф фигуранинг α текисликдаги проекцияси деб унинг ҳамма нуқталари П. ларининг тўпламига айтилади. Марказий П. коник П. ёки перспектив П. деб ҳам аталади. Агар S нуқта чексизликка узоқлашган бўлса, у ҳолда проекцияловчи барча тўғри чизиқлар ўзаро параллел бўлади ва марказий П. параллел ёки цилиндрик П. га айланади. Агар параллел П. нинг проекцияловчи нурлари П. текислигига перпендикуляр бўлса, у ҳолда проекция ортогонал ёки тўғри бурчакли П. деб аталади.



233- расм.

Параллел ва ортогонал П. лар чизма геометрияда (қ. Начертательная геометрия) кенг қўлланилади. Параллел ва ортогонал П. ларнинг хусусий ҳоллари мавжуд.

Нуқтанинг (тўғри чизиқнинг) тўғри чизиққа туширилган П. си ҳам худди шундай таърифланади.

Лат. projectio — сўзма-сўзга олдинга отаман деганн, маъноси эса тасвир, соя.

Адаб.: Е. А. Глазунов, Н. Ф. Четверухин, Аксонометрия, Гостехиздат, М., 1953.

ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ — КЎПҲАДЛАР КЎПАЙТМАСИ. P ва Q кўпҳадлар кўпайтмаси шундай бирҳадлар йиғиндиси сифатида таърифланадики, бу бирҳадлар P кўпҳаднинг ҳар бир ҳади билан Q кўпҳаднинг ҳар бир ҳади кўпайтмасига тенг бўлади, яъни агар $Ax_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_n^{\alpha_n}$ — P кўпҳаднинг ихтиёрий ҳади, $Bx_1^{\beta_1}x_2^{\beta_2}\ldots x_n^{\beta_n}$ — Q кўпҳаднинг ихтиёрий ҳади бўлса, у ҳолда PQ кўпайтма $ABx_1^{\alpha_1+\beta_1}x_2^{\alpha_2+\beta_2}\ldots x_n^{\alpha_n+\beta_n}$ кўринишдаги ҳадларнинг йиғиндисидан иборат бўлади. К.к. коммутативлик қонунига (қ. Закон коммутативности) ва ассоциативлик қонунига (қ. Закон ассоциативности) бўйсунади, яъни ҳар қандай P, Q ва R кўпҳадлар учун $PQ = QP$ ва $(PQ)R = P(QR)$. К. к. кўпҳадлар йиғиндисига нисбатан (қ. Сумма многочленов) дистрибутивлик қонунига бўйсунади.

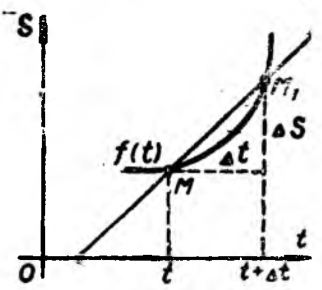
ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОЖЕСТВ — ТЎПЛАМЛАР КЎПАЙТМАСИ — тўпламлар кесишмаси операциясининг (қ. Пересечение множеств) эскириб қолган номи. Тўпламлар устида тўпламларнинг ташқи кўпайтмаси деб аталадиган операция (қ. Внешнее произведение множеств) ҳам бажарилади.

ПРОИЗВЕДЕНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ — ТОПОЛОГИК КЎПАЙТМА. Иккита X ва Y топологик фазонинг топологик кўпайтмаси қуйидагича таърифланадиган учинчи бир Z топологик фазодир (қ. Топологическое пространство): Z фазо нуқталарининг тўплами X ва Y фазолар нуқталари тўпламларининг тўғри кўпайтмасидир. X ва Y даги иккита очиқ тўпламнинг тўғри кўпайтмасидан иборат бўлган (Z даги) тўплам таърифга кўра очиқ тўплам бўлади. Барча бундай тўпламлар системаси Z фазода топологияни ифодалайди. Масалан, иккита кесманинг Т.к. квадрат, иккита айлананинг Т.к. торнинг сирти ва ҳоказо. $Z_1=XY$ ва $Z_2=$ $= YX$ топологик фазолар гомеоморфдир (қ. Гомеоморфизм).

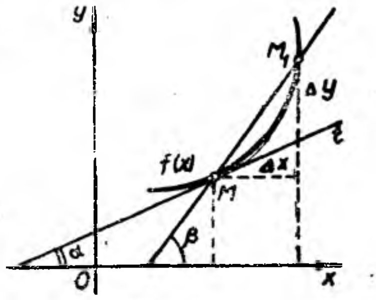
ПРОИЗВОДНАЯ — ҲОСИЛА — дифференциал ҳисобнинг асосий тушунчаларидан бири. $y = f(x)$ функция x_0 нуқтанинг бирор атрофида (қ. Окрестность точки) аниқланган бўлсин деб фараз қилайлик. Берилган $f(x)$ функциядан тайин $x = x_0$ нуқтада (ёки x_0 нинг тайин қийматида) олинган Ҳ. деб чекли $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ лимитга айтилади, бу ерда $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ — функциянинг орттирмаси (қ. Приращение, 1°-пункт). Δx — аргумент орттирмаси (қ. Приращение, 2°-пункт). Агар шу нуқтада $f(x)$ функция ҳосилага эга бўлса, у ҳолда $f(x)$ бу нуқтада узлуксиз бўлади (қ. Непрерывная функция). $f(x)$ функциянинг x нуқтадаги Ҳ. си ўша x аргументнинг функцияси бўлади. Ҳ. қуйидаги символлар билан белгиланади: $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df(x)}{dx}$ (Лейбниц киритган), y', $f'(x)$ (Ньютон киритган), Dy, $Df(x)$ (Коши киритган). Коши киритган символлар кам қўлланилади. Математика, физика, техника ва бошқа фанларнинг кўп масалалари Ҳ. тушунчасига олиб келади. Улардан энг муҳим бўлган иккитасини келтирамиз:

1-масала — тўғри чизиқ бўйича ҳаракат қилувчи нуқтанинг тезлигини аниқлаш. Нуқтанинг ҳаракати $S = f(t)$ функция билан ифодаланади, бу ерда S — нуқтанинг t пайтдаги вазияти (босиб ўтилган йўл) (234-расм). Δt вақт ичида нуқта M вазиятдан M_1 вазиятга ўтади ва $\Delta S = f(t + \Delta t) - f(t)$ йўл босиб ўтади $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ нисбат Δt вақт ичидаги $v_{ўр}$ ўртача тезликни ифодалайди; агар нуқта нотекис ҳаракат қилса, бу нисбат Δt га боғлиқ бўлади. Нуқтанинг t пайтдаги ҳақиқий (оний) тезлиги лимитга ўтиб топилади: $v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} v_{ўр} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$. Шундай қилиб, нуқтанинг ҳақиқий (оний) v тезлиги $S = f(t)$ функциядан, яъни йўлдан вақт бўйича олинган Ҳ.

Шунинг учун умумий ҳолда Ҳ. функциянинг (аргументга нисбатан) ўзгариш тезлигидир дейилади.



234- расм.



235- расм.

2- м а с а л а — эгри чизиққа ўтказилган уринмани топиш. Эгри чизиқ $y=f(x)$ тенглама билан ифодаланган бўлсин (235- расм), MM_1 кесувчининг бурчак коэффициенти $\operatorname{tg}\beta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Шунинг учун $y = f(x)$ функция x_0 нуқтада Ҳ. га эга бўлса, у ҳолда $x = x_0$ нуқтада функциянинг графигига ўтказилган уринма мавжуд бўлади ва $\operatorname{tg}\alpha = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \operatorname{tg}\beta = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y' = k$ бўлади (бу ерда k — уринманинг бурчак коэффициенти). Ҳ. нинг мавжуд бўлмаслигига оид мисолларни Односторонняя производная терминидан қараб олинг.

ПРОИЗВОДНАЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ — ЙЎНАЛИШ БЎЙИЧА ОЛИНГАН ҲОСИЛА. $u = f(x, y, z)$ функциядан $e\{\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma\}$ бирлик вектор орқали ифодаланган йўналиш бўйича $M_0(x_0, y_0, z_0)$ нуқтада олинган ҳосила деб чекли

$$\lim_{\Delta s \to 0} \frac{f(x, y, z) - f(x_0, y_0, z_0)}{\Delta s} = \frac{du}{de}$$

лимитга айтилади, бу ерда $\Delta s > 0$, $x = x_0 + \Delta s \cdot \cos\alpha$, $y = y_0 + \Delta s \cos\beta$, $z = z_0 + \Delta s \cdot \cos\gamma$. Й. б. о. ҳ. u функциянинг M_0 нуқтада e йўналиш бўйича ўзгариш тезлигини характерлайди; $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ — e йўналишнинг йўналтирувчи косинуслари (қ. Направляющие косинусы). Агар $f(x, y, z)$ — M_0 нуқтада дифференциалланувчи функция (қ. Дифференцируемая функция) бўлса, у ҳолда M нуқтада Й.б.о.ҳ. мавжуд ва қуйидагига тенг:

$$\frac{\partial u}{\partial l} = \frac{\partial u}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial u}{\partial y}\cos\beta + \frac{\partial u}{\partial z}\cos\gamma$$

ёки $\frac{\partial u}{\partial l} = l \cdot \operatorname{grad} u$ [$\operatorname{grad} u$ — u функциянинг градиенти] (қ.), яъни градиентнинг e йўналишга туширилган проекциясидир.

ПРОИЗВОДНАЯ ПРОПОРЦИЯ — ҲОСИЛАВИЙ ПРОПОРЦИЯ—берилган $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ пропорциянинг натижаси бўлган пропорциядир. Ҳ. п. нинг мисоллари: $\frac{a \pm b}{c} = \frac{c \pm d}{d}$, $\frac{a}{a \pm b} = \frac{c}{c \pm d}$, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ ва ҳоказо. Ҳ. п. лар айний алмаштиришларда ва каср рационал тенгламаларни ечишда қўлланилади.

ПРОИЗВОДНОЕ МНОЖЕСТВО — ҲОСИЛАВИЙ ТЎПЛАМ — берилган тўпламнинг барча лимит нуқталари тўплами (қ. Предельная точка). Шундай қилиб, Ҳ. т. M тўпламнинг яккаланган нуқталари (қ. Изолированная точка) бўлмаган барча урилиш нуқталаридан иборат. Ҳ. т. ҳамиша ёпиқ бўлади. Множеств теория терминига қаранг.

ПРОИЗВОДНЫЕ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ — ЮҚОРИ ТАРТИБЛИ ҲОСИЛАЛАР. $y = f(x)$ функциянинг x_0 нуқтадаги $n \geqslant 2$ тартибли ҳосиласи (n- ҳосиласи) $(n-1)$- тартибли ҳосиладан x_0 нуқтада олинган ҳосиладир (қ. Производное) (x_0 нуқтада n- ҳосиланинг мавжудлиги ўша нуқта атрофида $(n-1)$- тартибли ҳосила мавжуд бўлишини назарда тутади). n- тартибли ҳосила қуйидаги символлар билан белгиланади:

$$\frac{d^n y}{dx^n},\quad y^{(n)},\quad D^{(n)}y,\quad \frac{d^n f(x_0)}{dx^n},\quad f^{(n)}(x),\quad D^{(n)}(x).$$

Шундай қилиб, $\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{d\left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right)}{dx}$, $y^{(n)} = (y^{(n-1)})'$ ва ҳоказо. Одатдаги ҳосила 1- тартибли ҳосила (биринчи ҳосила) деб аталади. $f(x)$ функциянинг ўзи нолинчи тартибли ҳосила деб аталади. $s = f(t)$ тўғри чизиқли ҳаракатдаги нуқтанинг тезланиши тезликнинг ҳосиласи ва бинобарин, йўлдан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли $\frac{d^2s}{dt^2}$ ҳосиладир (қ. Производная терминидаги 1- масала)

ПРОМЕЖУТОК (открытый промежуток или интервал) — **ОРАЛИҚ** (очиқ оралиқ ёки интервал) — $a < x < b$ тенгсизликларни (тенглик ишораси бўлмайди!) қаноатлантирувчи барча ҳақиқий x сонларнинг тўплами, бу ерда a ва b — О. нинг учлари деб аталадиган бирор ҳақиқий сонлар. Оралиқ (a, b) символ билан белгиланади. қ. Сегмент.

ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ ИНТЕГРАЛ — ОРАЛИҚ ИНТЕГРАЛ. $F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ (*) дифференциал тенгламанинг оралиқ интеграли шундай $\psi(x, y, y', \ldots, y^{(k)}, C_{k+1}, \ldots, C_n) = 0$ (**) муносабат бўлиб, бу муносабатга k- тартибли ҳосилага қадар бўлган ҳосилалар ($y^{(k)}$ нинг ўзи ҳам) ва $n-k$ ихтиёрий ўзгармас миқдорлар киради, лекин бу $n-k$ ихтиёрий ўзгармас миқдорларга қуйидагича шарт қўйилади: (**) тенгламадан ва $(n-k)$ та

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y}y' + \ldots + \frac{\partial\psi}{\partial y^{(k)}}\,y^{(k+1)} = 0,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{\partial^{n-k}\psi}{\partial x^{n-k}} + \ldots + \frac{\partial\psi}{\partial y^{(k)}}\,y^{(n)} = 0$$

тенгламалардан $(n-k)$ дона $C_i (i = k+1, \ldots, n)$ ўзгармас миқдорларни чиқариб ташлаганимизда (*) тенгламага эга бўламиз.

Жумладан, агар (**) да атиги битта ихтиёрий ўзгармас миқдор бўлса, яъни $\psi(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n-1)}, C) = 0$ бўлса, у биринчи интеграл деб аталади. О.и. нинг ўзи y га нисбатан k $(k < n)$ тартибли дифференциал тенгламадир. Бу тенгламанинг умумий ечимида (қ. Общее решение) (**) муносабатга кирувчи $n - k$ ўзгармас миқдордан ташқари яна k та $C_1, C_2, \ldots, C_k$ ўзгармас миқдор бўлади, яъни умумий ечимда n та ўзгармас миқдор бўлиб, унинг ўзи (*) тенгламанинг умумий ечими бўлади. Бинобарин, О.и. нинг (*) кўринишдаги қиймати n- тартибли тенгламани ечиш масаласини k- тартибли $(k < n)$ тенгламани ечишга келтиришга имкон беради.

(*) тенгламада y ва k- тартиблигача бўлган $(1 \leqslant k \leqslant n-1)$ барча $y^{(m)}$ ҳосилалар қатнашмаган хусусий ҳолда, яъни (*) тенглама

$$F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \ldots, y^{(n)}) = 0 \qquad (***)$$

кўринишда бўлганда $y^{(k)} = z$ ўрнига қўйиш билан бу тенгламани $n - k < n$ тартибли $F(x, z, z', \ldots, z^{(n-k)}) = 0$ тенгламага келтириш мумкин.

$$\Phi(x, y^{(k)}, C_1, C_2, \ldots, C_{n-k}) = 0$$

тенгламанинг умумий интеграли (***) тенгламанинг $n - k$ дона ўзгармас миқдорга эга бўлган оралик интегралидир.

Масалан, $y'' - xy''' + y''' = 0$ тенгламада y'' ни z билан алмаштириб, $z - xz' + z' = 0$ тенгламага эга бўламиз, бундан бошланғич тенгламанинг $cx - z - c = 0$ ёки $cx - y'' - c = 0$ оралик интегралини топамиз. Унинг $y - \frac{cx^3}{b} + \frac{cx^2}{2} - c_1x - c_2 = 0$ умумий интеграли бошланғич тенгламанинг ҳам умумий интеграли бўлади.

(*) тенгламада x қатнашмаган, яъни $F(y, y', y'', \ldots, y^{(n)}) = 0$ кўринишда бўлган бошқа хусусий ҳолда $\frac{dy}{dx} = p$ алмаштириш ёрдами билан (y — эркли ўзгарувчи) бу тенгламани p га нисбатан $(n-1)$- тартибли

$$F\left(y, p, \frac{dp}{dy}, \ldots, \frac{d^{n-1}p}{dy^{n-1}}\right) = 0$$

тенгламага келтириш мумкин, бу тенгламанинг

$$\Phi(y, p, C_1, C_2, \ldots, C_{n-1}) = 0 \text{ ёки } \Phi\left(y, \frac{dy}{dx}, C_1, C_2, \ldots, C_{n-1}\right) = 0$$

умумий интеграли О.и. бўлиб, 1- тартибли тенгламадан иборатдир.

Масалан, $(a + y)y'' = y'$ тенглама $y' = p$, $y'' = p\frac{dp}{dy}$ алмаштириш ёрдами билан $(a + y)\cdot p\cdot \frac{dp}{dy} = p$ тенгламага келтирилади. Кейинги тенгламанинг $p - \ln[C(a + y)] = 0$ умумий интеграли бошланғич тенглама учун О.и. бўлади.

Адаб.: В. В. Степанов, Курс дифференциальных уравнений, Физматгиз, М., 1963.

ПРОМИЛЛЬ — ПРОМИЛЛЬ. Бирор сонинг промили — ўша соннинг мингдан бир улуши. Бир П. $1^0/_{00}$ орқали белгиланади. П. тушунчаси процент (қ.) тушунчасига жуда яқин. П. тушунчаси қотишмаларда (олтин пробаси 900, 800 ва ҳоказо деганининг маъноси қотишманинг 1000 улушига тоза олтиннинг 900, 800 ва ҳоказо улушлари тўғри келишини билдиради) ва дорихоналарда дори тортишда ва бошқа соҳаларда қўлланилади. Лат. promille — мингга.

ПРООБРАЗ — АСЛ ОБРАЗ. 1°. A тўпламнинг B тўпламга φ аксланишдаги $b \in B$ **элементнинг асл образи**—ҳар қандай $a \in A$ элементдирки, b элемент a элементнинг образи бўлади (қ. Образ), яъни $\varphi(a) = b$ бўлади.

Геометрияда кўпинча элементнинг асл образи деб M' нуқтага (тўғри чизиқ, текислик ва ҳоказо) айланадиган (аксланадиган) M нуқта (тўғри чизиқ, текислик ва ҳоказо) тушунилади.

2°. $B' \subset B$ **қисм-тўпламнинг асл образи** — ҳар қандай $A' \subset A$ қисм-тўплам бўлиб, бунда B' қисм-тўплам A' тўпламнинг образи бўлади, яъни $\varphi(A') = B'$. Агар $A' \subseteq A$ бўлиб, $\varphi(a_1) \in B'$ бўладиган барча $a_1 \in A$ элементларнинг тўплами бўлса, у ҳолда A' тўплам B' тўпламнинг тўлиқ асл образи бўлади. B' тўпламнинг (хусусий ҳолда, b элементнинг) тўлиқ асл образи $\varphi^{-1}(B')$ символ билан белгиланади.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ — ПРОПОРЦИОНАЛ БЎЛИШ — бирор сонни (ёки кесмани) берилган сонларга (ёки кесмаларга) тўғри ёки тескари пропорционал қисмларга бўлишдир. Бирор сонни берилган сонларга пропорционал қисмларга бўлиш учун бу сонни берилган сонлар йиғиндисига бўлиш ва ҳосил бўлган бўлинмани берилган сонларнинг ҳар бирига бирин-кетин кўпайтириб чиқиш керак: масалан, 60 ни 1, 2 ва 3 сонларига пропорционал қисмларга бўлиш учун қуйидаги амаллар бажарилади:

$$(60:6)\cdot 1 = 10; \quad (60:6)\cdot 2 = 20, \quad (60:6)\cdot 3 = 30.$$

Шундай қилиб, $10:20:30 = 1:2:3$. 60 сонини 1 ва 1/3 сонларига тескари пропорционал қисмларга бўлиш учун 60 ни берилган сонларга тескари бўлган сонларга пропорционал қисмларга, яъни 1 ва 3 сонларига пропорционал қисмларга бўлиш етарлидир. Бинобарин, $(60:4)\cdot 1 = 15$; $(60:4)\cdot 3 = 45$. Шундай қилиб, $15:45 = 1:3$.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ — ПРОПОРЦИОНАЛЛИК—икки миқдор орасидаги функционал боғланиш турларининг энг соддасидир. Ўзгарувчи x ва y миқдорлар орасида П. нинг икки тури — тўғри ва тескари П. бўлади. Ўзгарувчи x ва y миқдорлар ўзгариши процессида уларнинг нисбати ўзгармай қолаверса, яъни

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \ldots = \text{const}$$

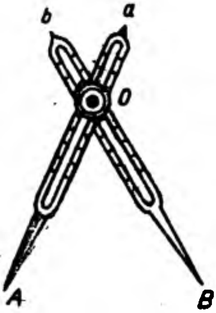
бўлса, яъни улардан бирини ҳар қандай сонга кўпайтирганда иккинчиси ҳам ўша сонга кўпайтирилса, бу икки ўзгарувчи миқдор тўғри пропорционал (ёки пропорционал) миқдорлар дейилади. Иккита ўзгарувчи миқдор орасидаги тўғри П. аналитик равишда $y = kx$ формула билан ифодаланади, бу ерда k сони П. коэффициенти деб аталади. Икки миқдор орасидаги тўғри П. график равишда бурчак коэффициенти П. коэффициентига тенг бўлган ва координаталар бошидан ўтадиган тўғри чизиқ билан тасвирланади.

Агар икки ўзгарувчи x ва y миқдорнинг ўзгариши процессида уларнинг кўпайтмаси ўзгармай қолаверса, яъни

$$x_1y_1 = x_2y_2 = \ldots = \text{const}$$

бўлса, яъни улардан бирини ҳар қандай сонга кўпайтирганда иккинчи миқдор ўша сонга бўлинса, бу ўзгарувчи x ва y миқдорлар тескари пропорционал деб аталади. Иккита ўзгарувчи миқдор орасидаги тескари П. $y = k:x$ формула билан ифодаланади, бу ерда k — П. коэффициенти. Тескари П. графикда тенг ёнли гипербола (қ. Равнобочная гипербола) билан тасвирланади.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЙ ЦИРКУЛЬ — ПРОПОРЦИОНАЛ ЦИРКУЛЬ — кесмаларни бирор нисбатда (ўз чегараларида чекланган) камайтиришда (ёки оширишда), шунингдек кесмаларни тенг қисмларга бўлишда ишлатиладиган асбоб. П.ц. бир-бирига шарнир билан бириктирилган ва ҳар бирида энг кўп қўлланиладиган нисбатлар шкаласи бўлган икки стержендан иборат (236- расм). Фигураларнинг ўхшашлик хоссасига асосан, масофалар нисбати $ab : AB = Oa : OA$ бўлади, яъни (x) тамға — чизиқча шкала бўлими қаршисида турган сонга (нисбатга) мос келади.



236- расм.

ПРОПОРЦИЯ — ПРОПОРЦИЯ — иккита нисбатнинг $a : b = c : d$ тенглиги. a, b, c, d сонлар П. нинг ҳадлари деб, a ва d четки ҳадлар деб, b ва c — ўрта ҳадлар деб аталади. П. нинг асосий хоссаси: П. нинг четки ҳадлари кўпайтмаси ўрта ҳадлари кўпайтмасига тенг ($ad = bc$). П. нинг иккала қисмига бир қўшиб (ёки иккала қисмидан бирни айириб) ва бошқа айний алмаштиришлар бажариб, ҳосилавий П. лар (қ. Производная пропорция) деб аталадиган янги П. лар ҳосил қиламиз. Арифметическая пропорция терминига ҳам қаранг.

ПРОСТАЯ ДРОБЬ (обыкновенная дробь, арифметическая дробь, дробное число) — **ОДДИЙ КАСР** — бирликнинг битта ёки бир неча тенг улушларидан (қисмларидан) тузилган сон. Бошқача сўз билан айтганда, арифметик каср ёки О.к. икки натурал соннинг нисбатидир. Дробь, Смешанное число терминларида муфассалроқ гапирилган.

ПРОСТАЯ ДУГА — ОДДИЙ ЁЙ — кесманинг узлуксиз ва ўзаро бир қийматли нусхаси (образи).

1°. **Текисликдаги О.ё.** $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$ тенгламалар билан берилиши мумкин, бу ерда φ ва ψ лар — t параметрнинг узлуксиз функцияларидир, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ ($t_0 < t_1$), шу билан бирга t нинг ҳар хил қийматларига ҳар хил $M(\varphi(t), \psi(t))$ нуқталар мос келади. Кесмада узлуксиз бўлган $y = f(x)$ функциянинг графиги $x = t$, $y = f(t)$ оддий ёй бўлади.

2°. *n* **ўлчовли фазодаги О.ё.**

$$x_1 = \varphi_1(t),\ x_2 = \varphi_2(t),\ \ldots,\ x_n = \varphi_n(t)$$

тенгламалар билан берилиши мумкин, бу ерда $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$, ..., $\varphi_n(t)$ лар t параметрнинг узлуксиз функцияларидир; $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ ($t_0 < t_1$), шу билан бирга, t нинг ҳар хил қийматларига О.ё. нинг ҳар хил

$$M(\varphi_1(t),\ \ldots,\ \varphi_n(t))$$

нуқталари мос келади. Мисоллар: 1. Синусоиданинг (237- расм) қисми бўлган OAB оддий ёй қуйидаги тенгламалар билан ифодаланиши мумкин:

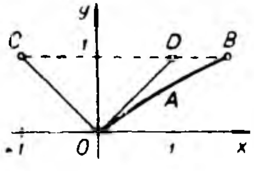
$$x = t,\ y = \sin t,\ 0 \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2};$$

COD оддий ёйни (237- расм) $x = 2t - 1$, $y = |2t - 1|$ тенгламалар билан ифодалаш мумкин, бунда t параметр $[0,1]$ кесмада ўзгаради. 2. Анча мураккаб О.ё. га мисол қилиб қуйидаги функциянинг графигини олиш мумкин (238- расм):

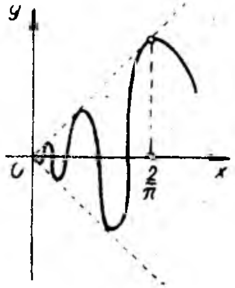
$$y = \begin{cases} x \sin x & 0 < x \leqslant 1 \text{ да} \\ 0 & x = 0 \text{ да.} \end{cases}$$

3°. $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$ кесмада $x = a\cos t$, $y = a \sin t$, $z = \frac{h}{2\pi} t$ тенгламалар фазодаги О.ё. ни — қадами $h = AF$ бўлган AEF винт чизиқнинг (239- расм) битта ўрамини ифодалайди. О.ё. COD каби (237- расм) синиқ чизиқ бўлиши ҳам мумкин.

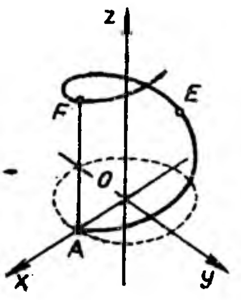
ПРОСТОЕ ЧИСЛО — ТУБ СОН — натурал бўлувчилари атиги 1 ва p сонлари бўлган ҳар қандай $p > 1$ натурал сон. Таърифга кўра, 1 туб сон эмас, чунки унинг натурал бўлувчиси (ўзи) якка-ю ягонадир. 1 дан фарқли бўлган туб сон бўлмаган натурал сонлар мураккаб сонлар деб аталади. Туб сонлар чексиз кўпдир — бу Евклид теоремасининг мазмунидир. Т.с. нинг натурал қаторда тақ-



237- расм.



238- расм.



239- расм.

симоти (қаерда қандай туб сон борлиги) масаласи жуда қийин масаладир. Бу соҳада П. Л. Чебишев асосий натижаларга эришган.

1958 йилга қадар маълум бўлган энг катта Т.с. $2^{3217}-1$. Ўнли системада бу соннинг 969 рақами бор.

Адаб.: Р. Грост, Простые числа, ИЛ, М., 1959; Г. Н. Берман, Число и наука о нём, Гостехиздат, М., 1954.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КРИВАЯ— ФАЗОВИЙ ЭГРИ ЧИЗИҚ — ҳамма нуқталари билан бир текисликда ётмайдиган эгри чизиқ (қ. Плоская кривая). Ф.э.ч. декарт координаталарида қуйидаги икки сиртнинг кесишиш чизиғи сифатида берилиши мумкин:

$$F_1(x, y, z) = 0 \text{ ва } F_2(x, y, z) = 0.$$

Параметрик шаклда Ф.э.ч.

$$x = \varphi_1(t), \quad y = \varphi_2(t), \quad z = \varphi_3(t)$$

тенгламалар билан берилиши мумкин. Ф. э. ч. эгрилиги икки хил бўлган эгри чизиқ деб ҳам аталади. Ф.э.ч. ни буралиши (қ. Кручение) нолга айнан тенг бўлмаган эгри чизиқ деб таърифлаш мумкин. Ф. э. ч. га мисол қилиб Вивиани (қ.) эгри чизиғини ва винт чизиғини (қ. Винтовая линия) кўрсатиш мумкин.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ОДНОСВЯЗНАЯ ОБЛАСТЬ — БИР БОҒЛАМЛИ ФАЗОВИЙ СОҲА — уч ўлчовли фазонинг соҳаси бўлиб, бу соҳада ҳар бир ёпиқ контурни (соҳа чегарасидан ташқарига чиқмасдан) нуқтага тортиш мумкин. Б.б.ф.с. кўпинча соддагина қилиб бир боғламли соҳа деб аталади, унинг тўлиқ номи бир боғламли сирт соҳасидан (қ. Поверхностно-односвязная область) фарқ қилишда қўлланилади.

Б.б.ф.с. га мисол қилиб бутун фазони, нуқтаси олиб ташланган фазони, иккита концентрик сфера орасидаги соҳани кўрсатиш мумкин ва ҳоказо. Тўғри чизиғи чиқариб ташланган фазо, торнинг (қ.) ички қисми ва бошқалар Б.б.ф.с. бўлолмайди.

ПРОСТРАНСТВО — ФАЗО. Линейное пространство, Топологическое пространство, Метрическое пространство, Проективное пространство, Пространство функций терминларига қаранг.

ПРОСТРАНСТВО ФУНКЦИЙ — ФУНКЦИЯЛАР ФАЗОСИ. Кесмада узлуксиз бўлган Ф.ф. — $[a, b]$ кесмада узлуксиз бўлган барча функциялар тўплами бўлиб, бу тўплам шундай метрик фазо (қ. Метрическое пространство) деб қараладики, бу фазода унинг икки нуқтаси, яъни $f(x)$ ва $g(x)$ функциялар орасидаги масофа сифатида $[a, b]$ кесмада $|f(x)-g(x)|$ нинг максимуми қабул қилинади, яъни $\rho(f(x), g(x)) = \max\limits_{a<x<b}|f(x)-g(x)|$. Ф.ф. кўпинча $C(a, b)$ символ билан белгиланади.

ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ ТАБЛИЦЫ—ТУБ СОНЛАР ЖАДВАЛЛАРИ. Барча натурал сонлар орасида туб сонларнинг чексиз кўп эканлиги қадим замонлардаёқ (Евклид замонасида) маълум бўлган. Т.с.ж. тузиш тўғрисидаги энг дастлабки маълумотлар XVII асрга тааллуқлидир: Болоньеда Катальди (1603) 750 гача бўлган, Шутен (1657) — 10000 гача бўлган Т.с.ж. тузган.

Биринчи анча каттароқ Т.с.ж. ни В. Лебег (1864) тузган. Худди ўша вақтларда Уралдаги узоқ бир қишлоқда ўзи ўқиб етишган талантли математик И. М. Первушин Т.с.ж. тузган. У бу ишга ўз умрининг қирқ йилдан ортиқ қисмини (1854 — 1897) бағишлаган ва 10000000 гача бўлган Т.с.ж. тузган. Бу жадваллар Россиядаги дастлабки кенг жадваллар бўлган. Ҳажми катта бўлгани учун (жуда майда хат билан ёзилган 750 саҳифа) Петербург Фанлар академияси Первушин жадвалларини нашр эттира олмаган ва қўл ёзма Фанлар академиясининг архивига топшириб қўйилган. Афсуски, Первушиннинг бунчалик катта меҳнатини кейинги баъзи математиклар, ҳатто сонлар назарияси билан шуғулланган математиклар (масалан, академик Д. А. Граве) ҳам унутиб юборганлар.

Ўша йилларда Вена Фанлар академиясига мутлақо ақл бовар қилмайдиган Т.с.ж. — 100 330 201 гача бўлган туб сонлар ва 2, 3, 5 ва 7 билан ўзаро туб бўлган барча сонларнинг энг кичик бўлувчиларидан иборат жадваллар тақдим этилган. Бу жадвалларнинг автори машҳур нодир ҳисобчи, Прага университетининг профессори Я.Ф. Кулик эди. Авторнинг йигирма йил давомида қилган улкан ишларининг самараси бўлмиш бу жадваллар ҳажми катта бўлгани туфайли нашр этилмаган ва Фанлар академиясининг архивига топшириб қўйилган (қ. Таблицы Кулика).

1914 йили Вашингтонда Д. Н. Лемер 1 дан 10 006 721 гача бўлган Т. с. ж. ни нашр эттирган.

1951 йили Амстердамда нашр этилган 11-миллионнинг (10006741 дан 10999997 гача) Т.с.ж. ни тузишда (авторлари Я. Ф. Кулик, Л. Полетти, Р. Портер) Я. Ф. Кулик жадваллари текшириб кўрилиб, улардан фойдаланилган.

1959 йили К.Л. Бейкер ва Ф.Ю. Грунбергер дастлабки 6 миллион туб сон учун жадвал (микрофильм тарзида) тузган. 6000000 - туб сон 104395301 экан, яъни $\pi(104395302) = 6000000$.

Ҳозирги вақтга қадар ҳар хил авторлар натурал қаторнинг дастлабки 10 миллионидан ташқарида ётувчи айрим интерваллар учун, масалан, 16-миллион учун (Дарфи), 14984970 дан 19225210 гача бўлган оралик учун ва 33-, 35-, 44-, 53-, 59- ва 77-миллионларнинг кичикроқ ораликлари учун, шунингдек бошқа ораликлар учун (Полетти) Т.с.ж. тузганлар. Туб сонларнинг Полетти тузган бундай рўйхатларининг энг каттаси 10 000 813 билан 5101683361 орасида жойлашган 116683 дона туб сон рўйхатидир.

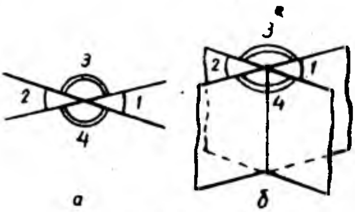
Шундай қилиб, 100330201 гача бўлган сонларни ўз ичига олган Кулик жадваллари (қўл ёзма) ва 104395301 гача бўлган сонларни ўз ичига олган Бейкер ва Грунбергер жадваллари (микрофильм) ҳозирги вақтдаги энг тўлиқ ва энг кенг жадваллар ҳисобланади.

Адаб.: И. Я. Депман, Замечательные славянские вычислители Г. Вега и Я. Ф. Кулик, «Историко-математические исследования», вып. 6, Гостехиздат, М., 1953; А. Е. Раик, Уральский математик Иван Михеевич Первушин, «Историко-математические исследования», вып. 6. Гостехиздат, М., 1953; В. Серпинский, Что мы знаем и чего не знаем о простых числах, полякчадан таржима, Физматгиз, М., 1963.

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ ТЕОРЕМЫ — ҚАРАМА-ҚАРШИ ТЕОРЕМАЛАР — ихтиёрий биттасининг шарти ва хулосаси иккинчисининг шарти ва хулосасининг акси бўлган икки теорема. Қ-қ.т. ўзаро қарама-қарши теоремалар деб ҳам аталади. Теорема, Обратная теорема, Необходимое условие, Достаточное условие, Критерий терминларига ҳам қаранг.

Адаб.: И. С. Градштейн, Прямая и обратная теоремы, Физматгиз, М., 1960; В. В Репьев, Общая методика преподования математики, Учпедгиз, М., 1958.

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ УГЛЫ—ҚАРАМА-ҚАРШИ БУРЧАКЛАР—икки тўғри чизиқнинг кесишишида ҳосил бўладиган умумий учли бурчаклар бўлиб, бир бурчак томонлари иккинчи бурчак томонларининг давоми бўлади. 240- расмда Қ.-қ. б. 1 ва 2,3 ва 4 бурчаклар. Икки текисликнинг кесишишидан ҳосил бўлган умумий қиррали икки ёқли бурчаклар ҳам Қ.-қ. б. деб аталади, бурчаклардан бирининг ёқлари иккинчи бурчак ёқларининг давоми бўлади (240- расм). Планиметриядаги ва стереометриядаги Қ-қ. б. бир-бирига тенг. Қ-қ. б. вертикал бурчаклар деб ҳам аталади, лекин бу ном унча тўғри эмас.



240- расм.

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ ЧИСЛА — ҚАРАМА-ҚАРШИ СОНЛАР — модуллари тенг, ишоралари қарама-қарши бўлган иккита ҳақиқий сон. Масалан, 2 ва — 2, $\sqrt{3}$ ва $-\sqrt{3}$, a ва $-a$ Қ-қ. с. жуфтидир. Сонлар ўқида Қ-қ.с. саноқ бошидан (ноль нуқтадан) икки тарафда ундан тенг узоқликда жойлашган нуқталар билан тасвирланади.

ПРОЦЕНТ какого-либо числа—бирор соннинг **ПРОЦЕНТИ**—бу соннинг юздан бир қисми. П. % ишора билан белгиланади. П. тушунчаси хўжалик, молия, статистик ҳисобларда ўрганилаётган миқдор ёки ҳодисаларни характерлаш ва таққослаш учун ишлатилади.

Агар a сўм маблағ банкка (омонат кассасига) йилига p % фойда (p оддий П.) келтирадиган шарт билан қўйилган бўлса, t йил ўтгандан кейин бу a маблағ $x = a + \frac{pa}{100}t$ формула билан аниқланувчи x маблағга айланади. Бунда шундай фараз қилинади: ҳар йил ўтганда бошда қўйилган маблағнинг p % фойдаси шундай олинадики, П. лар (фойда) кўпайган маблағ ҳисобидан эмас, балки бошланғич маблағ ҳисобидан тўланади.

Агар йиллик % (фойда) бошланғич маблағга қўшиб борилса, бошда қўйилган a маблағ (сўм) t йилдан кейин қуйидаги формула билан аниқланувчи x (сўм) қийматга эришади:

$$x = a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^t.$$

Бу ҳолда П. ни (даромадни) ҳар бир ҳисоблашда янги йилда даромад ўсган маблағ ҳисобидан, яъни бошда қўйилган маблағга p % йиллик фойда қўшилгандаги маблағ ҳисобидан берилади. Бундай П. лар одатдаги (оддий) П. лардан фарқли равишда мураккаб П. деб аталади (даромад даромадларни ҳам ҳисобга олган ҳолда берилади) ва бу формуланинг ўзи мураккаб П. лар формуласи деб аталади.

Лат. pro cent — юзига (юз ҳисобидан).

ПРЯМАЯ ЛИНИЯ — ТЎҒРИ ЧИЗИҚ — геометриянинг асосий тушунчаларидан бири бўлиб, унинг бевосита таърифи геометрия курсини аксиоматик тузишда берилади. Евклид текислигидаги Т.ч. декарт (ёки аффин) координаталари

$$Ax + By + C = 0$$

тенгламани қаноатлантирувчи нуқталарнинг геометрик ўрни (қ. Геометрическое место точек) сифатида таърифланиши мумкин, бу тенгламадаги A ва B сонлар иккаласи бир вақтда нолга тенг бўлмайди.

Немис олими Г. Лейбниц Т.ч. ни текисликни иккита конгруэнт қисмга ажратадиган чизиқ деб таърифлаган, лекин бу таърифга бошқа чизиқлар ҳам мос келади, масалан, синусоида ва битта оралатиб олинган ҳар қандай икки звеноси параллел бўлган барча мунтазам синиқ чизиқлар.

ПРЯМАЯ ПРИЗМА—ТЎҒРИ ПРИЗМА—қирралари (ёки ёқлари) асосига перпендикуляр бўлган призма (қ.)

ПРЯМОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ — ТЎҒРИ КЎПАЙТМА. Иккита X ва Y тўпламнинг тўғри кўпайтмаси шундай учинчи Z тўпламки, унинг элементлари ҳар қандай (x, y) жуфтлардан иборат, бу ерда $x \in X$, $y \in Y$. Т.к. тушунчаси математиканинг кўп бўлимларида тез-тез қўлланилади. Масалан, Произведение топологическое терминига қаранг.

ПРЯМОЙ КРУГОВОЙ КОНУС — ДОИРАВИЙ ТЎҒРИ КОНУС (элементар геометрияда) — асоси доира ва учи асосининг марказига проекцияланадиган конус (қ.). Кўпинча конус дейилганда Д.т.к. назарда тутилади. қ. Коническая поверхность, Линейчатая поверхность.

ПРЯМОЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД — ТЎҒРИ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД — ён қирралари (ёқлари) асосига перпендикуляр бўлган параллелепипед. Агар Т.п. нинг асоси тўғри тўртбурчак бўлса, у тўғри бурчакли П. деб аталади. қ. Параллелепипед, Призма.

ПРЯМОЙ УГОЛ — ТЎҒРИ БУРЧАК — ўзига қўшни бўлган бурчакка тенг (конгруэнт) бурчак (қ. Смежные углы) . Тўғри бурчакда 90°, яъни 0,5π радиан (қ.) бўлади. Кўпинча Т.б. d билан белгиланади. Т.б. ни циркуль ва чизғич ёрдамида тенг уч бўлакка бўлиш мумкин (қ. Трисекция угла). Геометрия асосларида Т.б. мавжудлиги ва барча Т.б. лар бир-бирига тенг эканлиги исбот қилинади.

ПРЯМОЙ ЦИЛИНДР — ТЎҒРИ ЦИЛИНДР — ясовчилари йўналтирувчисининг текислигига перпендикуляр бўлган цилиндр (қ.). Йўналтирувчиси айлана бўлган Т.ц. доиравий тўғри цилиндр деб аталади. Цилиндрическая поверхность, Линейчатая поверхность терминларига ҳам қаранг.

ПРЯМОЛИНЕЙНЫЕ ОБРАЗУЮЩИЕ поверхности — сиртнинг **ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛИ ЯСОВЧИЛАРИ** — ҳаракатидан сирт ҳосил бўладиган тўғри чизиқлар. Масалан, бир паллали гиперболоидда ва гиперболик параболоидда Т.ч. я.нинг икки оиласи жойлашган. Конус, цилиндр, текислик, геликоидда ҳам Т.ч.я. бор. Сиртнинг Т.ч. я. ўша сиртга бутунлай қарашлидир. Қ. Линейчатая поверхность.

ПРЯМО ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ — ТЎҒРИ ПРОПОРЦИОНАЛ МИҚДОРЛАР — икки ўзгарувчи x ва y миқдор бўлиб, уларнинг ўзгариши жараёнида нисбати ҳамма вақт ўзгармай қолаверади, яъни $y : x = \text{const}$ ёки $y : x = k$, бу ерда k сон пропорционаллик коэффициенти деб аталади.

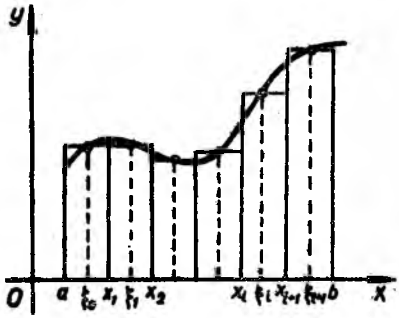
Т.п.м. кўпинча пропорционал миқдорлар деб юритилади. Т.п.м. ни бундай таърифлаш ҳам мумкин: Т.п.м. шундай ўзгарувчи икки миқдорки, биттасининг бир қанча марта ортиши (камайиши) натижасида иккинчиси мос равишда шунча марта ортади (камаяди).

Т.п.м. га доир мисоллар: 1) товарга тўланадиган пул ва товарнинг оғирлиги (товарнинг нархи бир хил бўлганда); 2) моддий нуқта текис ҳаракат қилганда босиб ўтган йўл ва вақт. Қ. Пропорциональность.

ПРЯМОУГОЛЬНИК — ТЎҒРИ ТЎРТБУРЧАК — учидаги бурчакларидан бири тўғри бўлган параллелограмм (бундан ҳамма бурчаклари тўғри бурчак бўлади деган хулоса чиқади). Т.т. нинг диагоналлари тенг. Умумий ҳолда Т.т. нинг иккита симметрия ўқи бўлади. Т.т. га ташқи чизилган айлана ясаш мумкин. Агар Т.т. нинг томонлари ўлчовдош бўлса, уни тенг квадратларга ажратиш мумкин. Икки қўшни томони (бинобарин, ҳамма томонлари) тенг бўлган Т.т. квадрат (қ.) деб аталади.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ЧИСЛА — ТЎҒРИ БУРЧАКЛИ СОНЛАР. Фигурные числа, Многоугольные числа терминларига қаранг.

ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ ФОРМУЛА — ТЎҒРИ ТЎРТБУРЧАКЛАР ФОРМУЛАСИ — аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблаш формуласи. $\int_a^b f(x)dx$ аниқ интегралн и $y = f(x)$ эгри чизиқ билан чегараланган бирор фигуранинг юзи деб қараб, биз бу фигурани (241- расм) эни $\Delta x_i = \frac{b-a}{n}$ (n — интеграллаш интервали бўлиниш нуқталарининг сони) бўлган полосаларга ажратамиз, сўнгра ҳар бир полосани баландлиги $f(\xi_i)$ бўлган (i- полоса учун) тўғри тўртбурчакка тақрибан алмаштирамиз:



241- расм.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}[f(\xi_0) + f(\xi_1) + \ldots + f(\xi_{n-1})].$$

Одатда

$$\xi_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} = x_{i+\frac{1}{2}}, \quad f(\xi_i) = f\left(x_{i+\frac{1}{2}}\right) = y_{i+\frac{1}{2}}$$

деб ҳисобланади, у ҳолда

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}\left(y_{\frac{1}{2}} + y_{\frac{3}{2}} + \ldots + y_{n-\frac{1}{2}}\right).$$

Бу тақрибий формуланинг хатосини характерлайдиган R_n қўшимча ҳади

$$R_n = \frac{(b-a)^3}{24n^2} f''(\xi) \quad [\text{бу ерда } a < \xi < b]$$

кўринишда бўлади.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, II том, Тошкент, 1956.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ—ТЎҒРИ БУРЧАКЛИ КООРДИНАТАЛАР— аффин (умумий декарт) координаталарининг ўқлари ўзаро перпендикуляр бўлган хусусий ҳолидир. Агар бунда ўқлардаги бирлик векторларнинг узунликлари (масштаб ўлчов бирликлари) тенг бўлса, Т.б.к. тўғри бурчакли декарт координаталари дейилади. Қ. Координаты.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК—ТЎҒРИ БУРЧАКЛИ УЧБУРЧАК (Евклид геометриясида ёки Лобачевский геометриясида) — тўғри бурчакка эга бўлган учбурчак. Тўғри бурчак қаршисида ётувчи c томон Т.б.у. нинг гипотенузаси деб, тўғри бурчакни ўз ичига олган a ва b томонлар Т.б.у. нинг катетлари деб аталади. Евклид геометриясида Т.б.у. учун $c^2 = a^2 + b^2$ тенглик ўринлидир. Қ. Пифагорова теорема.

ПСЕВДОГРУППА — ПСЕВДОГРУППА — ихтиёрий табиатли элементларнинг тўплами бўлиб, бунда группадан (қ.) фарқли ўлароқ, тартибга солинган жуфт элементларнинг ҳаммаси учун ҳам тааллуқли бўлмаган операция аниқланган. П. элементлари ва операция қуйидаги талабларни қаноатлантириши керак. 1) агар $a \ast (b \ast c)$, $(a \ast b) \ast c$ аниқланган бўлса, у ҳолда $a \ast (b \ast c) = (a \ast b) \ast c$; 2) шундай e элемент мавжудки, $ea = ae$ аниқланган ва ҳар қандай $a \in G$ да a га тенг; 3) ҳар қандай a учун шундай a^{-1} мавжудки, aa^{-1} аниқланган ва e га тенг бўлади. Ҳар қандай группа айни вақтда П. ҳамдир.

Мисол.

$$x' = \frac{a_0 + a_1x + a_2y}{b_0 + b_1x + b_2y}, \quad y' = \frac{c_0 + c_1x + c_2y}{d_0 + d_1x + d_2y}, \quad \frac{D(x', y')}{D(x, y)} \neq 0$$

кўринишдаги алмаштиришлар тўплами [бу ерда $D(x', y') : D(x, y)$ нисбат алмаштиришнинг якобианини (қ.) билдиради] бу алмаштиришларнинг суперпозицияларига (қ.) нисбатан П. ҳосил қилади. Бу П. группа эмас.

ПСЕВДОВЕКТОР — ПСЕВДОВЕКТОР — доимий $\lambda \neq 0$ кўпайтувчига (вектор йўналиш) қадар аниқликда белгиланган вектор. П. баъзан ўқ вектори (қ. Осевой вектор) ёки аксиал вектор деб аталади.

ПСЕВДОСКАЛЯР — ПСЕВДОСКАЛЯР—бирор координаталар системасига нисбатан олинган ва бир системадан бошқасига ўтишнинг якобиани (қ.) манфий бўлган ҳолда бошқа системага ўтганда ишорасини қарама-қаршисига ўзгартирадиган сондир. П. га мисол қилиб Евклид фазоси базис векторларининг аралаш кўпайтмасини, сирт (қ. Поверхность) юзининг элементини ва бошқаларни кўрсатиш мумкин.

242- расм.

ПСЕВДОСФЕРА — ПСЕВДОСФЕРА — трактрисанинг (қ.) ўз базиси (асимптотаси) атрофида айланишидан ҳосил бўлган сирт (242- расм). П. нинг номи шу нарсага алоқадорки, унинг тўлиқ (Гаусс таърифлаган) эгрилиги (қ. Полная кривизна) доимий ва манфий: $k = -1 : a^2$ бўлгани ҳолда O (R) сферанинг тўлиқ эгрилиги доимий ва мусбатдир: $k = 1 : R^2$ (олдинги формулада a — трактрисага ўтказилган уринманинг уриниш нуқтаси билан трактриса базиси орасидаги кесмаси). (П. — қалбаки сфера). П. нинг муҳим томони шундан иборатки, унда Лобачевскийнинг ғайриевклид геометрияси қисман амалга оширилади. Бу фактни итальян геометри Бельтрами Лобачевский вафотидан кейин 1868 йили аниқлаган. Бу факт Лобачевский геометриясининг реаллиги тўғрисидаги тортишувларга чек қўйди.

Умумийроқ маънода П. деб эгрилиги доимий манфий бўлган сиртга айтилади, бу сиртда унинг анча кичик атрофида (парчасида) ҳаракат аниқланган. Бунда тўғри чизиқлар ролини П. да геодезик чизиқлар (қ. Геодезическая линия) ўтайди, сиртнинг ҳар бир нуқтасидан фақат битта геодезик чизиқ ўтади.

ПТОЛЕМЕЯ ТЕОРЕМА — ПТОЛЕМЕЙ ТЕОРЕМАСИ — элементар геометрия теоремаси бўлиб, у айланага ички чизилган тўртбурчакнинг томонлари билан диагоналлари орасидаги боғланишни аниқлайди: айланага ички чизилган ҳар қандай қавариқ тўртбурчакда диагоналларининг кўпайтмаси унинг қарама-қарши томонлари кўпайтмаларининг йиғиндисига тенг, яъни қуйидаги тенглик ўринлидир (243- расм):

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD.$$

243- расм.

Бу теорема уни исбот этган қадимги грек олими

Клавдий Птолемей номи билан аталади. П.т. элементар геометриядан масала ечишда, синусларни қўшиш теоремасининг (формуласининг) хусусий ҳолини исбот қилишда қўлланилади.

ПУАССОНА ИНТЕГРАЛ — ПУАССОН ИНТЕГРАЛИ: 1°. Гармоник анализдаги П.и. қуйидаги кўринишдаги интегралдир:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\theta)\,\frac{R^2-r^2}{R^2-2Rr\cos(\theta-\varphi)+r^2}\,d\theta = u(r,\varphi),$$

бу ерда r, φ — қутб координаталари. П.и. гармоник функциянинг (қ.) R радиусли доира ичидаги қийматини бу функциянинг айланадаги $f(\vartheta)$ қиймати орқали ифодалайди. Бу интегрални биринчи бўлиб Пуассон 1823 йилда топган.

2°. Эҳтимоллар назариясидаги П.и. — $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi}$ интеграл бўлиб, у нормал тақсимот қонуни ифодасида иштирок этадиган интегралга ўхшайди; уни биринчи бўлиб Эйлер ҳисоблаб чиқарган.

ПУАССОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ — ПУАССОН ТАҚСИМОТИ — $0, 1, 2, \ldots, k$ қийматлар қабул қиладиган ξ тасодифий миқдор тақсимотининг муҳим хусусий ҳолидир. k нинг қиймати $P_k(\lambda) = (\lambda^k : k!)e^{-\lambda}$ эҳтимоллик билан қабул қилинади, бу ерда λ — параметр. ξ нинг математик кутулиши ва дисперсияси λ га тенг.

П.т. бу масаладан келиб чиққан: имкониятлари тенг бўлган n та воқеа бор (эҳтимоллари $\frac{\lambda}{n}$); қаралаётган воқеаларнинг роса k таси юз беришининг эҳтимоли нимага тенг. n катта бўлганда бу эҳтимол $P_k(\lambda)$ га тақрибан тенг бўлар экан.

ПУАССОНА ТЕОРЕМА — ПУАССОН ТЕОРЕМАСИ: ҳар бирида A воқеанинг юз бериш эҳтимоли p га тенг бўлган n та мустақил синов мавжуд бўлганда (p — жуда кичик, n — жуда катта) A воқеанинг роса m марта юз бериш эҳтимоли тахминан $(\lambda^m : m!)e^{-\lambda}$ га тенг бўлади, бу ерда $\lambda = np$. Пуассона распределение терминига ҳам қаранг.

ПУСТОЕ МНОЖЕСТВО — БЎШ ТЎПЛАМ — битта ҳам элементи бўлмаган тўплам. Б.т. нинг математикага киритилиши жуда қулай. Б.т. ҳар қандай тўпламнинг қисм-тўплами (қ. Подмножество) бўлади. Агар икки тўпламнинг умумий элементлари бўлмаса, у ҳолда уларнинг кесишмаси (қ. Пересечение множеств) Б.т. бўлади дейишади.

Мисол. $x^2 + 3 = 0$ квадрат тенглама ҳақиқий илдизларининг тўплами Б.т. бўлади.

ПУЧОК — ДАСТА — текисликдаги чизиқларнинг ёки фазодаги сиртларнинг бир параметрга чизиқли боғлиқ бўлган оиласи. Кўпинча қуйидаги конструкция ўрганилади. $F_1(x, y) = 0$ ва $F_2(x, y) = 0$ — текисликдаги чизиқларнинг тенгламалари бўлсин. Унда $\lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2 = 0$ тенглама (бу ерда λ_1 ва λ_2 параметрларнинг иккаласи бир вақтда нолга тенг эмас) Д. нинг тенгламаси бўлади; бу тенглама аслида битта $(\lambda_1 : \lambda_2)$ параметрга боғлиқ. Фазодаги сиртларнинг Д. си ҳам шунга ўхшаш ёзилади. $F_1(x, y) = 0$ ва $F_2(x, y) = 0$ чизиқлар Д. нинг ясовчилари деб аталади. Д. даги ҳар икки чизиқлар кесишиш нуқталарининг тўплами Д. нинг элтувчиси дейилади (тўғри чизиқлар Д. си учун дастанинг маркази ҳам дейилади). Текисликдаги чизиқлар Д. сининг элтувчиси Д. нинг ҳам ҳақиқий, ҳам мавҳум нуқталаридан иборат бўла олади. Пучок окружностей, Пучок плоскостей, Пучок сфер терминларига ҳам қаранг.

ПУЧОК ОКРУЖНОСТЕЙ — АЙЛАНАЛАР ДАСТАСИ — ясовчилари айланалар бўлган текис чизиқлар дастаси (қ. Пучок). Бошқача қилиб айтганда: А.д.— бир текисликда ётадиган ва ҳақиқий (ҳар хил ва устма-уст тушадиган) ёки мавҳум бўлиши мумкин бўлган икки нуқтадан ўтадиган айланалар оиласидир. Шунга яраша А.д. эллиптик, параболик ёки гиперболик А.д. деб аталади. А.д. нинг барча айланаларига ортогонал бўлган айланаларнинг чексиз тўплами мавжуддир. Бу айланалар тўпламининг ўзи А.д. ҳосил қилади, бу эса берилган дастага қўшма бўлган А.д. дейилади. Эллиптик А.д. гиперболик дастага қўшма, параболик А.д. эса параболик дастага қўшма. А.д. тушунчаси радикал ўқни (қ. Радикальная ось) ўрганишда ва геометрик ясашларга доир масалалар ечишда қўлланилади. А.д. ни бундай таърифлаш ҳам мумкин: А.д. — бир текисликда ётувчи айланаларнинг иккита боғламига умумий бўлган айланалар тўпламидир.

Адаб. : Д. И. Перепелкин, Курс элементарной геометрии, ч. 1—2, Гостехиздат, М., 1948—1949; Ж. Адамар, Элементарная геометрия, Учпедгиз, М., ч.1, 1948, ч. 3, 1938; Ф. Клейн, Высшая геометрия, М. — Л., 1939.

ПУЧОК ПЛОСКОСТЕЙ — ТЕКИСЛИКЛАР ДАСТАСИ — айни бир тўғри чизиқдан, яъни Т.д. нинг ўқидан ўтадиган ёки бирор текисликка параллел бўлган текисликлар тўплами (хосмас ўқли Т.д.). Агар Т.д. нинг ўқи

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \quad (F_1 = 0),$$
$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \quad (F_2 = 0)$$

икки текисликнинг кесишиши сифатида берилган бўлса, у ҳолда Т.д. (унинг ҳар қандай текислиги) $\lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2 = 0$ тенглама билан аниқланиши мумкин, бу тенгламада λ_1 ва λ_2 лар иккаласи бир вақтда нолга тенг эмас. $F_1 = 0$ ва $F_2 = 0$ текисликлар Т.д. нинг ясовчилари дейилади; Т.д. битта параметрга ($\lambda_1 : \lambda_2$ нисбатга) чизиқли боғлиқ. Т.д. тушунчаси аналитик геометрияда (қ.) масала ечишда анча кўп қўлланилади. Пучок терминига ҳам қаранг.

ПУЧОК ПРЯМЫХ — ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛАР ДАСТАСИ — бир текисликда ётувчи ва айни бир S нуқтадан ўтувчи ёки айни бир тўғри чизиққа параллел бўлган тўғри чизиқлар тўплами. S нуқта Т.ч. д. нинг маркази ёки элтувчиси деб аталади. Агар (x_0, y_0) — Т.ч.д. нинг маркази бўлса, даста тўғри чизиқларининг тенгламалари $A(x - x_0) = B(y - y_0)$ кўринишда бўлади. Агар Т. ч. д. бир жуфт

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$
$$A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

тўғри чизиқлар орқали берилган бўлса, у ҳолда даста тўғри чизиқларининг тенгламалари

$$\lambda_1(A_1x + B_1y + C_1) + \lambda_2(A_2x + B_2y + C_2) = 0$$

кўринишда бўлади. Т. ч. д. ($\lambda_1 : \lambda_2$) параметрга чизиқли боғлиқ бўлган тўғри чизиқларнинг бир параметрли оиласидан иборатдир (қ. Пучок).

ПУЧОК СФЕР — СФЕРАЛАР ДАСТАСИ — бир параметрга чизиқли боғлиқ бўлган сфералар оиласи. С.д. нинг ҳар қандай бир жуфт сфераси радиуси ҳақиқий, ноль ёки мавҳум бўлган бирор айлана бўйича кесишади. Шунга мос равишда С.д. эллиптик, параболик ёки гиперболик С.д. дейилади С.д. айланалар дастасининг фазовий аналогидир. Қ. Пучок, Пучок окружностей.

ПФАФФА УРАВНЕНИЕ — ПФАФФ ТЕНГЛАМАСИ — бу тенглама

$$X_1dx_1 + X_2dx_2 + \ldots + X_ndx_n = 0$$

кўринишда бўлади, бу ерда X_2, X_2, ..., X_n лар x_1, x_2, ..., x_n ўзгарувчиларнинг функцияларидир. Бу тенглама Гausснинг ўқитувчиси бўлган немис математиги Пфафф номи билан аталади. П.т. хусусий ҳосилали тенгламаларнинг бирор системасига тенг кучлидир. Одатдаги дифференциал тенгламалардан фарқли ўлароқ, П.т. нинг умумий ечими ихтиёрийлиги, умуман айтганда, бир нечта ихтиёрий ўзгармас миқдорлар билан аниқланмайди. Бу ихтиёрийлик ўзгарувчиларининг сони маълум бўлган бир қанча функция билан характерланади; бундай функциялар сони ва уларнинг ўзгарувчиларининг сони П.т. нинг характерига қараб белгиланади. Энг содда ҳолда П.т. нинг ечими

$$\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n) = C$$

кўринишда бўлади. Бундай тенглама тўла интегралланувчи тенглама деб аталади. Тўлиқ интегралланиш критерийси (аломати)

$$\frac{\partial X_i}{\partial x_j} = \frac{\partial X_j}{\partial x_i} \quad (i, j = 1, 2, \ldots, n)$$

тенгликлардир. П.т. нинг назарияси, шунингдек П.т. лари системаларининг назарияси голоном бўлмаган системалар механикасида ва термодинамикада катта роль ўйнайди. П.т. лари системалари кўп ўлчовли дифференциал геометрияда кучли метод яратган француз геометри Э. Картаннинг илмий иш.ларида систематик равишда қўлланилган (қ. Метод внешних форм).

Адаб.: П. К. Рашевский, Геометрическая теория уравнений в частных производных, Гостехиздат, М., 1953; С. П. Фиников, Метод внешних форм Картана, Гостехиздат, М., 1951.

Р

РАВЕНСТВО—ТЕНГЛИК—$=$ишораси билан бириктирилган икки ифода. Т. тўғри ҳам, нотўғри ҳам бўлиши, сонлардан ҳам, ҳарфлардан ҳам иборат бўлиши мумкин. Тўғри Т. нинг хоссалари: 1) рефлексивлик ($A = A$); 2) симметриклик, яъни ўзаролик, $A = B$, $B = A$; 3) транзитивлик $A = B$, $B = C$, у ҳолда $A = C$. Тўғри Т. нинг хусусий ҳоллари тенглама ва айниятлардир.

Т. нинг бошқа бир таърифига кўра, бу тушунчага фақат тўғри Т. лар киритилиб, нотўғри Т. лар бу таърифга мутлақо киритилмайди.

РАВЕНСТВО МНОГОЧЛЕНОВ — ҚЎПҲАДЛАР ТЕНГЛИГИ. Таърифга кўра, K майдондаги икки кўпҳаднинг каноник тасвирланиши (қ. Каноническое представление многочлена) шундай бўлсаки, улардан бирининг тасвирланишидаги ҳар қандай ҳад учун иккинчи кўпҳаднинг тасвирланишида тенг коэффициентли ўхшаш ҳад топилса, бу икки кўпҳад тенг деб ҳисобланади. Тенг кўпҳадлар айирмаси ноль-кўпҳаддир (қ. Нуль-многочлен).

РАВЕНСТВО МНОЖЕСТВ — ТЎПЛАМЛАР ТЕНГЛИГИ. Агар A тўплам B тўпламнинг қисм-тўплами бўлса ва, аксинча, B тўплам A тўпламнинг қисм-тўплами бўлса, яъни $A \subseteq B$ ва $B \subseteq A$ бўлса, икки A ва B тўплам тенг бўлади (символик $A = B$).

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК — ТЕНГ ЁНЛИ УЧБУРЧАК—икки томони тенг бўлган учбурчак. Т.ё.у. нинг икки тенг томони ён томонлар деб, учинчи томони асос деб аталади. Т.ё.у. нинг камида битта симметрия ўқи бўлади. Т.ё.у. нинг асосидаги бурчаклари тенг. Т.ё.у. нинг учидан асосига ўтказилган баландлиги айни вақтда унинг медианаси ва биссектрисаси бўлади. Агар ён томони асосига тенг бўлса, Т.ё.у. тенг томонли учбурчак деб аталади (қ. Равносторонний треугольник).

РАВНОБОЧНАЯ ГИПЕРБОЛА — ТЕНГ ЁНЛИ ГИПЕРБОЛА — тенг томонли гиперболанинг ўзи (қ. Равносторонняя гипербола).

РАВНОБОЧНАЯ ТРАПЕЦИЯ — ТЕНГ ЁНЛИ ТРАПЕЦИЯ — асосидаги бурчаклари тенг бўлган трапеция. Т.ё.т. нинг ён томонлари тенг бўлади. Т.ё.т. нинг диагоналлари тенг, Т.ё.т. нинг ён томонига ёпишган бурчаклари йиғиндиси иккита тўғри бурчакка тенг. Ҳар қандай Т.ё.т. га ташқи чизилган айлана ясаш мумкин. Т.ё.т. нинг симметрия ўқи бор. Трапеция терминига ҳам қаранг.

РАВНОВЕЛИКИЕ ФИГУРЫ — ТЕНГДОШ ФИГУРАЛАР — юзлари тенг бўлган текис фигуралар ёки ҳажмлари тенг бўлган фазовий фигуралар (жисмлар). Ҳар қандай иккита тенгдош содда кўпбурчак тенг тузилган ҳамдир (Бойаи — Гервин теоремаси). Иккита тенгдош кўп ёқлик, умуман айтганда, тенг тузилган кўп ёқлик бўлмайди (Ден—Каган теоремаси). Қ. Гильберта проблемы.

Адаб.: В. Г. Болтянский, Равновеликие и равносоставленные фигуры, Гостехиздат, М., 1960.

РАВНОМЕРНАЯ СХОДИМОСТЬ — ТЕКИС ЯҚИНЛАШИШ: **1°.** Берилган тўпламдаги f_1, f_2, $\ldots$, f_n функциялар кетма-кетлигининг Φ функцияга **текис яқинлашиши** шуни билдирадики, ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $N(\varepsilon)$ мавжудки, N дан катта ҳамма n лар учун мазкур тўпламдан олинган ҳар қандай x да $|f_n - \Phi| < \varepsilon$ тенгсизлик қаноатлантирилади. Масалан, ҳар қандай $[0; 1-\varepsilon]$

кесмадаги (бу ерда $\varepsilon > 0$) $y_n = x^n$ функциялар кетма-кетлиги нолга (ноль-функцияга) текис яқинлашади. Кетма-кетлик бир тўпламда текис яқинлашиб, бошқа тўпламда нотекис яқинлашиши мумкин. Функцияларнинг қараб ўтилган кетма-кетлиги [0, 1] кесмада яқинлашади-ю, лекин бу яқинлашиш текис эмас. Анализнинг кўп масалаларида текис яқинлашиш тушунчасидан фойдаланадиган теорема қўлланилади: агар $f_1, f_2, \ldots, f_n, \ldots$ кетма-кетлик Φ га текис яқинлашса ($f_k \rightrightarrows \Phi$ шаклида белгиланади), у ҳолда $\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\int f_k(x)\,dx\right\}$ қатор $\int \Phi(x)\,dx$ га текис яқинлашади.

2°. Параметрга боғлиқ бўлган **хосмас интегралнинг Т.я.** Агар ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $N(\varepsilon)$ мавжуд бўлсаки, ҳамма $\alpha > N(\varepsilon)$ учун λ нинг ҳар қандай қийматида

$$\left|\int_a^{\alpha} f(x, \lambda)\,dx - \Phi(\lambda)\right| < \varepsilon$$

тенгсизлик қаноатлантирилса, $\int_0^{\infty} f(x, \lambda)\,dx$ хосмас интеграл $\Phi(\lambda)$ га текис яқинлашади. Интегралнинг Т.я. икки каррали хосмас интегралларда интеграллаш тартибини алмаштиришга имкон беради.

РАВНОМЕРНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ — БИР ТЕКИСДА ЯҚИНЛАШИШ — f_i ларнинг Φ дан четланиш ўлчови қилиб

$$\rho(f_i, \Phi) = \sup_{x \in \Omega} |\Phi - f_i|$$

айирма модулининг юқориги чегараси олинган ҳолда $f_1, f_2, \ldots, f_n, \ldots$ функцияларнинг Φ функцияга яқинлашиши, бу ерда Ω — сонларнинг яқинлашиш бўлаётган тўплами.

Агар Φ ва f_i ($i = 1, 2, \ldots, n, \ldots$) лар узлуксиз, Ω тўплам эса компакт тўплам бўлса (қ. Компактность), у ҳолда юқориги чегара белгиси ўрнига максимум белгисини қўйиш мумкин.

РАВНОМЕРНО НЕПРЕРЫВНАЯ ФУНКЦИЯ — ТЕКИС УЗЛУКСИЗ ФУНКЦИЯ: 1°. Агар ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $\delta > 0$ мавжуд бўлсаки, $a \leqslant x \leqslant b$ кесмадан (интервал, тўпламдан) олинган ва бир-биридан $\delta > 0$ дан кичик ($|x_1 - x_2| < \delta$) масофада турган x_1 ва x_2 нинг ҳар қандай қийматлари учун $|f(x_2) - f(x_1)| < \varepsilon$ тенгсизлик қаноатлантирилса, бир аргументли Т.у.ф. $a \leqslant x \leqslant b$ кесмада (интервал, тўпламда) **Т.у.ф.** деб айтилади. Кесмада (интервал, тўпламда) Т.у.ф. ўша кесмада (интервал, тўпламда) узлуксиз бўлади. Кесмада узлуксиз бўлган функция ўша кесмада Т.у.ф. бўлади; $a < x < b$ интервал учун бу даъво нотўғри бўлиши мумкин: масалан, $y = \operatorname{tg} x$ функция $0 < x < 0{,}5\,\pi$ интервалда узлуксиз, лекин бу интервалда у Т.у.ф. эмас.

2°. Агар ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай $\delta > 0$ мавжуд бўлсаки, $\rho(P_1, P_2) < \delta$ бўлган ҳамма P_1 ва P_2 нуқталар учун $|f(P_1) - f(P_2)| < \varepsilon$ тенгсизлик қаноатлантирилса, **кўп аргументли** $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(P)$ функция D тўпламда Т.у.ф. деб аталади; бу таърифдаги $\rho(P_1, P_2)$ символ n ўлчовли фазодаги P_1 ва P_2 нуқталар орасидаги масофани (қ. Расстояние) билдиради.

Агар $u = f(P)$ функция чегараланган ёпиқ D соҳада узлуксиз бўлса, у бу соҳада Т.у.ф. бўлади. Қуйидаги теорема ўринлидир: компакт тўпламнинг ҳар бир нуқтасида узлуксиз бўлган функция ўша тўпламда Т.у.ф. бўлади. Компакт бўлмаган тўпламлар учун бундай теорема нотўғри бўлади. Қ. Компактность.

РАВНОМОЩНЫЕ МНОЖЕСТВА — ТЕНГ ҚУВВАТЛИ ТЎПЛАМЛАР — эквивалент тўпламларнинг ўзи (қ. Эквивалентные множества).

РАВНОСИЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ — ТЕНГ КУЧЛИ ТЕНГЛАМАЛАР — айни бир илдизларга эга бўлган (илдизларининг карралигини ҳам эътиборга олиб) тенгламалар. Масалан, а) $x^2-4=0$ ва $|x|=2$ тенгламалар тенг кучлидир, чунки улар айни бир илдизларга эга: $x_1=-2$, $x_2=2$; б) $x-y=0$, $x-y+1=1$ тенгламалар ҳам тенг кучлидир; в) $x^2-1=0$ ва $x-1=0$ тенгламалар тенг кучли бўла олмайди, чунки биринчи тенгламанинг иккита илдизи бор: ± 1, иккинчисининг фақат битта илдизи бор: $x=1$; г) $(x-1)^2=0$ ва $x-1=0$ тенгламалар тенг кучли эмас, чунки бу тенгламалар илдизларининг тўпламлари бир хил эмас; д) $\sqrt{(x-6)(x+1)}=\sqrt{8}$ ва $\sqrt{x-6}\cdot\sqrt{x+1}=\sqrt{8}$ лар тенг кучли эмас, чунки улардан биринчиси ҳақиқий сонлар соҳасида икки илдизга эга: $x_1=-2$, $x_2=7$, иккинчиси эса фақат битта $x=7$ илдизга эга; е) $x=x+1$ ва $e^x=-e$ тенгламалар тенг кучлидир, чунки улардан ҳар бирининг ечимлари тўплами бўш тўпламдир. Т.к.т. тўғрисидаги масала бир номаълумли биринчи даражали тенгламаларни ечишдаёқ пайдо бўлади, бу масала иррационал тенгламаларни (қ. Иррациональные уравнения) ва энг содда трансцендент: тригонометрик, кўрсаткичли ва логарифмик тенгламаларни ечишда яна кенгроқ ёритилади. Т.к.т. эквивалент тенгламалар деб ҳам аталади. Тенгламалар системаларининг тенг кучлилиги ҳам худди шунга ўхшаш таърифланади: агар тенгламалар системаларининг ечимлари тўпламлари бир хил бўлса, бу системалар тенг кучли системалар дейилади. Масалан, $x-y=5$, $x+y=7$ ва $x-2y=4$, $x=6$ тенгламалар системалари тенг кучлидир, чунки улар айни бир ечимларга эга: $x=6$, $y=1$.

Т.к.т. ни бундай таърифлаш ҳам мумкин: агар биринчи тенгламанинг (ёки системанинг) ҳар бир ечими иккинчи тенгламанинг (ёки системанинг) ечими ва аксинча бўлса, бу тенгламалар (ёки системалар) тенг кучли дейилади.

РАВНОСТЕПЕННАЯ НЕПРЕРЫВНОСТЬ семейства функций — функциялар оиласининг **ТЕНГ ДАРАЖАЛИ УЗЛУКСИЗЛИГИ** — функцияларнинг баъзи оилаларининг муҳим хоссаси. Агар ҳар қандай $\varepsilon>0$ учун шундай $\delta>0$ мавжуд бўлсаки, $|x_1-x_2|<\delta$ бўлган ҳар қандай x_1 ва x_2 да ҳамма f_α функциялар учун $|f_\alpha(x_1)-f_\alpha(x_2)|<\varepsilon$ тенгсизлик бажарилса, $\{f_\alpha\}$ функциялар оиласи тенг даражали узлуксиз бўлади. Арцела теоремасида (қ.) [функциялар тўпламининг текис яқинлашишдаги компактлик (қ.) критерийси] Т.д.у. термини ишлатилади.

РАВНОСТОРОННИЙ КОНУС — ТЕНГ ТОМОНЛИ КОНУС — ясовчиси асосининг диаметрига тенг бўлган доиравий тўғри конус. Т.т.к. нинг айланиш ўқидан (баландлигидан) ўтадиган текислик уни тенг томонли учбурчак бўйича кесади.

РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК — ТЕНГ ТОМОНЛИ УЧБУРЧАК — ҳамма томонлари бир-бирига тенг бўлган учбурчак. Т.т.у.— мунтазам кўпбурчакларнинг (қ. Правильные многоугольники) кўринишларидан бири. Т.т.у. нинг бир нуқтада кесишадиган учта симметрия ўқи бор; бу нуқта айни вақтда учбурчакнинг оғирлик маркази, ортомаркази (қ. Ортоцентр), ички ва ташқи чизилган айланаларнинг маркази бўлади. Т.т.у. тенг бурчакли учбурчак ёки мунтазам учбурчак деб ҳам аталади.

РАВНОСТОРОННИЙ ЦИЛИНДР — ТЕНГ ТОМОНЛИ ЦИЛИНДР — баландлиги асосининг диаметрига тенг бўлган доиравий тўғри цилиндр. Т.т.ц. нинг айланиш ўқидан ўтадиган текислик уни квадрат бўйича кесади.

РАВНОСТОРОННЯЯ ГИПЕРБОЛА — ТЕНГ ТОМОНЛИ ГИПЕРБОЛА — ҳақиқий ва мавҳум ўқлари тенг бўлган гипербола (қ.). Т.т.г. нинг тўғри бурчакли координаталар системасидаги энг содда тенгламаси $x^2-y^2=a^2$ кўринишда бўлади, бу ерда a — ҳақиқий ва мавҳум ярим ўқлар. Т.т.г. нинг асимптоталари ўзаро перпендикулярдир. Агар Т.т.г. нинг асимптоталари координата ўқлари қилиб олинса, у ҳолда унинг тенгламаси $y=k:x$ кўринишга келади. Элементар алгебра курсида ўрганиладиган тескари пропорционал боғланиш графиги Т.т.г. дир. Т.т.г. тенг ёнли гипербола деб ҳам аталади.

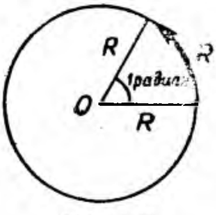
РАВНОЧИСЛЕННЫЕ МНОЖЕСТВА — САНОҒИ ТЕНГ ТЎПЛАМЛАР — қ. Эквивалентные множества.

РАДИАН — РАДИАН — узунлиги радиусга тенг бўлган ёйга (айлана ёйига) тиралувчи марказий бурчак (244-расм). Агар тўлиқ бурчак (360°) бутун айлананинг $2\pi R$ узунлигига мос келса, бир Р. да 1″ гача аниқликда, яъни 0,1 градусгача аниқликда $\frac{360°}{2\pi} = 57°17'44''$ бўлади. 1 радиан $= 57{,}3°$. Шундай қилиб, $90° = \frac{\pi}{2}$ радиан, $180° = \pi$ радиан, $360° = 2\pi$ радиан ва ҳоказо. Бурчакнинг градус ўлчовини радиан ўлчовига айлантиришда ва тескарича айлантиришда

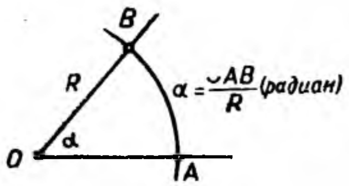
$$\frac{180°}{\pi} = \frac{n°}{\alpha}$$

боғланиш қўлланилади, бу ерда α — берилган бурчак (ёй) нинг радиан ўлчови, n эса унинг градус ўлчови.

Агар l — ёй узунлиги, α — бу ёйга мос келган бурчакнинг радиан ўлчови, R — айлана радиуси бўлса, $l = R \cdot \alpha$ формула ўринли бўлади.



244-расм.



245-расм.

РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА — БУРЧАКНИНГ РАДИАН ЎЛЧОВИ. AOB — берилган бурчак бўлсин, маркази O нуқтада бўлган R радиусли айлана бу бурчак томонларини A ва B нуқталарда кесиб ўтсин (245-расм). У ҳолда $O(R)$ айлананинг AB ёйн узунлигининг радиусига нисбатига тенг сон Б.р.ў. деб аталади. Агар бунда бурчак 360° дан катта, яъни $d = 360 \cdot n + \alpha_0$ (бу ерда $0° < \alpha_0 < 360°$) бўлса, α Б.р.ў.$= 2\pi n + \alpha_0$ Б.р.ў. бўлади. Б.р.ў. нинг бирлиги қилиб бир радиан (қ.) қабул этилган. Б.р.ў. олий математика масалаларида катта роль ўйнайди, чунки Б.р.ў. тушунчаси ишлатилганда математикадаги қатор формулалар (тригонометрик функциянинг ҳосиласини топиш, тригонометрик функцияни даражали қаторга ёйиш ва бошқалар) соддалашади. Б.р.ў. ёйнинг (айлана ёйининг) радиан ўлчови деб ҳам аталади.

РАДИКАЛ — РАДИКАЛ (ёки илдиз) — бирор a сондан n-даражали илдиз чиқариш амалини ифодаловчи $\sqrt[n]{\ }$ математик ишора; бу бундай ёзилади: $\sqrt[n]{a}$. Лат. radix — илдиз.

РАДИКАЛЬНАЯ ОСЬ двух окружностей—икки айлананинг **РАДИКАЛ ЎҚИ** — текисликнинг бу айланаларга нисбатан бир хил даражага эга бўлган нуқталарининг геометрик ўрни (қ. Степень точки). Р.ў. берилган айланалар марказларининг чизиғига перпендикуляр бўлган тўғри чизиқдир. Концентрик айланаларнинг Р.ў. бўлмайди. Р.ў. нинг берилган икки айланага нисбатан ташқи бўлган ҳар қандай нуқтасидан бу айланаларга тенг уринмалар ўтказиш мумкин.

РАДИКАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ двух сфер — икки сферанинг **РАДИКАЛ ТЕКИСЛИГИ** — фазонинг бу сфераларга нисбатан бир хил даражага эга бўлган нуқталарининг геометрик ўрни (қ. Степень точки). Р.т. икки айлана радикал ўқининг (қ. Радикальная ось) фазовий аналоги (ўхшатмаси)дир, шунинг учун Р.т. нинг хоссалари радикал ўқ хоссаларига ўхшаш бўлади.

РАДИКАЛЬНЫЙ ЦЕНТР трех окружностей (сфер) — учта айлана (сфера) нинг **РАДИКАЛ МАРКАЗИ** — бу айланаларга (сфераларга) нисбатан бир хил даражага эга бўлган нуқта (қ. Степень точки). Жуфт-жуфт қилиб олинган бу айланаларнинг (сфераларнинг) учта радикал ўқи (радикал текисликлари) Р.м. да кесишади. Агар уч айлананинг (сферанинг) марказлари бир тўғри чизиқда ётса, у ҳолда Р.м. бўлмайди ёки чексиз кўп бўлади.

РАДИУС окружности (сферы) — айлананинг (сферанинг) **РАДИУСИ** — айлана (сфера) нинг ҳар қандай нуқтасини маркази билан туташтирувчи кесма. Бу кесманинг узунлиги ҳам Р. деб аталади. Айлана (сфера) нинг Р. шу айлана (сфера) билан чегараланган доиранинг (шарнинг) Р. деб ҳам аталади.

Лат. radius — ғилдиракнинг кегайи, нур.

РАДИУС КРИВИЗНЫ — ЭГРИЛИК РАДИУСИ — эгри чизиқнинг берилган нуқтасидаги эгрилик доирасининг (қ. Круг кривизны) радиуси.

РАДИУС-ВЕКТОР ТОЧКИ — НУҚТАНИНГ РАДИУС-ВЕКТОРИ. Текисликдаги (фазодаги) M нуқтанинг радиус-вектори — боши текисликдаги (фазодаги) бирор тайин O нуқтада, охири M нуқтада бўлган вектор ёки кесма. O нуқта қутб координаталари системасининг қутби билан ёки тўғри бурчакли декарт координаталари системасининг боши билан устма-уст тушиши мумкин.

РАДИУС СХОДИМОСТИ — ЯҚИНЛАШИШ РАДИУСИ — даражали қатор (қ. Степенные ряды) яқинлашиш доирасининг радиуси шундай r сонки, $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ даражали қатор $|z| < r$ бўлганда яқинлашади ва $|z| > r$ бўлганда узоқлашади. (қ. Круг сходимости). Яқинлашиш радиусини аниқлаш учун бир қанча формулалар мавжуд, масалан, Даламбер формуласи

$$r = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|}$$

ёки Коши формуласи

$$r = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|}}.$$

РАЗВЕРНУТЫЙ УГОЛ — ЁЙИҚ БУРЧАК — томонлари бир тўғри чизиқ ҳосил қилувчи бурчак. Ё.б. 180° га, яъни π радианга тенг. Ё.б. тўғриланган бурчак деб ҳам аталади.

РАЗВЕРТКА — ЁЙИЛМА: 1°. **Эгри чизиқ Ё. си** — узунлиги бу эгри чизиқ узунлигига тенг бўлган тўғри чизиқ кесмаси. Бундай кесмани излаш эгри чизиқни тўғрилаш ёки ректификация қилиш дейилади. Баъзан эгри чизиқнинг Ё. си деб унинг эвольвентаси (қ.) тушунилади.

2°. **Кўпёқнинг ёйилмаси** — кўпёқнинг ёқларидан иборат бўлган кўпбурчаклар тўплами бўлиб, булар учун ўша кўпёқни ҳосил қилишда қайси томони ва қайси учидан ёпиштириш тартиби кўрсатилган.

3°. Эгиладиган (қ. Изгибание) **сиртнинг Ё. си** — мазкур сирт парчаларига изометрик бўлган ва ўзларини ёпиштириб ўша сиртни ҳосил қилиш мумкин бўладиган текис фигуралар тўплами. Масалан, доиравий тўғри конуснинг Ё. си доиравий сектор билан доирадир (конус асоси).

Ё. тушунчаси элементар геометрия, чизмачилик, топология ва қавариқ сиртлар геометриясида қўлланилади.

Адаб.: Б. Кутузов, Геометрия, Учпедгиз, М., 1957; А. Д. Александров, Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей, Гостехиздат, М., 1948; П. С. Александров, Комбинаторная топология, Гостехиздат, М.; 1947 (гл. 3).

РАЗВЕРТЫВАЮЩАЯСЯ ПОВЕРХНОСТЬ — ЁЙИЛУВЧИ СИРТ — эгиш (қ. Изгибание) йўли билан текислик устига ётқизиш мумкин бўладиган сирт (қ. Поверхность). Ҳар қандай Ё. с. тўғри чизиқли сирт бўлади. Ё. с. нинг тўлиқ эгрилиги (қ. Полная кривизна) нолга тенг. Қ. Ребро возврата.

РАЗВЕТВЛЕНИЯ ТОЧКА — ТАРМОҚЛАНИШ НУҚТАСИ. Кўп қийматли $f(z)$ аналитик функциянинг тармоқланиш нуқтаси — шундай нуқтадирки, бу нуқтани марказ қилиб олиб чизилган ҳар қандай жуда кичик радиусли айлана бўйича комплекс соҳада айланиб чиқилганда мазкур функция узлуксиз ўзгариб бошда танлаб олинган қийматларидан бошқа қийматларга олиб келади. Масалан, $\sqrt{z-1}$ ва $\operatorname{Ln}(z-1)$ функциялар учун $z=1$ нуқта Т.н. бўлади. Бу нуқта атрофида бир марта айланиб чиқилганда биринчи функция қийматининг ишораси ўзгаради, иккинчи функция қийматига эса $2\pi i$ ҳад қўшилади.

Аналитические функции, Аналитическое продолжение терминларига ҳам қаранг.

РАЗДЕЛЕННЫЕ РАЗНОСТИ — БЎЛИНГАН АЙИРМАЛАР — бирор функция қийматлари айирмасининг аргументнинг мос қийматлари айирмасига нисбати. Б. а. интерполяциялашда ва функцияларнинг қийматлари аргументнинг бир-биридан бир хил масофада бўлмаган қийматларида текшириладиган тақрибий ҳисобларда қўлланилади. Бу термин баъзан «айирмали нисбатлар» деб юритилади. Қ. Исчисление конечных разностей.

РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ на множители — **КЎПҲАДЛАРНИ КЎПАЙТУВЧИЛАРГА АЖРАТИШ** — кўпҳадни бир қанча кўпайтувчининг кўпайтмасига айний алмаштириш. Ўрта мактабда кўпҳадлар кўпайтувчиларга асосан қуйидаги усуллар билан ажратилади:

1) умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқариш:

$$a^2b^3+ca^2b^3-a^4b^2=b^2a^2(b+bc-a^2);$$

2) қисқа кўпайтириш ва бўлиш формулаларидан фойдаланиш:

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2);$$

3) қўшилувчиларни группалаш:

$$\begin{aligned}a^2b+a^2d-bc^2+dc^2+2acd &= b(a^2-c^2)+d(a^2+2ac+c^2)=\\ &= b(a+c)(a-c)+d(a+c)^2=(a+c)[b(a-c)+d(a+c)];\end{aligned}$$

4) қўшилувчиларни ёйиб юбориш:

$$\begin{aligned}c^2+12c+32 &= c^2+8c+16+4c+16=(c+4)^2+4(c+4)=\\ &= (c+4)(c+8).\end{aligned}$$

Ҳақиқий ўзгарувчили ва ҳақиқий ёки комплекс коэффициентли ҳар қандай $a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n$ кўпҳад

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n=a_0(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)$$

кўринишда тасвирланади, бу ерда $x_1, x_2, \ldots, x_n$—кўпҳаднинг илдизлари. Ҳақиқий коэффициентли кўпҳад ҳақиқий коэффициентли биринчи ва иккинчи даражали кўпайтувчиларга ажратилади. Рационал кўпайтувчиларга ажралмайдиган рационал коэффициентли кўпҳадлар мавжуд (қ. Неприводимые многочлены).

Агар бутун коэффициентли кўпҳад рационал коэффициентли кўпайтувчиларга ажратилса, у ҳолда у бутун коэффициентли кўпайтувчиларга ҳам ажратилади (қ. Гаусса лемма). Бутун функцияларни чексиз кўпайтувчиларга ажратишни ҳам қараб чиқиш мумкин:

$$\sin x = x \prod_{n=1}^{\infty}\left(1 - \frac{x^2}{\pi^2 n^2}\right).$$

Қ. Бесконечные произведения.

РАЗМЕРНОСТЬ геометрической фигуры — геометрик фигуранинг **ЎЛЧАМЛИГИ** — фигура чизиқ бўлганда бирга тенг бўлган, фигура сирт бўлганда иккига тенг бўлган, фигура жисм бўлганда учга тенг бўлган сон. n ўлчовли Евклид фазосида ётувчи ҳар қандай ёпиқ тўплам ўлчамининг умумий таърифини совет математиги П. С. Урисон берган. П. С. Урисон ҳозирги замон топологиясида (қ.) энг чуқур назария ҳисобланган Ў. назариясини яратди. Ў. ўлчовлар сони деб ҳам аталади.

Адаб.: П. С. Александров, Комбинаторная топология, Гостехиздат, М., 1947 (гл. 5 и 6); Л. С. Понтрягин, Основы комбинаторной топологии, Гостехиздат, М., 1947 (§ 3); В. Гуревич, Г. Волмэн, Теория размерности, 1948; П. С. Урысон, Труды по топологии и другим областям математики, т.т. 1—2, 1951.

РАЗМЕЩЕНИЕ — ЎРИНЛАШТИРИШ — комбинаторика (қ.) тушунчаларидан бири. n элементдан k тадан тузилган Ў. деб n элементдан иборат тўпламнинг k та элементидан таркиб топган тартибланган ҳар қандай қисм-тўпламига айтилади. Агар икки Ў. элементларининг таркиби билан ёки элементларининг тартиби билан фарқ қилса, бу Ў. лар турли хил деб ҳисобланади. n элементдан k талаб тузилган турли хил Ў. лар сони A_n^k символ билан белгиланади (A — французча «ўринлаштириш» сўзининг бош ҳарфи). Ў. лар сони $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ комбинациялар сони C_n^k билан қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$A_n^k = k!\, C_n^k.$$

Мисол. 1, 3, 5, 7, 9 тоқ рақамлардан тузиладиган ва ҳар бирида бу рақамлар такрорланмайдиган уч хонали сонлар нечта бўлади?

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 60.$$

Франц. arrangement — ўринлаштириш.

РАЗМЕЩЕНИЕ С ПОВТОРЕНИЯМИ — ТАКРОРИЙ ЎРИНЛАШТИРИШ. $M = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ тўпламининг n элементидан k тадан тузилган такрорий ўринлаштириш — k та ҳаддан иборат бўлган ҳар қандай чекли кетма-кетлик бўлиб, унинг ҳадлари текширилаётган M тўпламнинг элементларидир. Агар иккита $a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k}$ ва $a_{j_1}, a_{j_2}, \ldots, a_{j_k}$ Т.ў. ҳеч бўлмаганда бир жойда M тўпламнинг турли элементларига эга бўлса, яъни ҳеч бўлмаганда битта r $(1 \leqslant r \leqslant k)$ учун $a_{i_r} \neq a_{j_r}$ тенгсизлик ўринли бўлса, бу Т.ў. лар турли хил деб ҳисобланади. n элементдан k тадан тузилган турли хил Т.ў. лар сони n^k га тенг. Агар бирор Т.ў. да a_i элемент p жойда ва фақат p жойда учраса, a_i элемент текширилаётган Т.ў. да p марта такрорланади деб гапирилади.

РАЗНОСТНАЯ ПРОГРЕССИЯ — АЙИРМАЛИ ПРОГРЕССИЯ — арифметик прогрессиянинг (қ.) ўзи.

РАЗНОСТНАЯ ПРОПОРЦИЯ — АЙИРМАЛИ ПРОПОРЦИЯ — арифметик пропорциянинг (қ.) ўзи.

РАЗНОСТЬ — АЙИРМА — айириш натижаси. 1°. **Иккита** a **ва** b **сонининг** (a камаювчи билан b айрилувчининг) **айирмаси** шундай учинчи $c = a - b$ **сонки**, у билан b нинг йиғиндиси a га тенг, яъни $c + b = a$.

2°. Иккита **А** ва **В** векторнинг айирмаси шундай **С** векторки, у билан **В** нинг йиғиндиси **А** га тенг, яъни **С** + **В** = **А**. Графикда **А**, **В**, **С** лар учбурчак ҳосил қилади. Разность арифметической прогрессии, Разность множеств, Векторное исчисление терминларга қаранг.

РАЗНОСТЬ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ — АРИФМЕТИК ПРОГРЕССИЯНИНГ АЙИРМАСИ — шундай d сонки, бу сонни арифметик прогрессиянинг (қ.) ихтиёрий ҳадига қўшганда прогрессиянинг ундан кейинги ҳади ҳосил бўлади. Бошқача сўз билан айтганда, А.п.а. ҳар қандай олдинги ҳадни унинг кетидаги ҳаддан айириш натижасига тенг.

РАЗНОСТЬ МНОЖЕСТВ A и B — A ва B **ТЎПЛАМЛАР АЙИРМАСИ** — A тўпламнинг B тўпламга кирмайдиган барча элементларининг тўплами. A ва B Т.а. $A \setminus B$ символ (ёки $A - B$, ёки $A \dot{-} B$ символ) билан белгиланади. Баъзан Т.а. термини B тўплам A тўпламнинг қисм-тўплами бўлган ҳолгагина қўлланилади. A тўплам B нинг қисм-тўплами бўлган ҳолда ва фақат шу ҳолда, яъни $A \subseteq B$ бўлганда A ва B Т.а. бўш тўплам (қ. Пустое множество) бўлади.

Т. а. тўпламлар устида бажариладиган асосий амаллардан биридир. Т.а. ни тўпламлар устида бажариладиган бошқа амалларга солиштириш учун Теоретико-множественные операции терминига қаранг.

Мисол. A — барча учбурчаклар тўплами, B — тўғри бурчакли учбурчаклар тўплами бўлсин деб фараз қилайлик, у ҳолда $A \setminus B$ — қийшиқ бурчакли учбурчаклар, яъни битта ҳам бурчаги тўғри бурчак бўлмаган учбурчаклар тўплами бўлади.

РАЗРЫВА ТОЧКА — УЗИЛИШ НУҚТАСИ — аргументнинг функция узиладигандаги қиймати (қ. Разрывные функции). У.н. икки турга бўлинади. Биринчи тур У.н. деб шундай a нуқтага айтиладики, бу нуқтада ўнг ва чап лимитлар, яъни

$$\lim_{x \to a-0} f(x) \quad \text{ва} \quad \lim_{x \to a+0} f(x) \qquad (*)$$

мавжуд бўлади. Бу лимитлар бир-бирига тенг бўлганда

$$f(a) = \lim_{x \to a-0} f(x) = \lim_{x \to a+0} f(x)$$

деб олинса, $f(x)$ функция $x = a$ да узлуксиз қилиниши мумкин (йўқотиладиган узилиш). Иккинчи тур У. н. да (*) лимитлардан камида биттаси мавжуд бўлмайди (яъни $\pm\infty$ га тенг бўлади).

У.н. нинг янада мураккаб характердаги тури (бу ҳам иккинчи турга тааллуқлидир) шундай нуқталарки, буларда (*) лимитлардан бири мавжуд эмас ва чексизликка тенг эмас, масалан, $y = \sin(1 : x)$ функция учун $x = 0$ нуқта ушандай нуқтадир.

РАЗРЫВНАЯ ФУНКЦИЯ — УЗИЛИШЛИ ФУНКЦИЯ — аргументининг ақалли битта қийматида узлуксиз бўлмаган функция (қ. Непрерывная функция). У.ф. лар Бэрнинг биринчидан тортиб барча синфларига тааллуқлидир. Мисоллар: $y = \cos(1 : x)$ функция $x = 0$ нуқтада узилади, Дирихле функцияси (қ. Функция действительного переменного) ҳар бир нуқтада узилишга эга.

РАЗРЯД (в арифметике) — **ХОНА** (арифметикада) — сонни позицион системада (қ.) ёзганда рақамнинг тутадиган ўрни. Ўнли системада 1-хона рақамлари — бирлар, 2-хона рақамлари ўнлар ва ҳоказо.

РАНГ КВАДРАТИЧНОЙ ФОРМЫ — КВАДРАТИК ФОРМАНИНГ РАНГИ — бу квадратик форма матрицасининг ранги (қ. Матрица квадратичной формы).

РАНГ МАТРИЦЫ — МАТРИЦАНИНГ РАНГИ — бу матрица (жадвал)нинг нолдан фарқли минорининг энг юқори тартиби, яъни агар матрицанинг ранги k га тенг бўлса, у ҳолда бу матрицанинг k-тартибли минорларининг ичида нолдан фарқли бўлган камида битта минор бўлади, лекин матрицанинг $(k + 1)$

тартибли ва ундан юқори тартибли барча минорлари нолга тенг бўлади. Масалан, 3 сатри ва 4 устуни бўлган

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 9 \\ 2 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

матрицани қараб чиқайлик. Сатрлар ва устунларни қолган сатр ва устунлар сони бир хил бўладиган қилиб чизиб ташлаб, қолган сатр ва устунлардан бу матрицанинг тартиблари ҳар хил бўлган детерминантларини тузамиз. Шу йўл билан олинган 3- тартибли барча қуйидаги детерминантлар нолга тенг бўлишини кўриш осон:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 9 \\ 2 & 2 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 3 & 0 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}.$$

2- тартибли детерминантлар ичида эса нолдан фарқли бўлганлари бор, масалан:

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 0 & 9 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

Бинобарин, қаралаётган матрицанинг ранги 2 га тенг экан. Қуйидаги теорема ўринлидир: М.р. матрицанинг чизиқли эркли сатрларининг максимал сонига, шунингдек чизиқли эркли устунларининг максимал сонига тенг. М.р. тушунчаси чизиқли алгебрада кўп қўлланилади (масалан, қ. Кронекера—Капелли теорема).

Адаб.: И. М. Гельфанд, Основы линейной алгебры, Гостехиздат, М., 1951; Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, Гостехиздат, М., 1953.

РАСКРЫТИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ — АНИҚМАСЛИКЛАРНИ ОЧИШ. Лимит ишораси остида турган функция аргументи ўрнига x_0 ни расман қўйиб ҳисоблаганда кўпинча қуйидагича турдаги сонли ифодаларга келинади:

$$\frac{0}{0}, \ \frac{\infty}{\infty}, \ 0\cdot\infty, \ 0^0, \ \infty^0, \ \infty - \infty, \ 1^\infty;$$

алоҳида олиб қаралганда буларнинг математик маъноси йўқ. Лекин аргументнинг текширилаётганга яқин қийматларида функция мутлақо аниқ қийматларга эга бўлиши мумкин. Шунинг учун $x = x_0$ да функция қўшни қийматларидан жуда оз фарқ қиладиган қиймат қабул қилади деб ҳисоблаш табиийдир. Қатъий айтганда, агар бундай лимит мавжуд бўлса,

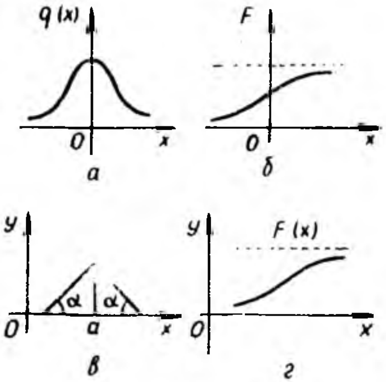
$$f(x_0) = \lim_{x \to x_0} f(x)$$

деб фараз қиламиз. А.о. (*) лимитнинг ҳақиқий қийматини ҳисоблаб топишдан иборат. Ҳамма аниқмасликлар мураккаб бўлмаган шакл алмаштиришлар ёрдамида $\frac{0}{0}$ типдаги аниқмасликка келтирилади. Бу типдаги А.о. да Лопиталь (қ.) қоидасидан фойдаланилади. Неопределенные выражения терминига қаранг.

РАСПАДАЮЩАЯСЯ КВАДРАТИЧНАЯ ФОРМА — АЖРАЛАДИГАН КВАДРАТИК ФОРМА — иккита чизиқли форманинг кўпайтмаси кўринишида тасвирланадиган квадратик форма (қ.). Комплекс сонлар майдонида квадратик форманинг ранги 2 дан кичик ёки 2 га тенг бўлганда ва фақат шундагина бу квадратик форма А.к.ф. бўлади.

Ҳақиқий сонлар майдонида квадратик форманинг ранги 1 дан кичик ёки 1 га тенг бўлганда, ёхуд унинг ранги 2 га тенг, сигнатураси (қ.) эса нолга тенг бўлганда ва фақат шундагина бу форма А.к.ф. бўлади.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ — ТАҚСИМОТ — эҳтимоллар назариясининг асосий тушунчаларидан бирндир. Чекли сон қийматлар қабул қиладиган ξ тасодифий миқдор эҳтимолларининг Т. берилганда ξ миқдор ўзининг мазкур қийматини қандай эҳтимол билан қабул қилиши кўрсатилади. Бундай миқдорлар Т. ни жадвал тарзида бериш қулай. x_1, x_2, . . . , x_n, . . . қийматлар қабул қилувчи ξ миқдорнинг тақсимоти (дискрет Т.) ҳам шунга ўхшаш берилади. Лекин кўп тасодифий миқдорларнинг қийматлари тўплами кесмадаги сонлар тўплами бўлади. Одатда бундай ҳолларда ξ нинг берилган қийматга тенг қиймат қабул қилиш эҳтимоли тўғрисида гапиришнинг маъноси йўқ (бундай эҳтимол нолга тенг). $x<\xi<x+dx$ тенгсизликнинг $P(x, dx)$ эҳтимоли чексиз кичик миқдор бўлиб, у умумий ҳолда dx билан бир хил тартибли миқдордир, яъни $P(x, dx) = q(x)\,dx + 0(dx)$.



246- расм.

$q(x)$ функция эҳтимол зичлиги деб аталади (қ. Плотность вероятности). Унинг графиги тақсимотни ифодалаши мумкин (тақсимотнинг дифференциал қонуни). $\xi<x$ тенгсизликнинг $F(x)$ эҳтимоли ҳам ўрганилади. F функция ва унинг графиги тақсимотнинг интеграл қонуни деб аталади. Кўриниб турибдики,

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} q(t)\,dt,$$

$a<\xi<b$ тенгсизликнинг эҳтимоли F ва q терминларида бундай ифодаланади:

$$F(b) - F(a) \text{ ва } \int_{a}^{b} q(t)\,dt.$$

Пуассон тақсимоти (қ. Пуассона распределение) дискрет Т. га мисол бўлади. Узлуксиз Т. мисоллари қуйидагилардир: 1) нормал тақсимот, яъни Гаусс тақсимоти:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}\,dt \qquad \text{(246- } a \text{ расм)},$$

$$q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \qquad \text{(246- } б \text{ расм)},$$

бу ерда a, σ — параметрлар;

2) учбурчак қонуни бўйича тақсимот:

$$y = \begin{cases} 0 & |x-a|>c \text{ бўлганда}, \\ \dfrac{c+x-a}{c^2} & -c<x-a<0 \text{ бўлганда (246-}в, г \text{ расм)}. \\ \dfrac{c-x+a}{c^2} & c>x-a>0 \text{ бўлганда}, \end{cases}$$

бу ерда a, c — параметрлар. Т. нинг энг муҳим характеристикалари математик кутилиш (қ. Математическое ожидание) ва дисперсиядир (қ.). Моменты терминига ҳам қаранг.

РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН — ТАҚСИМОТ ҚОНУНИ — қ. Закон дистрибутивности.

РАССТОЯНИЕ — МАСОФА — бирор фазо нуқталарининг ҳар қандай тартибланган жуфтига (жумладан, тўғри чизиқ, текислик, одатдаги уч ўлчовли фазонинг бир жуфт нуқтасига) мос қилиб қўйиладиган манфий бўлмаган $\rho(M_1, M)$ сондир. Бу сон M ва M_1 нуқталар орасидаги масофа деб ҳам аталади. Одатда М. метрик фазонинг (қ. Метрическое пространство) қуйидаги аксиомаларига бўйсуниши талаб этилади: 1) айният аксиомаси: M нуқта M_1 билан устма-уст тушганда, яъни $M \equiv M_1$ бўлганда ва фақат шундагина $\rho(M_1, M) = 0$ бўлади; 2) симметрия аксиомаси: $\rho(M_1, M) = \rho(M, M_1)$; 3) учбурчак аксиомаси: $\rho(M, M_1) + \rho(M_1, M_2) \geqslant \rho(M, M_2)$.

Мисоллар: 1. Метрическое пространство терминига қаранг. 2. Сиртдаги нуқталар орасидаги М. деб одатда бу нуқталарни туташтирувчи геодезик чизиқнинг (қ. Геодезические линии) узунлиги қабул қилинади. Хусусий ҳолда сферадаги нуқталар орасидаги масофа бу нуқталардан ўтувчи катта доира айланасининг ёйи билан (икки ёйдан кичиги олинади) ўлчанади. 3. Тоғлик жойда юрган саёҳ бир пунктдан иккинчи пунктга ўтиш учун кетадиган энг қисқа вақтни икки пункт орасидаги М. деб ҳисоблаши табиийдир. Бу мисолда М. симметрия аксиомасига бўйсунмайди.

Адаб.: Ю. А. Шрейдер, Что такое расстояние?, Физматгиз, М., 1963.

РАСХОДЯЩИЙСЯ ИНТЕГРАЛ — УЗОҚЛАШУВЧИ ИНТЕГРАЛ — $\int\limits_a^{\infty} f(x)dx$ кўринишдаги интеграл бўлиб, $\lim\limits_{A\to\infty}\int\limits_a^A f(x)\,dx$ лимит $\pm\infty$ га тенг ёки бутунлай мавжуд эмас, бу ерда $f(x)$ функция $[a, \infty)$ ораликда аниқланган ва бу ораликнинг ҳар қандай $[a, A]$ қисмида интегралланади. Бундай У.и. ҳақиқий маънодаги интегралдан фарқли равишда хосмас интеграл деб ҳам аталади. Масалан: $\int\limits_0^{\infty}\cos x\,dx$ ва $\int\limits_0^{\infty}\frac{dx}{x}$ лар У.и., чунки булардан биринчиси юқориги чегарасида умуман қийматга эга эмас ($x\to\infty$ да $\sin x$ ҳеч қандай лимитга интилмайди), иккинчиси эса чексизликка тенг.

Агар интеграл остидаги $f(x)$ функция $[a, b]$ интеграллаш оралигининг ичида c нуқтада чексизликка айланса, у ҳолда $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ интеграл қуйидаги лимит маъносида тушунилади:

$$\lim_{\substack{\eta\to 0\\ \xi\to 0}}\left[\int\limits_a^{c-\eta} f(x)dx + \int\limits_{c+\xi}^{b} f(x)\,dx\right].$$

Агар бу лимит чекли бўлса, интеграл яқинлашади, лимит чексиз (яъни $\pm\infty$ га тенг) бўлса ёки бутунлай бўлмаса, у ҳолда интеграл узоқлашади.

Узоқлашувчи интегралларга ҳам баъзи ҳолларда умумлашган қийматлар беришга имконият яратадиган методлар мавжуддир. Агар $f(x)$ функция $x > 0$

да аниқланган ва ҳар қандай чекли $[0, x]$ оралиқда одатдаги маънода интегралланадиган, лекин $[0, \infty]$ оралиқда интегралланмайдиган бўлса ва $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\int_0^x F(u)\,du = I$ чекли лимит ($F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ функциянинг $\frac{1}{x}\int_0^x F(u)\,du$ ўрта қийматининг лимити) мавжуд бўлса, бу I сон интегралнинг умумлашган қиймати деб, $f(x)$ функция эса умумлашган маънода интегралланувчи функция деб ҳисобланади. Масалан: $\int_0^x \cos x dx = -\sin x$; унинг $\frac{1}{x}\int_0^x \sin u\,du$ ўрта қийматининг $\lim_{x\to\infty}\left\{-\frac{1}{x}\int_0^x \sin x\,dx\right\} = \lim_{x\to\infty}\frac{-\cos x+1}{x}$ лимити нолга тенг бўлади; бинобарин, умумлашган маънодаги У.и. нолга тенг. Агар $f(x)$ учун $\int_0^\infty f(x)dx$ интеграл мавжуд бўлмаса-ю, лекин $\int_0^\infty f(x)\,e^{-kx}dx$ $(k>0)$ интеграл яқинлашса ва чекли $I=\lim_{k\to 0}\int_0^\infty e^{-kx} f(x)\,dx$ лимит мавжуд бўлса, у ҳолда бу лимитни одатдаги маънода узоқлашувчи интегралнинг умумлашган қиймати деб ҳам қараш мумкин. Масалан:

$$\lim_{k\to 0}\int_0^\infty e^{-kx}\cos x\,dx = \lim_{k\to 0}\frac{k}{k^2+1} = 0.$$

Яна интегралнинг умумлашган қиймати учун $\int_0^\infty \cos x\,dx = 0$ тенгликка эга бўлдик (қ. Интеграл).

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси. II т., Ўқувпеддавнашр, Т. 1956.

РАСХОДЯЩИЙСЯ РЯД — УЗОҚЛАШУВЧИ ҚАТОР — йиғиндиси чексиз (яъни йиғиндиси $\pm\infty$ га тенг) бўлган ёки умуман йиғиндиси бўлмаган қатор. Агар иккита $\sum_{n=1}^\infty C_n$ ва $\sum_{n=1}^\infty C'_n$ У.қ. лардан иккинчисининг S'_n хусусий йиғиндиси биринчисининг S_n хусусий йиғиндисига нисбатан паст тартибли чексиз катта миқдор бўлса, яъни $\lim_{n\to\infty}\frac{S'_n}{S_n}=0$ бўлса, у ҳолда иккинчи қатор биринчисига қараганда секинроқ узоқлашади. Ҳар қандай узоқлашувчи $\sum_{n=1}^\infty C_n$

қатор учун секинроқ узоқлашувчи қатор тузиш мумкин. Бу мақсадда, масалан, қуйидаги қаторни олиш мумкин:

$$\sum_{n=1}^{\infty} C'_n = \sqrt{S_1} + \sum_{n=2}^{\infty} (\sqrt{S_n} - \sqrt{S_{n-1}}).$$

Шунинг учун ҳеч қандай У.қ. бошқа қаторларни ўзига солиштириш йўли билан уларнинг узоқлашувчи эканлигини аниқлашнинг универсал воситаси бўлолмайди. У.қ. лари тадқиқ этиш учун умумлашган йиғиштириш (қўшиш) ва умумлашган йиғинди тушунчалари киритилади (қ. Ряд).

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц. Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси. II, III т.

РАЦИОНАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ — РАЦИОНАЛ ФУНКЦИЯ — қуйидаги кўринишдаги функциядир:

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \ldots + b_m},$$

бу ерда a_i, b_i — ўзгармас сонлар ($a_0 \neq 0$, $b_0 \neq 0$), n ва m — манфий бўлмаган бутун сонлар. Р.ф. иккита бутун Р.ф. нинг (кўпҳаднинг) нисбатидан иборат (қ. Многочлен). Р.ф. x нинг $Q(x)$ махражни нолга айлантирадиган қийматларидан бошқа барча қийматларида аниқланган. Агар x_0 — $Q(x)$ махражнинг k каррали ва $P(x)$ суратнинг r каррали ($r \geqslant k$) илдизи бўлса, у ҳолда Р.ф. x_0 нуқтада тузатиладиган узилишга эга, $r < k$ бўлганда Р.ф. x_0 нуқтада чексиз узилишга (қутб) эга бўлади (қ. Полюс).

$m = 0$ бўлганда Р. ф. бутун Р. ф. ёки кўпҳад деб аталади. $n = m = 1$ бўлганда Р. ф.

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

кўринишдаги каср-чизиқли Р. ф. деб аталади (қ. Дробно-линейная функция).

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА — РАЦИОНАЛ СОНЛАР — мусбат ва манфий барча бутун ва каср сонлар ва ноль сони. Ҳар қандай рационал сонни икки бутун соннинг $\frac{p}{q}$ нисбати кўринишида тасвирлаш мумкин, бу ерда p ва q — ўзаро туб сонлар ва $q \neq 0$.

Мисоллар: 1; —5; $\frac{2}{3}$; 0; 0, (3) сонлари — рационал сонлар; Р. с. тўплами ҳамма ерда зич (қ. Плотное множество) тўплам бўлади, яъни ҳақиқий сонлар майдонида ҳар қандай икки r_1 ва r_2 Р. с. орасида ҳамиша камида битта рационал сон, масалан, $r_3 = \frac{r_1 + r_2}{2}$ сон топилади (чексиз кўп сон топилиши шундан келиб чиқади). Р. с. тўплами саноқли тўплам бўлиб, қўшиш (айириш) ва кўпайтириш операциясига нисбатан группадир (қ.).

Лат. ratio — нисбат, бу ерда бутун сонлар нисбати сифатида тушунилади.

РАСШИРЕННАЯ МАТРИЦА системы уравнений — тенгламалар системасининг **КЕНГАЙТИРИЛГАН МАТРИЦАСИ** — n номаълумли m та чизиқли тенгламаларнинг

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

системасига мос матрица. Т. с. к. м. системанинг матрицасига озод ҳадлар устунини қўшиб ҳосил қилинади:

$$\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{Vmatrix}.$$

Система матрицасининг ранги билан Т. с. к. м. нинг ранги тенглиги чизиқли тенгламалар системаси биргаликда бўлишининг зарурий ва кифоявий шартидир. Бу даъво Кронекер — Капелли теоремасининг (қ.) мазмунидир.

РЕБРО ВОЗВРАТА развертывающейся поверхности — ёйилувчи сиртнинг **ҚАЙТИШ ҚИРРАСИ** — шундай чизиқдирки, унга ўтказилган уринмалар нуқталарининг геометрик ўрни ўша сирт бўлади. Конус, цилиндр ва текисликдан бошқа ёйилувчи ҳар қандай сиртнинг Қ. қ. бўлиши исбот этилади. Қ. қ. сиртнинг махсус нуқталаридан иборат эгри чизиқдир. Ёйилувчи сиртга тегишли бўлган ва Қ. қ. ни кесиб ўтадиган ҳар қандай ясси эгри чизиқ кесишиш нуқтасида қайтиш нуқтасига эга бўлади.

Қ. қ. нинг бошқа таърифи: агар ёйилувчи сирт $l(t)$ тўғри чизиқларнинг бир параметрли оиласи сифатида берилган бўлса, у ҳолда $l(t)$ ва $l(t+\Delta t)$ тўғри чизиқларнинг $\Delta t \to 0$ даги умумий перпендикулярларининг асослари Қ. қ. ҳосил қилади.

РЕГИОМОНТАНА ФОРМУЛА — РЕГИОМОНТАН ФОРМУЛАСИ — текисликдаги тригонометрия формуласи бўлиб, учбурчак икки томонининг узунликлари билан бу томонлар қаршисида ётган бурчакларнинг ярим йиғиндиси ва ярим айирмасининг тангенслари орасидаги боғланишни ифодалайди:

$$\frac{a-b}{a+b}=\frac{\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}}{\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}},$$

бу ерда a, b — учбурчак томонлари, A, B мос равишда бу томонлар қаршисида ётган бурчаклар. Р. ф. тангенслар формуласи (теоремаси) деб ҳам аталади. Р. ф. бу формулани топган немис астрономи ва математиги Иоганн Мюллер (лотинчаси Regiomontanus) номи билан аталади. И. Мюллерни Кенигсберглик деб ҳам атаганлар: немисча König—король, Berg — тоғ, лотинча «король» ва «тоғ» қаратқич келишигида regis ва montis. Шунинг учун И. Мюллернинг лотинчалаштирилган фамилияси «Региомонтан» бўлиб қолган.

РЕГУЛЯРНАЯ ТОЧКА — РЕГУЛЯР НУҚТА. 1°. Аналитик функциянинг Р. н. си — шундай бир нуқтаки, бу нуқтанинг бирор атрофида функцияни даражали қаторга ёйиш мумкин.

2°. $\frac{d^2y}{dx^2}+p_1(x)\frac{dy}{dx}+p_2(x)y=0$ **дифференциал тенгламанинг Р. н. си** — p_k функциянинг тартиби k дан ($k=1,\ 2$) юқори бўлмаган қутбидир.

3°. $f(x)$ **функция узилишининг Р. н. си** шундай x_0 нуқтаки, бу нуқтада

$$f(x_0)=\frac{1}{2}\left\{f(x_0+0)+f(x_0-0)\right\}$$

тенглик ўринли бўлади.

4°. Ўзгарувчи коэффициентли **чизиқли тенгламалар системасининг Р. н. си** — параметрларнинг шундай қийматларики, бу қийматларда система матрицасининг ранги Р. н. нинг етарлича кичик атрофидаги ҳамма нуқталардагидан паст бўлмайди.

РЕЗОЛЬВЕНТА — РЕЗОЛЬВЕНТА. 1°. **Чизиқли** A **операторнинг Р. си** — $A-\lambda E$ операторга тескари бўлган ва $(A-\lambda E)^{-1}$ билан белгиланадиган Γ_λ

оператордир (қ. Линейный оператор). Бу ерда λ — ихтиёрий комплекс сон, E — айний оператор. Қуйидаги

$$Af(x) = \int_a^b k(x,\ t)\ f(t)\ dt$$

тенглик билан аниқланувчи A операторнинг Р. си λ бўйича мероморф функция (қ.) бўлиб, унинг қутблари A операторнинг хос қийматлари билан бир хил бўлади (бу формуладаги $k(x,\ t)$ узлуксиз). A операторнинг Р. сини билган ҳолда Фредгольмнинг

$$\int_a^b k(x,\ t)\ y(t)\ dt - \lambda y(x) = g(x)$$

интеграл тенгламасининг ечимини бирданига ёзиш мумкин, чунончи:

$$y = \Gamma_\lambda\, g(x).$$

2°. Берилган ω майдон устида келтирилмайдиган n - даражали

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n = 0$$

тенгламанинг Р. си шундай $g(x) = 0$ тенгламаки ($g(x)$— кўпҳад), $g(x) = 0$ тенгламанинг илдизларидан бирини ω майдонга қўшганда $f(x) = 0$ тенгламанинг барча илдизларига эга бўлган майдон ҳосил бўлади.

Тўртинчи даражали тенгламанинг Р. си даражаси учинчидан юқори бўлмаган тенгламадир. Даражаси $n > 4$ бўлган тенгламалар учун Р. нинг даражаси, умуман айтганда, n дан катта бўлади. Р. нинг илдизларини билиш $f(x) = 0$ тенгламанинг ечимларини анча соддароқ тенгламаларни ечиш йўли билан топишга имкон беради.

Р. тушунчаси n-даражали ихтиёрий тенгламани ечиш масаласи муносабати билан пайдо бўлган. Р. Э. Галуанинг классик ишида муҳим роль ўйнайди. Назариянинг муҳим проблемасини совет математиги Н. Г. Чеботарев (1931) ҳал қилди, бу проблема авторнинг номи билан аталади.

Поле, Неприводимый многочлен, Неприводимое уравнение терминларига ҳам қаранг.

Лат. resolvo — ечаяпман, тугунни ечаяпман.

РЕЗУЛЬТАНТ — РЕЗУЛЬТАНТ. Иккита

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n \quad \text{ва} \quad g(x) = b_0x^m + b_1x^{m-1} + \ldots + b_m$$

($a_n \neq 0$, $b_m \neq 0$) кўпҳаднинг результанти қуйидаги детерминантдир:

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \ldots & a_n & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & \ldots & a_{n-1} & a_n & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & \ldots & a_{n-1} & a_{n-1} & a_n & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_1 & b_2 & b_3 & \ldots & a_0 & a_1 & a_2 & \ldots & a_n \\ b_0 & b_1 & b_2 & & b_m & a_0 & a_1 & \ldots & a_{n-1} \\ 0 & b_0 & b_1 & & b_{m-1} & b_m & a_0 & \ldots & a_{n-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & & b_0 & b_1 & b_2 & \ldots & b_m \end{vmatrix}.$$

Агар Р. нолга тенг бўлса, $f(x)$ ва $g(x)$ кўпҳадлар умумий бўлувчисининг даражаси нолдан катта бўлади ва аксинча. $f(x)$ ва $g(x)$ нинг результанти $f(x)$ функциянинг $x_1, x_2, \ldots, x_n$ илдизлари ва $g(x)$ функциянинг $y_1, y_2, \ldots, y_m$ илдизлари орқали қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$R(f, g) = a_0^m b_0^n \prod_{i=1}^{n} \prod_{k=1}^{m} (x_i - y_k).$$

Адаб.: Б. Л. Ван дер Варден, Современная алгебра, немисчадан таржима, Гостехиздат, М., 1947.

РЕКУРРЕНТНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ—РЕКУРРЕНТ КЕТМА-КЕТЛИК— рекуррент формулани (қ.) қаноатлантирувчи кетма-кетлик. Хусусий ҳолда Р. к.-к. деб қуйидаги тенгликни қаноатлантирувчи u_n кетма-кетлик ($n = 1, 2, \ldots$) тушунилади:

$$u_{n+k} = a_1 u_{n+k-1} + a_2 u_{n+k-2} + \ldots + a_k u_n \ (n \geqslant 1). \qquad (*)$$

Бундай Р. к.-к. қайтма кетма-кетлик деб ҳам аталади, k сон эса унинг тартиби дейилади. k-тартибли қайтма тенглама деб аталувчи (*) тенглик аслида чекли айирмали тенгламадир, Р. к.-к. назарияси эса чекли айирмалар ҳисобининг бўлимларидан биридир (қ. Конечных разностей исчисление). Р. к.-к. нинг хусусий ҳоллари арифметик ($k = 2$) ва геометрик ($k = 1$) прогрессиялар, шунингдек натурал сонларнинг n - даражалари кетма-кетлигидир ($k = n + 1$). l - даражали кўпҳадни даражаларининг ошиб бориши тартибида ёзилган k - даражали

$$B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \ldots + B_k x^k \ (B_0 \neq 0)$$

кўпҳадга бўлишдан ҳосил бўлган

$$D_0 + D_1 x + D_2 x^2 + \ldots + D_n x^n$$

ифодадаги коэффициентларнинг кетма-кетлиги бирор номердан бошлаб k-тартибли Р. к.-к бўлади, чунончи:

$$D_{n+k} = -\frac{B_1}{B_0} D_{n+k-1} - \ldots - \frac{B_k}{B_0} D_n; \ n \geqslant l - n + 1 \text{ бўлганда.}$$

Охирги бу мисол жуда умумий характердадир:(*) тенгламани қаноатлантирувчи k - тартибли ихтиёрий u_n Р. к.-к. ($n = 1, 2, \ldots$) бирор кўпҳадни

$$1 - a_1 x - \ldots - a_k x^k$$

кўпҳадга бўлишдан ҳосил бўлган бўлинма коэффициентларининг кетма-кетлиги экан.

Р. к-к. назарияси ўзгармас коэффициентли чизиқли дифференциал тенгламалар назариясининг аналогидир. Масалан, (*) тенгламани қаноатлантирувчи барча Р. к.-к. лар k-ўлчовли вектор фазо ҳосил қилади (қ. Векторное пространство). Агар λ_0 илдиз $\lambda^k = a_1\lambda^{k-1} + a_2\lambda^{k-2} + \ldots + a_k$ характеристик тенгламанинг илдизи бўлса, у ҳолда махражи λ_0 бўлган геометрик прогрессия (*) тенгламани қаноатлантирувчи Р. к.-к. бўлади. Агар бу характеристик тенгламанинг барча $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_k$ илдизлари турлича бўлса, у ҳолда махражлари $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ бўлган геометрик прогрессиялар (*) тенглама ечимлари вектор фазосининг базисларини ташкил қилади.

Дастлаб Р. к.-к. лар А. Муавр ва Д. Бернулли ишларида учрайди, лекин Р. к-к. ларнинг изчил назариясини Эйлер яратган.

Адаб.: А. А. Марков, Исчисление конечных разностей, Одесса, 1910; А. О. Гельфонд, Исчисление конечных разностей, Физматгиз, М., 1959.

РЕКУРРЕНТНАЯ ФОРМУЛА — РЕКУРРЕНТ ФОРМУЛА— a_n ($n = 1, 2, \ldots$) кетма-кетликнинг ҳар бир ҳадини олдинги p та ҳади орқали ($n \geqslant p + 1$) ифодаловчи $a_n = f(n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_{n-p})$ формула. Кетма-кетликнинг олдинги p

та ҳадини билган ҳолда бу формуладан фойдаланиб, бутун кетма-кетликни аниқлаш, яъни кетма-кетликнинг ҳар қандай ҳадини ҳисоблаб топиш мумкин. Кўп масалаларни ечишда бу усул фойдали экан. Р. ф. га мисол қилиб ички чизилган мунтазам кўпбурчак томонларини икки марта ошириш формуласини кўрсатиш мумкин ($p = 1$):

$$a_n = \sqrt{2R^2 - 2R\sqrt{R^2 - \frac{a_{n-1}^2}{4}}}, \quad n \geqslant 2.$$

Агар ички чизилган бошланғич мунтазам кўпбурчакнинг a_1 томони берилган бўлса, у ҳолда бошланғич кўпбурчак томонларини $(n-1)$ марта иккилантиришдан ҳосил бўлган кўпбурчакнинг томони a_n бўлади.

Р. ф., масалан, $I_n = \int \sin^n x\, dx$ интегрални ҳисоблашда қўлланилади:

$$I_n = \frac{\cos x \cdot \sin^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n} I_{n-1}.$$

$$y'' + \frac{1}{x} y' + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2}\right) y = 0$$

Бессель тенгламасининг ечими қуйидаги қатор кўринишида ёзилиши мумкин:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n+\nu}.$$

a_n коэффициентларни аниқлаш учун ($n \geqslant 1$ бўлганда)

$$4n(n+\nu)a_n + a_{n-1} = 0$$

эканлигини аниқлаш етарлидир, бундан кейин натижа бирданига чиқади:

$$a_n = (-1)^n \frac{a_0}{2^{2n} n!(1+\nu)(2+\nu)\ \ldots\ (n+\nu)}.$$

Р. ф. чекли айирмалар назариясида кўп ўрганилади (қ. Конечных разностей исчисление).

РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ — РЕКУРСИВ ФУНКЦИЯЛАР — қийматлари ва аргументлари манфий бўлмаган бутун сонлар бўлган $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциялардир, бу функциялар учун f нинг аниқланиш соҳасига кирувчи берилган $x_1, x_2, \ldots, x_n$ гуллламга қараб y ни ҳисоблаб топишга имкон берадиган маълум қоидалар кўрсатиш мумкин. Ҳозирги вақтда ихтиёрий алгоритм (қ.) ёрдамида ҳисобланадиган функциялар билан айнан бир хил деб қараладиган қисман-рекурсив функциялар тўғрисида ҳам тушунча киритиш мумкин.

Р. ф. назарияси математик мантиқда (қ. Математическая логика) ва математика асосларида, шунингдек ҳозирги замон тезкор электрон ҳисоб машиналари назариясида қўлланилади.

Р. ф. га бағишланган биринчи ишларни немис математиги Г. Грассман (XIX аср) эълон қилган. Р. ф. немис математиги Гильбертдан (XX асрнинг 20-йиллари) бошлаб жадаллик билан ўрганила бошланди. 1931 йили австриялик математик К. Гёдель арифметикани тўлиқ аксиомалаштириш мумкин эмас эканлигини бу функциялар ёрдамида исботлади. Р. ф. назарияси 40-йилларда математиканинг махсус соҳасига айланган.

Лат. recursio — қайтиш.

Адаб.: Р. Петер, Рекурсивные функции, Гостехиздат, М., 1954.

РЕПЕР n-мерного евклидового пространства — n ўлчовли Евклид фазосининг **РЕПЕРИ** — умумий саноқ бошидан, яъни координаталар системасининг бошидан чиқувчи n та чизиқли эркли $e_1, e_2, \ldots, e_n$ базис векторларнинг тартибли тўпламидир. Масалан, умумий саноқ бошидан (координаталар бошидан) чиқувчи коллинеар бўлмаган e_1 ва e_2 векторлар жуфти икки ўлчовли Р. бўлади; умумий саноқ бошидан чиқувчи компланар бўлмаган учта e_1, e_2, e_3 вектор уч ўлчовли Р. (ёки уч ўлчовли фазонинг Р.) бўлади. Агар Р. нинг $e_1, e_2, \ldots, e_n$ векторлари n ўлчовли фазонинг координата ўқлари бўйича йўналган бўлса, у ҳолда Р. ни аниқлайдиган векторлар координат векторлар (базис векторлар) деб, Р. эса n ўлчовли фазонинг Р. деб аталади. n ўлчовли фазонинг ҳар бир $\mathbf{r} \neq 0$ векторини Р. нинг $e_1, e_2, \ldots, e_n$ базис векторлари бўйича ёйиш, яъни уни координат векторларнинг чизиқли комбинацияси сифатида тасвирлаш мумкин:

$$\mathbf{r} = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_n e_n,$$

бу ерда α_i сонлар $\mathbf{r}$ векторнинг координаталари деб аталади. Агар уч ўлчовли Р. нинг векторларига маълум шартлар қўйилган бўлса, у ҳолда унга кўпинча махсус ном берилади (қ. масалан, Триэдр).

Франц. repere — тамға , ориентир.

РЕФЛЕКСИВНОСТЬ — РЕФЛЕКСИВЛИК — бинар нисбатларнинг (қ. Отношение) қуйидагидан иборат бўлган хоссаси: агар M тўпламда ρ бинар нисбат аниқланган бўлса, у ҳолда ҳар қандай $m \in M$ элемент ўз-ўзига мана шундай нисбатда бўлади. Масалан, сонлар тенглиги муносабати рефлексивдир; тенгламалар (ёки тенгламалар системалари) эквивалентлигининг муносабати рефлексивдир. Ҳақиқий сонлар тўпламидаги тенгсизлик тартибининг муносабати Р. шартини қаноатлантирмайди.

РИККАТИ УРАВНЕНИЕ — РИККАТИ ТЕНГЛАМАСИ —

$$\frac{dy}{dx} + ay^2 = bx^\alpha$$

кўринишдаги дифференциал тенглама, бу ерда a, b, α — доимийлар. $\alpha = -2$ ёки $\alpha = -4^k$: $(2k-1)$ бўлганда (k — бутун) Р. т. нинг интеграли (ечими) элементар функциялар орқали ифодаланишини Д. Бернулли кўрсатди. Умумий кўринишдаги Р. т. —

$$\frac{dy}{dx} = P(x)y^2 + Q(x)y + R(x), \quad P(x) \neq 0$$

дифференциал тенгламадир. $R(x) = 0$ бўлганда бу Р. т. Бернулли тенгламаси деб аталади; Бернулли тенгламаси чекли кўринишда интегралланади.

Адаб.: В. В. Степанов, Курс дифференциальных уравнений, Физматгиз, М., 1959; Э. Камке, Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, немисчадан таржима, Гостехиздат, М., 1950.

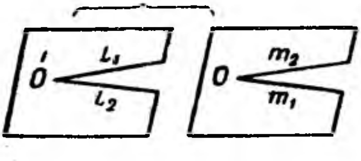
РИМАНА ГЕОМЕТРИЯ (эллиптическая геометрия) — **РИМАН ГЕОМЕТРИЯСИ** (эллиптик геометрия) — уч ўлчовли Евклид фазосидаги сферанинг диаметрал қарама-қарши нуқталари айнийлаштирилган икки ўлчовли геометрияси (бундай сирт топологик жиҳатдан проектив текисликка эквивалентдир). Р. г. $(n+1)$ ўлчовли Евклид фазосидаги сферада моделланади (диаметрал қарама-қарши нуқталар айнийлаштирилади). Р. г. нинг «тўғри чизиқлари» сферанинг катта доираларидир (диаметрал қарама-қарши нуқталар айнийлаштирилган). Метрикаси (узунликлар, бурчаклар ва бошқалар ўлчови) сфера метрикасига индукцияланади. Р. г. да метрикани сақлаб қолувчи (ўзгартирмайдиган) ва фазонинг ҳар қандай нуқтасини ҳар қандай бошқа нуқтасига ўтказувчи (Р. г. нинг бир жинслилиги) ҳаракатлар мавжуд. Риман фазосининг (эллиптик фазо) эгрилиги (қ. Кривизна) мусбат доимий миқдор бўлади.

Евклид геометрияси каби, Р. г. аксиоматик тарзда берилиши мумкин. Лекин Р. г. аксиомаларининг системаси Евклид аксиомалари системасидан анча фарқ қилади. Масалан, Р. г. да ҳар қандай икки тўғри чизиқ кесишади, текислик фазони ажратмайди ва ҳоказо. Р. г. шу чоққача яхши ўрганилган гайри-евклид геометрияларнинг биридир.

РИМАНА ИНТЕГРАЛ — РИМАН ИНТЕГРАЛИ — одатдаги аниқ интеграл (қ. Определённый интеграл). Унинг мавжуд бўлишининг зарурий ва кифоявий шартлари: 1) интеграллаш интервали чекли; 2) интегралланувчи функция чегараланган; 3) функция узилиш нуқталари тўпламининг Лебег ўлчови (қ. Мера множества) бу интервалда нолга тенг. Р. и. нинг умумлаштирилган шакллари мавжуд — Лебег интеграли (қ.), Стильтьес интеграли (қ.) ва бошқалар. Булар ёрдамида функцияларнинг кенгроқ синфини интеграллаш мумкин.

РИМАНА СФЕРА — РИМАН СФЕРАСИ — комплекс ўзгарувчининг текислигини чексиз узоқлашган битта нуқта билан тўлдириш (комплекс ўзгарувчининг кенгайтирилган текислиги). Кенгайтирилган текислик уч ўлчовли Евклид фазосининг одатдаги сферасига стереографик проекция (қ.) ёрдамида бир қийматли акслантирилади. Шундай қилиб, сферанинг ҳар бир нуқтасини комплекс сон (ёки ∞) деб ҳисоблаш мумкин. Р. с. минимал сиртлар ва гармоник функциялар назариясида қўлланилади.

РИМАНОВА ПОВЕРХНОСТЬ — РИМАН СИРТИ. Комплекс ўзгарувчили $f(z)$ аналитик функциянинг Риман сирти — комплекс ўзгарувчили функциялар назариясининг асосий тушунчаларидан биридир. Ўзининг Р. с. да текширилаётган аналитик функция бир варақли функцияга айланиб қолади. Р. с. одатда ўз-ўзини кесадиган сиртдир. Масалан, $y=z^2$ функциянинг Р. с. $w=\rho(\cos\varphi+i\sin\varphi)$ комплекс сонлардан иборат, шу билан бирга, w_1 ва w_2 комплекс сонлардан бирининг аргументи иккинчисиникидан 4π дан кам фарқ қилса, бу комплекс сонлар Р. с. нинг ҳар хил нуқталарига мос келади. Р. с. ни схематик равишда қуйидагича тасвирлаш мумкин: комплекс ўзгарувчининг иккита текислиги олинади ва ҳақиқий ярим ўқи бўйича 0 дан ∞ гача кесилади, сўнгра l_1 билан m_1, l_2 билан m_2 ёпиштирилади (247-расм).



247-расм.

РИМАНОВО ПРОСТРАНСТВО — РИМАН ФАЗОСИ — силлиқ кўпхиллик бўлиб, унинг ҳар бир нуқтасига икки марта ковариант бўлган g_{ij} тензор берилган (g_{ij} — нуқтанинг узлуксиз дифференциалланувчи функциялари). Бу тензор ёрдамида Р. ф. нинг ҳар қандай эгри чизиғининг $x^i = x^i(t)$ узунлиги ($i = 1, 2, \ldots, n$; n — Р. ф. нинг ўлчови), шунингдек бурчаклар, юзлар ва шу кабилар аниқланади. Чунончи, бу узунлик қуйидагига тенг:

$$\int_0^t \sqrt{\sum_{i,j=1}^{n} g_{ij}\, dx^i(t)\, dx^j(t)}\ dt.$$

Мисоллар: 1) уч ўлчовли Евклид фазосидаги сирт, g_{ij} тензор — сиртнинг (қ. Поверхность) биринчи квадратик формаси; 2) n ўлчовли $M=M(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ Евклид фазосидаги k ўлчовли сирт,

$$g_{ij}(u_1, u_2, \ldots, u_n) = \left(\frac{dM}{du^i}, \frac{dM}{du^j}\right)$$

(қавслар Евклид фазоси векторларининг скаляр кўпайтмасини билдиради). Агар g_{ij} нинг дискриминанти нолдан катта бўлса, Р. ф. хос Р. ф. деб аталади. Абстракт Р. ф. уни ўз ичига олган Евклид фазосига боғлиқ бўлмаган равишда аниқланади ва кўпинча шундай (1 ва 2- мисолларда бўлгани каби) ўрганилади. қ. Римановы геометрии.

РИМАНОВЫ ГЕОМЕТРИИ — РИМАН ГЕОМЕТРИЯЛАРИ — Риман фазолари (қ. Риманово пространство) геометриялари — дифференциал геометриянинг бўлими бўлиб, унда Риман фазоларининг g_{ij} тензор терминларида ифодаланиши мумкин бўлган хоссалари ўрганилади. Риман фазоларининг геометриялари бирор нуқтанинг атрофида Евклид геометрияси билан 1-тартибли чексиз кичик миқдорларга қадар мос тушади. Масалан, Ер сиртида кичикроқ қисмларни ўлчаш учун Евклид геометрияси катта аниқлик билан қўлланилади. Риман эса эгри чизиқ узунлигини чексиз кичик қадамлар билан ўлчаш ғоясини берган. Ҳар бир бундай қадамда эгри чизиқ парчасининг узунлиги Евклид метрикасида (қ.) ўлчанади:

$$\sum_{i,\,j} g_{ij}(x_0)\, dx^i\, dx^j,$$

лекин бу метриканинг коэффициентлари нуқтадан нуқтага ўтилганда ўзгаради (қ. Риманово пространство). Р. г. да Евклид геометрияси тўғри чизиқларининг бирор ўхшатмаси — геодезик чизиқлар аниқланади. Бу чизиқлар қўлланилганда Риман фазосининг етарлича кичик соҳасида масофа минимум бўлади. Р. г. нинг энг муҳим тушунчалари: Риман фазосининг икки ўлчовли йўналишдаги эгрилиги (қ. Кривизна), g_{ij} метрик тензор туфайли ҳосил бўлган аффин боғламлик (қ. Связность аффинная), бу боғламликдаги ковариант дифференциаллаш (қ. Ковариантное дифференцирование) ва у билан чамбарчас боғлиқ бўлган параллел кўчириш.

Р. г. асосан итальян математиклари (Риччи, Леви-Чевита ва бошқалар) яратган тензорлар ҳисобининг аппарати ривожланиши билан баравар ривожланган. Москва университетида Р. г. ва тензорлар анализига бағишланган семинар йирик ҳисса қўшди (семинар 1928 йили В. Ф. Каган томонидан ташкил этилган). Француз математиги Э. Картан кўп янги ғоя ва методлар тавсия қилган.

Риман фазолари геометрияларининг проблемалари қуйидагилардир. Риман фазосининг Евклид фазосига тўлиқ ботиш масаласи, Риман фазоларининг махсус турларини, жумладан Риманнинг бир жинсли фазоларини ўрганиш ва ҳоказо.

Р. г. ўзларининг яратилиш пайтидан бошлаб физиканинг ҳар хил масалаларига кўп татбиқ этилган. Риман, Герц асарларида Р. г. анизотроп жисмда иссиқликнинг тарқалиши масаласига, механикага ва бошқа соҳаларга татбиқ этилган. Р. г. нинг энг муҳим татбиқларидан бири Эйнштейннинг нисбийлик назариясидир. Эйнштейн фазо-вақт кўпхиллигини тўрт ўлчовли псевдориман фазоси деб қараш мумкин эканлигини кўрсатди. Ўз навбатида Р. г. назариясининг ривожланишига нисбийлик назариясининг эҳтиёжлари сабаб бўлган.

РИМСКИЕ ЦИФРЫ — РИМ РАҚАМЛАРИ — сонларни билдирувчи белгилар:

$$\begin{array}{ccccccc} \mathrm{M} & \mathrm{D} & \mathrm{C} & \mathrm{L} & \mathrm{X} & \mathrm{V} & \mathrm{I} \\ 1000 & 500 & 100 & 50 & 10 & 5 & 1. \end{array} \qquad (*)$$

Булар ёрдамида мусбат бутун сонларни ёзиш мумкин. Агар рим рақамларининг бирор сонни ифодаловчи тўплами чапдан ўнгга қараб (*) кетма-кетлик тартибида жойлашган бўлса, у ҳолда бу тўплам ўзига кирувчи Рим рақамлари қийматларининг йиғиндисига тенг бўлган сонни билдиради. Масалан, MCXXVIII ёзув $1000 + 100 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 1128$ сонини билдиради. Лекин соннинг Р. р. орқали ёзувида (*) кетма-кетлик тартибига нисбатан инверсия (қ.) бўлса, у ҳолда соннинг қиймати бошқа қоида бўйича ҳисобланади. Инверсия ҳосил қилувчи ёнма-ён турган икки Р. р. дан биринчиси минус ишора билан олинади. Масалан, MCDLIX ёзув $1000 - 100 + 500 + 50 - 1 + 10 = 1459$ сонини билдиради. Р. р. қадимги Римда жорий этилган. Римликларнинг ўзлари юқорида айтиб ўтилган қоидаларга ҳамма вақт ҳам риоя қилишавермаганлар. Сонларни Р. р. билан ёзиш системаси позицион система эмас, шунинг учун ҳисоблашда ишлатишга жуда ноқулайдир. Ҳозирги вақтда Р. р. съездларнинг номерини, кўпинча китоб бобларини белгилашда қўлланилади ва ҳоказо.

РИТЦА МЕТОД — РИТЦ УСУЛИ — математик анализнинг вариацион ва чегаравий масалаларини ечишнинг кенг қўлланиладиган тўғри (бевосита) усулидир (қ. Вариационное исчисление, Краевые задачи). $v[y(x)]$ функционалга экстремум берувчи ва $y(x_0) = \alpha$, $y(x_1) = \beta$ шартларни қаноатлантирувчи $y(x)$ функция, умуман олганда, ҳамма мумкин бўлган функциялар орасидан эмас, балки танлаб олинган бирор $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, ... , $\varphi_n(x)$, ... системанинг дастлабки n та функциясидан тузилган ва $y_n(x_0) = \alpha$, $y_n(x_1) = \beta$ шартни қаноатлантирадиган

$$y_n(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i\, \varphi_i(x)$$

кўринишдаги чизиқли комбинациялардан иборат бўлган (a_i коэффициентлар ўзгармас миқдор) функциялар орасидан изланади. Вариацион масалаларга бундай ёндошилганда $v[y(x)]$ функционал a_i коэффициентларнинг $\Phi(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ функциясига айланади ва масала $\Phi(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ нинг экстремумини топишга келтирилади. a_i нинг $\Phi(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ га экстремум берадиган қийматлари ва бинобарин, y_n нинг $v[y(x)]$ функционалга экстремум берадиган қийматлари $\frac{d\Phi}{da_i} = 0$ ($i = 1, 2, \ldots n$) муносабатлардан топилади. Масаланинг шундай усул билан топилган тақрибий y_n ечими φ_i системанинг тўлиқлигига (қ. Полнота системы аксиом) тегишли бўлган баъзи шартларда аниқ $y(x)$ ечимга $n \to \infty$ да интилади.

Адаб.: Л. В. Канторович, В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Физматгиз, М., 1962.

РОД ПОВЕРХНОСТИ — СИРТНИНГ ЖИНСИ — сиртнинг боғламлигини (қ. Связность) характерлайдиган манфий бўлмаган бутун сон. Ориентирланувчи ҳар бир ёпиқ сиртни топологик равишда (узмасдан ва ёпиштирмасдан узлуксиз деформациялаб) p дастали сферага акслантириш мумкин. p сон бу сиртнинг жинси деб аталади. Масалан, сфера (248-*а* расм) — 0 жинсли сирт, тор (248-*б* расм) — 1 жинсли сирт, крендель (248-*в* расм) — 2 жинсли сирт ва ҳоказо; қўпол қилиб айтганда С. ж. ундаги тешиклар сонига тенг. С. ж. ни сиртни қисмларга ажратмасдан ўтказиш мумкин бўлган ўзаро кесишмайдиган содда ёпиқ эгри чизиқларнинг энг катта сони деб таърифлаш мумкин (248-расм).


а *б* *в*

248- расм.

Агар сирт кўпёқ бўлса, у ҳолда унинг жинси учларининг (B), ёқларининг ($Г$) ва қирраларининг (P) сонига қуйидаги формула билан боғланади:

$$B + Г - P = 2(1 - p),$$

бу ерда p — кўпёқнинг жинси. Оддий кўпёқ ($p = 0$) учун (қ. Многогранник) Декарт — Эйлернинг (қ.) машҳур формуласи ҳосил бўлади:

$$B + Г - P = 2$$

(қ. Эйлерова характеристика поверхности). Ориентирланмайдиган ёпиқ сирт h дона доиравий тешиги бўлган ва бу тешикларининг ҳар бири Мёбиус варағи билан бекитилган сфера сифатида тасвирланиши мумкин (тешикнинг чегараси Мёбиус варағининг (қ. Мёбиуса лист) чегарасига ёпиштирилган). h сон бу сиртнинг жинси деб аталади.

Агар икки сиртнинг жинслари бир хил бўлса, бу сиртларни бир-бирига топологик алмаштириш мумкин. Шунинг учун С. ж. унинг топологик инвариантидир (қ.): масалан, 248-*в* расмдаги крендель ва икки дастали сферанинг жинси 2, шунинг учун уларни деформациялаб бир-бирига айлантириш мумкин.

РОДРИГА ФОРМУЛЫ — РОДРИГ ФОРМУЛАЛАРИ. 1.° Дифференциал геометрияда Р. ф. сиртга ўтказилган нормалнинг бирлик вектори билан сиртга ўтказилган радиус-векторнинг сиртнинг бош йўналишларидан бирида олинган хосилалари пропорционал эканлигини билдиради (қ. Главное направление). Агар δ_1 ва δ_2 — бош йўналишларда дифференциаллаш символлари, n — нормалнинг бирлик вектори, R_1 ва R_2 — бош эгрилик радиуслари (қ. Кривизна) бўлса, у ҳолда:

$$\delta_1\mathbf{n} = -\frac{1}{R_1}\delta_1\mathbf{r}, \quad \delta_2\mathbf{n} = -\frac{1}{R_2}\delta_2\mathbf{r},$$

бу ерда $\mathbf{r}$ — сиртнинг ўзгарувчи радиус-вектори.

2°. Махсус функцияларда Лежандр кўпҳадларининг

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\cdot\frac{d^n(x^2-1)^n}{dx^n}$$

кўринишдаги ифодалари Р. ф. деб аталади.

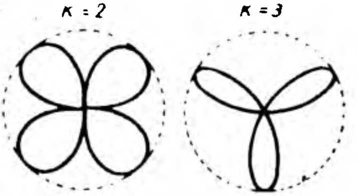
РОЗЫ—БАХМАЛ ГУЛЛАР—қутб координаталаридаги тенгламаси $\rho = a\sin k\varphi$ ёки $\rho = a\cos k\varphi$ кўринишда бўлган ясси эгри чизиқлар оиласи, бу ерда a ва k — ўзгармас сонлар. Агар k — рационал сон бўлса, у ҳолда Б. г. жуфт тартибли алгебраик эгри чизиқлар бўлади. Агар k — иррационал сон бўлса, у ҳолда Б. г. бир-бири билан кесишувчи чексиз кўп япроқлардан иборат бўлади ва бу ҳолда Б. г. нинг Декарт координаталаридаги тенгламаси алгебраик тенглама бўлолмайди. n сони 4 га каррали бўлганда бир хил n-тартибли ҳар хил Б. г. сони $\pi(n)$ функциянинг қийматига, яъни n дан кичик бўлган туб сонлар сонига тенг. Агар n сони 4 га каррали бўлмаса, у ҳолда бир хил тартибли Б. г. сони $\pi(n)+\pi\left(\frac{n}{2}\right)$ га тенг бўлади.

k=2 бўлганда Б. г. тўрт япроқли (249-расм) деб, k=3 бўлганда уч япроқли (249-расм) деб аталади. Уларнинг қутб тенгламалари мос равишда $\rho = a\sin 2\varphi$ ва $\rho = a\sin 3\varphi$ кўринишда бўлади. Тўғри бурчакли Декарт координаталари системасида тўрт япроқли Б. г. нинг тенгламаси

$$(x^2+y^2)^3 - 4a^2x^2y^2 = 0,$$

уч япроқли Б. г. нинг тенгламаси

$$(x^2+y^2)^2 - a(3x^2y - y^3) = 0$$



249- расм.

бўлади. Б. г. уларни биринчи бўлиб (1728) ўрганган итальян геометрининг номи билан Гвидо Гранди эгри чизиқлари деб ҳам аталади.

РОЛЛЯ ТЕОРЕМА — РОЛЛЬ ТЕОРЕМАСИ — анализнинг асосий теоремаларидан биридир. У бундай таърифланади: агар $f(x)$ функция $[a, b]$ да узлуксиз, (a, b) интервалда дифференциалланувчи ва $f(a) = f(b)$ бўлса, у ҳолда камида битта $x = c$ нуқта топиладики, $a < c < b$ учун $f'(c) = 0$ бўлади.

РОМБ — РОМБ — иккита қўшни томони (шунинг учун ҳамма томонлари) тенг бўлган параллелограмм. Р. нинг диагоналлари ўзаро перпендикуляр ва Р. нинг бурчакларини тенг иккига бўлади. Тескари жумлалар ҳам ўринлидир: агар параллелограммнинг диагоналлари бир-бирига перпендикуляр бўлса ёки бурчакларини тенг иккига бўлса, у ҳолда бу параллелограмм Р. бўлади. Р. нинг диагоналлари унинг симметрия ўқларидир. Р. нинг баландликлари бир-бирига тенг. Р. га ички чизилган айлана ясаш мумкин. Р. нинг юзи диагоналлари кўпайтмасининг ярмига ёки ҳар қандай параллелограммдаги каби, унинг асоси билан баландлиги кўпайтмасига тенг.

РОМБОИД — РОМБОИД — қ. Дельтоид.

РОМБОЭДР — РОМБОЭДР — ҳамма ёқлари тенг ромблар бўлган параллелепипед (қ.). Баъзи кристалларнинг, масалан, исланд шпатининг кристаллари Р. шаклида бўлади.

РОТОР векторного поля (ротация) — вектор майдонининг **РОТОРИ** — Вектор майдони уюрмасининг бошқача номи (қ. Вихрь векторного поля).

РУЛЕТТЫ — РУЛЕТТАЛАР — қўзғалмай турган эгри чизиқ (базис чизиқ) устида сирпанмасдан ғилдираётган эгри чизиқ билан маҳкам боғланган нуқталарнинг траекторияси, бунда иккала эгри чизиқ ва белгиланган нуқта бир текисликда ётади. Агар доира тўғри чизиқ устида ғилдираса, бу доирага маҳкамланган бирор M нуқтанинг Р. циклоида (қ.) бўлади. Агар доира айлана бўйича ғилдираса, у ҳолда доиранинг бирор нуқтасининг Р. гипоциклоидалар (қ.) ёки эпициклоидалар (қ.) бўлади. Ҳар бир эгри чизиқ кўп усуллар билан Р. сифатида қаралиши мумкин, масалан, ҳар қандай эгри чизиқ тўғри чизиқни эволюта бўйича ғилдиратиш билан ҳосил қилиниши мумкин. Франц. roulette, rouler — ғилдиратиш.

РУНГЕ МЕТОД — РУНГЕ МЕТОДИ. Дифференциал тенгламаларни тақрибий интеграллашнинг (ечишнинг) Рунге методи тақрибий интеграллаш методлари жумласидандир. Маълумки, тақрибий интеграллаш методларида $\frac{dy}{dx} = f(x, \ y)$ дифференциал тенгламанинг $y_0 = y(x_0)$ бошланғич шартни қаноатлантирадиган ечимини тузиш учун берилган x_0, y_0 га қараб Δy_0 ни, яъни x нинг h га тенг бўлган орттирма олганида y нинг орттирмасини топиб, сўнгра x нинг $x = x_1 = x_0 + h$ қийматига мос $y_1 = y_0 + \Delta y_0$ қиймат аниқланади. Бундан кейин x_1 ва y_1 га қараб Δy_1 топилади ва $x_2 = x_1 + h$ га мос $y_2 = y_1 + \Delta y_1$ аниқланади ва ҳоказо.

Рунге методи Δy_n учун қуйидаги формуланинг ишлатилишига асосланади:

$$\Delta y_n = \frac{1}{6}\left(k_1^{(n)} + 2k_2^{(n)} + 2k_3^{(n)} + k_4^{(n)}\right), \text{ бу ерда } h = x_j - x_{j-1} = \text{const},$$

$$k_1^{(n)} = hf(x_n, y_n), \ k_2^{(n)} = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1^{(n)}}{2}\right),$$

$$k_3^{(n)} = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, \ y_n + \frac{k_2^{(1)}}{2}\right), \ k_4^{(n)} = hf\left(x_n + h, \ y_n + \frac{k_3^{(n)}}{2}\right).$$

$n = 0$ деб фараз қилиб, Δy_0 ни топамиз, ундан кейин y_1 ни топамиз ва ҳоказо. Численное интегрирование терминига ҳам қаранг.

Адаб.: А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, Гостехиздат, М., 1954.

РУФФИНИ — АБЕЛЯ ТЕОРЕМА — РУФФИНИ — АБЕЛЬ ТЕОРЕМАСИ — бешинчи ва ундан юқори даражали умумий алгебраик тенгламанинг радикалларда ечилмаслиги ҳақидаги теорема. Бунинг баъзи жойларида камчилиги бўлган биринчи исботини италян математиги Руффини берган. Норвегия математиги Абель (1824) бу теоремани жуда қатъий исботлаган. қ. Уравнение.

РЯД — ҚАТОР — плюс (+) ишораси билан қўшилган символлар кетма-кетлиги:

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots \qquad (*)$$

Қ. нинг ҳадлари деб аталадиган $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ символлар сонларни, функцияларни, векторларни ёки матрицаларни (қ.) ва шу кабиларни ифодалаши мумкин. Шунга қараб Қ. сонли Қ., функционал Қ., векторлар Қ., матрицалар Қ. бўлади.

Қ. нинг (*) шаклидаги ёйиқ ёзуви ўрнига кўпинча қисқача $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ символ (ёки камдан-кам ҳолларда $\sum_{1}^{\infty} a_n$) ишлатилади. Агар $\lim_{n\to\infty} S_n = S$ лимит чекли бўлса, Қ. яқинлашувчи дейилади, бу ерда

$$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n,$$

S — Қ. нинг йиғиндиси дейилади. Акс ҳолда Қ. узоқлашувчи дейилади. Қ. нинг умумийроқ кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n = \ldots + a_{-n} + \ldots + a_{-1} + a_0 + a_1 + \ldots + a_n + \ldots$$

(қ. Лорана ряд), шунингдек

$$\sum_{i,k=1}^{\infty} a_{ik} = \left| \begin{array}{l} a_{11} + a_{12} + \ldots + a_{1n} + \ldots \\ + a_{21} + a_{22} + \ldots + a_{2n} + \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ + a_{n1} + a_{n2} + \ldots + a_{nn} + \ldots \end{array} \right.$$

(қ. Двойной ряд).

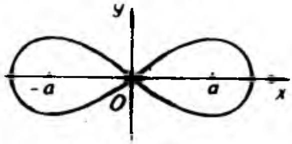
РЯД АБСОЛЮТНО СХОДЯЩИЙСЯ — АБСОЛЮТ ЯҚИНЛАШУВЧИ ҚАТОР — берилган сонли $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ қатор ҳадларининг абсолют қийматларидан тузилган $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ қатор яқинлашувчи бўлган сонли қатордир (қ. Сходящийся ряд). Ҳар қандай А. я. қ. яқинлашувчи бўлади. А. я. қ. да йиғиндисини ўзгартирмасдан ҳадларининг ўринларини алмаштириш ва баъзи ҳадларини бирлаштириш мумкин. Мисол: $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \ldots + (-1)^{n+1} \frac{1}{2^{n-1}} + \ldots$ қатор абсолют яқинлашувчидир, чунки $1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{2^{n-1}} + \ldots = 2$ қатор (геометрик прогрессия) яқинлашувчи қатордир.

С

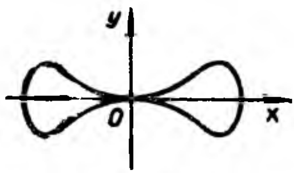
САМОПЕРЕСЕЧЕНИЯ ТОЧКА — ЎЗ-ЎЗИНИ КЕСИБ ЎТИШ НУҚТАСИ — эгри чизиқнинг ўзини кесиб ўтадиган жойдаги махсус нуқтаси (қ. Особая точка). Масалан,

$$(x^2+y^2)^2-2a^2(x^2-y^2)=0$$

лемниската учун (0, 0) нуқта ўз-ўзини кесиб ўтиш нуқтаси бўлади (250- расм). Ўз-ўзини кесиб ўтиш нуқтаси тугун нуқтаси ёки каррали нуқта деб ҳам аталади.



250- расм.



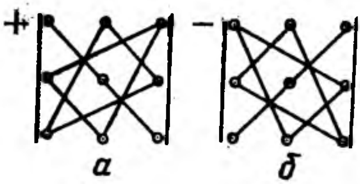
251- расм.

САМОПРИКОСНОВЕНИЯ ТОЧКА — ЎЗ-ЎЗИГА УРИНИШ НУҚТАСИ — эгри чизиқнинг махсус нуқтаси бўлиб, бу нуқтада эгри чизиқ ўзига-ўзи уринади. Масалан, $y^2-x^4+x^6=0$ эгри чизиқ учун (0, 0) нуқта ўз-ўзига уриниш нуқтаси бўлади (251- расм).

САРРЮСА ПРАВИЛО — САРРЮС ҚОИДАСИ — 3- тартибли детерминантни ҳисоблаш қоидаси:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{11}a_{23}a_{32}.$$

3- тартибли детерминантнинг ифодасини тузиш қонуни жуда соддадир. Бу детерминант ифодасига + ишора билан кирадиган ҳадларнинг бири бош диагоналдаги элементларнинг кўпайтмаси, қолган иккитасининг ҳар бири бу диагоналга параллел ётган йўналишдаги элементлар билан детерминантнинг уларга қарама-қарши бурчагидаги элементнинг кўпайтмасига тенг (252- а расм). Минус (—) ишора билан кирувчи ҳадлар бошқа диагоналга нисбатан худди шундай тузилади (252- б расм). Бу қоида диагоналлар ва учбурчаклар қоидаси деб ҳам аталади.



252- расм.

СВЕРТКА ФУНКЦИЙ — ФУНКЦИЯЛАР СВЕРТКАСИ. f_1 ва f_2 функцияларнинг сверткаси қуйидаги тенглик билан аниқланган $\varphi(x)$ функциядир:

$$\varphi(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f_1(x-y)f_2(y)dy.$$

Ф.с. кўпинча $\varphi = f_1 * f_2$ кўринишда белгиланади ва $f_1 * f_2 = f_2 * f_1$; $f_1 * (f_2 * f_3) = (f_1 * f_2) * f_3$ хоссаларга эга бўлади. Ф.с. операциялари Фурье ва Лаплас алмаштиришларига нисбатан қатор ажойиб хоссаларга эга (қ. Фурье преобразование, Лапласа преобразование). Ф.с. тушунчаси эҳтимоллар назариясида, нормаланитирилган ҳалқалар назариясида, функционал анализда қўлланилади.

СВЕРТЫВАНИЕ ТЕНЗОРА — ТЕНЗОРНИ ЙИҒИШТИРИШ — тензорлар алгебрасининг операцияси бўлиб, у аралаш Z тензорга (қ.) паст валентли V тензорни қуйидаги қоида бўйича мос қилиб қўяди:

$$V^{i_1 i_2 \ldots i_k}_{j_1 j_2 \ldots j_l} = \sum_{p=1}^{n} Z^{i_1 \ldots i_k p}_{j_1 \ldots j_l p}.$$

Тензорни йиғиштириш чизиқли операциядир; Т.й. операцияси тензор анализининг операциялари билан (қ. Тензорное исчисление), абсолют дифференциаллаш (қ. Абсолютное дифференцирование) ва бошқалар билан ўрин алмаштириш қонунига бўйсунади.

Тензорларнинг қуйидаги формула билан аниқланган йиғиштирилиши ҳам ўрганилади:

$$V^{i_1 \ldots i_k z_1 \ldots z_n}_{j_1 \ldots j_l s_1 \ldots s_g} = \sum_{p=1}^{n} Z^{i_1 \ldots i_k}_{j_1 \ldots j_l p} U^{z_1 \ldots z_n p}_{s_1 \ldots s_g}$$

(қ. Тензорное исчисление).

СВОБОДНЫЙ ВЕКТОР — ЭРКИН ВЕКТОР — боши фазонинг ҳар қандай нуқтасига келтирилиши мумкин бўлган вектор (бу нуқталар ўша вектор текширилаётган фазога тегишлидир). Э.в. ни ўзини-ўзига параллел қилиб фазонинг ҳар қандай нуқтасига кўчириш мумкин. Шундай қилиб, Э.в. ўзининг узунлиги ва йўналиши билан берилади. Илгариланма ҳаракат қилаётган қаттиқ жисмнинг тезлиги ва тезланиши Э.в. га мисол бўла олади.

Э.в. кўпинча математикада соддагина қилиб вектор (қ.) дейилади. Связанный вектор, Скользящий вектор терминларига ҳам қаранг.

СВОБОДНЫЙ ЧЛЕН — ОЗОД ҲАД — $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$ каноник кўринишга келтирилган тенгламанинг номаълумлар (ўзгарувчилар) қатнашмаган ҳади. Масалан, $x^2 - 5x + 4 = 0$ тенгламанинг О.ҳ. 4 сонидир, $x^2 - y^2 = 0$ тенгламанинг О.ҳ. эса 0 га тенг. Тенгламанинг озод ҳадини нолинчи даражали номаълумлар (ўзгарувчилар) қатнашган ҳад деб таърифлаш мумкин, яъни $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)=0$ тенгламанинг О.ҳ. нолинчи ўлчовли ҳаддир.

СВЯЗАННЫЙ ВЕКТОР — БОҒЛАНГАН ВЕКТОР — боши бирор тайин нуқта билан устма-уст тушадиган вектор. Суюқликнинг бирор заррасига қўйилган куч Б.в. га мисол бўлади. Б.в. тушунчаси физикада кўп қўлланилади. Қ. Вектор, Свободный вектор, Скользящий вектор.

СВЯЗКА — БОҒЛАМ — текисликдаги чизиқларнинг ёки фазодаги сиртларнинг икки параметрга чизиқли боғлиқ бўлган оиласидир. Текисликдаги чизиқларнинг

$$\lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2 + \lambda_3 F_3 = 0 \qquad (*)$$

тенглама билан белгиланувчи оиласи боғламдир, бу ерда λ_1, λ_2, λ_3 лар учаласи бир вақтда нолга тенг эмас, F_1, F_2, F_3— икки ўзгарувчили функциялар. (*) тенглама аслида иккита параметрга ($\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3$ қўш нисбатга) боғлиқ (таққосланг: Двойное неравенство, Двойное равенство). $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, $F_3 = 0$ учта чизиқ бутун Б. ни аниқлайди, шунинг учун бу чизиқларни ясовчилар дейиш мумкин. Фазодаги сиртлар Б. нинг тенгламаси ҳам шунга ўхшаш аниқланади.

Геометрияда Б. нинг ясовчилари сиртлар эмас, балки чизиқлар бўлган фазодаги тўғри чизиқлар Б. текширилади. Проектив геометрияда фазодаги тўғри чизиқ ва текисликларнинг Б. — тайин бир нуқтадан (чекли ёки чексиз узоқлашган нуқтадан) ўтадиган тўғри чизиқ ва текисликлар тўплами бирга текширилади.

Одатда Б. нинг ясовчилари (элементлари) деб тўғри чизиқ, айлана, текислик ва сфералар каби геометрик объектлар тушунилади. Қ. Связка окружностей, Связка плоскостей, Связка прямых, Пучок.

СВЯЗКА ОКРУЖНОСТЕЙ — АЙЛАНАЛАР БОҒЛАМИ — айланаларнинг икки параметрга чизиқли боғлиқ бўлган оиласи (қ. Связка). Айланаларнинг ҳар бир боғлами учун боғламнинг ҳамма айланаларига нисбатан айни бир даражага эга бўлган нуқта (қ. Степень точки) мавжуддир: бу нуқта А.б. нинг маркази деб аталади (қ. Радикальный центр). А.б. нинг маркази боғлам айланаларининг ичида, ташқарисида ёки айланаларнинг ўзида ётишига қараб А.б. эллиптик, гиперболик ёки параболик боғлам дейилади. А.б. нинг тенгламаси:

$$\lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2 + \lambda_3 F_3 = 0,$$

бу ерда λ_1, λ_2, λ_3 лар учаласи бир вақтда нолга тенг эмас, $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, $F_3 = 0$ — А.б. ҳосил қилувчи айланаларнинг тенгламалари. Иккита турли хил А.б. нинг умумий элементлари (айланалари) тўплами айланалар дастасини ҳосил қилади (қ. Пучок окружностей).

СВЯЗКА ПЛОСКОСТЕЙ — ТЕКИСЛИКЛАР БОҒЛАМИ—текисликларнинг икки параметрга чизиқли боғлиқ бўлган оиласи (қ. Связка). Т.б. айни бир белгиланган нуқтадан ўтадиган текисликлар тўпламидир. Пучок плоскостей терминига таққосланг.

СВЯЗКА ПРЯМЫХ — ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛАР БОҒЛАМИ — ҳар бир жуфти бир текисликда ётган тўғри чизиқлар тўплами (қ. Связка). Евклид фазосидаги Т.ч. б. фазонинг тайин бир (чекли ёки чексиз узоқлашган) нуқтасидан ўтадиган тўғри чизиқлари тўпламидир (мос равишда эллиптик ёки параболик Т.ч.б.).

СВЯЗКА СФЕР — СФЕРАЛАР БОҒЛАМИ — сфераларнинг иккита параметрга чизиқли боғлиқ бўлган оиласи (қ. Связка). С.б. нинг ҳар бир сферасига нисбатан айни бир даражага (қ. Степень точки) эга бўлган нуқталарнинг геометрик ўрни (қ. Геометрическое место) тўғри чизиқдан — С.б. нинг ўқидан иборатдир. С.б. нинг ўқи боғламнинг ҳар бир сферасини иккита ҳақиқий нуқтада, иккита комплекс қўшма нуқтада ёки бир-бирининг устига тушган иккита нуқтада кесиб ўтишига қараб, боғламлар мос равишда эллиптик, гиперболик ёки параболиқ С.б. деб аталади. С.б. айланалар дастасининг (қ. Пучок окружностей) фазовий аналогидир (ўхшатмасидир). С.б. ни унинг ўз ўқидан ўтувчи ҳар қандай текислик билан кесганда ҳосил бўлган кесим айланалар дастаси бўлади.

СВЯЗНАЯ ОБЛАСТЬ — БОҒЛАМЛИ СОҲА — Евклид фазосининг очиқ тўплами бўлиб, бу тўпламни бир-бири билан кесишмайдиган бўш бўлмаган иккита очиқ тўпламга ажратиб бўлмайди. Б.с. нинг бошқача таърифи: Б.с. — ҳар қандай икки нуқтаси бир-бирига узлуксиз эгри чизиқ билан туташтирилиши мумкин бўлган соҳа. Масалан, $a < |w| < b$ шартни қаноатлантирувчи w комплекс сонлар тўплами Б.с. дир.

СВЯЗНОЕ МНОЖЕСТВО топологического пространства — топологик фазонинг **БОҒЛАМЛИ ТЎПЛАМИ** — фазода бир-бири билан кесишмайдиган бўш бўлмаган иккита очиқ тўпламга ажратиб бўлмайдиган тўпламдир (қ. Топологическое пространство, Открытое множество).

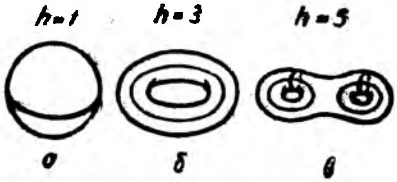
СВЯЗНОСТЬ — БОҒЛАМЛИК (бутун геометрияда ва топологияда) — кўпёқларнинг (сиртларнинг) ҳар бир синфига таққосланадиган h натурал сондир. Агар кўпёқда уни бўлмайдиган $h - 1$ дона қирралардан тузилган синиқ чизиқ ўтказиш мумкин бўлса, кўпёқ h боғламлик дейилади, лекин ҳар қандай h синиқ чизиқлар кўпёқни икки қисмга бўлади; бунда синиқ чизиқларнинг биринчиси ёпиқ бўлиши керак, кейингилари эса олдингиларининг икки нуқтасини туташтиради.

h боғламлик кўпёқ учун Декарт — Эйлернинг умумлашган теоремаси ўринлидир (қ. Эйлера теорема, 2°), бу ҳолда бу теорема қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$В + Г - Р = 3 - h,$$

Бу ерда B — кўпёқнинг учлари сони, Γ — ёқлари сони, P — қирралари сони, h — кўпёқнинг боғламлиги. Ҳар қандай ёпиқ синиқ чизиқ содда кўпёқни (нолинчи жинсли кўпёқни) икки қисмга ажратади, бинобарин, бу кўпёқ учун $h = 1$ (масалан, куб, тетраэдр, призма).

Сиртларнинг Б. ҳам шунга ўхшаш таърифланади. Масалан, шарнинг Б. $h = 1$ (253- *а* расм), торнинг Б. $h = 3$ (253- *б* расм), кренделнинг Б. $h = 5$ (253- *в*. (расм), p тешикли кренделнинг Б. $h = 2p + 1$.



253- расм.

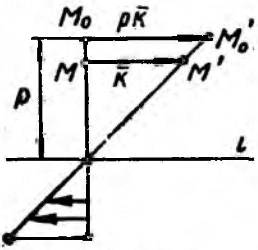
Тешиклар сони сиртнинг жинсини (қ. Род поверхности) характерлайди. Б. — сиртнинг топологик инвариантидир (қ. Топологические инварианты).

СВЯЗНОСТЬ АФФИННАЯ в дифференциальной геометрии — дифференциал геометриядаги **АФФИН БОҒЛАМЛИК** — сиртнинг битта нуқтасининг уринма фазоси векторини (умуман олганда аффин боғламликли бирор фазо векторини) сиртнинг бошқа нуқтасининг уринма фазосига бирор йўл бўйлаб кўчириш усули. А.б. одатда боғламлик объектининг Γ^i_{jk} коэффициентлари орқали берилади. Бу коэффициентлар Риман фазоси ҳоли учун (қ. Риманово пространство) Кристоффель символлари (қ.) деб аталади.

Фазога боғламлик тушунчасини киритиш аффин боғламлик фазонинг геометрик хоссаларини ўрганишнинг муҳим усули бўлган ковариант (абсолют) дифференциаллаш операциясини (қ. Ковариантное дифференцирование) таърифлашга имкон беради.

СГУЩЕНИЯ ТОЧКА (накопления точка) данного множества — берилган тўпламнинг **ҚУЮҚЛАНИШ НУҚТАСИ** — шундай бир нуқтадирки, унинг ҳар қандай атрофида мазкур тўпламнинг чексиз кўп нуқтаси бўлади. Лимит нуқтанинг (қ. Предельная точка) эскириб қолган номи.

СДВИГ — СИЛЖИШ — текисликда (ёки фазода) ўзини-ўзига аффин алмаштиришнинг (қ. Аффинные преобразования) турларидан бири. Текисликнинг ўзида ётган l тўғри чизиққа нисбатан силжиши текислик нуқталарининг ўз-ўзига шундай алмаштирилишидирки, бунда l тўғри чизиқ қўзғалмай қолиб (нуқтавий инвариант), l тўғри чизиқдан ташқаридаги ҳамма нуқталар l га параллел тўғри чизиқлар бўйича силжийди; бунда l тўғри чизиқдан 1 га тенг масофада турувчи ҳар қандай M нуқта κ векторга силжийди, l дан ўша ярим текисликда p масофада турган ҳар қандай M_0 нуқта эса $p \cdot k$ векторга силжийди (бошқа ярим текисликдаги нуқталар тескари йўналишда силжийди, 254- расм).



254- расм.

Фазонинг берилган текисликка нисбатан С. худди шунга ўхшаш таърифланади. Текисликнинг С. аффин координаталарида қуйидаги формулалар билан ифодаланади:

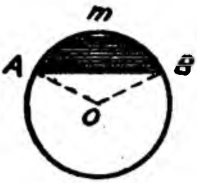
$$x' = x + py, \quad y' = y$$

(Ox ўқ йўналишида С.). С. тушунчаси конструктив масалаларни ечишда ишлатилади.

Адаб.: Б. Н. Делоне, Д. А. Райков, Аналитическая геометрия, т. 1, Гостехиздат, М., 1948; Х. С. М. Коксетер, Действительная проективная плоскость, Физматгиз, М., 1959.

СЕГМЕНТ — СЕГМЕНТ. 1°. Сон ўқининг С. ёки кесма — сонли тўғри чизиқнинг координаталари $a \leqslant x \leqslant b$ шартни қаноатлантирадиган нуқталари тўплами, яъни тўғри чизиқнинг берилган иккита нуқтаси орасидаги нуқталарининг ўша икки нуқтани ҳам ўз ичига олган тўплами.

2°. Текис фигуранинг С. — фигуранинг бирор ёй ва бу ёйни тортиб турган ватар орасидаги қисми; масалан, 255- расмда доиравий AmB сегмент тасвирланган бўлиб, унинг юзи $OAmB$ сектор юзи билан AOB учбурчак юзининг айирмасига тенг.



255- расм.

3°. Фазовий фигура (ёки жисм) **нинг С.** — бу фигура (жисм) нинг уни текислик кесганда ундан ажратиб олинган фигуранинг сирти билан текислик орасидаги қисми. Масалан, шар С., яъни сферик С. шарнинг кесувчи текислик билан унинг иккита сферик сиртнинг бири орасидаги қисмидир. Шар С. ни ҳосил қилиш учун доиравий С. ни унинг ватарига (асосига) перпендикуляр диаметри атрофида айлантириш керак.

Шар С. нинг ҳажми доиравий С. нинг юзига ўхшатиб ҳисобланади: $V = \pi H^2 \left(R - \frac{H}{3}\right)$, бу ерда H — С. нинг баландлиги, R — шар радиуси.

Лат. segmentum — кесма, полоса бўлиб, seco — кесиш, кесиб ташлаш сўзларидан олинган.

СЕДЛО (седловина) — **ЭГАР** — дифференциал тенгламанинг махсус нуқтаси. Махсус нуқтага кирувчи интеграл эгри чизиқлар орасида гипербола типидаги интеграл эгри чизиқлар бўлади, булар Э. шаклидаги гиперболик параболоиднинг юксаклик чизиқлари каби жойлашади. Шунинг учун дифференциал тенглама махсус нуқтасининг бу тури эгар деб аталган (қ. Особые точки дифференциального уравнения).

(x_0, y_0) нуқта атрофида $f(x, y)$ функция чегараланмаган бўлиб, ягона лимитга эга бўлмасин деб фараз қилайлик. Бунинг энг содда мисоли $f(x, y) = (ax + by)$: $(cx + dy)$ функциядир, бу функция учун (0,0) нуқта яккаланган махсус нуқта бўлади.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ax + b}{cx + d} \qquad (*)$$

тенгламада ўзгарувчиларни алмаштирамиз: $\xi = \alpha x + \beta y$, $\eta = \gamma x + \delta y$ — бир жинсли аффин алмаштириш; α, β, γ, δ ларни шундай танлаб оламизки, бунда (*) тенглама

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{\lambda\eta}{\mu\xi} \qquad (**)$$

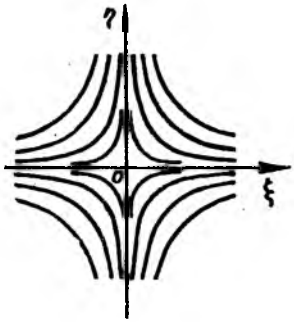
кўринишга келсин, бу ҳолда λ ва μ — қуйидаги тенгламанинг илдизлари бўлади:

$$x^2 - (b + c)x + bc - da = 0. \qquad (***)$$

(**) тенгламанинг ечими $\eta = C|\xi|^{\lambda}$ кўринишда бўлади. Агар (***) нинг илдизлари ҳақиқий ва ҳар хил ишорали бўлса, у ҳолда $\lambda : \mu = -k < 0$ бўлади ва интеграл эгри чизиқлар $\frac{d\eta}{d\xi} = -k\frac{\eta}{\xi}$ тенгламанинг $\eta = C|\xi|^{-k}$ ечими билан ифодаланади. $\xi = 0$ ва $\eta = 0$ иккита ечим (0, 0) махсус нуқтадан ўтади, қолганларининг ҳаммаси ўтмайди. Бундай типдаги махсус нуқта Э. деб аталади. Масалан, $\frac{d\eta}{d\xi} = -\frac{\eta}{\xi}$ нинг умумий интеграли (қ. Общий интеграл) $\xi\eta = C$ бўлади, яъни ўқларга нисбатан ёзилган гиперболалар оиласига ва иккита асимптотага эгамиз, худди ўша асимптоталар махсус нуқтадан ўтади (256- расм).

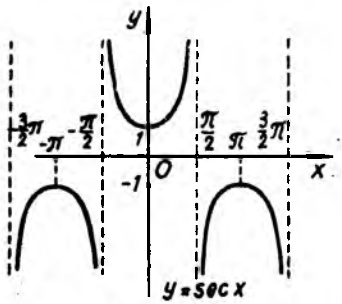
СЕКАНС — СЕКАНС — тригонометрик функцияларнинг биттаси бўлиб, sec$x$ символ билан белгиланади (x — аргумент) ва $\sec x = 1 : \cos x$ формула билан аниқланади, бу ерда $\cos x$ — ўша x аргументнинг (бурчакнинг) косинусидир.

С. нинг аниқланиш соҳаси сонлар ўқи бўлиб, бу соҳага абсциссалари $x = \frac{\pi}{2}(2n \pm 1)$ бўлган нуқталар кирмайди, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ С. чегараланмаган ($1 \leqslant |\sec x| < \infty$), жуфт (257- расм), даврий (даври 2π) функциядир. Агар боши координаталар бошида бўлган ихтиёрий радиус-вектор ($OM = \mathbf{r}$ ўзгарувчи вектор) текширилаётган бўлса (258- расм), у ҳолда $|\mathbf{r}| : x_M = \sec\alpha$ бўлади, бу ерда α—радиус-вектор билан Ox ўқнинг мусбат йўналиши ($\alpha = AOM$ бурчакнинг қўзғалмас OA томони) орасидаги бурчак, x_M — радиус-векторнинг учи бўлган M нуқтанинг абсциссаси.

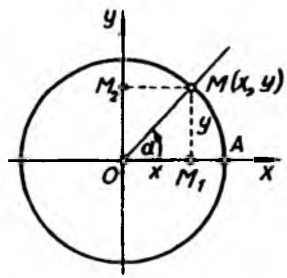


256- расм.

С. нинг ишораси ўша α аргумент косинусининг ($\cos\alpha$) ишораси билан бир хил бўлади. Агар фақат ўткир α бурчакни текшириш билан чегаралансак, С. ни тўғри бурчакли OMM_1 учбурчакдан OM гипотенузанинг α бурчакка ёндошган OM_1 катетга нисбати сифатида аниқлаш мумкин.



257- расм.



258- расм.

Тўғри бурчакли декарт координаталари системасида С. нинг графиги секансоида деб аталади (257- расм).

С. нинг ҳосиласи бу формула бўйича ҳисобланади:

$$(\sec x)' = \frac{\sin x}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \cdot \sec x.$$

С. нинг интеграли бу формула бўйича топилади:

$$\int \sec x\, dx = \ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)\right| + C.$$

С. нинг қаторга ёйилмаси:

$$\sec x = \frac{\pi}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - x^2} - \frac{3\pi}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 - x^2} + \frac{5\pi}{\left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 - x^2} - \ldots,$$

бу ерда x — аргументнинг қабул қиладиган ҳар қандай қиймати.

С. га тескари бўлган функция арксеканс (қ.) деб аталади. Қ. Тригонометрические функции.

Лат. secans — кесувчи, seco — кесаман — сўзидан олинган.

СЕКАНСОИДА — СЕКАНСОИДА — секанснинг ($y = \sec x$) тўғри бурчакли Декарт координаталари системасидаги графиги.

СЕКСТИЛЛИОН — СЕКСТИЛЛИОН — 10^{21} сони; Англия ва Германияда — 10^{36} сони.

СЕКТОР — СЕКТОР. 1°. **Доиравий С.** — доиранинг икки радиус ва доира ёйи билан чегараланган қисми.

2°. Чегараси ўз-ўзини кесмайдиган эгри чизиқ бўлган текис фигуранинг **С.** — бу фигуранинг ички нуқтасидан чиқувчи икки нур ва контур ёйи билан чегараланган қисми. Масалан, эллипснинг фокал радиус-векторлари чизадиган С. юзи (Кеплер қонунларини ўрганишда), параболик сектор юзи ўрганилади ва ҳоказо.

3°. **Фазовий фигуранинг С.** шу фигуранинг бир қисми бўлиб, бу қисм учи фигура ичида бўлган конус сирти ва бу фигуранинг конус сирти кесиб ажратадиган сирти билан чегаралангандир.

СЕКУНДА — СЕКУНД. 1°. **Бурчакнинг С.** — ўлчов бирлиги бўлиб, 60^{-2} градусга (қ.) ёки 60^{-1} минутга (қ.) тенг. Бир С. $1''$ билан белгиланади (устига иккита қия штрих қўйилган бир).

2°. **Вақт С.** — вақт ўлчов бирлиги бўлиб, 60^{-2} соатга тенг.

Лат. secunda divisio — градус қисмининг иккинчи бўлими.

СЕКУЩАЯ — КЕСУВЧИ — эгри чизиқ билан камида икки умумий нуқтаси бўлган ҳар қандай тўғри чизиқ. Қ. Касательная.

СЕМЕЙСТВО ЛИНИЙ — ЧИЗИҚЛАР ОИЛАСИ — битта ёки бир қанча параметрга узлуксиз боғлиқ бўлган чизиқлар тўплами. Текисликда Ч. о. одатда $F(x, y, C_1, \ldots, C_n) = 0$ (*) кўринишдаги тенглама билан берилади, бу ерда x, y — текисликдаги нуқталар координаталари (қ. Координаты), $C_1, \ldots, C_n$ — параметрлар. Параметрларнинг тайин қийматларида тенглама битта чизиқни ифодалайди. Ч.о. сиртда ҳам аниқланиши мумкин; бу ҳолда x ва y ўрнига сиртдаги ички u ва v координаталар қараб чиқилади. Фазода Ч.о. кўпинча қуйидаги параметрик кўринишдаги тенгламалар билан берилади:

$$x = \varphi(t, C_1, \ldots, C_n), \; y = \psi(t, C_1, \ldots, C_n), \; z = \chi(t, C_1, \ldots, C_n).$$

$C_1, \ldots, C_n$ параметрларга тайин бир қийматлар бериб ва t ни ўзгартириб, оиланинг чизиқларидан бирига эга бўламиз, бу чизиқни (x, y, z) нуқтанинг траекторияси деб қараш мумкин. Ч.о. параметрлари сонига қараб бир параметрли, икки параметрли Ч.о. бўлади ва ҳоказо. Текисликдаги ёки ихтиёрий сиртдаги (силлиқлик шартига бўйсунувчи) бир параметрли Ч.о. нинг хоссаларини тадқиқ қилишда Ч.о. нинг ўрамаси тушунчаси катта роль ўйнайди (қ. Дифференциальная геометрия). Одатда F, φ, ψ, χ функциялар узлуксиз ва ўзларининг аргументлари бўйича узлуксиз дифференциалланувчи деб фараз қилинади. Агар (*) тенгламани n марта дифференциаллаб [$y = y(x)$ деб ҳисоблаб] ва шу йўл билан ҳосил қилинган тенгламалардан барча n параметрларни, яъни $C_1, C_2, \ldots, C_n$ ларни йўқотсак, Ч.о. нинг дифференциал тенгламаси ҳосил бўлади. Кўриб турибмизки, бирор дифференциал тенгламанинг интеграл эгри чизиқлари оиласи Ч.о. га мисол бўла олади (қ. Общее решение). Ч.о. нинг мисоллари: 1) концентрик айланаларнинг бир параметрли $x^2 + y^2 = C$ оиласи, 2) эллипс ва гиперболаларнинг тўрт параметрли оиласи:

$$C_1(x - C_2)^2 + C_3(y - C_4)^2 = 1,$$

3) винт чизиқларнинг икки параметрли оиласи:

$$x = C_1 \cos t, \quad y = C_1 \sin t, \quad z = C_2 t.$$

СЕМЕЙСТВО ПОВЕРХНОСТЕЙ — СИРТЛАР ОИЛАСИ — битта ёки бир қанча параметрга узлуксиз боғлиқ бўлган сиртлар тўплами. С.о. аналитик равишда

$$F(x, y, z, C_1, \ldots, C_n) = 0 \qquad (*)$$

кўринишдаги битта тенглама билан ёки параметрик кўринишдаги қуйидаги учта тенглама билан аниқланади:

$$x = \varphi(u, v, C_1, \ldots, C_n), \; y = \psi(u, v, C_1, \ldots, C_n),$$
$$z = \chi(u, v, C_1, \ldots C_n). \qquad (**)$$

$C_1, C_2, \ldots, C_n$ параметрларга маълум қийматлар бериб, (*) ёки (**) тенгламалардан оиланинг маълум бир сирти олинади. Одатда, F, φ, ψ, χ функциялар узлуксиз ва ўзларининг ҳамма аргументлари бўйича узлуксиз дифференциалланувчи функциялардир. Бир параметрли ва икки параметрли С.о. ни тадқиқ қилишда оиланинг ўрамаси тушунчаси (қ. Огибающая) муҳим роль ўйнайди. Бир параметрли С.о. нинг ўрамаси ёйилувчи сирт (қ. Развертывающаяся поверхность) деб аталади.

СЕРРЕ-ФРЕНЕ ФОРМУЛЫ — СЕРРЕ-ФРЕНЕ ФОРМУЛАЛАРИ — эгри чизиқнинг уринмаси, нормали ва бинормали бирлик векторларининг ёй узунлиги бўйича олинган ҳосилалари ёйилмасини шу векторларнинг ўзлари орқали ифодаловчи формулалар. Агар **t**, **n**, **b** — мос равишда уринма (қ. Касательная), нормаль (қ.) ва бинормалнинг (қ.) бирлик векторлари бўлса, у ҳолда С.—Ф.ф. қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{d\mathbf{t}}{ds} = k(s)\,\mathbf{n}, \quad \frac{d\mathbf{n}}{ds} = -k(s)\,\mathbf{t} + \varkappa(s)\,\mathbf{b}, \quad \frac{d\mathbf{b}}{ds} = -\varkappa(s)\,\mathbf{n}, \qquad (*)$$

бу ерда $k(s)$ ва $\varkappa(s)$ лар мос равишда эгри чизиқнинг эгрилиги ва буралишидир (қ. Кручение). $k(s)$ ва $\varkappa(s)$ ни билган ҳолда С. — Ф.ф. дан фойдаланилганда эгри чизиқнинг чекли тенгламаларини излаб топиш (*) дифференциал тенгламалар системасини ва

$$\frac{d\mathbf{M}}{ds} = \mathbf{t}$$

тенгламани интеграллашга келтирилади, бу ерда $\mathbf{M}(s)$ — эгри чизиқнинг ўзгарувчи радиус-вектори. $k(s)$ ва $\varkappa(s)$ ҳар қандай бўлганда юқорида айтиб ўтилган система яккаю-ягона ечимга (фазодаги вазиятга қадар аниқликда) эга бўлади деган теорема ўринлидир. С. — Ф.ф. баъзан Френе формулалари деб аталади.

СЕТЬ ЛИНИЙ на поверхности — сиртдаги **ЧИЗИҚЛАР ТЎРИ** — сиртдаги чизиқларнинг параметрга силлиқ боғлиқ бўлган бир параметрли оилаларининг ҳар қандай жуфти (қ. Семейство линий). Дифференциал геометрияда Ч.т. нуқтанинг шундай бир атрофида ўрганиладики, бу атрофда оилалардан ҳар бирининг чизиқлари бир-бири билан кесишмайди, ҳар хил оилаларга қарашли бўлган чизиқлар жуфти эса яккаю-ягона нуқтада кесишади.

Тўрлар назарияси дифференциал геометриянинг муҳим боби ҳисобланади. Мисоллар: эгрилик чизиқлари тўри, асимптотик Ч.т. ва бошқалар.

СЕЧЕНИЕ в области рациональных чисел — рационал сонлар соҳасидаги **КЕСИМ** — рационал сонлар тўпламини қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи иккита A ва B синфга бўлиш: 1) ҳар бир синфда камида битта сон бор, 2) ҳар бир рационал сон синфлардан биттасига ва фақат биттасига қаратилган, 3) A синфдаги (пастдаги ёки чапдаги) ҳар қандай сон B синфдаги (юқоридаги ёки ўнгдаги) ҳар қандай сондан кичик. К. лар уч тур бўлиши мумкин: 1) биринчи A синфда энг катта r сон бор, 2) иккинчи B синфда энг кичик r сон бор, 3) биринчи A синфда энг катта сон йўқ, иккинчи B синфда энг кичик сон йўқ. 1

ва 2- ҳолларда Қ. рационал r сонни аниқлайди. 3- ҳолда К. иррационал сонни аниқлайди. Барча ҳақиқий сонларни ясашнинг бу усулини Дедекинд топган. Агар ҳақиқий сонлар соҳасидаги К. ни бунга ўхшаш таърифласак, у ҳолда Дедекинд теоремаси (ҳақиқий сонлар тўплами узлуксизлигининг хоссаси) шундан иборат бўладики, 3- хол бўлиши мумкин эмас ва 1- тур, 2- тур К. ларгина бўлиши мумкин (қ. Дедекиндово сечение).

СЕЧЕНИЕ ДЕДЕКИНДА — ДЕДЕКИНД КЕСИМИ (қ. Дедекиндово сечение).

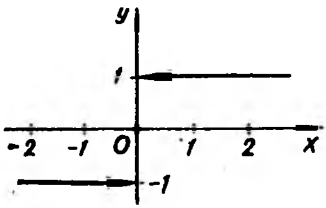
СЕЧЕНИЕ ЗОЛОТОЕ — ОЛТИН КЕСИМ (қ. Золотое деление).

СЖАТЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ — СИҚИЛГАН АКСЛАНИШЛАР — метрик фазодаги қисм-тўпламнинг ўз-ўзига аксланишлари; бу аксланишларда нуқталар орасидаги масофалар кичраяди (сиқилади). Аниқроқ қилиб айтганда, $0 < \theta < 1$ шартни қаноатлантирадиган шундай θ сон мавжуд бўлсаки, бунда $\rho(Ax, Ay)$: $\rho(x, y) < \theta$ бўлса, A аксланиш С.а. деб аталади, бу ерда x, y — қисм-тўпламнинг ихтиёрий нуқталари, $\rho(x, y)$ — x ва y орасидаги масофа.

Ҳозирги замон математикасида сиқилган аксланишда тўпламнинг қўзғалмас нуқтаси мавжудлиги ва бу нуқтанинг ягоналиги тўғрисида теорема бор.

Адаб. : И. Г. Петровский, Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, Гостехиздат, М. — Л., 1952.

СИГНАТУРА — СИГНАТУРА. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j$ квадратик форманинг сигнатураси — бу форма инерциясининг мусбат индекси (қ. Положительный индекс) билан унинг манфий индекси (қ. Отрицательно-определенная квадратичная форма) орасидаги айирма.



259- расм.

СИГНУМ от x — x нинг **СИГНУМИ** — ҳақиқий x соннинг функцияси бўлиб, x мусбат бўлганда функция 1 га тенг, x нэль бўлганда нолга тенг, x манфий бўлганда — 1 га тенг. Бу функция $\operatorname{sign} x$ ёки $\operatorname{sgn} x$ символ билан белгиланади. Шундай қилиб,

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} +1, & \text{агар } x > 0 \text{ бўлса,} \\ 0, & \text{агар } x = 0 \text{ бўлса,} \\ -1 & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса.} \end{cases}$$

$y = \operatorname{sgn} x$ функция математиканинг ҳар хил масалаларида ишлатилади. $y = \operatorname{sgn} x$ функциянинг графиги 259- расмда кўрсатилган. $y = \operatorname{sgn} x$ функциядан фойдаланиш мисоли тариқасида шуни қайд қиламизки, илдиз кўрсаткичи 2 га тенг бўлганда комплекс сондан (қ. Комплексные числа) илдиз чиқариш формуласи қуйидагича ёзилади:

$$\sqrt{a+bi} = \pm\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}} + i(\operatorname{sgn} b)\sqrt{\frac{-a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}.$$

Лат. signum — ишора.

СИЛЬВЕСТРА КРИТЕРИЙ — СИЛЬВЕСТР КРИТЕРИЙСИ — квадратик форманинг мусбат аниқланганлик критерийси: квадратик форма матрицасининг барча бош минорлари мусбат бўлганда ва фақат шундагина квадратик форма мусбат аниқланган бўлади. Матрицанинг бош минори матрицанинг дастлабки k та сатри ва устунидан тузилган минордир.

СИММЕТРАЛЬ точек A и B — A ва B нуқталарнинг **СИММЕТРАЛИ** — AB кесмага перпендикуляр ҳолда унинг ўртасидан ўтувчи тўғри чизиқ. A ва B нуқталарнинг С. AB кесманинг С. деб ҳам аталади. AB кесманинг (A ва B нуқталарнинг) С. унинг симметрия ўқидир. AB кесманинг С. унинг ўрта перпендикуляри ёки медиатрисаси деб ҳам аталади.

СИММЕТРИЧЕСКАЯ ГРУППА — СИММЕТРИК ГРУППА — n та элементдан тузилган ўринга қўйишларнинг ўринга қўйишларни кўпайтириш амалига (қ. Умножение подстановок) нисбатан олинган группаси. $n!$ элементи бўлади.

СИММЕТРИЧЕСКАЯ МАТРИЦА — СИММЕТРИК МАТРИЦА — бош диагоналига нисбатан симметрик бўлган элементлари тенг бўлган, яъни $a_{ij} = a_{ji}$ бўлган квадрат матрица.

СИММЕТРИЧЕСКАЯ РАЗНОСТЬ множеств A и B — A ва B тўпламларнинг **СИММЕТРИК АЙИРМАСИ** — тўпламларни айириш (қ. Разность множеств) ва тўпламларни қўшиш (қ. Объединение множеств) амаллари ёрдамида A ва B тўпламлардан ҳосил қилинадиган тўпламдир. Агар A ва B тўпламларнинг С.а. ни $A \otimes B$ символ билан белгиласак, таърифга кўра: $A \otimes B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ бўлади. Т.с. а. учун қуйидаги қонунлар ўринлидир:

$$A \otimes B = B \otimes A, \quad (A \otimes B) \otimes C = A \otimes (B \otimes C),$$

$$A \cup (B \otimes C) = (A \cap B) \otimes (A \cap C), A \otimes B = (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

Демак, A ва B тўпламларнинг С.а. шундай элементларнинг тўплами эканки, бу элементлар A ёки B тўпламларнинг камида биттасига киради, лекин уларнинг кесишмасига кирмайди, яъни A ва B тўпламлардан биттасига ва фақат биттасига киради. Т.с.а. ни тўпламлар устида бажариладиган бошқа амалларга таққослаш учун Теоретико- множественные операции терминига қаранг.

Мисол: агар A — жуфт сонлар тўплами, B — 3 га каррали сонлар тўплами бўлса, у ҳолда $A \otimes B$ — 2 га ёки 3 га бўлинадиган, лекин 6 га бўлинмайдиган сонлар тўплами бўлади.

СИММЕТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — СИММЕТРИК ФУНКЦИЯ — ўзгарувчиларини ҳар қандай алмаштирганда ўзгармайдиган кўп аргументли функция, яъни қуйидаги тенгликни қаноатлантирадиган кўп аргументли $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функция:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_n}),$$

бу ерда $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n \end{pmatrix}$ — ихтиёрий ўринга қўйиш (қ. Подстановка).

$\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)^k$, $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^4$, $\prod\limits_{i=1}^{n} x_i^2$ С.ф. лар орасида энг муҳими ва яхши ўрганилгани симметрик кўпҳадлардир. С.ф. нинг асосий теоремаси: ҳар қандай бутун рационал С. ф. асосий элементар С.ф. лардан тузилган бутун рационал функция сифатида ягона равишда тасвирланади:

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \ldots + x_n, \quad \sigma_2 = \sum_{i,\, j=1}^{n} x_i x_j, \quad \sigma_3 = \sum_{i, j, k=1}^{n} x_i\, x_j\, x_k,$$

$$\sigma_k = \sum_{i_1, i_2, \ldots, i_k = 1}^{n} x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_k}, \ldots, \qquad \sigma_n = x_1 x_2 \ldots x_n$$

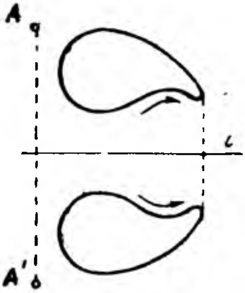
(йиғинди ўзаро тенг бўлмаган $i_1, i_2, \ldots, i_k$ сонларнинг комбинацияси бўйича олинади). Агар аргументларнинг ҳар қандай жуфтини алмаштирганда функциянинг ишораси ўзгарса, функция қийшиқ симметрияли функция дейилади. Қийшиқ симметрияли функция $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n$ ва $\sigma = \prod\limits_{i<j} (x_i - x_j)$ лар орқали рационал равишда ифодаланади.

Адаб.: А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, Физматгиз, М., 1962; Л. Я. Окунев, Высшая алгебра, Учпедгиз, М., 1958.

СИММЕТРИЧЕСКИЕ МНОГОЧЛЕНЫ — СИММЕТРИК КЎПҲАДЛАР — қ. Симметрическая функция.

СИММЕТРИЧНЫЕ ТОЧКИ — СИММЕТРИК НУҚТАЛАР: 1°. Бирор l тўғри чизиққа нисбатан С. н. — l га ўтказилган **перпендикуляр тўғри чизиқда l дан икки** томонда ва ундан тенг масофада ётувчи иккита M ва M' нуқта. Бунда l **тўғри** чизиқ симметрия ўқи деб аталади.

2°. Бирор O нуқтага нисбатан С. н. — O дан ўтадиган тўғри чизиқда O нуқтадан икки тарафда ва ундан тенг масофада ётувчи иккита M ва M' нуқта, яъни $OM = OM'$.



260- расм.

СИММЕТРИЯ — СИММЕТРИЯ. 1°. Бирор Q текисликда ётувчи l **тўғри чизиққа нисбатан С.** бу текислик нуқталарининг ўзини-ўзига шундай алмаштиришидирки, бу алмаштиришда ҳар бир A нуқта унга l тўғри чизиққа нисбатан симметрик бўлган A' нуқтага ўтади (260- расм). l тўғри чизиқ С. ўқи деб ҳам аталади, тўғри чизиққа нисбатан С. эса ўқ симметрияси, ёки тўғри чизиқдан аксланиш, ёки тўғри чизиқдан кўзгули аксланиш деб аталади. Ўқ С. текислик нуқталарининг ўзаро бир қийматли ва инволюцион мослигидан иборатдир (қ. Инволюция). Ўқ С. да кесманинг узунлиги ўзгармайди, фигуранинг жойланиши қарама-қаршисига ўзгаради, бинобарин, ўқ С. иккинчи тур ҳаракат экан (қ. Движение). С. да тўғри чизиқлар тўғри чизиқларга айланади, бунда С. ўқига перпендикуляр тўғри чизиқлар ўз-ўзига айланади, С. ўқи эса қўзғалмай қолгани ҳолда нуқтавий-қўзғалмас (нуқтавий-инвариант) бўлиб қолади, унинг ҳар бир нуқтаси қўш нуқта бўлади (қ. Двойная точка).

Ўқ С. тушунчаси геометрик ясашга оид (қ. Геометрические построения) масалалар ечиш, жуфт функция (қ. График функции) графигини ясаш, архитектура, кристаллография, газмолга гул босишда кўп қўлланилади. Ўқлари параллел бўлган иккита ўқ С. нинг кўпайтмаси параллел кўчириш бўлади (қ. Параллельный перенос), ўқлари кесишадиган иккита ўқ С. нинг кўпайтмаси биринчи ўққа нисбатан ҳам, иккинчи ўққа нисбатан ҳам С. бўлмайди, яъни текисликдаги барча С. лар тўплами берилган ўқларга нисбатан ёпиқ бўлиш хоссасига эга бўлмайди. Бошқача сўз билан айтганда, текисликдаги барча ўқ С. лари тўплами группа (қ.) эмас.

2°. Бирор Q текисликда ётган O нуқтага нисбатан симметрия бу текислик нуқталарининг шундай алмаштирилишидирки, бунда ҳар бир A нуқта O нуқтага нисбатан ўзига симметрик бўлган A' нуқтага ўтади. Бунда O нуқта С. **маркази** деб, нуқтага нисбатан С. эса марказий С. деб аталади.

Марказий С. қуйидаги алмаштиришлардир: а) текислик нуқталарининг ўзаро бир қийматли алмаштириши, б) текислик нуқталарининг инволюцион алмаштириши, в) текисликни $\varphi = 180°$ бурчакка буриш алмаштириши ва г) ҳаракат алмаштириши. Марказий С. ўқ С. ишлатиладиган соҳаларда қўлланилади.

Текисликдаги С. марказлари турлича бўлган иккита марказий С. кўпайтмаси текислик нуқталарининг параллел кўчирилишидир (қ. Параллельный перенос). Текисликка нисбатан симметрия ва фазодаги нуқтага нисбатан С. лар ҳам худди шундай таърифланади. Тўғри чизиққа (ўққа), ёки нуқтага (марказга), ёки текисликка нисбатан симметрик бўлган фигуранинг хоссаси ҳам С. деб аталади; бошқача қилиб айтганда, симметрия — С. ўқи, ёки С. маркази; ёки С. текислиги бор фигураларнинг хоссасидир.

СИМПЛЕКС — СИМПЛЕКС. Кесма бир ўлчовли С. деб аталади. Таърифга кўра, икки ўлчовли С. — учбурчак, уч ўлчовли С. — тетраэдр. Бу ерда учбурчак ва тетраэдр мос равишда икки ўлчовли ва уч ўлчовли ёпиқ соҳа (қ. Область замкнутая) сифатида қаралади. n ўлчовли Евклид фазосида учбурчак (тетраэдр) тушунчасини умумлаштирувчи n ўлчовли фигура С. деб аталади. Аниқроқ қилиб айтганда, n ўлчовли С. — n ўлчовли Евклид фазоси нуқталарининг қуйидагича тавсифланадиган тўпламидир. $\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_n$ лар n ўлчовли

Евклид фазосидаги шундай $(n+1)$ векторлар бўлсинки, бу тўпламнинг ҳар қандай n вектори бутун фазонинг базиси бўлсин. Симплекс

$$C_0\xi_0 + C_1\xi_1 + \ldots + C_n\xi_n$$

векторлар билан бериладиган нуқталардан иборатдир, бу ердаги C_i коэффициентлар ($i = 0, 1, 2, \ldots, n$) манфий бўлмаган ҳар қандай сонлар бўлиб, уларнинг $C_0 + C_1 + \ldots + C_n$ йиғиндиси бирга тенг. С. нинг p та тайин C_i коэффициентлари нолга тенг бўлган нуқталари С. нинг $(n-p)$ ўлчовли ёқини ҳосил қилади, равшанки, бу ёқ $(n-p)$ ўлчовли С. дан иборатдир. Шундай қилиб, С. нинг C_{n+1}^{n} дона $(n-p)$ ўлчовли ёқи, хусусий ҳолда $n+1$ дона $(n-1)$ ўлчовли ёқи бўлади. n ўлчовли Евклид фазосининг барча кўпёқлари орасида С. нинг $(n-1)$ ўлчовли ёқлари сони энг кичик бўлади. Бу жиҳатдан қараганда, С. — энг содда кўпёқдир.

С. комбинаторик топологиянинг (қ. Комбинаторная топология) муҳим тушунчасидир, С. нинг хоссалари иқтисоднинг математик методларида (симплекс-метод) татбиқ этилади.

Лат. simplex — содда.

Адаб.: Л. С. Понтрягин, Основы комбинаторной топологии, Гостехиздат, М.— —Л., 1947.

СИМПСОНА ФОРМУЛА — СИМПСОН ФОРМУЛАСИ. 1°. Интегралга оид С. ф. — интегралларни тақрибий ҳисоблаш формуласи. Бу формула параболалар формуласи (қ.) деб ҳам аталади.

2°. **Жисмлар ҳажмига оид С. ф.** — икки асоси параллел бўлган жисмлар ҳажмини ҳисоблаш формуласи:

$$V = \frac{h}{6}\,(Q_н + Q_b + 4Q_c),$$

бу ерда $Q_н$ — пастки асос юзи, Q_b — юқориги асос юзи, Q_c — жисм ўрта кесимининг юзи. Бу ерда жисмнинг ўрта кесими деганда жисмни унинг асослари текисликларига параллел бўлган ва бу текисликлардан баравар узоқликда турган текислик билан кесганда ҳосил бўлган фигура назарда тутилади. Жисмнинг баландлиги h билан белгиланган.

Жисмлар (кесик пирамида, цилиндр, шар ва ҳоказо) ҳажмларининг мактабда ўрганиладиган кўп формулалари С. ф. дан хусусий ҳол сифатида келтириб чиқарилади.

СИМСОНА ПРЯМАЯ — СИМСОН ТЎҒРИ ЧИЗИҒИ — айланага ички чизилган учбурчакнинг томонларига айлананинг ҳар қандай M нуқтасидан туширилган учта перпендикулярнинг асослари ётган тўғри чизиқдир. Бу тўғри чизиқнинг Симсон тўғри чизиғи дейилиши хато; уни аввало Валлис топган.

СИНГУЛЯРНАЯ МАТРИЦА — СИНГУЛЯР МАТРИЦА — хос матрицанинг худди ўзи (қ. Вырожденная матрица).

СИНТЕЗ — СИНТЕЗ — мулоҳаза юритиш ёки исбот қилиш методи (усули) бўлиб, бунда номаълумдан маълумга, изланаётгандан берилганга ўтилади. С. олий ва элементар математиканинг барча бўлимларида қўлланилади. Гарчи геометрия теоремасини исбот қилишда анализдан (қ.) — С. нинг аксидан, яъни тескари тартибда юритилган мулоҳаза, шунингдек индукция, аналогия ва бошқа усуллардан фойдаланилса ҳам геометриянинг кўпчилик теоремалари одатда синтез усули билан исбот қилинади.

С. га оид мисол. $a > 0$ бўлганда $a + \frac{1}{a} \geqslant 2$ эканини исбот қилинг. Тўғри бўлган $(a-1)^2 \geqslant 0$ (*) тенгсизликни оламиз. (*) тенгсизликни $a^2 + 1 \geqslant 2a$ (**) кўринишда ёзамиз. (**) нинг иккала томонини a га $(a > 0)$ бўлиб, изланаётган $a + \frac{1}{a} \geqslant 2$ тенгсизликни топамиз. Тенглик ишораси $a = 1$ бўлгандагина бўлади.

Гарчи С. анализга қараганда мантиқий мулоҳаза юритишни камроқ ривожлантирса-да, ўқувчиларнинг тушуниши учун анча қулайдир. С. ни ишлатганда ўқувчилар тусмоллаб, пассив мулоҳаза юритадилар; бунда бирор жумлани исботлашни нимадан бошлашни англаб олиш қийин, анализ йўли билан мулоҳаза юритганимизда эса аниқ ва ижодий фикрлаймиз, бирор жумланинг исботланиш йўлини актив қидирамиз.

С. ҳеч қачон соф ҳолда учрамайди, балки ҳамма вақт унда анализ элементлари бўлади, бунда анализ тўлиқ ёки қисман оғзаки ишлатилиши мумкин. С. билан анализ ўзаро боғлиқ ва бир-биридан ажралмасдир.

Математика ўқитишда С. ҳам, анализ ҳам қўлланилади.

СИНТЕТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — СИНТЕТИК ГЕОМЕТРИЯ — фигураларнинг хоссаларини синтетик усул асосида (қ. Синтез) ўрганувчи геометриядир; аналитик геометрияда (қ.) эса фигураларнинг хоссалари алгебра ва координаталар методи асосида ўрганилади.

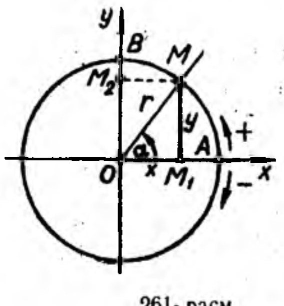
Декарт ва Ферма аналитик геометрияни яратгунга қадар соф С. г. бўлган, масалан, Пифагор, Аполлоний, Евклид ва бошқалар каби қадимги геометрларнинг асарларида шундай бўлган.

Геометриядаги айни бир масалани синтетик усулда ҳам, аналитик усулда ҳам баён этиш мумкин: масалан, коник кесимларни (эллипс, парабола, гипербола, қ.) Данделен сфералари ёрдамида, С. г. методи ёрдамида ва аналитик геометрия методи (координаталар ғояси асосида алгебра методи) билан ўрганиш мумкин.

Ўрта мактабда ўрганиладиган геометрия, шунингдек, конструктив геометрия (геометрик ясашлар назарияси) ва аналитик аппарат ишлатилмасдан Понселе, Шаль ва Штейнер стилида баён этилган проектив геометрия С. г. қаторига киради.

Адаб.: Извольский, Синтетическая геометрия; Учпедгиз, М., 1940; Адлер, Теория геометрических построений, Учпедгиз, М. — Л., 1940; Н. Ф. Четверухин, Проективная геометрия, Учпедгиз, М.—Л., 1953; Ж. Адамар, Элементарная геометрия, Учпедгиз, М.— — Л.,1958.

СИНУС — СИНУС — тригонометрик функциялардан (қ.) бири бўлиб, $\sin x$ билан белгиланади (x — аргумент) ва қуйидагича таърифланади. Ориентирланган текисликда тўғри бурчакли xOy декарт координаталари системаси (261-расм) ва AOM бурчакка тенг бўлган α бурчак (ёки x бурчак) танлаб олинган бўлсин; бу бурчакнинг учи координаталар бошида, қўзғалмас томони Ox ўқ билан бир хил, қўзғалувчи (ўзгарувчи) OM томони O учи атрофида айланганда Ox ўқ билан ҳар хил бурчаклар ҳосил қилади. α бурчакнинг (ёки x бурчакнинг) С. деб $\frac{y}{|OM|}$ ёки $\frac{y}{|r|}$ нисбатга айтилади, бу ерда y — α бурчакнинг қўзғалувчи OM томонига тегишли ихтиёрий M нуқтанинг ординатаси, $|OM|$ — M нуқта радиус-векторининг узунлиги. OM кесма кўпинча қўзғалувчи радиус-вектор деб, M нуқтанинг координаталари эса радиус-вектор учининг координаталари деб аталади. α бурчакнинг С. ўша бурчакнинг функциясидир. С. нинг энг кичик мусбат даври 2π га тенг, яъни $\sin x = \sin(x + 2\pi n)$, бу ерда $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



261- расм.

С. нинг аниқланиш соҳаси сонлар ўқидир, унинг қийматлари соҳаси $[-1, 1]$ сегментдир. С. — чегараланган, тоқ ва даврий функциядир.

α бурчак 0° дан 90° га қадар ортганида С., тангенс (қ.) ва секанс (қ.) каби, ортади.

С. билан косинус (қ.) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ муносабат орқали боғланган (α — ҳар қандай бурчак). Бу формуланинг чап томони тригонометрик бирлик деб аталади. С. билан косеканс (қ.) $\sin x = 1 : \operatorname{cosec} x$ муносабат орқали боғланган.

С. нинг ҳосиласи $(\sin x)' = \cos x$ формула бўйича ҳисобланади: $x = 0$ бўлганда $(\sin x)'_{x=0} = \cos 0 = 1$, яъни $y = \sin x$ синусоиданинг $x = 0 (y = 0)$ нуқтасига ўтказилган уринманинг бурчак коэффициенти, яъни бу уринманинг Ox ўқнинг мусбат йўналиши билан ҳосил қилган бурчагининг тангенси бирга тенг. Синуснинг графигини ясашда (қ. Синусоида) бу фактдан фойдаланилади; $x > 0$ учун синусоида $y = x$ тўғри чизиқдан (биринчи координат бурчакнинг биссектрисасидан) пастда ётади, $x < 0$ учун эса бу тўғри чизиқдан юқорида ётади. С. нинг интеграли $\int \sin x\, dx = -\cos x + C$ формуладан топилади.

С. даражали қаторга ёйилади: $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots \; (-\infty < x < \infty)$. С. нинг тақрибий қийматларини ҳисоблашда бу қатордан фойдаланилади.

С. га тескари бўлган функция арксинус (қ.) деб аталади. Агар фақат ўткир α бурчак текширилса, α бурчакнинг С. ини α бурчак қаршисидаги катетнинг (тўғри бурчакли OMM_1 учбурчакдан) гипотенузага нисбати сифатида таърифлаш мумкин.

Комплекс z аргументнинг С. ва косинус кўрсаткичли функцияга Эйлер формуласи орқали боғланган:

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z;$$

бу формуладан фойдаланиб, $\sin x$ ва $\cos x$ ни (x — ҳақиқий сон) соф мавҳум аргументли кўрсаткичли функция орқали ифодаловчи формулаларни топамиз:

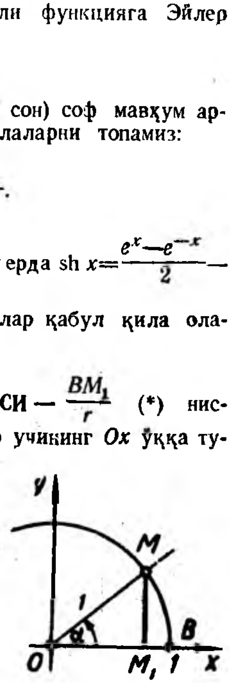
$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}, \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}.$$

Агар $z = ix$ бўлса, у ҳолда $\sin ix = i\frac{e^x - e^{-x}}{2} = i \operatorname{sh} x$, бу ерда $\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ — гиперболик синус (қ.).

Комплекс текисликда $\sin z$ функция ҳар қандай қийматлар қабул қила олади. Қ. Синусоида.

Лат. sinus — қавариқлик.

СИНУС-ВЕРЗУС угла α — α бурчакнинг **СИНУС-ВЕРЗУСИ** — $\frac{BM_1}{r}$ (*) нисбатдир (262-расм), бу ерда M_1 — кўзғалувчи радиус-вектор учининг Ox ўққа туширилган проекцияси, $r = |OM|$. α бурчакнинг С.-в. бундай белгиланади: $\operatorname{sinvers}\alpha$. Агар (*) да $BM_1 = r - OM_1$ деб олсак, у ҳолда α бурчакнинг С.-в. $1 - \cos\alpha$ га тенг бўлади. С.-в. тушунчаси XVII асрда киритилган бўлиб, ҳозирги вақтда деярли ишлатилмайди. Шуни айтиб ўтиш керакки, рус математиги П. Л. Чебишев С.-в. тушунчаси математикада муҳим роль ўйнайди деб ҳисоблаган.



262-расм.

Лат. sinus — қавариқлик, versus — айланган; sinvers α — айланган синус.

СИНУС ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ — ГИПЕРБОЛИК СИНУС (қ.).

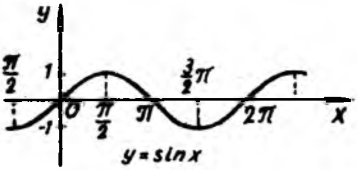
СИНУСОВ ТЕОРЕМА — СИНУСЛАР ТЕОРЕМАСИ — текисликдаги тригонометриянинг теоремаси бўлиб, ихтиёрий учбурчакнинг a, b, c томонлари билан бу томонлар қаршисида ётган бурчаклар синуслари орасидаги боғланишни ифодалайди:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R,$$

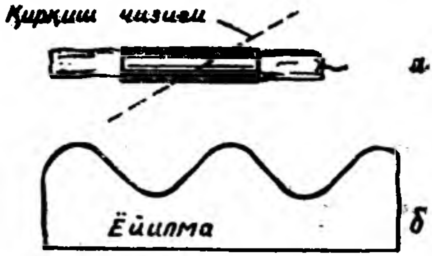
бу ерда R — учбурчакка ташқи чизилган айлананинг радиуси. Сферик тригонометрияда С. т. аналитик равишда қуйидагича ифодаланади:

$$\frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}\cdot$$

СИНУСОИДА — СИНУСОИДА — $y=\sin x$ тригонометрик функциянинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги графиги (263- расм). 1-ва 3-координат бурчакларнинг биссектрисалари координаталар бошида синусоидага уринма бўлади; шунинг учун $x>0$ қийматларда синусоида биринчи координат бурчакнинг биссектрисасидан пастда жойлашади. $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ кўринишдаги функцияларнинг графиклари ҳам синусоидалар деб аталади; булар $y=\sin x$ С. ни ($-\varphi$) га бир суриш ва x ўқ бўйича ω марта чўзиш (сиқиш) ва y ўқ бўйича A марта чўзиш (сиқиш) йўли билан ҳосил қилинади. Бунда A сон тебраниш амплитудаси деб, ω — доиравий частотаси деб, φ — бошланғич фазаси деб аталади.



263- расм.



264- расм.

$y=\cos x$ функциянинг графиги (косинусоида) ҳам Ox ўқ бўйича $-\frac{\pi}{2}$ га параллел сурилган синусоидадир, чунки $\cos x=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$. С. электротехникада, механикада ва физиканинг бошқа соҳаларида тебранма ҳаракатларни ўрганишда учрайди.

Масалан, тебранишларнинг сўнишини эътиборга олинмаганда математик маятникнинг тебранишлари, электр тебраниш контурида ток ва кучланиш тебранишлари синусоидал тебранишларга мисол бўлади.

Винт чизиқнинг (қ. Винтовая линия) доиравий цилиндрнинг ўқ кесимидаги проекцияси С. бўлади, унинг амплитудаси цилиндрнинг радиусига, даври эса винт чизиқнинг қадамига тенг.

Амалда синусоида моделини олиш учун бундай қилинади: стеарин шамига бир қанча қават қилиб юпқа қоғоз ўралади, сўнгра уни ўқига нисбатан 90° га тенг бўлмаган бурчак остида (264-а расм) кесилади, унда қоғознинг ёйилмаси (264- б расм) С. нинг модели бўлади.

СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ (нумерация) — **САНОҚ СИСТЕМАСИ** — сонларга ном бериш ва сонларни белгилаш усули. Ҳозирги вақтда позицион ўнли С. с. умум томонидан қабул қилинган. Позицион системаларнинг асоси 10 бўлиши шарт эмас, бошқа сонлар бўлиши ҳам мумкин; саккизлик, иккилик, ўн олтилик позицион С. с. қўлланилади. Гарчи ўнли С. с. кенг тарқалган система бўлса-да, унинг яратилганига унча кўп бўлган эмас ва у узоқ тарихий тараққиёт самарасидир. Қадимги дунё халқларида умуман ҳеч қандай С. с. бўлган эмас. Ҳатто

XIX асрнинг ўрталарида Австралияда ва Полинезия оролларида фақат бир билан иккини билган қабилалар бўлган.

Энг қадимий С. с. мисрликларнинг бизнинг эрамиздан 3000 йил олдин пайдо бўлган иероглиф номерлашидир. Позицион бўлмаган бу ўнлик С. с. да сонларни ифодалаш учун фақат қўшиш принципи ишлатилган. Грекларнинг иродиан, римча, сирияликларнинг С. с. (номерлаши) ҳам худди шундай бўлган. Энг камол топгани алфавитли С. с. бўлиб, уларнинг ичида энг қадимийси эрамиздан аввалги V асрда Грециянинг Кичик Осиёдаги колонияларида пайдо бўлган ионик системадир; славянлар (қ. Славянские цифры), еврейлар, араблар, арманлар, грузинлар С. с. ҳам алфавитли система бўлган. Биринчи позицион С. с. вавилонликларнинг олтмишлик системаси эди (эрамиздан 2000 йил олдин). Ҳозирги замон С. с. эрамиздан олдинги V асрда Ҳиндистонда бўлган позицион С. с. асосида пайдо бўлган.

Ўнли касрлар жорий этилгандан кейин ўнли позицион С. с. сонларни ёзишнинг универсал воситасига айланди.

Адаб.: Энц. элем. мат., т. I, Гостехиздат, М., 1951; И. Я. Депман, История арифметики, Учпедгиз, М., 1959.

СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ДРОБИ—СИСТЕМАТИК КАСРЛАР — тайин бир позицион саноқ системасига нисбатан олинган касрлар. Позицион системанинг асоси сифатида k сони олинган бўлсин (қ. Позиционная система); у вақтда гап k-ли систематик каср сонларини тасвирлаш тўғрисида боради. Ўнли касрлар, яъни асоси 10 бўлган позицион саноқ системасига нисбатан ёзилган систематик касрлар кенг қўлланилади. 0, 1, 2, ..., $k-1$ сонлар рақамлар деб аталади. Рақамларнинг $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_i, \ldots, a_n, \ldots$ чексиз кетма-кетлиги $(0 \leqslant a_i < k)$ берилган бўлсин. У ҳолда

$$\frac{a_1}{k}+\frac{a_2}{k^2}+\frac{a_3}{k^3}+\ldots+\frac{a_n}{k^n}+\ldots \qquad (*)$$

чексиз қатор k-ли систематик каср деб аталади. Бирор жойдан бошлаб ҳамма a_n лар $(k-1)$ га тенг бўладиган кетма-кетликлар ўрганилмайди. Одатда бу каср маълум $0, a_1\ a_2 \ldots a_n$ кўринишида ёзилади. Агар (*) кўринишдаги систематик касрнинг бирор жойидан бошлаб кейинги ҳамма рақамлари нолга тенг бўлса, бу каср чекли каср дейилади, акс ҳолда чексиз каср дейилади. Агар $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{a_i}{k^i}=\alpha$ бўлса, у ҳолда систематик каср α сонни ифодалайди ёки у α га тенг дейилади. Бу ҳолда ҳар қандай $n \geqslant 0$ учун $0 \leqslant \alpha-\sum_{i=1}^{n}\frac{a_i}{k^i}<\frac{1}{k^n}$ тенгсизликлар ўринли бўлади. $0 \leqslant \alpha < 1$ кесмадан олинган ҳар қандай ҳақиқий α сон битта ва фақат битта k-ли систематик каср билан тасвирланади. Ҳар қандай даврий k-ли каср бирор рационал α сонни тасвирлайди.

СИСТЕМА КООРДИНАТ—КООРДИНАТАЛАР СИСТЕМАСИ — нуқтанинг тўғри чизиқдаги, текисликдаги, фазодаги вазиятини аниқлайдиган шартлар тўплами. К. с. тўғрисида тушунча биринчи бўлиб геодезия ва астрономияда нуқтанинг ер сиртидаги ёки осмон сферасидаги вазиятини аниқлаш учун киритилган. XIV асрда француз математиги Н. Орезм графиклар ясаш учун текисликда К. с. дан фойдаланган, у бизнинг ҳозирги абсцисса ва ордината тушунчаларига мос келувчи узоқлик ва кенглик тушунчаларини ишлатган. XVII асрда француз олими Декартнинг меҳнатлари туфайли координаталар методининг бутун аҳамияти ойдинлаштирилди, координаталар методи геометрия масалаларини математик анализ тилига ўтказишга ва, аксинча, математик анализнинг ҳар хил натижаларига геометрик маъно беришга имкон беради. Турли хил К. с. лари тўғрисида Координаты, Аффинные координаты, Декартовы координаты, Криволинейные координаты, Сферические координаты терминларига қаранг.

Лат. co(cum) — биргаликда ва ordinatus — тартибланган, аниқланган сўзларидан олинган.

Адаб.: С. С. Бюшгенс, Аналитическая геометрия, ч. 1, Гостехиздат, М., — Л., 1946.

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ — ТЕНГЛАМАЛАР СИСТЕМАСИ — n та x_1, x_2, . . . , x_n номаълумли тенгламалар тўплами бўлиб, бу тенгламалар учун номаълумларнинг системага кирган барча тенгламаларни қаноатлантирадиган қийматларини топиш талаб қилинади. Номаълумларнинг изланаётган қийматларининг системага кирган барча тенгламаларни қаноатлантирадиган $x_1 = x_1^0$, $x_2 = x_2^0$, . . . , $x_n = x_n^0$ тўпламлари системанинг ечимлари деб аталади. Агар иккита системадан бирининг ҳар бир ечими иккинчисининг ечими бўлса ва аксинча, иккинчисининг ечими биринчисининг ечими бўлса ва иккала система айни бир соҳада текширилса, бу Т. с. лари тенг кучли системалар деб аталади.

Ҳар қандай Т. с. $f_k(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$ кўринишдаги Т. с. га тенг кучли бўлади, бу ерда $k = 1, 2, \ldots n$.

f_k функциялари x_1, x_2, . . . , x_n ларнинг кўпҳадларидан иборат бўлган Т. с. алгебраик системалар деб аталади. Чизиқли алгебраик тенгламалар системалари (қ. Линейное уравнение) Т. с. нинг энг содда ҳоли ҳисобланади.

Дифференциал тенгламалар системаси дифференциал тенгламаларнинг (қ. Дифференциальные уравнения) чекли ёки чексиз тўплами бўлиб, булар учун бу тенгламаларнинг ҳар бирини қаноатлантирадиган барча функцияларни топиш талаб қилинади.

СКАЛЯР — СКАЛЯР — қиймати фақат бир ҳақиқий сон билан характерланиб, йўналиши ёки бошқа характеристикаси ҳисобга олинмайдиган миқдордир, масалан, узунлик, юз, ҳажм, температура ва ҳоказо. Векторлар алгебрасида ҳар қандай ҳақиқий сон, вектордан фарқли равишда, С. деб аталади. С. скаляр миқдор деб ҳам юритилади.

СКАЛЯРНАЯ МАТРИЦА — СКАЛЯР МАТРИЦА —

$$\begin{pmatrix} c & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & c & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots & c \end{pmatrix}$$

кўринишдаги квадрат матрица, яъни $a_{ij} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ c & (i = j) \end{cases}$ бўлган матрица. P майдон устидаги барча С. м. лар тўплами P майдонга изоморф бўлган майдон ҳосил қилади.

СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ — СКАЛЯР МАЙДОН (қ. Поле скалярное).

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ двух векторов **a** и **b** — **a** ва **b** векторларнинг **СКАЛЯР КЎПАЙТМАСИ** — $|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cdot\cos\alpha$ га тенг бўлган сон, бу ерда $|\mathbf{a}|$, $|\mathbf{b}|$ — **a** ва **b** векторларнинг модуллари, α — бу векторлар орасидаги бурчак. **a** ва **b** векторларнинг скаляр кўпайтмаси **ab** кўринишида белгиланади, шундай қилиб, $\mathbf{ab} = |\mathbf{a}|\,|\mathbf{b}|\cos\alpha$. Икки векторнинг скаляр кўпайтмаси $\mathbf{ab} = |\mathbf{a}|$ пр. $\mathbf{b_a} = |\mathbf{b}|$ пр. $\mathbf{a_b}$ кўринишида ҳам ифодаланиши мумкин, бу ерда пр. $\mathbf{b_a}$ ёки пр. $\mathbf{a_b}$ — мос равишда **b** векторнинг **a** вектордаги проекцияси ва **a** векторнинг **b** вектордаги проекцияси.

Агар **a** ва **b** векторларнинг текисликдаги тўғри бурчакли декарт координаталари $\mathbf{a}\{x_1, y_1\}$, $\mathbf{b}\{x_2, y_2\}$ бўлса, у ҳолда бу векторларнинг скаляр кўпайтмаси $\mathbf{ab} = x_1x_2 + y_1y_2$ кўринишда ифодаланиши мумкин. Уч ўлчовли ва ундан кўпроқ ўлчовли фазо учун ҳам ўшанга ўхшаган формулалар ўринлидир. Скаляр кўпайтманинг хоссалари: 1) $\mathbf{ab} = \mathbf{ba}$ (коммутативлик хоссаси), 2) $(\alpha\mathbf{a})\mathbf{b} = \alpha(\mathbf{ab})$ (скаляр кўпайтувчига нисбатан ассоциативлик хоссаси), 3) $\mathbf{a}(\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{ab} + \mathbf{ac}$ (дистрибутинлик хоссаси), 4) $\mathbf{a} \Rightarrow 0$ бўлганда ёки $\mathbf{b} = 0$ бўлганда, ёки $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ бўлганда ва фақат шу ҳолдагина $\mathbf{ab} = 0$ бўлади. Агар $\mathbf{F}$ куч жисмнинг тўғри чизиқли кўчишида $\mathbf{s}$ йўлда A иш бажарган бўлса, у ҳолда бу A иш $A = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$ скаляр кўпайтма орқали ифодаланади. $\mathbf{aa} = \mathbf{a}^2 = a^2$ скаляр кўпайтма скаляр квадрат деб аталади. Скаляр кўпайтма тушунчаси аналитик геометрияда (қ.), физикада ва бошқа фанларда кенг қўлланилади.

Гильберт фазоларида ва n ўлчовли Евклид фазоларида скаляр кўпайтма 4- шартни қаноатлантирувчи бичизиқли форма (қ. Билинейная форма) сифатида таърифланади. қ. Векторное произведение.

СКОБКИ — ҚАВСЛАР — амаллар тартибини белгилаш учун ишлатиладиган математик белгилар: ( ), [ ], { }, < > (қ. Знаки математические). Ёзилган Қ. нинг биринчиси кичик қавс деб, иккинчиси ўрта қавс деб, учинчиси катта қавс деб, тўртинчиси бурчакли қавс деб аталади.

СКОЛЬЗЯЩИЙ ВЕКТОР — СИРПАНУВЧИ ВЕКТОР — бошини ўзи ётган тўғри чизиқнинг истаган жойида олиш мумкин бўлган вектор. Шундай қилиб, С. в. ўз йўналишини ўзгартирмай ўзи ётган тўғри чизиқда эркин сирпана олади. С. в. эркин вектордан (қ. Свободный вектор) фарқ қилгани учун уни, умуман айтганда, бир тўғри чизиқдан бошқасига кўчириш мумкин эмас. Масалан, қаттиқ жисмга қўйилган куч С. в. га мисол бўла олади. С. в. тушунчаси физикада кўп қўлланилади. Вектор, Связанный вектор, Свободный вектор терминларига қаранг.

СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ — УЧРАШМАС (айқаш) **ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛАР** — бир текисликда ётмайдиган тўғри чизиқлар. Ҳар қандай иккита a ва b У. т. ч. орқали параллел α ва β текисликларнинг ягона бир жуфтини ($a \subset \alpha$, $b \subset \beta$) ва ўзаро перпендикуляр бўлган жуфт текисликларнинг чексиз тўпламини ўтказиш мумкин. У. т. ч. орасидаги масофа деб α ва β параллел текисликлар ($a \subset \alpha$, $b \subset \beta$) орасидаги масофага айтилади.

Агар учта a, b, c тўғри чизиқлар жуфт-жуфти билан У. т. ч. бўлса, у ҳолда уч қирраси берилган уч векторда ётадиган яккаю-ягона параллелепипед ясаш мумкин. Агар тўртта a, b, c, d тўғри чизиқ жуфт-жуфти билан учрашмаса, берилган тўртала тўғри чизиқни кесиб ўтадиган тўғри чизиқ ясаш мумкин.

У. т. ч. компланар бўлмаган тўғри чизиқлар деб ҳам аталади.

СЛАВЯНСКИЕ ЦИФРЫ — СЛАВЯН РАҚАМЛАРИ — X асрда пайдо бўлган алфавитли номерлаш системасидаги (қ. Система счисления) сонларни белгилаш учун қадимги славянлар ишлатган рақамлар (қ. Цифры). Сонларни ҳарфлар билан белгилашни славян алфавитининг тузувчиларидан бири бўлмиш Кирилл (869 йили вафот этган) киритган деб ҳисоблайдилар. Сонларни белгилаш системаси византияликлар ишлатган ионийлар системаси типида бўлган; грек алфавитининг ҳарфларига мос ҳарфларгагина сон қийматлар берилган. Славянларнинг бу системаси кириллица деб аталган. Сонларни белгилашнинг иккинчи славян системаси глаголица деб аталиб, у ионик системасига ўхшамаган. Унда ҳарфларнинг сон қийматлари уларнинг алфавитдаги тартибига қатъий мос келади. Иккала системада текстда сонларни фарқ қилиш учун ҳар бир ҳарф ёки бутунлай сон устига титло деб аталган махсус белги қўйилган.

Славян тилида юқориги ўнли разрядларни аташ учун «кичик сон» ва «катта сон» деган номлар ишлатилган; «кичик сонга» 10^6 гача бўлган сонлар, «катта сонга» эса 10^{50} гача бўлган сонлар кирган. Бунда айни бир ном иккала системада ҳар хил сонларни билдирган. Масалан, тьма сўзи кичик сонда 10000 ни, катта сонда эса 1000000 ни билдирган. Легион сўзи кичик сонда 10 тьмани, катта сонда эса тьма тьмани билдирган ва ҳоказо. 10^{50} сони колода деб аталган. Алфавитнинг 1—9 сонларига мос ҳарфлари тўгарак ичига ёзилганда тьмаларни билдирган, нуқталардан иборат тўгарак ичига ёзилганда легионларни, нурли тўгарак ичига ёзилганда леодрларни билдирган (кичик сонда леодр 10 легионга, яъни 1000 га, катта сонда эса 10^{24} га, яъни легион легионга тенг). Леодр леодр (10^{48}) ворон деб аталган.

Адаб.: Энц. элем. мат., т. 1, М. —Л., 1951; И. Я. Депман, История арифметики Учпедгиз М., 1959

СЛЕД МАТРИЦЫ — МАТРИЦА ИЗИ.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

матрицанинг изи унинг бош диагоналидаги элементларининг йиғиндисига, яъни $a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}$ га тенг. A матрица изи A матрица учун тузилган характеристик тенгламадаги (қ. Характеристическое уравнение) x^{n-1} оллидаги коэффициентдир (тескари ишора билан олинган). М. и. матрицанинг A CAC^{-1} алмаштиришга нисбатан инвариантидир, бу ерда C — махсусмас матрица.

СЛЕД ПЛОСКОСТИ $\alpha - \alpha$ **ТЕКИСЛИКНИНГ ИЗИ** — бу текислик билан H горизонтал, V вертикал ёки W фронтал проекция текисликларидан бирининг кесишиш чизиғи. Т. и. термини тўғри чизиқнинг изи каби (қ. След прямой) чизма геометрияда (қ. Начертательная геометрия) ишлатилади.

СЛЕД ПРЯМОЙ $l - l$ **ТЎҒРИ ЧИЗИҚНИНГ ИЗИ** — бу тўғри чизиқ билан H горизонтал, V вертикал ёки W фронтал проекция текисликларидан бирининг кесишиш нуқтаси. Т. ч. и. термини текисликнинг изи каби (қ. След плоскости) чизма геометрияда (қ. Начертательная геометрия) ишлатилади.

СЛОЖЕНИЕ в арифметике — арифметикада **ҚЎШИШ** — арифметик амаллардан бири. a ва b сонларни қўшиш натижаси $a + b$ сон бўлиб, у a ва b қўшилувчиларнинг йиғиндиси дейилади. Қўшишда $a + b = b + a$ коммутатив қонун ва $(a + b) + c = a + (b + c)$ ассоциатив қонун ўринлидир. Математикада сонларни қўшишдан ташқари бошқа объектлар: кўпҳадлар, тўпламлар, векторлар, матрицалар (қ.) устида бажариладиган қўшиш ҳам ўрганилади. Қ. Сумма.

СЛОЖНАЯ ДРОБЬ («многоэтажная» дробь) — **МУРАККАБ** («болахонали») **КАСР** — иккита оддий касрнинг нисбатига тенг бўлган сон (қ. Простая дробь). Масалан, $\dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{5}}, \dfrac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{3}}$ — М. к. М. к. каср тушунчасининг (қ. Дробь) сурати ва махражи фақат бутун сонлар эмас, балки каср сонлар ҳам бўлган ҳолдаги умумлаштирилишидир. Қ. Сложное отношение ва унга таққосланг.

СЛОЖНАЯ ФУНКЦИЯ — МУРАККАБ ФУНКЦИЯ. Агар z — ўзгарувчи y нинг функцияси, ўз навбатида y эса x нинг функцияси бўлса, у ҳолда $f(x) = z[y(x)]$ функция М. ф. (ёки x аргумент функцияларининг композицияси) деб аталади. x ўзгарувчи f М. ф. нинг эркли ўзгарувчиси деб, y эса оралиқ ўзгарувчи деб аталади. Агар

$$z = f_1(y_1),\ y_1 = f_2(y_2),\ y_2 = f_3(y_3),\ \dots,\ y_{n-1} = f_n(x)$$

бўлса, у ҳолда

$$\frac{dz}{dx} = \frac{df_1}{dy_1}\,\frac{df_2}{dy_2}\,\dots\,\frac{df_{n-1}}{dy_{n-1}}\,\frac{df_n}{dx}.$$

М. ф. ни дифференциаллашнинг бу қоидаси функция дифференциалининг эркли ўзгарувчини алмаштиришга нисбатан инвариант эканини ифодалайди.

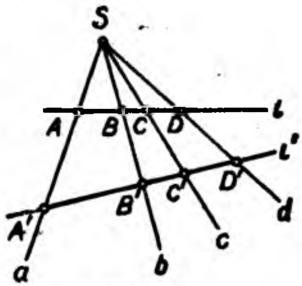
СЛОЖНОЕ ОТНОШЕНИЕ — МУРАККАБ НИСБАТ. Бир тўғри чизиқда ётган тўрт нуқтанинг мураккаб нисбати [$(ABCD)$ шаклида белгиланади] — учта нуқтанинг содда нисбатларини бўлишдан чиққан бўлинмага тенг сон:

$$(ABCD) = \frac{(ABC)}{(ABD)} \quad \text{ёки} \quad (ABCD) = \frac{AC \cdot DB}{CB \cdot AD}.$$

Дастадаги тўртта чизиқ (нур) нинг М. н. худди шундай ёзилади:

$$(abcd) = \frac{(abc)}{(abd)} \quad \text{ёки} \quad (abcd) = \frac{\sin(ac)\cdot\sin(db)}{\sin(cb)\cdot\sin(ad)},$$

бу ерда (ac) — a билан c орасидаги бурчак. М. н. — проектив геометриянинг (қ.) асосий тушунчаларидан бири ва проектив алмаштиришларнинг (қ. Проективные преобразования) муҳим инвариантидир; аффин геометрияда эса асосий инвариантлардан бири учта нуқтанинг (тўғри чизиқнинг) содда нисбатидир. Бир тўғри чизиқда жойлашган ҳар хил 4 та нуқта умуман айтганда М. н. нинг 6 та турли қийматини ҳосил қилиши проектив геометрияда исбот қилинади: 1) $(ABCD) = \nu$; 2) $(ABDC) = 1:\nu$; 3) $(ACBD) = 1 - \nu$; 4) $(ACDB) = 1 : (1 - \nu)$; 5) $(ADBC) = 1 - (1:\nu) = \frac{\nu - 1}{\nu}$; 6) $(ADCB) = \nu : (\nu - 1)$.



265- расм.

Агар 1-тартибли нуқталарнинг l қатори тўғри чизиқлар дастасига (l' қаторга) проектив ёки перспектив бўлса [қ. Проективные ряды (пучки) ёки Перспективные ряды (пучки)], у ҳолда уларнинг мос элементларининг М. н. қуйидагига тенг бўлади (265-расм):

$$(ABCD) = (abcd) = (A'B'C'D').$$

Тўрт нуқтанинг М. н. проектив геометриянинг қатор теоремаларини, жумладан Чева теоремасини (қ.) ва Менелай теоремасини (қ.) исбот қилишда қўлланилади. Тўрт элементнинг М. н. ҳар қандай ҳақиқий сонга тенг бўлиши мумкин. Агар М. н. (—1) га тенг бўлса, у гармоник нисбат (қ. Гармоническая четверка) деб аталади. М. н. иккиланган нисбат деб, аҳён-аҳёнда ангармоник нисбат деб ҳам аталади.

СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ — МУРАККАБ ПРОЦЕНТЛАР — маълум муддат ичида асосий маблағ ва бу маблағнинг олдинги муддат ичида келтирган фойдаси ҳисобига тўланадиган процентлар. Агар фойда оддий процент қоидаси билан тўланса, a маблағга йилига $p\%$ фойда берилганда бу a маблағ t йил ичида $a\left(1+\frac{pt}{100}\right)$ бўлади, агар фойда М. п. қоидаси билан тўланса, a маблағ t йилда $a\left(1+\frac{p}{100}\right)^t$ бўлади. Шундай қилиб, М. п. да a маблағ махражи $q = 1 + (p:100)$ бўлган геометрик прогрессия билан ўсади. Қ. Процент.

СЛОЙ ШАРОВОЙ — ШАР ҚАТЛАМИ (қ. Шаровой слой).

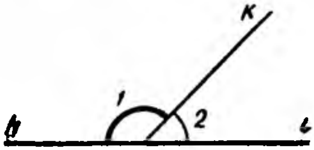
СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА — ТАСОДИФИЙ МИҚДОР — ҳолатга қараб ўзининг бирор қийматига эга бўладиган миқдор. Т. м. тақсимот қонуни орқали берилади (қ. Распределение). Т. м. лар дискрет тақсимланган ва узлуксиз тақсимланган миқдорларга бўлинади. Дискрет тасодифий миқдорларнинг ҳар бири ўзининг қийматини маълум эҳтимоллик билан қабул қилади, узлуксиз тасодифий миқдорлар эса эҳтимоллик зичлиги (қ. Плотность вероятности) билан характерланади.

Т. м. нинг кўп хоссалари математик кутилиш (қ. Математическое ожидание) ва дисперсия (қ.) орқали тавсифланади.

Адаб.: Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, Гостехиздат, М., 1954.

СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ (в теории вероятностей) — **ТАСОДИФИЙ ВОҚЕА** (эҳтимоллар назариясида) — бўлиш-бўлмаслиги гумон бўлган воқеа. Т. в. нинг юз бериши эҳтимоллик (қ. Вероятность) ёки эҳтимоллик зичлиги (қ. Плотность вероятности) билан характерланади. Агар Т. в. лар кўп марта такрорланса Т. в. нинг эҳтимоли унинг юз бериш частотасини характерлайди. Бу жумла катта сонлар қонунининг (қ. Больших чисел закон), шунингдек Лаплас теоремасининг (қ.) мазмунидан иборатдир.

СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС (в теории вероятностей) — **ТАСОДИФИЙ ЖАРАЁН** (эҳтимоллар назариясида) — вақтга боғлиқ бўлган тасодифий миқдор. Бундай миқдорнинг тақсимот қонуни (қ. Распределение) фазовий ўзгарувчилар билан вақтнинг функциясидир. Т. ж. назарияси физика ва техникада (броун ҳаракати, шовқинлар бўлган ҳолда радио сигналларининг тарқалиши ва ҳоказо) кўп қўлланилади. Т. ж. назариясининг асосий натижалари рус олими А. А. Марков (отаси), А. Н. Колмогоров, А. Я. Хинчин, шунингдек америкалик математиклардан В. Феллер, Н. Винер, Ж. Дуб ва бошқалар томонидан қўлга киритилган. Ҳозирги вақтда Т. ж. назарияси тез суръатлар билан ривожланмоқда.



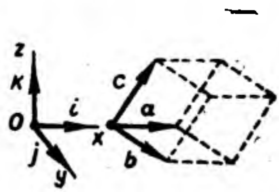
266- расм.

СМЕЖНЫЕ УГЛЫ — ҚЎШНИ БУРЧАКЛАР — иккита $\angle(h, k)$ ва $\angle(k, l)$ бурчак бўлиб, уларнинг k томони умумий, қолган h ва l томонлари бир тўғри чизиқдан иборат. 1 ва 2 бурчаклар — Қ. б. (266- расм). Қ. б. йиғиндиси иккита тўғри бурчакка тенг: $\angle 1 + \angle 2 = 2d$, бу ерда d — тўғри бурчак.

СМЕЖНЫЙ ИНТЕРВАЛ — ҚЎШНИ ИНТЕРВАЛ. Тўғри чизиқда ётувчи ёпиқ M тўпламнинг (қ. Замкнутое множество) қўшни интервали — учлари M га тегишли бўлган, лекин M билан умумий нуқталарга эга бўлмаган (ҳатто чексиз бўлиши мумкин) интервалдир. Қ. и. термини тўғри чизиқдаги ихтиёрий очиқ тўпламнинг тузилиши тўғрисидаги теорема таърифида ишлатилади: тўғри чизиқдаги ҳар қандай очиқ тўплам унга тўлдирувчи бўлган ёпиқ тўпламнинг Қ. и. ларининг сони чекли ёки саноқли тўпламидир.

СМЕШАННАЯ ДРОБЬ—АРАЛАШ КАСР—аралаш соннинг худди ўзи (қ. Смешанное число).

СМЕШАННОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ трех векторов **a**, **b**, **c** — учта **a**, **b**, **c** векторнинг **АРАЛАШ КЎПАЙТМАСИ** — икки векторнинг скаляр кўпайтмасига тенг бўлган сон бўлиб, бу векторлардан бири берилган дастлабки икки векторнинг [**a**, **b**] вектор кўпайтмасига, иккинчиси эса **c** векторга тенг. Бинобарин, учта **a**, **b**, **c** векторнинг А. к. [**a**, **b**]**c** га тенг. Уч векторнинг А. к. геометрик жиҳатдан уша **a**, **b**, **c** векторларга ясалган параллелепипеднинг ҳажмига тенг (267- расм); агар учта **a**, **b**, **c** вектор билан **i**, **j**, **k** координата векторларининг (реперларнинг) йўналиши бир хил бўлса, аралаш кўпайтма плюс ишора билан олинади, агар бу векторлар (**a**, **b**, **c** ва **i**, **j**, **k**) қарама-қарши йўналган бўлса, аралаш кўпайтма минус ишора билан олинади. **a**, **b**, **c** векторларнинг ўрнини доиравий (циклик) алмаштирганда бу векторларнинг А. к. ўзгармайди, векторларнинг ўрнини (кўпайтувчиларни) доиравий алмаштириш бузилган ҳолда А. к. нинг ишораси тескарисига ўзгаради.



267- расм.

Агар **a**, **b**, **c** векторларнинг координаталари мос равишда:

$$\{x_1, y_1, z_1\}, \{x_2, y_2, z_2\}, \{x_3, y_3, z_3\}$$

бўлса, у ҳолда **a**, **b**, **c** векторларнинг А. к. координаталар орқали детерминант кўринишида аниқланади:

$$[\mathbf{a}\ \mathbf{b}]\,\mathbf{c} = \pm \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}.$$

Уч векторнинг А. к. бу векторларнинг вектор-скаляр кўпайтмаси деб ҳам аталади. Учта **a**, **b**, **c** векторнинг А. к. **abc** кўринишда ҳам белгиланади.

Агар уч вектор компланар (қ. Компланарные векторы) бўлса, уларнинг А. к. нолга тенг бўлади. Тескари жумла ҳам ўринлидир: агар уч векторнинг А. к. нолга тенг бўлса, бундай векторлар компланар бўлади. Уч векторнинг А. к. тушунчаси ўша векторларга ясалган тетраэдрнинг ҳажмини ҳисоблашда қўлланилади.

СМЕШАННАЯ ПРОИЗВОДНАЯ — АРАЛАШ ҲОСИЛА — ҳар хил ўзгарувчилар бўйича олинган юқори тартибли хусусий ҳосила (қ. Частная производная, 2°), масалан:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^4 u}{\partial y^2 \partial z^2}, \quad \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y \partial z}.$$

Аралаш ҳосилаларнинг тенглиги тўғрисида Перестановка дифференцирований терминига қаранг.

СМЕШАННОЕ ЧИСЛО — АРАЛАШ СОН — бутундан ва каср қисмдан иборат бўлган сон, масалан: $3\frac{2}{5}$; $-1\frac{1}{7}$. Аралаш сон баъзан аралаш каср деб ҳам аталади.

СОБСТВЕННАЯ ФУНКЦИЯ — ХУСУСИЙ ФУНКЦИЯ. Чизиқли дифференциал ёки интеграл A операторнинг хусусий функцияси —

$$Af = \lambda f, \ f \neq 0$$

хоссага эга бўлган f функциядир, бу ерда λ — доимий миқдор. λ сон A нинг хусусий қиймати дейилади (қ. Собственное значение). Масалан, икки марта дифференциалланувчи ва $[0, \pi]$ кесманинг учларида нолга тенг бўладиган функциялар фазосидаги $L(y) = -y''$ операторнинг хусусий қийматлари $\lambda_n = n^2$ сонлар бўлиб, хусусий функциялари $y_n = \sin n\,x$ функциялардир, чунки $-y''_n = n^2 y_n$.

СОБСТВЕННОЕ ЗНАЧЕНИЕ — ХУСУСИЙ ҚИЙМАТ. қ. Собственная функция ва Собственный вектор.

СОБСТВЕННОЕ ПОДМНОЖЕСТВО множества A — A тўпламнинг хусусий қисм-тўплами — A тўпламнинг ҳар қандай бўш тўпламдан (қ. Пустое множество) ва A тўпламнинг ўзидан фарқли қисм-тўпламидир. A тўпламнинг Х. қ. т. A тўпламнинг тўғри қисми ёки ҳақиқий қисм-тўплами деб ҳам аталади.

СОБСТВЕННЫЙ ВЕКТОР — ХУСУСИЙ ВЕКТОР — чизиқли алгебранинг тушунчаси. Чизиқли P фазода чизиқли H алмаштириш берилган бўлсин. Агар H алмаштиришлар нолдан фарқли **b** векторни унинг ўзига пропорционал бўлган $H\mathbf{b} = \lambda\mathbf{b}$ векторга ўтказса, у ҳолда **b** вектор H алмаштиришларнинг Х. в. деб аталади, бу ердаги λ — бирор ҳақиқий сон.

λ сон H алмаштиришнинг хусусий қиймати ёки илдизи деб аталади ва **b** Х. в. λ хусусий қийматга тегишлидир деб гапирилади. Бошқача сўз билан айтганда, чизиқли алмаштиришнинг Х. в. лари шундай векторларки, улар муайян алмаштиришда параллел (коллинеар) бўлиб қолаверади, яъни фақат скалярга кўпайтирилади.

n ўлчовли фазодаги чизиқли A операторнинг λ хусусий қийматлари характеристик тенгламани (қ. Характеристическое уравнение) қаноатлантиради:

$$\det \| a_{ij} - \lambda\delta_{ij} \| = 0,$$

бу ерда a_{ij} — A операторнинг ихтиёрий

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

базисдаги матрицаси. Тегишли хусусий қийматлар ҳисоблаб топилгандан сўнг $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ Х. в. лар

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = \lambda x_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

тенгламалар системасидан аниқланиши мумкин. Х. в. ва хусусий қийматлар чизиқли операторнинг муҳим характеристикалари ҳисобланади. Агар барча Х. в. лар фазода базис ташкил қилса, у ҳолда H операторнинг Х. в. лардан тузилган бу базисдаги матрицаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots & \lambda_n \end{pmatrix},$$

бу ерда λ_i $(i = 1, 2, \ldots n)$—A нинг хусусий қийматлари.

СОБСТВЕННЫЙ ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ЭКСТРЕМУМ—ХУСУСИЙ НИСБИЙ ЭКСТРЕМУМ — хусусий максимум ва хусусий минимум тушунчаларини бирлаштирувчи термин, бу тушунчалар тўғрисида Относительный максимум ва Относительный минимум терминларига қаранг.

СОБСТВЕННЫЙ ЭКСТРЕМУМ — ХУСУСИЙ ЭКСТРЕМУМ — хусусий максимум ва хусусий минимум тушунчаларини бирлаштирувчи термин, бу тушунчалар тўғрисида Максимум ва Минимум терминларига қаранг.

СОВЕРШЕННОЕ МНОЖЕСТВО — МУКАММАЛ ТЎПЛАМ — яккаланган нуқталари бўлмаган ёпиқ тўплам (қ. Замкнутое множество). Бунга Канторнинг М. т. мисол бўлади (қ. Кантора множество). Евклид фазосидаги бўш бўлмаган ҳар қандай М. т. континуум (қ.) қувватига эга. М. т. нинг ўлчови нолга тенг бўлиши мумкин.

СОВЕРШЕННОЕ ЧИСЛО—МУКАММАЛ СОН — натурал бўлувчиларининг (n нинг ўзидан бошқа) йиғиндиси n га тенг бўлган n натурал сон. Масалан, 6, 28, 496 ва бошқа М. с. лари Евклид ўзининг «Асослар» (қ. «Начала») китобига киритган. Евклид тўртта М. с. ни билган. Ҳозирги вақтда 20 та жуфт М. с. маълум. Лекин М. с. лар тўплами чекли ёки чексиз эканлиги масаласи ҳалигача ечилган эмас. Шунингдек, тоқ М. с. лар бор-йўқлиги маълум эмас. Қадимдан маълумки, ҳар қандай жуфт сон

$$2^{p-1}(2^p - 1)$$

кўринишда бўлганда ва фақат шундагина у М. с. бўлади, бу ерда p ва $(2^p—1)$— туб сонлар. 1957 йилга қадар маълум бўлган энг катта М. с. ларнинг биттаси $2^{3216}(2^{3217} - 1)$ эди. Унинг М. с. эканлиги тезкор электрон ҳисоб машинасида аниқланган.

1962 йилгача маълум бўлган М. с. ларнинг энг каттаси 2^{4422} $(2^{4423} - 1)$.

Тоқ М. с. ларнинг ҳали биттаси ҳам маълум эмас. Агар улар мавжуд бўлса ҳам жуда катта сонлар бўлиши эҳтимол.

СОВМЕСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ — БИРГАЛИКДАГИ ТЕНГЛАМАЛАР — тенгламалар системаси бўлиб, бу система учун номаълумларнинг барча берилган тенгламаларни қаноатлантирадиган қийматлари мавжуд. Тенгламалар системасининг биргаликда бўлиши геометрик жиҳатдан бу тенгламалар билан тасвирланадиган кўпхилликларнинг умумий нуқталари борлигини билдиради (қ. Система уравнений).

СОДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА — ИНОҚ СОНЛАР — ҳар бири иккинчисининг бўлувчилари йиғиндисига тенг бўлган икки сон, масалан, 220 ва 284. 220 сонининг бўлувчилари 1, 2, 4, 5, 10, 20, 11, 22, 44, 55, 110; уларнинг йиғиндиси 284 га тенг. 284 сонининг бўлувчилари 1, 2, 4, 71, 142; уларнинг йиғиндиси 220 га тенг. И. с. тушунчаси Пифагор мактабида киритилган, улар бу сонларга мистик маъно берганлар. У вақтда 4 жуфт И. с. маълум бўлган. И. с. тўплами чекли ёки чексиз эканп ҳалигача маълум эмас.

Адаб.: Б. Л. Ван дер Варден, Пробуждающаяся наука, Физматгиз, М., 1959.

СОЕДИНЕНИЕ — БИРЛАШМА — комбинаториканинг (қ.) умумлашган термини. Б. деганда такрорий бўлмаган комбинациялар, ўринлаштиришлар ва пермутациялар (қ. Перестановка символов) тушунилади. Такрорий Б. мос равишда такрорий комбинациялар (қ. Сочетание с повторениями), такрорий ўринлаштиришлар (қ. Размещение с повторениями) ва такрорий пермутациялардир (қ. Перестановка с повторениями).

СОИЗМЕРИМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ — ЎЛЧОВДОШ МИҚДОРЛАР — умумий ўлчовга эга бўлган миқдорлар (қ. Общая мера). Умумий ўлчовга эга бўлмаган миқдорлар ўлчовдош бўлмаган миқдорлар деб аталади, масалан квадратнинг диагонали томонига ўлчовдош эмас. Ўлчовдош бўлмаган миқдорларнинг нисбати иррационал сондир (қ. Иррациональные числа).

СОКРАЩЕНИЕ ДРОБИ — КАСРНИ ҚИСҚАРТИРИШ — касрнинг асосий хоссасидан фойдаланиб бажариладиган, яъни касрнинг сурат ва махражини уларнинг умумий бўлувчисига бўлиб бажариладиган айний алмаштиришдир.

Мисоллар: 1) $\frac{25}{30}=\frac{5}{6}$; 2) $\frac{a(b+c)}{a^2b}=\frac{b+c}{ab}$, $(a\neq0)$.

СОЛЕНОИДАЛЬНОЕ ПОЛЕ — СОЛЕНОИДАЛ МАЙДОН — манбалари ҳам, оқимлари ҳам бўлмаган u вектор майдон, бошқача айтганда, ҳар бир нуқтасида дивергенция нолга тенг бўладиган вектор майдон:

$$\operatorname{div}\mathbf{u}(p)\equiv(\nabla\mathbf{u}(p))=0.$$

Векторли дифференциалланувчи С. м. нинг майдонда битта нуқтага тортиб келтириладиган ҳар қандай ёпиқ сирт орқали оқими нолга тенг. Шунинг учун С. м. да векторли найнинг ҳар хил кесимлари орқали ўтган вектор оқимлари бир-бирига тенг бўлади. Икки марта дифференциалланувчи ҳар қандай вектор майдон уюрмасининг майдони соленоидал майдондир, чунки

$$\operatorname{div}\cdot\operatorname{rot}\mathbf{u}=(\nabla\cdot[\nabla\times\mathbf{u}])=0.$$

Шунинг учун ҳар бир уюрмали найнинг ҳамма кесимлари орқали бўладиган оқимлар бир-бирига тенг; уларнинг умумий қиймати уюрмали найнинг кучланиши деб аталади. Ҳар қандай С. м. ни икки марта дифференциалланувчи бошқа бирор вектор майдоннинг уюрмаси сифатида тасвирлаш мумкин:

$$\mathbf{u}=\operatorname{rot}\mathbf{v}\equiv[\nabla\times\mathbf{v}].$$

Сиқилмайдиган суюқлик тезликларининг майдони, чексиз соленоид ичидаги магнит майдони С. м. га мисол бўла олади. қ. Векторное поле, Поле.

Адаб.: Н. Е. Кочин, Векторное исчисление и начала тензорного исчисления, Изд—во АН СССР, М., 1951.

СООТВЕТСТВЕННЫЕ УГЛЫ — МОС БУРЧАКЛАР — икки a ва b тўғри чизиқни учинчи c тўғри чизиқ кесиб ўтганда ҳосил бўладиган жуфт бурчаклар (қ. Угол) Агар М. б. тенг бўлса, у ҳолда a ва b тўғри чизиқлар Евклид текислигида параллел бўлади. Тескари жумла ҳам тўғридир: агар a ва b тўғри чизиқлар Евклид текислигида параллел бўлса, у ҳолда бу тўғри чизиқларни учинчи c тўғри чизиқ кесиб ўтганда ҳосил бўлган М. б. тенг бўлади. Агар М. б. абсолют геометрияда (қ.) текширилаётган бўлса, у ҳолда бу бурчаклар тенг бўлганда a ва b тўғри чизиқлар кесишмайди (Евклид текислигида параллел ва Лобачевский текислигида ўта параллел бўлади).

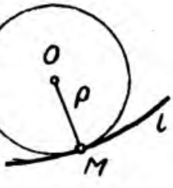
СООТВЕТСТВИЕ (отображение) — **МОСЛИК** (акслаиниш) — таърифлаб бўлмайдиган, интуитив равишда тушунарли бўлган тушунчадир. М. аксиоматик бўлгани ҳолда бутун математикада муҳим роль ўйнайди. Бутун ҳозирги замон математика фани аксланиш (жумладан, функция) ғояси билан суғорилган. Аксланиш берилган тўпламлар элементларининг, умуман айтганда, бир қийматли бўлмаган ва ўзаро бир қийматли бўлмаган мослигидир.

Мисоллар: 1) бир ўзгарувчининг функцияси ўзининг аниқланиш соҳасининг сонлари тўпламини ўзининг қийматлари тўпламига аксл антиради; 2) функционал (қ.) функцияларнинг бирор тўпламини сонларнинг бирор тўпламига аксл антиради; 3) стереографик проекция (қ.) сфера нуқталарини комплекс ўзгарувчининг кенгайтирилган соҳасига аксл антиради.

СОПРИКАСАЮЩАЯСЯ ОКРУЖНОСТЬ в точке M кривой l — l эгри чизиқнинг M нуқтасидаги **ЁПИШМА АЙЛАНА** — ўша M нуқтада l эгри чизиқ билан $n \geqslant 2$ тартибли уринишга эга бўлган айлана (қ. Касание). Ё. а. нинг радиуси l эгри чизиқнинг M нуқтадаги эгрилик радиуси (қ. Радиус кривизны), Ё. а. нинг маркази эгрилик марказидир.

Агар эгри чизиқ текисликдаги эгри чизиқ бўлиб, $y = f(x)$ тенглама билан берилган бўлса, унинг эгрилик радиуси ρ қуйидаги формула билан аниқланади:

$$\rho = \left| \frac{[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}}{y''} \right|,$$

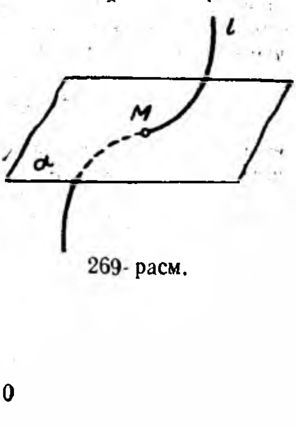


268- расм.

бу ерда y' ва y'' лар мос равишда функциянинг x нуқтадаги биринчи ва иккинчи ҳосилаларидир (268- расм). l эгри чизиқнинг M нуқтасидаги Ё. а. нуқтанинг атрофида бу эгри чизиққа ўша M нуқтадан ўтувчи ҳар қандай бошқа айланага қараганда жуда яқин келади. Эгри чизиқнинг Ё. а. си ёпишма текисликда (қ. Соприкасающаяся плоскость) ётади. Ё. а. ёпишма доира деб ҳам аталади.

Адаб.: П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М., 1956.

СОПРИКАСАЮЩАЯСЯ ПЛОСКОСТЬ в точке M кривой l — l эгри чизиқнинг M нуқтасидаги **ЁПИШМА ТЕКИСЛИК** — ўша M нуқтада l эгри чизиқ билан $n \geqslant 2$ тартибли уринишга эга бўлган текислик (қ. Касание). l эгри чизиқнинг M нуқтасидаги Ё. т. M нуқтанинг атрофида ўша M нуқтадаги барча уринма текисликлар орасида l эгри чизиққа жуда яқин келади. Ё. т. ни эгри чизиқнинг учта нуқтасидан ўтувчи текисликнинг бу нуқталар M нуқтага интилгандаги лимит вазияти деб ҳам таърифлаш мумкин. 269- расмда l эгри чизиқ билан α Ё. т. тасвирланган бўлиб, бунда эгри чизиқ M нуқтада уриниб, α Ё. т. белгилаб турган бир ярим фазодан иккинчисига ўтади.



269- расм.

Агар эгри чизиқ $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ тенгламалар билан берилган бўлса, Ё. т. нинг тенгламаси

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = 0$$

кўринишда бўлади, бу ерда x, y, z — ўзгарувчи координаталар, x_0, y_0, z_0 — M нуқтанинг координаталари, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2 — M га интилувчи M_1 ва M_2 нуқталарнинг координаталари.

Адаб.: П. Қ. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат. М., 1960.

СОПРИКАСАЮЩАЯСЯ СФЕРА в точке M кривой l — l эгри чизиқнинг M нуқтасидаги **ЁПИШМА СФЕРА** — M нуқтада эгри чизиқ билан $n \geqslant 3$ тартибли уринишга эга бўлган сфера (қ. Касание). Ё. с. ни l эгри чизиқнинг тўртта нуқтаси орқали ўтувчи ўзгарувчи сферанинг бу нуқталар M нуқтага интилгандаги лимит вазияти деб таърифлаш мумкин. Эгри чизиқнинг Ё. с. радиуси

$$R = \sqrt{\rho^2 + \frac{1}{\sigma^2}\left(\frac{d\rho}{ds}\right)^2}$$

формуладан ҳисоблаб топилади, бу ерда ρ—эгри чизиқнинг M нуқтадаги эгрилик радиуси (қ. Радиус кривизны); σ — эгри чизиқнинг ўша нуқтадаги буралиши, ds — эгри чизиқ ёйининг дифференциали.

Адаб.: П. Қ. Рашевский. Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М., 1950.

СОПРИКАСАЮЩИЙСЯ КРУГ (в дифференциальной геометрии) — **ЁПИШМА ДОИРА** — ёпишма айлананинг ўзи (қ. Соприкасающаяся окружность).

СОПРЯЖЕННЫЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ҚЎШМА ГАРМОНИК ФУНКЦИЯЛАР — (x, y) текисликнинг бирор D соҳасидаги дифференциалланувчи ва бу соҳада қуйидаги тенгламаларни қаноатлантирувчи иккита $u(x, y)$ ва $v(x, y)$ функция:

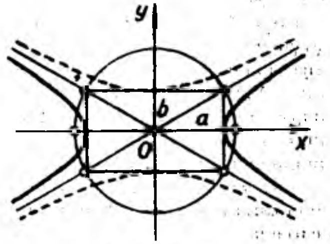
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

D соҳада Қ. г. ф. $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ аналитик функцияни (қ.) аниқлайди. Қ. г. ф. нинг ҳар бири D соҳада гармоник функция (қ.) бўлади. $v(x, y)$ функция $u(x, y)$ гармоник функцияга қўшма бўлган функция деб аталади ва у орқали доимий миқдоргача аниқликда белгиланади. $-u(x, y)$ функция $v(x, y)$ га қўшма бўлади, яъни $v(x, y)$ ва $-u(x, y)$ функциялар бир жуфт Қ. г. ф. бўлади. (Лекин $v(x, y)$ ва $u(x, y)$ функциялар бир жуфт Қ. г. ф. ҳосил қилолмайди.) Гармоник функцияларнинг қўшмалик муносабати симметрия шартини қаноатлантирмайди.

СОПРЯЖЕННЫЕ ГИПЕРБОЛЫ — ҚЎШМА ГИПЕРБОЛАЛАР — биринчисининг ҳақиқий ўқи иккинчисининг мавҳум ўқи бўлган ва аксинча, иккинчисининг мавҳум ўқи биринчисининг ҳақиқий ўқи бўлган икки гипербола. Қ. г. нинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги тенгламалари

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ва } -\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

бўлади. Қ. г. нинг маркази, асимптота ва ўқлари бир хил бўлади (270-расм).



270- расм

СОПРЯЖЕННЫЕ ДИАМЕТРЫ кривой 2-го порядка — 2-тартибли эгри чизиқнинг **ҚЎШМА ДИАМЕТРЛАРИ** — икки диаметр бўлиб, бу диаметрлардан бири бу эгри чизиқнинг иккинчи диаметрга параллел бўлган ватарларини тенг иккига бўлади. Айлананинг Қ. д. ҳамма вақт бир-бирига перпендикуляр бўлади. 2-тартибли эгри чизиқни параллел проекциялаганда унинг диаметрларининг қўшмалик хоссаси сақланади, яъни бу хосса аффин алмаштиришнинг инварианти ҳисобланади.

СОПРЯЖЕННЫЕ ЧИСЛА над полем P — P майдон устидаги **ҚЎШМА СОНЛАР** — P майдон устида келтирилмайдиган бирор кўпҳаднинг илдизлари (қ. Неприводимый многочлен). Масалан, рационал сонлар майдони устида келтирилмайдиган x^4+1 кўпҳаднинг илдизлари бўлмиш $(1\pm i)\frac{\sqrt{2}}{2}$ ва $(-1\pm i)\frac{\sqrt{2}}{2}$ тўртта сон рационал сонлар майдони устидаги Қ. с. бўлади.

Комплекс сонлар майдони устида қўшма бўлган сонлар қўшма комплекс сонлар дейилади. $a+bi$ ва $a-bi$ кўринишдаги сонларнинг бир жуфти ўзаро қўшма комплекс сонлардир, бу ерда a ва b — ҳақиқий сонлар.

СОПРЯЖЕННЫЙ КВАТЕРНИОН — ҚЎШМА КВАТЕРНИОН. $L=a+bi+$ $+cj+dk$ кватернионга қўшма бўлган кватернион $\bar{L}=a-bi-cj-dk$ кватерниондир.

СОСТАВНОЕ ЧИСЛО — МУРАККАБ СОН — иккидан ортиқ натурал бўлувчилари бўлган натурал сон. Ҳар қандай М. с. кўпайтувчиларнинг келиш тартиби аниқлигида туб сонлар кўпайтмаси тарзида ягона равишда тасвирланади. Бу жумла кўпинча арифметиканинг (қ.) асосий теоремаси деб аталади.

СОФИЗМ — СОФИЗМ — атайлаб чиқарилган нотўғри хулоса, бирор жумланинг нотўғри исботи. Бунда исботдаги хато исботнинг бирор босқичида анча усталик билан билинтирмай юборилади. Турли хил математик С. ларга мисоллар келтирамиз:

1. Иккита ҳақиқий a ва b сон бир-бирига тенг.

$$(a-b)^2=(b-a)^2$$

тенгликни кўриб чиқайлик. Унинг иккала томонидан квадрат илдиз чиқарамиз:

$$a-b=b-a;\ 2a=2b;\ a=b.$$

«Исботдаги» хато шундан иборатки, биз арифметик илдиз чиқаришда $\sqrt{x^2}=x$ ва $\sqrt{(-x)^2}=-x$ деб ёздик, ваҳоланки уни бундай ёзиш керак эди: $\sqrt{x^2}=|x|$, $\sqrt{(-x)^2}=|x|$.

2. $2<1$ эканини исбот қиламиз. $\left(\frac{1}{2}\right)^2<\frac{1}{2}$ бўлгани учун, тенгсизликнинг иккала томонини логарифмлаб, $2\lg\frac{1}{2}<\lg\frac{1}{2}$ тенгсизликка эга бўламиз, бу тенгсизликнинг иккала томонини $\lg\frac{1}{2}$ сонга бўлиб, $2<1$ эканини кўрамиз.

«Исботдаги» хато шундан иборатки, тенгсизликнинг иккала томонини манфий сонга, яъни $\lg\frac{1}{2}$ га бўлганда биз тенгсизликнинг ишорасини ўзгартирмадик.

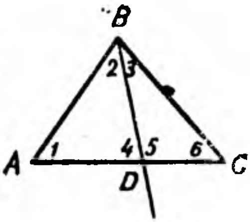
3. Маълумки, Эйлер формуласига асосан, $e^{xi}=\cos x+i\sin x$. Бу формуладан фойдаланиб, $i=0$ эканини исбот қиламиз. $x=2\pi$ деб фараз қилсак, $e^{2\pi i}=\cos 2\pi+i\sin 2\pi=1$ бўлади; иккинчи томондан, $e^0=1$; бинобарин, $e^{2\pi i}=e^0$, бундан $2\pi i=0$ экани келиб чиқади. $2\pi\neq 0$ бўлгани учун $i=0$ бўлади.

«Исботдаги» хато шундан иборатки, биз комплекс соҳада $e^{2\pi i}$ ва e^0 тенг даражаларнинг кўрсаткичларини тенглаштира олмаймиз, чунки комплекс соҳадаги e^z функция даври $2\pi i$ бўлган даврий функциядир, яъни $e^z=e^{z+2\pi ni}$.

4. Учбурчак бурчакларининг йиғиндиси $2d$ га тенг. Параллел тўғри чизиқлар тўғрисидаги аксиомага асосланмайдиган исбот.

Учбурчак бурчакларининг йиғиндиси x га тенг бўлсин деб фараз қилайлик. $x = 2d$ эканини исбот этамиз. Берилган ABC учбурчакда (271- расм) ихтиёрий бир кесувчи ўтказамиз, унда иккита ABC ва BDC учбурчак ҳосил бўлади. Бунда ҳосил бўлган бурчаклар йиғиндисини ёзамиз:

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 3 + \angle 6 = 2x.$$



271- расм.

$\angle 4 + \angle 5 = 2d$ бўлгани учун олдинги тенгликни $\angle 1 + \angle 2 + 2d + \angle 3 + \angle 6 = 2x$ ёки $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 6 = 2x - 2d$ кўринишда ёзамиз; чап томони x га тенг бўлгани учун, шакл алмаштиришлардан кейин $x = 2d$ эканини топамиз.

«Исботдаги» хато шундан иборатки, биз учбурчак бурчакларининг йиғиндиси ўзгармайди деган, параллеллик аксиомасига тенг кучли бўлган жумладан ошкормас ҳолда фойдаландик. Маълумки, бундай жумла Лобачевский геометриясида ҳам, Риман геометриясида ҳам ўринли эмас. С. нинг роли тўғрисида В. И. Ленин бундай деб ёзган: «...бу мулоҳаза икки карра икки беш, қисм бутундан катта бўлади ва ҳоказо деб, дафъатан қараганда, жуда ҳам мантиқийдек бўлиб кўринадиган тарзда даъво қиладиган ва математиклар математик софизмлар деб атайдиган мулоҳазаларга жуда ҳам ўхшаб кетади. Бундай математик софизмларнинг тўпламлари бор ва улар ўқувчи болаларга фойда етказмоқда» (В. И. Ленин, Асарлар, 7- т., 88- бет, 1950, Т.).

С. нинг педагогик қиймати каттадир, чунки уларни анализ қилиш ўқувчиларнинг қайта хато қилишининг олдини олади, ўқувчиларни мулоҳазаларга танқидий кўз билан қарашга ўргатади.

Адаб.: Я. С. Дубнов. Ошибки в геометрических доказательствах. Гостехиздат. М., 1956; В. М. Брадис, А. К. Харчева, Ошибки в математических рассуждениях, Учпедгиз, М., 1938; Б. Л. Минковский, Математические софизмы и их педагогическая роль, «Математика в школе», 1946, №5—6.

СОФОКУСНЫЕ КРИВЫЕ — ФОКУСДОШ ЭГРИ ЧИЗИҚЛАР — конфокал эгри чизиқларнинг худди ўзи (қ. Конфокальные кривые).

СОХОЦКОГО ТЕОРЕМА — СОХОЦКИЙ ТЕОРЕМАСИ. Комплекс ўзгарувчили функциялар назариясидаги бу теоремага биноан, аналитик функция махсус нуқта атрофида ҳар қандай олдиндан берилган қийматга ҳар қанча яқин қийматлар қабул қилади. Пикар теоремаси С. т. дан кучлироқдир.

Баъзан С. т. ни Вейерштрасс теоремаси деб хато қилинади. С. т. ни рус олими Ю. В. Сохоцкий ва итальян математиги Ф. Казорати иккаласи бир вақтда топган.

СОЧЕТАНИЕ — КОМБИНАЦИЯ — комбинаторика (қ.) тушунчаларидан бири. n элементдан k тадан тузилган К. деб n элементли тўпламнинг k элементидан иборат бўлган ҳар қандай қисм-тўпламига айтилади. Агар бирор элемент иккита К. нинг бирида қатнашиб, иккинчисида қатнашмаса, бу икки К. турли хил К. дейилади. n элементдан (n элементли бирор тўпламдан) k тадан тузилган турли хил К. лар сони C_n^k символ билан белгиланади ва қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{ёки} \quad C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k},$$

бу ерда A_n^k — n элементдан k тадан тузилган ўринлаштиришлар сони, P_k — k элементдан тузилган пермутациялар сони. C_n^k сонлар биномиал коэффициентлардир.

Мисол. Қавариқ n бурчакда диагоналларнинг ҳеч қандай учтаси бир нуқтада кесишмайди деб ҳисоблаганда диагоналларининг кесишиш нуқталари қанча бўлади?

Ечиш. Изланаётган ҳар бир нуқта иккита диагонал билан тўлиқ аниқланади. Ҳар қандай (кесишувчи) икки диагонал n бурчакнинг ўзлари туташтириб турган тўрт учи билан тўлиқ аниқланади. Тескарисини айтганда: n бурчакнинг ҳар қандай тўрт учи изланаётган нуқталардан бирини аниқлайди. Шунинг учун мисолнинг жавоби n дан (кўпбурчак учларидан) 4 тадан тузилган К. лар сонига тенг, яъни

$$C_n^4 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4\cdot3\cdot2\cdot1}.$$

Франц. combinaison — комбинация.

СОЧЕТАНИЕ С ПОВТОРЕНИЯМИ — ТАКРОРИЙ КОМБИНАЦИЯЛАР — комбинаторика (қ.) тушунчаси. $\sum$ — n та $a_1, a_2, \ldots, a_n$ элементлардан тузилган чекли бир хил M тўпламларнинг k тасининг назарий-тўплам йиғиндиси бўлсин, яъни $\sum$ тўпламда ҳар бир a_i элемент k марта қатнашган бўлсин. M тўпламнинг n та элементидан k элементлаб тузилган такрорий комбинация деб $\sum$ тўпламнинг $k+n-1$ элементларидан k тадан тузилган одатдаги (такрорий бўлмаган) комбинацияга айтилади. Агар иккита Т. к. дан бирида ҳеч бўлмаганда битта r номер учун a_r элемент $(1 \leqslant r \leqslant n)$ иккинчисидагига қараганда кўпроқ марта қатнашган бўлса, бу икки Т. к. турли хил деб ҳисобланади. n элементдан k тадан тузилган турли хил Т. к. лар сони $\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$ га тенг. Бу сон C^k_{n+k-1} га тенг, бу ерда C^k_{n+k-1} — $(n+k-1)$ элементдан k тадан тузилган такрорий-мас комбинациялар сони.

СОЧЕТАТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН — ГРУППАЛАШ ҚОНУНИ — (қ. Закон ассоциативности).

СПЕКТР ОПЕРАТОРА — ОПЕРАТОР СПЕКТРИ — комплекс сонлар тўплами бўлиб, бу сонларнинг ҳар бири шундайки, фазонинг ҳар бир элементини ўзига ўтказувчи E оператор учун $A-\lambda E$ оператор текширилаётган бутун фазода аниқланган чегараланган тескари операторга эга бўлмайди. О. с. га унинг барча хусусий (характеристик) қийматлари, яъни $Ax=\lambda x$ шартни қаноатлантирадиган нолинчи x элемент мавжуд бўладиган ҳолдаги λ сонлар қарашли бўлади. Лекин О. с. хусусий қийматларнинг ўзига қарашли бўлиши билан чекланиб қолмайди. Масалан, $0 \leqslant t \leqslant 1$ кесмада квадрати интеграллaнувчи функциялар фазосида t га кўпайтириш оператори хусусий қийматларга эга бўлмаса-да, унинг спектри $0 \leqslant \lambda \leqslant 1$ кесмадир.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ — МАХСУС ФУНКЦИЯЛАР — математик физика тенгламаларини интеграллашда кўп учрайдиган функцияларнинг синфи. Асосий М. ф. одатда ўзгарувчи коэффициентли 2-тартибли чизиқли дифференциал тенгламаларнинг ечимлари сифатида аниқланади. Гипергеометрик, цилиндрик, сферик ва шар функциялар ва бошқалар муҳим М. ф. ҳисобланади. Элементар функциялар орқали ифодаланмайдиган трансцендент функциялар кўпинча М. ф. қаторига киритилади.

СПИНОР — СПИНОР — мазкур координаталар системасида ишорасигача аниқланган қийматлар қабул қиладиган математик миқдордир. Бир координаталар системасидан иккинчисига ўтилганда бу қийматлар махсус қонун бўйича ўзгаради. Группалар тасвири назариясида С. нинг фазо координаталаридаги тасвири (спинор тасвири) текширилади. С. лар квант механикасининг кўп масалаларида қўлланилади (қ. Спинорное исчисление).

СПИНОРНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ — СПИНОР ҲИСОБИ — квант механикасининг математик воситаларидан биридир. Одатда физик миқдор бирор координаталар системасида ўрганилади ва унда физик миқдорнинг компонентларидан иборат сонлар орқали ифодаланади. Координаталар системаси ўзгарганда бу компонентлар маълум қонунлар бўйича алмаштирилади. Алмаштириш қонунлари ҳар хил бўлган физик миқдорлар жумласига векторлар, тензорлар, псевдотензорлар, спинорлар ва шулар кабилар киради. С. ҳ. да спинорлар (қ.) ўрганилади. Спинор тушунчасига фан XX асрнинг бошларида икки хил томондан: электрон спини физик ҳодисасини ўрганишда ва группалар тасвирининг математик назариясини яратишда (француз олими Э. Картан, 1913) ёндошди; тензор ҳисобидагига ўхшаб, С. ҳ. да ҳам ковариант ва контравариант спинорлар фарқ қилинади, спинорнинг уюшиш (сверткаси) операцияси жорий этилади.

Адаб.: П. К. Рашевский, Риманова геометрия и тензорный анализ, Гостехиздат М., 1953; П. К. Рашевский, Теория спиноров, «Успехи математических наук», вып. 2, 1955.

СПИРАЛЬ — СПИРАЛЬ — текисликдаги эгри чизиқ бўлиб, бирор тайин O нуқтани кўп марта айланиб, ҳар айланганда бу нуқтага яқинлашади ёки ундан узоқлашади. Агар O нуқтани қутб координаталари системасининг қутби (қ. Полюс) деб олинса, у ҳолда С. нинг бу координаталар системасидаги тенгламасини $\rho = f(\varphi)$ кўринишда ёзиш мумкин ва ҳар қандай φ учун $f(\varphi + 2\pi) > f(\varphi)$ ёки $f(\varphi + 2\pi) < f(\varphi)$ тенгсизлик ўринли бўлади. Энг кўп маълум бўлган С. лар: Архимед С. (қ.), логарифмик С. (қ.), Корню С. ёки клотоида (қ.), параболик С. (қ.), гиперболик С. (қ.), интеграл синус ва интеграл косинус С. (қ), жезл (қ.), кохлеоида (қ.).

Кўп С. ларнинг хоссалари амалий масалалар ечишда қўлланилади. Масалан, логарифмик С. нинг барча радиус-векторларни айни бир бурчак остида кесиб ўтиш хоссаси айланувчи пичоқ, фреза ва шу кабиларни лойиҳалашда доимий кесиш бурчаги ҳосил қилиш учун қўлланилади; Корню С. (клотоида) дифракциянинг баъзи масалаларини график равишда ечишда қўлланилади; баъзи С. ларнинг қутб тенгламалари тегишли эгри чизиқларнинг декарт координаталари системасидаги тенгламаларини эслатади, шунинг учун бу С. ларнинг номлари ўша тенгламаларнинг номи билан юритилади: $\rho^2 = a\,\varphi$ — параболик С., $\rho = \frac{a}{\varphi}$ — гиперболик С. Баъзан бирор ўқ атрофида кўп марта айланувчи фазовий эгри чизиқлар ҳам С. деб аталади; масалан, винт чизиқ (қ. Винтовая линия) С. деб ҳам аталади.

Адаб.: «Графический справочник по математике. Атлас кривых», под ред. А. Ф. Берманта, ч. 1, М.—Л., 1937; С. Роу, Геометрические упражнения с куском бумаги, Одесса, 1910; А. А. Савелов, Плоские кривые, Физматгиз, М., 1960.

СПРЯМЛЕНИЕ КРИВОЙ — ЭГРИ ЧИЗИҚНИ ТЎҒРИЛАШ — бу эгри чизиқнинг узунлигини топиш. Агар эгри чизиқнинг узунлиги (қ. Длина кривой) чекли бўлса, бу эгри чизиқ тўғриланувчи чизиқ дейилади. Эгри чизиқнинг узунлиги деб эгри чизиққа ички чизилган синиқ чизиқлар кетма-кетлигининг бундаги энг катта звено узунлиги нолга интилгандаги лимити олинади.

СПРЯМЛЯЮЩАЯ ПЛОСКОСТЬ—ТЎҒРИЛОВЧИ ТЕКИСЛИК — фазовий эгри чизиқнинг берилган M нуқтасидаги уринма ва бинормалдан (қ.) ўтувчи текислик. Берилган l эгри чизиқнинг Т. т. лари оиласининг ўрамаси (қ. Огибающая) бу эгри чизиқнинг тўғриловчи сирти (қ. Спрямляющая поверхность) дейилади.

СПРЯМЛЯЮЩАЯ ПОВЕРХНОСТЬ пространственной кривой l — фазовий l эгри чизиқнинг **ТЎҒРИЛОВЧИ СИРТИ** — бу эгри чизиқ тўғриловчи текисликлари (қ. Спрямляющая плоскость) оиласининг ўрамаси (қ. Огибающая). Т. с. да l эгри чизиқ геодезик чизиқ бўлади (қ. Геодезическая линия). Т. с. ёйилувчи сиртдир (қ. Развертывающаяся поверхность). Т. с. текисликка ёйилганда l эгри чизиқ тўғри чизиққа айланади, яъни тўғриланади, шунинг учун бу сирт Т. с. деб аталган.

СРАВНЕНИЕ — ТАҚҚОСЛАМА. m га бўлганда бир хил қолдиқ берадиган a ва b бутун сонларни m модул бўйича таққосланади дейиш ва $a \equiv b \pmod{m}$ кўринишида белгилаш қабул қилинган. Масалан, $2 \equiv -26 \pmod{7}$.

m модул бўйича таққосланувчи a ва b сонлар тенг қолдиқли сонлар деб ҳам аталади. Бундай қўш сонлар бўлиш масалаларида m сонга нисбатан баъзи умумий хоссаларга эга. Агар a ва b ларни m га бўлганда r қолдиқ чиқса, у ҳолда

$$a = km + r, \quad b = lm + r$$

бўлади, унда $a - b = (k - l)\,m$ сон m га бўлинади, шунинг учун

$$a = qm + b, \quad b = a - qm.$$

Таққосланишлик нисбати — икки соннинг ўхшашлигига қисман ўхшайди. Бу икки сон нисбатининг муҳим хоссаларини аниқлаш Гаусс яратган Т. назариясининг асосий мазмунидир. Умуман айтганда, m модул бўйича таққосланадиган икки соннинг бошқа n модул бўйича бир-бири билан ҳеч умумий томони йўқ.

Т. назариясининг асосий теоремалари шуни кўрсатадики, баъзи ҳоллардан ташқари ҳамма ҳолларда Т. лар устида одатдаги тенгликлар устида бажариладиган амалларни бажариш мумкин. Т. назариясининг жуда муҳим теоремасига биноан,

$$x \equiv y \pmod{m}$$

бўлишидан

$$P(x) \equiv P(y) \pmod{m}$$

бўлиши келиб чиқади, бу ерда P — бутун коэффициентли кўпҳад.

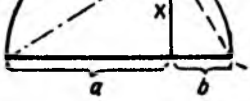
Адаб.: Энц. элем. матем., т. 1, Гостехиздат, М., 1951; А. А. Бухштаб, Теория чисел, Учпедгиз, М., 1960.

СРЕДНЕЕ ЧИСЕЛ $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — $a_1, a_2, \ldots, a_n$ **СОНЛАРНИНГ ЎРТАЧАСИ** — бу сонларнинг

$$\min\{a_1, a_2, \ldots, a_n\} \leqslant S \leqslant \max\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$$

шартни қаноатлантирувчи сонли S характеристикасидир. С. ў. нинг мисоллари: сонларнинг арифметик ўрта қиймати (қ. Арифметическое среднее), геометрик ўрта қиймати (қ. Геометрическое среднее), сонларнинг гармоник ўрта қиймати (қ. Гармоническое среднее), квадратик ўрта қиймати (қ. Квадратичное среднее), даражали ўрта қиймати (қ. Степенное среднее), умумлашган даражали ўрта қиймати (қ. Взвешенное степенное среднее), арифметик-геометрик ўрта қиймати.

СРЕДНЕЕ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ положительных чисел a и b — a ва b мусбат сонларнинг **ЎРТА ПРОПОРЦИОНАЛ** қиймати — бу сонларнинг кўпайтмасидан чиқарилган квадрат илдизга тенг бўлган x сон, яъни $x = \sqrt{ab}$. Бунинг пропорционал ўрта қиймат дейилишининг сабаби x соннинг $a : x = x : b$ пропорцияда ўрта ҳад бўлишидадир. Берилган икки a ва b кесманинг Ў. п. қ. циркуль ва чизғич ёрдамида қуйидагича қилиб осонгина ясалади (272-расм). $a + b$ кесмани диаметр қилиб ярим айлана чизилади. $a + b$ кесмани $a : b$ нисбатда бўлувчи C нуқтадан ярим айлана билан кесишадиган x перпендикуляр чиқарамиз. Бу x перпендикулярнинг катталиги a ва b кесмаларнинг пропорционал ўрта қийматига тенг. Ў. п. қ. термини ўрта геометрик қиймат деб ҳам аталади. қ. Среднее чисел.



272- расм.

СРЕДНЯЯ КРИВИЗНА — ЎРТАЧА ЭГРИЛИК. Сиртнинг берилган M нуқтасидаги ўртача эгрилиги — бу сиртнинг M нуқтадаги бош эгриликлари йиғиндисининг ярми.

Агар сиртнинг ҳар бир нуқтасида Ў. э. нолга тенг бўлса, у ҳолда сирт минимал бўлади (қ. Минимальная поверхность, Главная кривизна, Кривизна).

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ — ЎРТА ЧИЗИҚ: 1°. Трапециянинг Ў. ч. — трапециянинг ён томонлари ўрталарини туташтирувчи кесма. Трапециянинг Ў. ч. унинг асосларига параллел бўлиб, улар йиғиндисининг ярмига тенг. Трапециянинг Ў. ч. уни ўхшаш трапецияларга ажратмайди. Трапецияни аффин алмаштиришларда унинг Ў. ч. алмаштирилган (ўзгартирилган) трапециянинг Ў. ч. га ўтади.

2°. **Учбурчакнинг** Ў. ч.— бу учбурчак икки томонининг ўрталарини туташтирувчи кесма; бунда учинчи томон учбурчакнинг асоси деб аталади. Учбурчакнинг Ў. ч. асосига параллел бўлиб, унинг ярмига тенг. Ҳар қандай учбурчакда Ў. ч. шу учбурчакка ўхшаш учбурчак ажратади. Учта Ў. ч. учбурчакни тўртта тенг учбурчакка ажратади. Учбурчакни аффин алмаштиришларда Ў. ч. алмаштирилган учбурчакнинг Ў. ч. бўлиб қолаверади.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА — СТАТИСТИК ТЕКШИРИШ. Гипотезаларни статистик текшириш тасодифий миқдорнинг тақсимоти тўғрисидаги бирор гипотеза тажриба маълумотларига мос келиш-келмаслигини тажриба маълумотларига қараб аниқлашдир. Масалан, текширилиши лозим бўлган гипотеза қуйидагича бўлсин: эксперимент натижасида олинадиган тасодифий миқдорнинг математик кутилиши (қ. Математическое ожидание) нолга тенг. У ҳолда катта сонлар қонунига асосан (қ. Больших чисел закон), n та эксперимент натижаларининг ўрта арифметик қиймати нолга яқин бўлиши керак (бу ерда n анча катта). Агар бу ўрта қиймат нолдан кўп фарқ қилса, гипотеза ярамайди. Гипотезани қачон қабул қилиш ва қачон ярамайдиган қилишнинг аниқ қоидаси лимит теоремаларни татбиқ этганда чиқарилади (қ. Предельные теоремы). Бу қоида қуйидагидан иборат. Тасодифий миқдорнинг σ^2 га тенг бўлган дисперсияси (қ.) маълум бўлсин ва n та мустақил тажрибада $x_1, x_2, \ldots, x_k$ натижалар олинган бўлсин (x_k — k-тажрибадан олинган натижа). Агар гипотеза тўғри бўлса, у ҳолда тасодифий миқдор $\left(0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ параметрли тахминан нормал тақсимотга эга бўлади (қ. Нормальное распределение). $|\bar{x}| > \beta$ бўлганда гипотезани яратмасликка келишиб оламиз. Демак, гипотезани қабул қилиш ёки яратмаслик қоидаси β сон билан аниқланади. β сон шундай танланадики, гипотеза тўғри бўлган ҳолда уни яратмаслик эҳтимоли $P\left\{|\bar{x}| > \beta\right\}$ жуда кичик, масалан, 0,01 бўлсин. Шундай қилиб, β сон қуйидаги тенгламанинг илдизи бўлади:

$$0{,}01 = P\left\{|\bar{x}| > \beta\right\} = P\left\{\left|\frac{\bar{x}\sqrt{n}}{\sigma}\right| > \frac{\beta\sqrt{n}}{\sigma}\right\} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\frac{\beta\sqrt{n}}{\sigma}}^{\frac{\beta\sqrt{n}}{\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx.$$

Бу тенгламанинг тақрибий ечими нормал тақсимот жадваллари ёрдамида осон топилади (қ. Нормальное распределение).

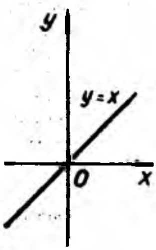
Адаб.: Б. Л. Ван дер Варден, Математическая статистика, ИЛ, М., 1960; Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, Физматгиз, М., 1961.

СТАЦИОНАРНЫЙ ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПРОЦЕСС—ЭҲТИМОЛЛИ СТАЦИОНАР ПРОЦЕСС—эҳтимоллик характеристикалари [тақсимоти (қ. Распределение), математик кутилиши (қ. Математическое ожидание) ва ҳоказо] вақт ўтиши билан ўзгармайдиган, лекин ўзи вақтга боғлиқ бўлган тасодифий миқдор (яъни эҳтимолли процесс). Э. с. п. эҳтимоллар назариясининг радиоэлектроника, алоқа назарияси, об-ҳавони олдиндан айтиш ва бошқа соҳалардаги татбиқларида катта роль ўйнайди.

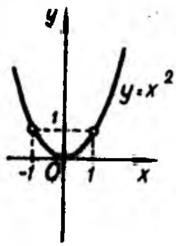
Э. с. п. нинг экстраполяция (олдиндан айтиш) масаласи, яъни процесснинг $T+\tau$ ($\tau>0$) пайтдаги қийматини унинг t_0 дан T гача бўлган вақт ичидаги маълум қийматлари орқали мумкин қадар аниқроқ топиш масаласи амалиёт учун катта аҳамиятга эга. Бу масалани биринчи бўлиб А. Н. Колмогоров, сўнгра Н. Винер ва қатор бошқа математиклар текширган. Маълумки, масалан, атмосфера босими текшириб турилган муддат унча катта бўлмаса, атмосфера босимини Э. с. п. деб ҳисоблаш мумкин. Атмосфера босимини экстраполяция қилиш масаласи аслида унинг $T+\tau$ пайтдаги қийматини унинг t_0 дан T гача бўлган вақт ичида кузатиб топилган қийматлари орқали имкон борича аниқроқ олдиндан айтиш тўғрисидаги масаладир. Бу масала об-ҳавони олдиндан айтиш масаласига бевосита боғлиқдир.

СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ—ДАРАЖАЛИ ФУНКЦИЯ: $y = x^\alpha$ кўринишдаги функция, бу ерда α — ўзгармас миқдор. Д. ф. ҳақиқий соҳада ҳамма $x>0$ учун аниқланган, шунингдек α кўрсаткич тоқ махражли қисқармайдиган рационал сон бўлганда $x<0$ учун аниқланган. $\alpha<0$ бўлганда Д. ф. нолда аниқланмаган бўлади. Д. ф. ўзининг аниқланиш соҳасида бир қийматли бўлиб, фақат α кўрсаткич жуфт махражли қисқармайдиган рационал сон бўлган ҳоллардагина икки қийматли бўлади. Бундай ҳолларда кўпинча Д. ф. нинг икки қийматидан манфий бўлмаган (арифметик) қиймати танлаб олинади. (Бундай $\sqrt{b^2}=|b|$ келишиш бўлганда $\sqrt{b^2}=b$ тенглик нотўғри бўлади.) $x>0$ бўлганда $\alpha>0$ бўлса, Д. ф. ўсувчи функция, $\alpha<0$ бўлса — камаювчи функция бўлади.

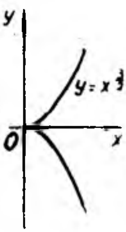
Д. ф. ўзининг бутун аниқланиш соҳасида $x=0$ нуқтадан бошқа ҳамма жойда истаганча тартибли ҳосилаларга эга бўлади; $x=0$ нуқтада $0<\alpha<1$ шартда унинг биринчи ҳосиласи $y' = \alpha x^{\alpha-1}$ чексизликка айланади, $\alpha \neq -1$ бўлганда $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$ ва $\alpha=-1$ бўлганда $\int \frac{dx}{x} = \ln|x|+C$. Д. ф. ўзининг аниқланиш соҳасида бутунлай ётадиган интервал бўйича интегралланади.



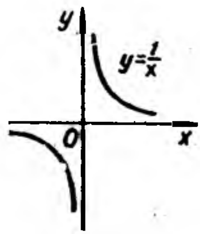
273- расм.



274- расм.



275- расм.



276- расм.

Даража кўрсаткичи α нинг турли қийматларида Д. ф. нинг графиги қандай бўлиши 273—276- расмларда тасвирланган. $\alpha=1$ бўлганда Д. ф. нинг графиги тўғри чизиқ бўлади (273- расм). $\alpha=2$ бўлганда Д. ф. нинг графиги парабола бўлади (274- расм). $\alpha=\frac{3}{2}$ бўлганда Д. ф. нинг графиги ярим кубик парабола бўлади (275- расм). $\alpha=-1$ бўлганда Д. ф. нинг графиги гипербола бўлади (276- расм). Комплекс соҳада, умуман айтганда, Д. ф. кўп қийматли бўлиб қолади (чексиз кўп қийматлар қабул қилади). Бу ҳолда Д. ф.

$$z^\alpha = e^{\alpha \operatorname{Ln} z} = e^{\alpha(\ln|z| + i\arg z + 2k\pi i)} \qquad (*)$$

формула билан аниқланади, бу ерда k ҳақиқий бутун қийматлар қабул қилади (α ҳақиқий бутун сон бўлганда Д. ф. бир қийматли бўлади). Комплекс соҳада кўпинча Д. ф. нинг мумкин бўлган барча қийматларидан унинг $k=0$ ва $-\pi < \arg z < \pi$ бўлганда (*) тенгликдан топиладиган бош қийматигина ўрганилади.

СТЕПЕННОЕ СРЕДНЕЕ положительных чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — $a_1, a_2, \ldots, a_n$ мусбат сонларнинг **ДАРАЖАЛИ ЎРТА ҚИЙМАТИ** — бу сонларнинг S_α сон характеристикасидир. Д. ў. қ. $S_\alpha = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i^\alpha}{n}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$, бу ерда α — нолдан фарқли ҳар қандай ҳақиқий сон. $\alpha = 0$ бўлганда Д. ў. қ. нинг ифодаси аниқмаслик бўлади, бу аниқмасликни, масалан, Лопитал қоидаси билан очиб чиқиб (қ. Лопиталя правило), ўрта геометрик қийматни топамиз (қ. Геометрическое среднее). Шунинг учун S_0 ни ўрта геометрик қиймат ва Д. ў. қ. деб ҳисоблаш мумкин. S_α нинг қиймати барча ҳақиқий α сонлар учун аниқланади. $\alpha = -1$, 1 ва 2 бўлганда Д. ў. қ. дан мос равишда S_{-1} гармоник ўрта қийматни (қ. Гармоническое среднее), S_1 арифметик ўрта қийматни (қ. Арифметическое среднее) ва S_2 квадратик ўрта қийматни (қ. Квадратичное среднее) ҳосил қиламиз.

Д. ў. қ. нинг асосий хоссаси шундан иборатки, у α га нисбатан монотон ўсувчи функциядир (қ. Монотонно возрастающая), яъни $\alpha \leqslant \beta$ бўлса, $S_\alpha \leqslant S_\beta$ бўлади. Шунинг учун гармоник, геометрик, арифметик ва квадратик: S_{-1}, S_0, S_1, S_2 ўрта қийматлар $S_{-1} \leqslant S_0 \leqslant S_1 \leqslant S_2$ тенгсизликларни қаноатлантиради. Д. ў. қ. лар математика ва математик статистиканинг кўп тармоқларида қўлланилади. Қ. Взвешенное степенное среднее.

СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ — ДАРАЖАЛИ ҚАТОРЛАР — функционал қаторларнинг $a_0 + a_1x + \ldots + a_nx^n + \ldots$ кўринишдаги муҳим хусусий ҳоли, бу ерда $a_0, a_1, \ldots, a_n, \ldots$ — бирор ўзгармас миқдорлар. Д. қ. ҳақиқий соҳада ҳам, комплекс соҳада ҳам қаралади. Д. қ. ўзининг яқинлашиш соҳасида аналитик функция бўлади.

Д. қ. $|x| < r$ тенгсизликни қаноатлантирувчи x сонлар тўпламида ва $|x| = r$ тенгликни қаноатлантирувчи x ларнинг баъзиларида ёки ҳаммасида яқинлашади, бу ерда r — яқинлашиш радиуси (қ. Радиус сходимости). Ҳақиқий соҳада яқинлашиш соҳаси $x = 0$ га нисбатан симметрик бўлган $(-r, r)$ интервал, комплекс соҳада яқинлашиш соҳаси r радиусли доира бўлади. Доира ва интервалнинг чегаравий нуқталари конкрет Д. қ. учун яқинлашиш соҳасига тегишли бўлиши ёки тегишли бўлмаслиги мумкин. Яқинлашиш интервали ва доираси нуқтага ($r = 0$), бутун тўғри чизиққа ёки комплекс ўзгарувчининг текислигига ($r = \infty$) айланиши мумкин.

Мисоллар: $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ қатор $-1 \leqslant x < 1$ да яқинлашади, $\sum_{n=0}^{\infty} 2n!x^n$ қатор фақат $x = 0$ да яқинлашади, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$ қатор бутун текисликда яқинлашади.

Д. қ. яқинлашишининг бир қанча аломати бор, масалан Даламбер аломати, Коши аломати (қ. Критерий) ва бошқалар, шунингдек, яқинлашиш радиусини аниқлаш усуллари ҳам бор. Д. қ. ҳар қандай $|x| \leqslant r_1 < r$ тўпламда текис яқинлашади (қ. Равномерная сходимость), бу тўпламда уни анализ теоремаларига асосан ҳадма-ҳад интеграллаш мумкин.

Комплекс соҳадаги Д. қ. нинг йиғиндиси бўлган аналитик функциялар баъзи ажойиб хоссаларга эга (қ. Аналитические функции).

СТЕПЕНЬ ЧИСЛА (или выражения) — **СОННИНГ** (ёки ифоданинг) **ДАРАЖАСИ** — ўша сонга (ёки ифодага) тенг бир қанча кўпайтувчининг кўпайтмаси. a сонининг n-даражаси қисқача a^n кўринишида ёзилади, бу ерда a — даражанинг асоси деб, n натурал сон эса даража кўрсаткичи деб аталади. Даража кўрсаткичи a сон неча марта кўпайтирувчи қилиб олинганини билдиради.

С. д. нинг бундан кейинги умумлаштирилиши бутун манфий кўрсаткичли a^{-n} даражадир (соннинг манфий даражаси), бу даража таърифга асосан $1:a^n$ га тенг деб қабул қилинади, яъни $a^{-n} = 1:a^n$. Ноль кўрсаткичли С. д. (соннинг нолинчи даражаси) $a^0 = 1 (a \neq 0)$ тенглик билан аниқланади. Каср кўрсаткичли С. д. (соннинг касрли даражаси) $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ тенглик билан аниқланади ($a \geqslant 0$, p ва q — натурал сонлар). С. д. нинг асосий хоссалари:

1) $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$;
2) $a^n : a^k = a^{n-k}$;
3) $(a^n)^k = a^{nk}$;
4) $(ab)^n = a^n b^n$;
5) $(a:b)^n = a^n : b^n = a^n \cdot b^{-n}$.

С. д. тушунчасини янада умумлаштирганда иррационал кўрсаткичли a^α ($a > 0$) даражалар (сонларнинг иррационал даражаси) ўрганилади. Масалан, $2^{\sqrt{2}}$ даража

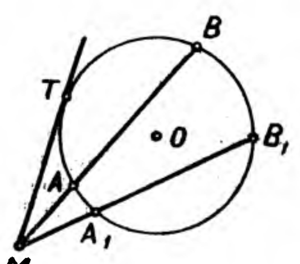
$$2^{1,4},\ 2^{1,41},\ 2^{1,414},\ \ldots$$

сонлар кетма-кетлигининг лимитини билдиради, яъни $2^{\sqrt{2}} = \lim\limits_{r_n \to \sqrt{2}} 2^{r_n}$, бу ерда $\{r_n\}$ — рационал сонларнинг ҳар қандай кетма-кетлиги бўлиб, унинг лимити $\sqrt{2}$ га тенг. Комплекс соннинг даражаси Муавр формуласи (қ.) орқали аниқлачади. Комплекс ўзгарувчили функциялар назариясида z^u ифодалар текширилади, бу ердаги z ва u — комплекс сонлар. Таърифга асосан, $z^u = e^{u \mathrm{Ln} z}$ (қ. Логарифм, Степенная функция).

СТЕПЕНЬ ЧИСЛА АЛГЕБРАИЧЕСКОГО — АЛГЕБРАИК СОН ДАРАЖАСИ — илдизи мана шу сон бўлган бутун коэффициентли кўпҳадлар даражаларининг энг кичиги. Бошқача қилиб айтганда, α А. с. д. — рационал сонлар майдонида келтирилмайдиган ва $f(\alpha)=0$ бўладиган $f(x)$ кўпҳаднинг даражасидир. Агар α алгебраик соннинг даражаси n га тенг бўлса, у ҳолда α сон n-даражали иррационаллик деб ҳам аталади (қ. Иррациональность).

СТЕПЕНЬ МНОГОЧЛЕНА—КЎПҲАДНИНГ ДАРАЖАСИ. n та $x_1, x_2, \ldots, x_n$ номаълумдан тузилган кўпҳаднинг x_i номаълумга нисбатан даражаси — бу кўпҳаднинг каноник ифодасидаги ҳадларнинг x_i га нисбатан даражаларининг энг каттаси (қ. Член многочлена). Кўпҳаднинг номаълумлар тўпламига нисбатан даражаси тушунчаси унинг каноник ифодасидаги ҳадлари даражаларининг энг каттаси сифатида аниқланади. Таърифга кўра, фақат ноль-кўпҳаднинг (қ. Нуль — многочлен) даражаси бўлмайди.

СТЕПЕНЬ ТОЧКИ—НУҚТАНИНГ ДАРАЖАСИ. M нуқтанинг берилган айланага нисбатан даражаси—M нуқтадан ўтувчи ҳар қандай кесувчининг MA ва MB кесмалари узунликларининг $MA \cdot MB$ кўпайтмасига тенг бўлган сондир (277- расм), бу ерда A ва B — кесувчи билан берилган айлананинг кесишиш нуқталари; агар M нуқта айланадан ташқарида ётса, $MA \cdot MB$ сон $+$ ишора билан олинади, агар M нуқта айлананинг ичида ётса, $MA \cdot MB$ сон — ишора билан олинади. Агар M нуқта айлананинг ўзида ётса, нуқтанинг даражаси нолга тенг бўлади. Ташқаридаги M нуқтанинг даражаси (277- расм) бу нуқтадан айланага ўтказилган уринма узунлигининг квадратига (яъни MT^2 га) тенг. M нуқта ихтиёрий вазиятда ётганда $S_M = OM^2 - r^2$ тенглик ўринли бўлади, бу ерда S_M — M нуқтанинг $O(r)$ айланага нисбатан даражаси, O — берилган айлананинг маркази, r — радиуси. Н. д. тушунчаси элементар геометрияда катта роль ўйнайди. Радикальная ось ва Радикальный центр терминларига ҳам қаранг.



277-расм.

СТЕРАДИАН — СТЕРАДИАН — фазовий бурчакнинг ўлчов бирлиги (қ. Телесный угол). Бир С. учи $O(R)$ сфера марказида бўлган ва шу сфера сиртида юзи R^2 га тенг бўлган фигура ажратувчи фазовий бурчакдир. Бутун сферада 4π С. бурчак бўлади. Грек. στερεοζ — фазовий, радиан — лат. radius — нур, кегай сўзларидан олинган.

СТЕРЕОГРАФИЧЕСКАЯ ПРОЕКЦИЯ—СТЕРЕОГРАФИК ПРОЕКЦИЯ—Z_c сферанинг ҳар бир нуқтасига Z_nтекисликнинг нуқтасини мос қўювчи проекциядир. Бу мослик қуйидагича амалга оширилади. Z_c сферанинг С. п. маркази деб аталадиган C нуқтасидан унинг ҳар бир бошқа нуқтаси Z_n текисликка проекцияланади, бу Z_n текислик сферанинг C нуқтасига ўтказилган радиусига перпендикуляр бўлиб, C нуқтадан ўтмайди. Кўпинча бу текислик сферанинг марказидан ўтади ёки C нуқтадан ўтказилган диаметрнинг учидан ўтади. С. п. (сферадан проекция марказини ўзини чиқариб ташлагандан сўнг) сфера нуқталарн билан текислик нуқталари орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатади. Агар Z_n — комплекс текислик бўлиб, бу текисликка сферанинг жанубий қутби тегса, шимолий қутби проекция маркази бўлса, у ҳолда сферанинг нуқталари комплекс сонларнинг тасвири бўлади, сферанинг ўзи сонли сфера деб аталади. Сферанинг нуқталари билан текислик нуқталари орасидаги мосликни бутун сферага жорий қилиш учун текисликка чексиз узоқдаги нуқта ($z = \infty$ комплекс сон) киритилади ва бу нуқтани сферанинг шимолий қутбига мос келади деб ҳисобланади. Сферадаги айланаларга текисликда айланалар мос келади, шу билан бирга, C дан ўтувчи айланаларга текисликдаги тўғри чизиқлар мос келади. С. п. бурчакларни ўзгартирмайди, яъни у конформ акслантиришдир. С. п. астрономия, картография, аналитик функциялар назариясида кенг қўлланилади. Қ. Римана сфера.

Грек. στερεοζ — фазовий, γραφώ — ёзаман.

СТЕРЕОМЕТРИЯ — СТЕРЕОМЕТРИЯ — элементар геометриянинг фазода жойлашган фигуралар хоссаларини ўрганувчи қисми. Планиметрияда (қ.) эса текисликда жойлашган фигураларнинг хоссалари ўрганилади.

Грек. στερεοζ — фазовий, μετρεω — ўлчайман.

СТИЛЬТЬЕСА ИНТЕГРАЛ — СТИЛЬТЬЕС ИНТЕГРАЛИ — интеграл тушунчасининг умумлаштирилиши. Бу интеграл

$$\lim_{l(T)\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)[\varphi(x_k) - \varphi(x_{k-1})]$$

лимит сифатида аниқланади. Бу ерда T—интеграллаш кесмасини бўлиш, x_k—бўлиниш нуқталарн, ξ_k — $[x_{k-1}, x_k]$ кесманинг ихтиёрий нуқтаси, φ — интегралловчи функция; бу функция чекли вариацияли функциядир. С. и. қуйидагича белгиланади:

$$(S)\int_a^b f(x)d\varphi(x).$$

Агар φ — дифференциалланувчи функция бўлса, Риман интеграли мавжуд бўлганда С. и. Риман интеграли билан бир хил бўлади. С. и. эҳтимоллар назариясида кенг қўлланилади. С. и. нинг автори голланд математиги Т. Стильтьесдир (қ. Интеграл).

СТИРЛИНГА ФОРМУЛА — СТИРЛИНГ ФОРМУЛАСИ —

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n e^{\frac{\theta}{12n}} \quad (0 < \theta < 1) \tag{1}$$

формуладир; бу формула n нинг қиймати жуда катта бўлганда $n!$ факториал қийматини баҳолаш учун ишлатилади. Қуйидаги асимптотик ёйилма ўринлидир:

$$\ln n! \sim C+\left(n+\frac{1}{2}\right)\ln n-n+\frac{B_1}{1\cdot 2}\cdot\frac{1}{n}-\frac{B_2}{3\cdot 4}\frac{1}{n^3}+\ldots+$$

$$+(-1)^{k-1}\frac{B_k}{(2k-1)\cdot 2k}\cdot\frac{1}{n^{2k-1}}+\ldots \qquad (2)$$

бу ерда $C=\frac{1}{2}\ln 2\pi$, B_l — Бернулли (қ.)сонлари. $\ln (n!)$ нинг асимптотик ёйилмасидан факториалнинг ўзининг ёйилмасини ҳам чиқариш мумкин:

$$n!\sim\sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n\left\{1+\frac{1}{12n}+\frac{1}{288n^2}-\frac{139}{51840n^3}-\frac{571}{2488320n^4}+\ldots\right\}. \qquad (3)$$

Агар Стирлинг қатори деб аталадиган (2) қатор k-ҳадида узилса, амалий ҳисоблаш учун яроқли Стирлинг формуласи ҳосил бўлади:

$$\ln(n!)=\frac{1}{2}\ln 2\pi+\left(n+\frac{1}{2}\right)\ln n-n+\frac{B_1}{1\cdot 2}\frac{1}{n}-\frac{B_2}{3\cdot 4}\frac{1}{n^3}+\ldots+$$

$$+(-1)^{k-1}\frac{B_k}{(2k-1)2k}\cdot\frac{1}{n^{2k-1}}+\theta(-1)^k\frac{B_{k+1}}{(2k+1)(2k+2)}\cdot\frac{1}{n^{2k+1}}. \qquad (4)$$

$k=1$ бўлганда (4) формуладан (1) формула ҳосил бўлади. Эйлернинг иккинчи жинс $\Gamma(a)=\int\limits_0^\infty x^{a-1}e^{-x}dx$ интеграли (гамма функция) учун қуйидаги Стирлинг формуласи мавжуддир (қ. Эйлера интегралы):

$$\ln\Gamma(a)=\ln\sqrt{2\pi}+\left(a-\frac{1}{2}\right)\ln a-a+\frac{B_1}{1\cdot 2}\cdot\frac{1}{a}-\frac{B_2}{3\cdot 4}\cdot\frac{1}{a^3}+\ldots+$$

$$+(-1)^{m-1}\frac{B_m}{(2m-1)\cdot 2m}\cdot\frac{1}{a^{2m-1}}+(-1)^m\theta\frac{B_{m+1}}{(2m+1)(2m+2)}\cdot\frac{1}{a^{2m+1}} \qquad (5)$$

$$(0<\theta<1);$$

$m=0$ бўлган соддароқ ҳолда бу формула қуйидаги кўринишга келади:

$$\ln\Gamma(a)=\ln\sqrt{2\pi}+\left(a-\frac{1}{2}\right)\ln a-a+\frac{\theta}{12}.$$

Қўшимча ҳадни олиб ташлаб, (5) қатордаги ҳадлар қаторини чексизликкача давом эттирсак, узоқлашадиган Стирлинг қаторига $\left(\lim\limits_{n\to\infty}\frac{B_n}{2n-1}\cdot\frac{1}{2n-1}=\infty\right)$ эга бўламиз, бу қатор $\Gamma(a)$ функциянинг асимптотик тасвири бўлади. $\Gamma(n)=(n-1)!$ (n — натурал сон) бўлгани учун, (5) формулада $a=n$ деб ҳисобласак, ундан олдинги формулаларнинг ҳаммасини олиш мумкин.

СТОКИ (источники) — **МАНБАЛАР** — вектор майдонининг

$$\lim_{\Sigma\to P}\frac{\int\limits_\Sigma \mathbf{an}ds}{v}=q$$

лимит нолдан фарқли бўладиган нуқталари, бу лимитнинг қиймати $\operatorname{div}\mathbf{a}$ га тенг, бу ерда $\mathbf{a}$ — бирор вектор, $\mathbf{n}$ — P нуқтага тортилувчи $\sum$ сиртга ўтказилган нормалнинг бирлик вектори, v эса $\sum$ сирт билан ўралган фазонинг ҳажми,

СТОКСА ФОРМУЛА — СТОКС ФОРМУЛАСИ — ёпиқ L контур бўйича олинган эгри чизиқли интегрални бу контур чегаралаган сирт бўйича олинган интеграл билан боғловчи формула. Сирт ва контур ориентирланган ва уларнинг ориентацияси мувофиқлаштирилган деб олинади (қ. Ориентация поверхности). С. ф. бундай ёзилади:

$$\int_L Pdx + Qdy + Rdz = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy + \iint_D \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right) dydz + \iint_D \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}\right) dzdx,$$

бу ерда P, Q, R — x, y, z ларнинг узлуксиз дифференциалланувчи функциялари. С. ф. нинг вектор кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\int_L \mathbf{p} dz = \iint_D \mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{p} \, ds, \qquad (*)$$

бу ерда $\mathbf{p} = \mathbf{P}_i + Q_j + \mathbf{R}_k$, dz — контур элементи, ds — сирт юзининг элементи, n — сиртга ўтказилган нормалнинг бирлик вектори. (*) тенглик бундай таърифланади: вектор майдонининг ёпиқ L контур бўйича олинган циркуляцияси майдон уюрмасининг D сирт орқали ўтувчи оқимига тенг. С. ф. n ўлчовли кўпхилликларга умумлаштирилади.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ — СТОХАСТИК ПРОЦЕССЛАР — эҳтимолли ва тасодифий процессларнинг ўзи (қ. Случайный процесс).

СТРЕЛКА СЕГМЕНТА — СЕГМЕНТ СТРЕЛКАСИ — сегмент баландлигининг худди ўзи (қ. Высота).

СТРИКЦИОННАЯ ЛИНИЯ — СТРИКЦИОН ЧИЗИҚ. Тўғри чизиқли сиртнинг С. ч.—сиртнинг $l(t)$ тўғри чизиқли ясовчилари марказларининг геометрик ўрни (t — ясовчилар оиласининг параметри). Ясовчининг маркази деб $l(t)$ ва $l(t+\Delta t)$ тўғри чизиқлар умумий перпендикулярининг Δt нолга интилгандаги лимит вазиятининг асосига айтилади.

Адаб.: С. П. Фиников, Теория поверхностей, ОНТИ, М., 1934.

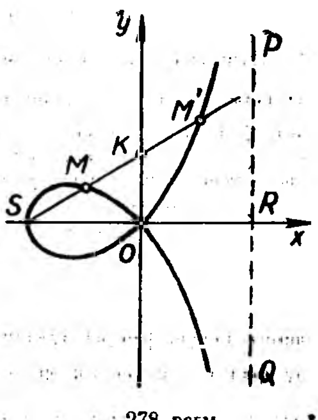
СТРОФОИДА — СТРОФОИДА — 3-тартибли ясси эгри чизиқ бўлиб, унинг тўғри бурчакли декарт координаталаридаги тенгламаси

$$y^2 = x^2 \frac{a+x}{a-x},$$

қутб координаталаридаги тенгламаси эса

$$\rho = a \frac{\cos 2\varphi}{\cos\varphi},$$

бу ерда a — O кутбдан С. нинг PQ асимптотасигача бўлган масофа, яъни $OR = OS = a$. С. ни қуйидагича ҳосил қилиш мумкин. Oy тўғри чизиқ ва ундан ташқарида тайин бир S нуқта берилган бўлсин (278-расм); Oy тўғри чизиқни кесиб ўтувчи барча мумкин бўлган SK нурлар ўша S нуқтадан ўтади. Агар нурда K нуқтадан икки томонда $KM = KM' = OK$ кесмалар ёткизилса;



278- расм.

у ҳолда SK нур S нуқта атрофида айланганда M ва M' нуқталарнинг геометрик ўрни С. бўлади. Қ. Углы.

Грек. στροφος — бураш.

СТРУКТУРА — СТРУКТУРА — қисман тартибланган P тўплам (қ. Упорядоченное множество) бўлиб, унинг ихтиёрий иккита элементи энг катта қуйи чегарага ёки $x \cap y$ кесишмага ва энг кичик юқориги чегарага ёки $x \cup y$ йиғиндига эга бўлади. Структуралар назарияси ҳозирги замон алгебрасининг муҳим бўлимларидан биридир.

Адаб.: Биркгоф, Теория структур, М.—Л., 1952.

СТРУНЫ УРАВНЕНИЕ — ТОР ТЕНГЛАМАСИ — таранглаштан бир жинсли торнинг кичик кўндаланг тебранишларини тавсифловчи хусусий ҳосилали дифференциал тенглама:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + F(x, t),$$

бу ерда a — торни характерлайдиган ўзгармас миқдор, x — тор бўйича олинган координата, t — вақт, $F(x, t)$ — ташқи кучларнинг таъсирини ифодаловчи бирор маълум функция; $y = (x, t)$ — изланаётган функция бўлиб, t пайтда торнинг x нуқтада мувозанат вазиятидан оғишини билдиради. Т. т. кўпгина бошқа физик процессларни (бир жинсли муҳитнинг тебранишлари ва ҳоказо) ҳам ифодалайди. Т. т. математик физика тенгламасининг ва гиперболик тенгламанинг тарихан биринчи мисолидир. Т. т. ечимларининг хоссалари кўп жиҳатдан гиперболик тенгламалар (қ. Уравнения математической физики) учун характерлидир. Одатда Т. т. бирор бошланғич ва чегаравий шартларда ечилади. Т. т. ни ва баъзи гиперболик тенгламаларни ечишнинг энг умумий ва кучли усулини Д. Бернулли (1755) топган. Бу усулни ишлатганда $U(x, t)$ ечим $X(x)\,T(t)$ кўринишдаги функцияларнинг чексиз қатори кўринишида изланади (қ. Метод разделения переменных).

СТЮАРТА ТЕОРЕМА — СТЮАРТ ТЕОРЕМАСИ — қуйидагича таърифланадиган жумла: агар A, B, C — учбурчакнинг учта учи, D эса BC томондаги ҳар қандай нукта бўлса,

$$AD^2 \cdot BC = AB^2 \cdot CD + AB^2 \cdot BD - BC \cdot BD \cdot CD$$

муносабат ўринли бўлади. Бу теорема уни исбот этган ва «Баъзи умумий теоремалар» номли асарида (1746, Эдинбург) нашр этган инглиз математиги М. Стюарт номи билан аталади. Бу теоремани Стюартга унинг ўқитувчиси Р. Симсон айтган. Р. Симсон бу теоремани 1749 йилга келиб эълон қилган. С. т. учбурчакларнинг медиана ва биссектрисаларини топишда қўлланилади.

СУБГАРМОНИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — СУБГАРМОНИК ФУНКЦИЯ — қуйидаги шартни қаноатлантирувчи $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциядир:

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \geqslant 0.$$

С. ф. гармоник функцияларнинг (қ.) баъзи хоссаларига эга. Бу функция гармоник функциялар тўғрисидаги баъзи теоремаларни исботлашда қўлланилади ва кўпинча хусусий ҳосилали тенгламалар назариясида ўрганилади.

СУММА — ЙИҒИНДИ — миқдорларни [сон, вектор, тензор, детерминант, матрица, тўплам (қ. Множество) ва шу кабиларни] қўшиш натижаси. Йиғинди ўрин алмаштириш хоссасига: $a + b = b + a$, ассоциативлик хоссасига: $a + (b + c) = (a + b) + c$, шунингдек текширилаётган миқдорлар учун кўпайтириш амали таърифланган бўлса, кўпайтиришга нисбатан тақсимот хоссасига эга: $(a + b)c = ac + bc$.

СУММА МНОГОЧЛЕНОВ — КЎПҲАДЛАР ЙИҒИНДИСИ. К. й. икки хил таърифланади. Биринчидан, кўпҳадлар функцияларнинг хусусий ҳоли бўлгани учун К. й. функциялар (қ.) йиғиндиси сифатида таърифланиши мумкин. Иккинчидан, К. й. ни бундай таърифлаш мумкин. **Агар** P ва Q **кўпҳадларнинг каноник тасвирлари** (қ. Каноническое представление многочлена)

$$A_1x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_n^{\alpha_n}+B_1x_1^{\beta_1}x_2^{\beta_2}\ldots x_n^{\beta_n}+\ldots$$

ва

$$A_2x_1^{\gamma_1}x_2^{\gamma_2}\ldots x_n^{\gamma_n}+B_2x_1^{\delta_1}x_2^{\delta_2}\ldots x_n^{\delta_n}+\ldots$$

кўринишда бўлса, у ҳолда кўпҳаднинг

$$A_1x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_n^{\alpha_n}+B_1x_1^{\beta_1}x_2^{\beta_2}\ldots x_n^{\beta_n}+\ldots+A_2x_1^{\gamma_1}x_2^{\gamma_2}\ldots x_n^{\gamma_n}+$$
$$+B_2x_1^{\delta_1}x_2^{\delta_2}\ldots x_n^{\delta_n}+\ldots$$

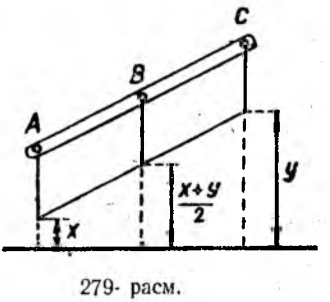
каноник тасвири P ва Q кўпҳадлар йиғиндиси дейилади.

n номаълумли барча кўпҳадларнинг P майдон устидаги тўплами кўпҳадларни қўшиш амалига нисбатан Абель группаси (қ.) ҳосил қилади.

Агар битта x номаълумли кўпҳадлар текширилаётган бўлса, у ҳолда К. й. ни шундай битта кўпҳад деб таърифлаш мумкинки, бу кўпҳаднинг x^i олдида турган коэффициенти қўшилувчи кўпҳадларнинг x^i олдидаги коэффициентлари йиғиндисига тенг бўлади; бунда қўшилувчи кўпҳадларнинг бирортасида x^i ли ҳад катнашмаса, унинг коэффициенти сифатида нуль олинади, деб фараз қилинади.

СУММА МНОЖЕСТВ — ТЎПЛАМЛАР ЙИҒИНДИСИ (қ. Объединение множеств).

СУММАТОР — СУММАТОР — икки миқдорнинг йиғиндисини аниқлашда ишлатиладиган энг содда курилма. Математик машиналарнинг (қ.) асосий арифметик элементи ҳисобланади. С. ларнинг дискрет ишлайдигани ва узлуксиз ишлайдигани бўлади. Сон қийматларининг дискрет кетма-кетлиги орқали бериладиган миқдорларни қўшувчи С. дискрет ишлайдиган С. деб аталади. Бу курилма қўшилувчи сонларнинг мос хоналаридаги рақамларни қўшиш йўли билан йиғинди ҳосил қилади ва зарур бўлганда хоналар орасида рақамлар кўчиради. Узлуксиз ишлайдиган С. рақамлар билан эмас, балки узлуксиз ўзгарадиган ўзгарувчилар билан иш кўради.



279- расм.

Масалан, энг содда С. қуйидагича тузилган (279- расм). A, B, C нуқталарда тўғри l стерженга $AB=BC$ бўладиган қилиб учта параллел стержень шарнирлар воситасида бириктирилган. Четки стерженлар x ва y миқдорларга сурилганда ўртадаги стержень $(x+y):2$ миқдорга сурилади.

СУММИРОВАНИЕ расходящихся рядов—узоқлашувчи қаторларнинг **ЙИҒИНДИСИНИ ТОПИШ** — одатдаги маънода йиғиндига эга бўлмаган қатор учун умумлаштирувчи йиғинди тузиш усули. Таърифга кўра, умумлаштирилган йиғинди одатдаги йиғиндининг кўп хоссаларига эга. Масалан, $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n$ қатор йиғиндиси A бўлиши ва $\sum\limits_{n=0}^{\infty}b_n$ қатор йиғиндиси B бўлишидан $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(\lambda a_n+\mu b_n)$ қатор йиғиндиси $\lambda A+\mu B$ бўлиши ва $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ қатор йиғиндиси $A-a_0$ бўлиши талаб этилади.

Яқинлашувчи қаторнинг йиғиндиси унинг одатдаги йиғиндисига тенг бўлсин деган талаб ҳам қўйилади. Узоқлашувчи

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \qquad (*)$$

қаторнинг йиғиндисини аниқлашда бундай қилинади: шундай

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n\lambda_n(t) \qquad (**)$$

қатор текширилади, бунда $\lambda_n(t)$ лар шундай функцияларки, $t \neq t_0$ ва $\lim\limits_{t\to t_0}\lambda_n(t)=1$ бўлганда (*) қатор яқинлашади. (*) қаторнинг умумлашган йиғиндиси деб $\lim\limits_{t\to t_0}\sigma(t)$ га айтилади (агар бу лимит мавжуд бўлса), бу ерда $\sigma(t)$ — (**) қаторнинг йиғиндиси. Электромагнит майдон назариясининг кўп амалий масалаларида ва шу кабн масалаларда узоқлашувчи қаторлар йиғиндисини топишдан кенг фойдаланилади.

СУММИРУЕМАЯ ФУНКЦИЯ — ЖАМЛАНУВЧИ ФУНКЦИЯ — берилган тўплам бўйича Лебег интеграли мавжуд бўлган функция. Лебег бўйича интегралланувчи бўлгани ҳолда бу функциялар айни вақтда (Лебег бўйича) ўлчанувчан бўлиши ҳам лозим. Квадрати билан жамланувчи функция ўлчанувчан функция бўлиб, унинг квадрати жамланувчи функциядир.

СУММИРУЮЩИЕ МАШИНЫ—ЖАМЛОВЧИ МАШИНАЛАР—сонларнинг алгебраик йиғиндисини топиш (яъни қўшиш ва айириш амалини бажариш) учун ишлатиладиган ҳисоблаш машиналари. Булар счётчиклар билан қўшимча механизмларнинг бирикмасидан иборат. Ҳар бир қўшилувчи Ж. м. нинг счётчигига маълум рақамли клавишларни босиш йўли билан кетма-кет киритилади. Бунда янги туширилган рақамлар счётчикнинг бир хонали катакларида йиғилган рақамларга мустақил равишда қўшилади ва керакли рақамлар хонадан-хонага ўтказилади; одатдаги счётчикда эса сонни қўшиш учун олдин йиғилган сонга киритилаётган (қўшилаётган) соннинг бирликлари бирин-кетин қўшиб чиқилади.

Счётчикнинг кўрсатишлари босиб чиқарилади ёки бу кўрсатишларни оператор санайди.

Адаб.: Б. Н. Делоне, Краткий курс математических машин, Гостехиздат, М., 1949.

СУПЕРГАРМОНИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ — СУПЕРГАРМОНИК ФУНКЦИЯ — қуйидаги шартни қаноатлантирувчи $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функция:

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \leqslant 0.$$

С. ф. гармоник функциянинг (қ.) қатор хоссаларига эга, гармоник функциялар тўғрисидаги баъзи теоремаларни исботлашда қўлланилади, кўпинча хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назариясида ўрганилади.

СУПЕРПОЗИЦИЯ ФУНКЦИЙ — ФУНКЦИЯЛАР СУПЕРПОЗИЦИЯСИ — иккита $y = f(u)$ ва $u = \varphi(x)$ функциядан $y = f(\varphi(x))$ мураккаб функция (қ. Сложная функция) тузишдир. Масалан, $y = \sin \ln x$ функция икки функциянинг: натурал логарифм (қ.) ва синуснинг (қ.) суперпозициясидан ҳосил қилинган. $y = (\sin \ln x)^{\frac{3}{4}}$ функция икки суперпозицияни кетма-кет ишлатишдан ҳосил қилинган: олдин $u = \sin \ln x$ функция олинган, сўнгра бу функция билан даражали функциянинг (қ. Степенная функция) суперпозицияси олинган. Ф. с. тушунчаси кўп ўзгарувчили функцияларга ҳам тааллуқлидир. $t_1 = \varphi_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, t_m = \varphi_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ва $u = f(t_1, t_2, \ldots, t_m)$ ларнинг суперпозицияси

$$u = f[\varphi_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, \varphi_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)]$$

мураккаб функция бўлади (қ. Сложная функция). Суперпозиция латинча «устига қўйиш» сўзидан олинган.

СУЩЕСТВЕННО ОСОБАЯ ТОЧКА — МУҲИМ МАХСУС НУҚТА. $f(z)$ аналитик функциянинг муҳим махсус нуқтаси — шундай a нуқтадирки, чекли ёки чексиз $\lim\limits_{z \to a} f(z)$ мавжуд эмас. $f(z)$ функциянинг Лоран қаторига a нуқта атрофидаги ёйилмасининг бош қисми (қ. Лорана ряд) чексиз кўп ҳадларга эга бўлганда ва фақат шундагина a нуқта $f(z)$ функция учун М. м. н. бўлади. Функциянинг М. м. н. атрофида қандай бўлишига оид теоремани рус математиги Ю. В. Сохоцкий (1862) топган: агар a нуқта $f(z)$ функция учун М. м. н. бўлса, у ҳолда ҳар қандай A комплекс сон учун z_k нуқталарнинг a га интилувчи шундай кетма-кетлиги мавжудки, бунда $\lim\limits_{k \to \infty} f(z_k) = A$ бўлади. Бошқача қилиб айтганда, муҳим махсус a нуқта атрофида $f(z)$ функция олдиндан берилган ҳар қандай (чекли ёки чексиз) лимитга ҳар хил кетма-кетликлар бўйича интилади. Масалан, $e^{\frac{1}{z}}$, $\sin\frac{1}{z}$, $\cos\frac{1}{z}$ функциялар учун координаталар боши М. м. н. бўлади. Дарҳақиқат, $e^{\frac{1}{z}}$ нинг Лоран қаторига ёйилмаси, яъни $e^{\frac{1}{z}} = 1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{2!}\frac{1}{z^2} + \ldots$ ёйилма $z = 0$ нуқта атрофида манфий даражали чексиз кўп ҳадларга эга. $A = \infty$ учун z_k кетма-кетлик $z_k = \frac{1}{k}$ $(k = 1, 2, \ldots)$ бўлади, чунки $\lim\limits_{k \to \infty} e^k = \infty$ экани кўриниб турибди. $A = 0$ учун $z_k = -\frac{1}{k}$ $(k = 1, 2, 3, \ldots)$ деб олиш мумкин, дарҳақиқат, $\lim\limits_{k \to \infty} e^{-k} = 0$. Нолдан фарқли чекли A учун

$$z_k = \frac{1}{\ln A + 2k\pi i} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots)$$

кетма-кетликни оламиз, у ҳолда

$$\lim_{k \to \infty} f(z_k) = \lim e^{\ln A + 2k\pi i} = A.$$

Адаб.: И. И. Привалов, Введение в теорию функций комплексного переменного, М.—Л., 1954.

СУЩЕСТВОВАНИЯ ТЕОРЕМЫ — МАВЖУДЛИК ТЕОРЕМАЛАРИ — дифференциал ва интеграл тенгламалар назариясининг теоремалари бўлиб, шундай шартларни кўрсатадики, бу шартлар бажарилганда бошланғич ёки чегаравий (қ. Краевая задача) шартларга бўйсунувчи ечим мавжуд бўлади. Масалан, $f(x, y)$ — узлуксиз функция бўлса, у ҳолда $y' = f(x, y)$ тенгламанинг $y(x_0) = y_0$ шартни қаноатлантирувчи ечими мавжуд бўлади.

СФЕРА — СФЕРА. С. — фазонинг тайин бир O нуқтадан маълум r масофада турувчи нуқталарининг геометрик ўрни. Бу O нуқта С. нинг маркази деб, берилган r кесма эса С. нинг радиуси деб аталади. С. нинг тўғри бурчакли декарт координаталаридаги тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2,$$

бу ерда a, b, c—марказнинг координаталари, r эса С. нинг радиуси. С. ни айлананинг ўз диаметри атрофида айланишидан ҳосил бўлган сирт деб қараш мумкин. Радиуси r бўлган С. сиртининг юзи

$$S = 4\pi r^2$$

формула билан аниқланади. С. га ўтказилган уринма текислик уриниш нуқтасига ўтказилган радиусга перпендикулярдир.

С. нинг ортогонал проекциядаги абриси айлана, ихтиёрий параллел проекциндаги абриси эса эллипсдир.

С. ни текислик билан ҳар қандай кестанда айлана ҳосил бўлади. $O(r)$ С. нинг ўз марказидан ўтувчи текислик билан кесилганда ҳосил бўлган кесими r радиусли айлана — катта доирадир; С. нинг текислик билан кесилганда ҳосил бўлган бошқа ҳар қандай кесими радиуси С. нинг r радиусидан кичик бўлган айланадир — кичик доира. Шар терминига ҳам қаранг.

СФЕРИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — СФЕРИК ГЕОМЕТРИЯ — геометрик предмет бўлиб, сферада жойлашган фигураларнинг хоссаларини ўрганади, планиметрия эса текисликдаги фигураларнинг хоссаларини ўрганади.

Сферадаги катта доиралар геодезик чизиқ (қ. Геодезическая линия) бўлганн ҳолда текисликдаги тўғри чизиқлар ролини ўтайди: текисликда икки нуқта фақат битта тўғри чизиқни аниқлаганига ўхшаб, сфера диаметрининг учлари бўлмаган икки нуқтаси орқали фақат битта катта доира ўтказиш мумкин. Лекин сферада параллел «тўғри чизиқлар» бўлмайди, Евклид текислигида ва Лобачевский текислигида параллел тўғри чизиқлар мавжуддир.

С. г. нинг асосий фигуралари сферик иккибурчаклар, сферик учбурчаклар (қ. Сферический треугольник) ва сферик кўпбурчаклар, яъни сфера устида олинган томонлари катта доираларнинг ярим айланадан кичик ёйлари бўлган кўпбурчаклардир.

Адаб.: Н. Н. Степанов, Сферическая тригонометрия, Гостехиздат, М.—Л., 1948; Д. И. Перепелкин, Курс элементарной геометрии, ч. 2, Гостехиздат, М.—Л., 1949.

СФЕРИЧЕСКАЯ ИНДИКАТРИСА — СФЕРИК ИНДИКАТРИСА. $\mathbf{M} = \mathbf{M}(u, v)$ сирт нормалларининг С. и. си—сирт тенгламаси билан ҳосил қилинадиган параметрли сфера сиртининг бир қисми ёки бутун сферадир. Аниқроқ айтганда: $\mathbf{M} = \mathbf{M}(u, v)$ сиртнинг ҳар бир нуқтасида нормалнинг (қ.) бирлик вектори текширилади; шундай қилиб, $\mathbf{n} = \mathbf{n}(u, v)$ вектор-функция ҳосил қилинади [$\mathbf{n}$ — (u, v) нуқтадаги бирлик нормал вектор]. Агар векторларнинг боши тайин бир нуқтада турса, уларнинг учлари сферанинг бир қисмини ёки бутун сферани чизади. Сферанинг бу қисми ёки бутун сфера параметрлари билан биргаликда С. и. деб аталади. $\mathbf{M}(u, v) \to \mathbf{n}(u, v)$ аксланиш сиртнинг сферик аксланиши деб аталади. Бу аксланиш дифференциал геометрияда кўп қўлланилади. Бундай теорема ўринлидир: сиртнинг нуқтадаги тўлиқ эгрилиги қуйидаги нисбатнинг лимитига тенг:

$$\lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta s'}{\Delta s} = k,$$

бу ерда Δs — сиртнинг мазкур нуқтани ўз ичига олган бирор парчасининг юзи, $\Delta s'$ — бу сирт парчаси сферик тасвирининг юзи. Мисоллар: текисликнинг С. и. си нуқтадир, цилиндрнинг С. и. си сферанинг катта доирасидир; конуснинг (учисиз) С. и. си сферанинг кичик доирасидир. Эгри чизиқларга ўтказилган уринмаларнинг С. и. лари ҳам ўрганилади ва ҳоказо.

СФЕРИЧЕСКАЯ ТРИГОНОМЕТРИЯ — СФЕРИК ТРИГОНОМЕТРИЯ — сферик учбурчакнинг (қ. Сферический треугольник) тригонометрияси, яъни сферик учбурчакнинг томонлари билан бурчаклари орасидаги боғланиш тўғрисидаги таълимот. Текисликдаги (одатдаги) тригонометриядан фарқли ўлароқ С. т. да учбурчакнинг учта бурчаги унинг тури ва ўлчамларини бир қийматли аниқлайди.

Косинусов теорема, Синусов теорема терминларига ҳам қаранг.

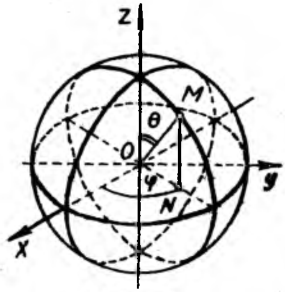
Адаб.: Н. Н. Степанов, Сферическая тригонометрия, Гостехиздат, М. — Л., 1948; М. К. Венгцель, Сферическая тригонометрия, Гостехиздат, М., 1948.

СФЕРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ точки M — M нуқтанинг **СФЕРИК КООРДИНАТАЛАРИ** — бу нуқтанинг фазодаги вазиятини аниқловчи учта сон: r, θ, φ.

Сферик координаталарни бундай аниқлаш мумкин. Ox, Oy, Oz — декарт координаталарининг ўзаро перпендикуляр бўлган учта ўқи бўлсин (280- расм), O координаталар боши $O(r)$ сферанинг марказида бўлсин. Унда $OM=r$ сон O нуқтадан M нуқтагача бўлган масофа бўлади, бурчак $\theta = \angle MOZ$, яъни OM радиус-вектор билан Oz ўқнинг мусбат йўналиши орасидаги бурчак бўлади, бурчак $\varphi = \angle xON$ бўлади, бу ерда N—M нуқтанинг xOy текисликдаги проекциясидир.

Сферик координаталар тўғри бурчакли декарт координаталарига қуйидаги формулалар орқали боғланади:

$$x = r\sin\theta\cos\varphi,\quad y = r\sin\theta\sin\varphi,\quad z = r\cos\theta.$$



280- расм.

СФЕРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — СФЕРИК ФУНКЦИЯЛАР: 1°. Лежандрнинг $P_n(x)$ ва $Q_n(x)$ **С. ф:** $[(1-x^2)y']' + n(n+1)y = 0$ Лежандр дифференциал тенгламасининг ечимларидан иборат бўлади ва қаторлар орқали тасвирланиши мумкин:

$$y = \sum_{k=0}^{\infty} C_k x^k, \text{ бу ерда } C_{k+2} = -C_k \frac{(k-n)(k+n+1)}{(k+1)(k+2)},$$

яъни

$$y = A\left(1 - \frac{n(n+1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-2)(n+1)(n+3)}{4!}x^4 - \ldots\right) +$$

$$+ B\left(x - \frac{(n-1)(n+2)}{3!}x^3 + \frac{(n-1)(n-3)(n+2)(n+4)}{5!}x^5 - \ldots\right),$$

бу ерда A ва B—ихтиёрийдир. Ҳар қандай бутун $n \geqslant 0$ сон учун қаторлардан бири узилади ва унга мос С. ф. Лежандрнинг $P_n(x)$ полиномига айланади; бунда иккинчи қатор Лежандрнинг иккинчи тур функциясидир.

$P_n(x)$ полиномлар ясовчи функцияга эга:

$$1 : \sqrt{1 - 2xt + t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x) t^n, \quad |t| < 1 \text{ учун}$$

ва

$$1 : \sqrt{1 - 2xt + t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)\, t^{-(n+1)}, \quad |t| > 1 \text{ учун.}$$

Агар $x = \cos v$ деб олсак, у ҳолда P_n $(\cos v)$ функция сфера сиртида аниқланган функцияни, яъни «зонал С. ф.» ни тасвирлайди. $y = P_n(\cos v)$ функция

$$\frac{d^2y}{dv^2} + \operatorname{ctg} v \frac{dy}{dv} + n(n+1)y = 0$$

дифференциал тенгламани қаноатлантиради. $r^n P_n(\cos v)$ ва $r^{-(n+1)} P_n$ функциялар Лапласнинг шар функциялари деб аталади; бу функциялар $\Delta U = 0$ Лаплас тенгламасини қаноатлантиради.

2°. Қўшиб олинган $P_n^m(x)$ **С. ф.** қуйидаги дифференциал тенгламанинг ечимларидир:

$$[(1-x^2)y']'+\left[n(n+1)-\frac{m^2}{1-x^2}\right]y=0.$$

$P_n^m(x)$ функциялар Лежандр полиномига

$$P_n^m(x)=(1-x^2)^{\frac{m}{2}}\frac{d^m}{dx^m}P_n(x)$$

формула билан боғланган. Агар $x=\cos v$ деб олсак, у ҳолда $P_n^m(\cos v)$ функция қуйидаги тенгламанинг ечими бўлади:

$$\frac{d^2y}{dv^2}+\operatorname{ctg} v\frac{dy}{dv}+\left[n(n+1)-\frac{m^2}{\sin^2 v}\right]y=0.$$

3°. **Умумий** $y_n(v,\ \varphi)$ **С. ф.** хусусий ҳосилали

$$\frac{\partial^2 y}{\partial v^2}+\operatorname{ctg} v\frac{\partial y}{\partial v}+\frac{1}{\sin^2 v}\frac{\partial^2 y}{\partial\varphi^2}+n(n+1)y=0 \qquad (*)$$

дифференциал тенгламанинг ечимлари бўлади, бу ерда v ва φ — сферик координаталар (қ.). Тригонометрик кўпҳад n- даражали $y_n(v,\ \varphi)$ С. ф. деб аталади,

$$y_n(v,\ \varphi)=a_0P_n(\cos v)+\sum_{m=1}^{n}(a_m\cos m\varphi+b_m\sin m\varphi)P_n^m(\cos v).$$

Сферик координаталар орқали ёзилган Лаплас тенгламасида ўзгарувчиларни ажратганда (*) тенглама ҳосил бўлади.

СФЕРИЧЕСКИЙ ДВУУГОЛЬНИК — СФЕРИК ИККИБУРЧАК — сферадаги катта доираларнинг ўша сферанинг диаметрал қарама-қарши нуқталаридан чиқувчи ярим айланаларидан ҳосил бўлган фигура.

СФЕРИЧЕСКИЙ ИЗБЫТОК — СФЕРИК ЗИЁДЛИК — сферик учбурчак бурчаклари йиғиндиси билан Евклид геометриясидаги учбурчак бурчаклари йиғиндиси орасидаги айирма, яъни $(A+B+C)-\pi$ айирма, бу ерда $A,\ B,\ C$ — сферик учбурчакнинг бурчаклари.

С. з. эксцесс деб ҳам аталади. Евклид текислигидаги учбурчак бурчакларининг йиғиндиси билан Лобачевский текислигидаги учбурчак бурчакларининг йиғиндиси орасидаги айирма учбурчакнинг дефекти ёки камчилиги деб аталади, яъни учбурчак дефекти $\pi-(A+B+C)$ айирмадир, бу ерда $A,\ B,\ C$ — Лобачевский текислигидаги учбурчакнинг бурчаклари.

СФЕРИЧЕСКИЙ СЕКТОР — СФЕРИК СЕКТОР — шар секторининг худди ўзи (қ. Шаровой сектор).

СФЕРИЧЕСКИЙ ТРЕУГОЛЬНИК — СФЕРИК УЧБУРЧАК — сферанинг учта нуқтаси билан катта доираларнинг учта ёйи тўпламидир; бу ёйларнинг ҳар бири ярим айланадан кичик бўлиб, уларнинг учлари ўша нуқталарда ётади. С. у. нинг бурчаклари йиғиндиси иккита тўғри бурчакдан катта бўлиб, π билан 3π орасида бўлади, яъни:

$$\pi<A+B+C<3\pi,$$

бу ерда $A,\ B,\ C$ — С. у. нинг бурчаклари. С. у. лар тенглигининг кўп аломатлари одатдаги текис учбурчаклар тенглигининг аломатларига ўхшайди. Лекин ўхшамайдиган аломатлари ҳам бор: масалан, агар айни бир сферадаги икки С. у. дан бирининг учта бурчаги иккинчисининг учта бурчагига тенг бўлса, бу учбурчаклар тенг бўлади. Сферическая тригонометрия, Косинусов теорема, Синусов теорема терминларига ҳам қаранг.

СФЕРОИД — СФЕРОИД — сферанинг ўз ўқи атрофида айланишида ўша ўқ бўйича сиқилиши ҳисобга олинганда ҳосил бўладиган сирт; бунда сирт экваторда ва қутбда оғирлик кучининг тезланиши таъсир қилиши ва айланиш бурчак тезлиги ҳисобига сиқилади. С. кўриниши сферага яқин бўлади.

Грек. σφαίρα — шар, сфера, копток, εἶδος — кўриниш.

СХОДИМОСТИ ТОЧКА—ЯҚИНЛАШИШ НУҚТАСИ. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ функционал қаторнинг (функционал кетма-кетликнинг) Я. н. шундай x_0 нуқтадирки, $u_n(x)$ функцияларнинг берилган x_0 нуқтадаги қийматларидан тузилган $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x_0)$ сонли қатор яқинлашувчи қатор бўлади (қ. Ряды).

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. II, III, Физматгиз, М., 1959.

СХОДСТВЕННЫЕ СТОРОНЫ — ЎХШАШ ТОМОНЛАР — бири иккинчисига бирор геометрик алмаштиришда мос бўлган икки кўпбурчак мос томонларининг ҳар бир жуфти. Ў. т. термини одатда икки ўхшаш учбурчакни текширишда қўлланилади ва бу учбурчакларнинг (кўпбурчакларнинг) тенг бурчаклар қаршисида ётган томонларини (тенг бурчаклар ёндошган томонларини) билдиради. Қ. Преобразование, Отображение, Соответствие.

СХОДЯЩИЙСЯ РЯД — ЯҚИНЛАШУВЧИ ҚАТОР — йиғиндиси чекли бўлган $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ қатордир. $\sum_{n=1}^{\infty} C_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + ib_n)$ комплекс қаторнинг $C = A + iB$ йиғиндига яқинлашиши иккита ҳақиқий $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ва $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ қаторларнинг мос равишда A ва B га яқинлашишига тенг кучлидир. Қ. Ряд.

СЧЁТ — САНОҚ — икки хил маънога эга бўлган математик тушунча. Биринчидан, С. мазкур чекли тўпламда қанча элемент борлигини аниқлашга имкон берувчи амал деб тушунилади; иккинчидан, С.—бутун ва каср рационал сонлар устида бажариладиган дастлабки тўрт арифметик амал тўплами, яъни С. — ҳисоблашдир.

Адаб.: Энц. элем. матем., Гостехиздат, М., 1951; И. Я. Депман, История арифметики, Учпедгиз, М., 1959.

СЧЁТНАЯ ЛИНЕЙКА — ҲИСОБ ЧИЗҒИЧИ — ҳар хил ҳисоблар бажаришига хизмат қиладиган чизғич. Одатдаги логарифмик чизғичда (қ. Логарифмическая линейка) кўпайтириш, бўлиш, даражага кўтариш, илдиз чиқариш, тригонометрик ҳисоблар бажариш мумкин.

Махсус масалаларни ечишга мўлжалланган шкалали чизғичлар ҳам бор. Масалан, авиацияда қўлланиладиган навигацион ҳисоб чизғичининг 17 шкаласида барометрнинг кўрсатишига қараб йўл, вақт ва тезликни ҳисоблаш, узунлик ва тезлик ўлчовларини алмаштириш ва бошқа ҳисоблар бажариш мумкин.

СЧЁТНО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МАШИНЫ (или счётно-перфорационные машины) — **АНАЛИТИК ҲИСОБ МАШИНАЛАРИ** (ёки перфорацион ҳисоб машиналари)—перфорацион карталар (қ.) билан ишлайдиган қатор машиналар; бу перфокарталарга ҳар хил сонлар ва буйруқ ёки сўзларнинг кодлари тешик тешиш йўли билан туширилади. Аналитик ҳисоб машиналари қаторига аввало перфораторлар, яъни перфокарталарга сонлар, буйруқлар, сўзлар кодини туширувчи машиналар киради. Сортларга ажратиш аппарати карталарни бирор аломатларига қараб группаларга ажратади. Репродуктор шаблон перфокарталардан перфокарталар кўпайтириш учун ишлатилади. Ўқиб чиқарувчи (шифрини очувчи) машина сон, буйруқ ва сўзларнинг перфокарталарга туширилган кодларини очиб беради. Ҳозирги замон тезкор электрон ҳисоб машиналарининг кириш қурилмалари ва чиқиш қурилмалари аналитик ҳисоб машиналаридан тузилади.

СЧЁТНОЕ МНОЖЕСТВО — САНОҚЛИ ТЎПЛАМ — натурал қаторга эквивалент бўлган тўплам, яъни ҳамма элементларини натурал сонлар билан номерлаб (белгилаб) чиқиш мумкин бўлган тўплам. С. т. нинг қуввати чексиз тўпламлар қуввати орасида энг кичиги бўлиб, $\aleph_0$ (алеф-ноль) билан белгиланади. Барча жуфт сонлар, рационал сонлар, алгебраик сонлар тўпламлари С. т. га мисол бўлади. Ҳар қандай чексиз тўпламда С. т. бўлади. Саноқли бўлмаган чексиз тўплам саноқсиз тўплам (к. Несчетное множество) деб аталади.

СЧЁТНО-РЕШАЮЩИЕ УСТРОЙСТВА — ҲИСОБ ЕЧУВЧИ ҚУРИЛМАЛАР. Ҳ. е. қ. ҳар хил математик машиналар таркибига киради ва маълум бир математик амални ёки бир группа амалларни бажаришга мўлжалланган. Ечиладиган масалага кирган ўзгарувчи миқдорлар ўзининг ўзгариш соҳасида узлуксиз ўзгаришига ёки фақат дискрет қийматлар қабул қилишига қараб бу қурилмалар узлуксиз ва дискрет равишда ишлайди. Жамловчи, кўпайтирувчи, интеграллловчи ва дифференциалловчи, шунингдек функционал Ҳ. е. қ. бўлади; функционал Ҳ. е. қ. берилган функционал боғланишни автоматик равишда амалга оширади.

СЧЁТНЫЕ МАШИНЫ — ҲИСОБ МАШИНАЛАРИ — айрим сонлар устида бажариладиган математик амалларни механизациялашга мўлжалланган математик машиналар. Қўшиш ва айириш амалини бажарадиган қўшувчи машиналар, барча тўрт амални бажарадиган ярим автоматик ва автоматик арифмометрлар (қ.) кенг қўлланилади. Бу машиналар кичик ҳисоб машиналари деб аталади; улар қайд қилувчи (берилган сонларни қайд қилиш учун), кўчирма ва санаш қурилмаларидан иборат; бу қурилмалар бир-бирига жуда кўп ўхшайди: уларнинг ҳаммасида сонлар (яъни амал бажариладиган сонлар) махсус тузилган клавишларни босиш билан берилади; машина клавишларни босиш билан бошқарилади. Натижа маълум бир шкалада ҳосил бўлади.

Адаб.: И. С. Евдокимов, Г. П. Евстигнеев, В. Н. Крушин, Счётно-цифровые машины, Машгиз, М., 1953.

СЧЁТЧИК — СЧЁТЧИК — энг содда математик амал бўлган саноқни бажариш, яъни счётчикда йиғилган сонни кетма-кет бир бирликка ошириш учун мўлжалланган рақамли математик асбобдир. Қўлланилаётган саноқ системасининг (қ. Система счисления) қандай бўлишига қараб С. лар ўнли, иккили, саккизли ва умуман p ли С. ларга бўлинади; p ли С. лар бир-бирига разрядлараро ўтиш воситалари орқали қўшилган бир разрядли p ли регистрлардан иборат бўлади; маълум бир разрядда p бирлик тўпланганда ёнида турган юқори разряднинг кўрсатиши бир бирликка ортади ва мазкур регистр нолинчи вазиятига ўтади. Техник жиҳатдан С. лар ҳар хил: механик, релели, электр, электрон С. лар бўлади. Бирор кўринишдаги С. ҳар қандай математик ҳисоблаш машинасининг, жумладан тезкор электрон ҳисоб машиналарининг зарурий элементи ҳисобланади.

СЧЁТЫ — ЧЎТ — арифметик ҳисоблаш (қўшиш ва айириш) учун ишлатиладиган, энг содда амалий ҳисоб ишида ва мактабда кўргазмали қурол сифатида қўлланиладиган энг содда асбоб. Ҳозирги замон чўтларининг аждоди ҳисобланадиган тахта чўт Россияда XVI асрда расм бўлган. Чўт ҳозирги кўринишини XVIII аср бошларида олган. Рус чўтлари СССР дан ташқари Эронда ҳам ишлатилади. Ғарбий Европада эса бу чўтлар асосида яратилган мактаб кўргазмали қуролларигина қўлланилади. Хитой чўтлари (суан—пан) ҳам бор, улар Хитой, Ҳиндихитой ва Японияда расм бўлган. Хитой чўтлари рус чўтларидан анча олдин яратилган бўлиб, ҳозиргача ҳам ўзларининг 5 бирликли саноғи билан қадимий тузилишини сақлаб қолган.

Адаб.: И. Г. Спасский, Происхождение и история русских счетов, «Историко-математические исследования», вып. 5, Гостехиздат, М., 1952; И. Я. Депман, История арифметики, Учпедгиз, М., 1959.

Т

ТАБЛИЦЫ КУЛИКА — КУЛИК ЖАДВАЛЛАРИ. XIX асрнинг биринчи ярмида ҳисоблаш техникаси кам ривожланган бўлгани ҳолда турли мамлакатларнинг математиклари биринчи ўн миллион ичидаги туб сонларнинг ва мураккаб сонларнинг энг кичик бўлувчиларининг жадвалларини (айрим миллионлар учун) зўр машаққат билан яратганлар, масалан, Чернак (1811) — биринчи миллион учун, Буркгардт (1814) — иккинчи миллион учун, (1816) учинчи миллион учун, Крелле, Дазе, Розенберг, Глейшер, В. Лебег ва бошқалар 1865 йилга келиб бу жадвалларни тўққизинчи миллионга етказганлар.

Ўша йилларда Вена Фанлар академиясига 100 миллионгача (!) бўлган натурал сонларнинг энг кичик бўлувчиларининг (2, 3, 5, 7 дан бошқа) ақл бовар қилмайдиган жадваллари топширилган. Бу жадваллар Прага университетининг профессори бўлган ўткир ҳисобчи Я. Ф. Куликнинг машаққатли улкан меҳнатлари самараси эди. Қ. ж. нинг ҳажми катта бўлгани учун уни Вена Фанлар академияси нашр этиш иложини тополмади, қўл ёзма ҳолидаги жадваллар Академиянинг архивига топшириб қўйилди.

Я. Ф. Куликнинг Фанлар академиясига топширилган «Бўлувчиларга оид улуғ қонуни» саккиз жилд бўлиб, ҳаммаси 4212 саҳифа эди. К. ж. ўша вақтда тўлиқ деб ҳисобланган Буркгардт жадвалларининг охирги сонидан, яъни 3 033001 дан бошланган. Қ. ж. 100330201 сони билан тугаган. К. ж. нинг 12642601 дан 22853800 гача сонларни ўз ичига олган иккинчи жилди 1911 йили йўқолган ва у ҳалигача топилмаган. Қ. ж. нинг ўлчами 14,5×11,5 дюйм бўлган ҳар бир саҳифасида 80 сатр ва 77 устун бўлган. Муаллиф сонларни қўшимча равишда (қисқароқ) ҳарфлар билан белгилаш орқали жадваллар ҳажмини камайтирган. Масалан, ҳар бир икки хонали сон битта латин ҳарфи билан белгиланган; иккита икки хонали соннинг комбинацияси ҳам латин ҳарфларининг тегишли комбинацияси орқали белгиланган ва ҳоказо. Шундай белгилаш орқали жадвалларнинг ҳажми тахминан икки марта қисқартирилган, лекин бунинг эвазига жадваллардан фойдаланиш қоидаси ва уларнинг ҳарфий-рақамли мазмунини текшириш қийинлашган. Қ. Простых чисел таблицы.

Адаб.: И. Я. Депман, Замечательные славянские вычислители Г. Вега и Я. Ф. Кулик, «Историко-математические исследования», вып. 6, Гостехиздат, М., 1953.

ТАБЛИЦЫ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ — МАТЕМАТИК ЖАДВАЛЛАР — бирор функциянинг аргументларининг тегишли қийматлари учун ҳисоблаб чиқарилган сон қийматлари. Бунинг энг содда мисоли ҳаммага болалигидан маълум бўлган кўпайтириш жадвалидир. Математик жадваллар математика, физика, химия, астрономия, техника ва бошқа фанларда ҳар хил ҳисоблаш ишларида муҳим ёрдамчи воситадир. Функция қийматларининг жадвалларида келтириладиган тўғри қийматли рақамлари сони жадвалнинг аниқлик даражаси деб аталади. Жадваллар аргумент ўзгаришининг қадами (аргументнинг қўшни қийматлари айирмаси) ва диапазони билан характерланади. Жадвал тузганда аргументнинг функция қийматлари келтириладиган қийматларини танлаш, материални жадвалда яхшилаб жойлаштириш, жадвалдан фойдаланишга оид энг содда қоидалар бериш лозим. Жадвалга аргументнинг дискрет қийматларига оид функция қийматлари киритилгани учун функциянинг жадвалга кирмай қолган аргумент қийматларига тегишли қийматлари учун интерполяция (қ.) қилиш зарур. Жадвалнинг диапазони ва қадами амалий эҳтиёжларга қараб аниқланади. Диапазон ва қадам шундай танланадики, бунда интерполяцияни тегишли аниқлик билан бажаришга ва интерполяция энг содда бўлишига, кўпинча чизиқли бўлишига эришилади.

Бизнинг эрамиздан 2000 йил олдин қадимги Вавилонда натурал сонлар кўпайтмалари жадваллари, $\frac{1}{n}$, n^2, n^3, n^2+n^3 кўринишдаги сонларнинг жадваллари (n— натурал сон) ишлатилган ва ҳоказо. Астрономияга оид кўп маълумотларни (сонларни) ишлаб чиқиш зарурати муносабати билан қадимги Грецияда трансцендент функцияларнинг биринчи жадваллари тузилган. Бизгача етиб келган биринчи тригонометрик жадваллар Птолемейнинг (II аср) «Алмагест» асарида келтирилган. Ҳинд математиклари, Ўрта Осиё ва Яқин Шарқ математиклари математик жадваллар тузишганлар. X асрда эронлик олим Абул Вафо тангенс ва синусларнинг аниқлиги 1:60^4 ва қадами 10′ бўлган жадвалларини тузган. Европада XV — XVII асрларда жуда кўп жадваллар яратилади.

XV асрда немис математиги И. Региомонтан синуслар қийматларининг жадвалида (қадами—1°, аниқлиги — етти хона) ўнли саноқ системасини (қ. Десятичная система счисления) биринчи бўлиб ишлатди. Н. Коперник (1543) ва унинг шогирди Рэтик тригонометрик функцияларнинг жадвалларини тузди лар; бу жадвалларни 1613 йили немис олими Питиск кенгайтирди ва тўлдирди, бу жадваллар ҳозирги замон тригонометрик жадвалларига асос қилиб олинди.

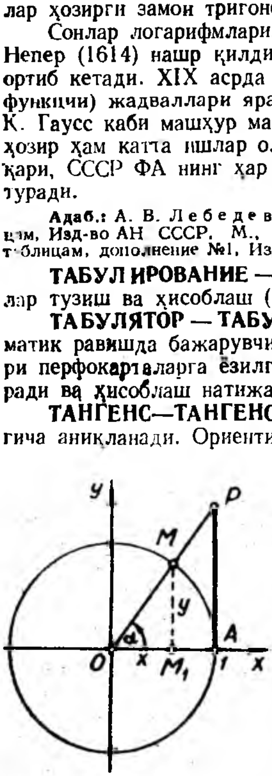
Сонлар логарифмларининг жадвалларини биринчи бўлиб шотланд математиги Непер (1614) нашр қилди. Фан ривожланиши билан жадваллар сони жуда тез ортиб кетади. XIX асрда ҳар хил махсус функцияларнинг (қ. Специальные функции) жадваллари яратилган. Жадваллар тузишда Л. Эйлер, А. Лежандр, К. Гаусс каби машҳур математиклар иштирок этади. Жадваллар тузиш соҳасида ҳозир ҳам катта ишлар олиб борилмоқда. СССР да алоҳида нашрлардан ташқари, СССР ФА нинг ҳар хил институтлари жадваллар сериялари нашр этиб туради.

Адаб.: А. В. Лебедев, Р. М. Федорова, Справочник по математическим таблицам, Изд-во АН СССР, М., 1956; Н. М. Бурунова, Справочник по математическим таблицам, дополнение №1, Изд-во АН СССР, М., 1959.

ТАБУЛИРОВАНИЕ — ТАБУЛЯЦИЯ ҚИЛИШ — ҳар хил математик жадваллар тузиш ва ҳисоблаш (қ. Таблицы математические).

ТАБУЛЯТОР — ТАБУЛЯТОР — перфокартага туширилган буйруқларни автоматик равишда бажарувчи ҳисобловчи аналитик машинадир; табуляторлар кодлари перфокарталарга ёзилган сонларнинг алгебраик йиғиндисини ҳисоблаб чиқаради ва ҳисоблаш натижасини босма равишда ёзади.

ТАНГЕНС—ТАНГЕНС—тригонометрик функциялардан (қ.) бири бўлиб, қуйидагича аниқланади. Ориентирланган текисликда тўғри бурчакли декарт координаталари системаси (281- расм) ва ихтиёрий $\alpha = \angle AOM$ бурчак танлаб олинган бўлсин; бу бурчакнинг учи координаталар бошида, қўзғалмас томони Ox ўқ билан бир хил, қўзғалувчи (ўзгарувчи) OM томони эса O уч атрофида айланганда Ox ўқ билан ҳар хил α бурчаклар ҳосил қилсин. α бурчакнинг тангенси деб $y_M : x_M$ нисбатга айтилади, бу ерда x_M, y_M — α бурчакнинг қўзғалувчи OM томонидаги ихтиёрий M нуқтанинг координаталари. OM кесма кўпинча қўзғалувчи радиус-вектор деб, M нуқтанинг координаталари радиус- вектор учининг координаталари деб аталади. α бурчакнинг Т. бу бурчакнинг функциясидир. α бурчакнинг Т. $\operatorname{tg}\alpha$ орқали белгиланади. Т. нинг энг кичик мусбат даври π га, яъни 180° га тенг: $\operatorname{tg}(\alpha+n\pi) = \operatorname{tg}\alpha$, бу ерда $n=0$,



281- расм.

± 1, ± 2, ...Т. чегараланмаган, тоқ $[\mathrm{tg}(-\alpha) = -\mathrm{tg}\alpha]$ функция бўлиб, сонлар ўқида $x \neq \frac{\pi}{2}(2n+1)$ тенгсизликни қаноатлантирадиган x нинг барча қийматларида аниқланган бўлади, бу ерда n—ҳар қандай бутун сон.

α бурчак 0 дан $\frac{\pi}{2}$ (радиан) гача ортганда Т. 0 дан ∞ гача ортади. Т. синус ва косинусга ҳамда котангенсга қуйидаги формулалар орқали боғланган:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\ \mathrm{tg}\,\alpha = 1 : \mathrm{ctg}\,\alpha.$$

Т. га тескари бўлган функция арктангенс (қ.) деб аталади. Т. нинг ҳосиласи $(\mathrm{tg}\,x)' = 1 : \cos^2 x$ формула билан ҳисобланади. Т. дан олинган интеграл $\int \mathrm{tg}\,x dx = -\ln|\cos x| + C$ формула билан ҳисобланади. Т. нинг қаторга ёйилмаси:

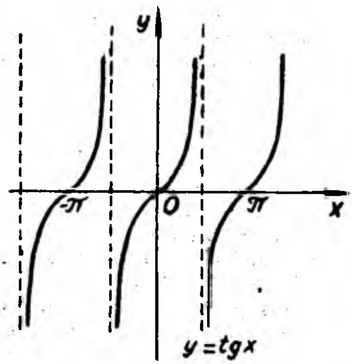
$$\mathrm{tg}\,x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots \quad \left(|x| < \frac{\pi}{2}\right).$$

Агар α бурчакни тўғри бурчакли OMM_1 учбурчакнинг (281-расм) ўткир бурчаги деб қарасак, у ҳолда Т. ни α бурчак қаршисида ётган катетнинг бу бурчакка ёндошган катетга нисбати сифатида таърифлаш мумкин, яъни $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{y_M}{x_M}$. Баъзан Т. $\sin\alpha : \cos\alpha$ формула билан аниқланувчи функция сифатида таърифланиб, синус (қ.) ва косинус (қ.) функциялар махсус таърифланади. AP уринма кесмасининг (қўзғалмас $OA = 1$ радиус охиридан қўзғалувчи OM радиус давоми билан айланага A нуқтада ўтказилган уринманинг кесишиш нуқтасигача бўлган кесманинг) узунлиги α бурчакнинг Т. га тенг бўлгани, яъни $\mathrm{tg}\,\alpha = AP$ бўлгани учун бу миқдор Т. деб аталган.

Лат. tangens—уринма (tango—уринаман).

ТАНГЕНСОВ ТЕОРЕМА — ТАНГЕНСЛАР ТЕОРЕМАСИ. қ. Теорема сложения, Регионтана формула.

ТАНГЕНСОИДА — ТАНГЕНСОИДА — $y = \mathrm{tg}\,x$ тригонометрик функциянинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги графиги (282-расм).



282- расм.

ТАНГЕНЦИАЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ — ТАНГЕНЦИАЛ КООРДИНАТАЛАР. Координаталар бошидан ўтмайдиган тўғри чизиқнинг (текисликдаги тўғри чизиқнинг) тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги тенгламаси $ux + vy + 1 = 0$ кўринишда бўлади. u ва v коэффициентлар бу тенгламага тўғри чизиқда ётувчи нуқталарнинг (x, y) координаталари билан бир хил ҳуқуқда қатнашади. u ва v коэффициентларнинг ($u = -\frac{1}{a}$, $v = -\frac{1}{b}$, бу ерда a ва b — координата ўқларидан тўғри чизиқ ажратадиган кесмалар) берилиши текисликда тўғри чизиқни бир қийматли аниқлайди. Шунинг учун u ва v коэффициентларини (сонларни) тўғри чизиқнинг махсус координаталари деб қабул қилиш мумкин. Бу u ва v координаталар тўғри чизиқнинг Т. к. (тўғри чизиқнинг бир жинсли бўлмаган Т. к.) деб аталади. Агар тўғри чизиқнинг $u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 = 0$ бир жинсли тенгламаси текширилса, у ҳолда u_1, u_2, u_3 сонлар тўғри чизиқнинг бир жинсли Т. к. деб аталади. Текисликнинг бир жинсли бўлмаган ва бир жинсли Т. к. ҳам шунга ўхшаш таърифланади. Текисликнинг мос равишда $ux + vy + wz + 1 = 0$ ва $u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 + u_4x_4 = 0$ тенгламалар билан берилган Т. к. u ва v орасида боғланиш ўрнатса, у ҳолда текисликдаги тенгламаси $f(u, v) = 0$ бўлган ∞^2 дона тўғри чизиқдан ∞^1 дона тўғри чизиқни ажратиб оламиз, ажратиб олинган бу тўғри чизиқлар бирор $F(x, y) = 0$ эгри чизиққа ўтказилган уринмалар (қ. Огибающие) тўпламини (оиласини) ҳосил қилади. Шунинг учун $f(u, v) = 0$ тенглама $F(x, y) = 0$ эгри чизиқнинг нуқта координаталари орқали ёзилган тенгламаси деб эмас, балки Т. к. орқали ёзилган тенгламаси деб аталади. Эгри чизиқнинг $F(x, y)$ тенгламасини ҳосил қилиш учун қуйидаги тенгламалардан u ва v ни йўқотиш керак:

$$ux + vy + 1 = 0,$$
$$f(u, v) = 0,$$
$$x \frac{\partial f}{\partial v} - y \frac{\partial f}{\partial u} = 0.$$

Эгри чизиқнинг нуқта координаталари орқали ёзилган $F(x, y) = 0$ тенгламасидан унинг Т. к. орқали ёзилган $f(u, v) = 0$ тенгламасига ўтишдек тескари масала қуйидаги тенгламалардан x ва y ни йўқотиш йўли билан ечилади:

$$ux + vy + 1 = 0,$$
$$F(x, y) = 0,$$
$$u \frac{\partial F}{\partial y} - v \frac{\partial F}{\partial x} = 0.$$

Алгебраик эгри чизиқнинг тангенциал тенгламаси алгебраик тенглама бўлади. Текисликдаги эгри чизиқнинг тангенциал тенгламаси бу эгри чизиқнинг нуқта координаталари орқали ёзилган тенгламасига ўзаро муносибдир (қ. Двойственности принцип). Эгри чизиқ тангенциал тенгламасининг тартиби (даражаси) эгри чизиқнинг синфи (қ. Класс) деб аталади. 2-тартибли эгри чизиқнинг синфи бу эгри чизиқнинг тартиби билан бир хил бўлади. Юқорироқ тартибли эгри чизиқларда синф билан тартиб умуман турлича бўлади.

Лат. tangens — уринувчи сўзини билдирадиган tangentis сўзининг чиқиш келишигида турланиши.

ТЕЙЛОРА РЯД — ТЕЙЛОР ҚАТОРИ. $f(x)$ функциянинг a нуқтадаги Тейлор қатори қуйидагича ёзилади:

$$f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \ldots \quad (1)$$

Бу ерда $f(x)$ функция a нуқтада аниқланган ва ўша нуқтада истаган тартибли ҳосилага эга.

Тейлорнинг формал равишда ёзилган (1) қатори яқинлашувчи бўлиши ҳам, узоқлашувчи бўлиши ҳам мумкин, ҳатто яқинлашувчи бўлганида ҳам $f(x)$ дан фарқли функцияга яқинлашиши мумкин. Масалан, $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ функция учун $a = 0$ нуқтада Тейлор қаторини ёзиш мумкин эмас, чунки бу нуқтада функциянинг ҳосилалари йўқ.

e^x функция учун ёзилган қуйидаги Т. қ. ҳамма ерда e^x функцияга яқинлашади:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

Қуйидаги $f(x)$ функция учун ёзилган Т. қ. яқинлашувчи бўлади-ю, лекин $f(x)$ га яқинлашмайди, балки айний равишда нолга айланади:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & (x \neq 0) \\ 0, & (x = 0). \end{cases}$$

Т. қ. узоқлашувчи ёки бошқа функцияга яқинлашувчи бўлган функцияларга ҳам мисол келтириш мумкин. Агар $S_n(x) - (1)$ Т. қ. нинг дастлабки $(n+1)$ ҳадининг йиғиндиси бўлса, у ҳолда $R_n(x) = f(x) - S_n(x)$ айирма Т. қ. нинг қолдиқ ҳади деб аталади. Агар $\lim\limits_{n\to\infty} R_n(x) = 0$ бўлса,

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$$

формула тўғри бўлади. $a = 0$ бўлганда Т. қ. Маклорен қаторига (қ. Маклорена ряд) айланади.

Қуйидаги функцияларнинг Т. қ. га ёйилмаси кенг қўлланилади:

$$(1+x)^m = 1 + mx + \ \dots \ + \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!}x^n + \dots; \quad (2)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots; \quad (3)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots; \quad (4)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \dots + (-1)^{(n-1)} \frac{x^n}{n} + \dots. \quad (5)$$

(2) қатор қуйидаги ҳолларда яқинлашади: $m < -1$ бўлганда $-1 < x < 1$ да; $-1 < m < 0$ бўлганда $-1 < x \leqslant 1$ да; $m > 0$ бўлганда $-1 \leqslant x \leqslant 1$ да. (3) ва (4) қаторлар x нинг ҳар қандай қийматларида яқинлашади. (5) қатор $-1 < x \leqslant 1$ да яқинлашади.

Т. қ. га оид иккита муҳим теоремани билиш зарур:

1. Агар $f(x)$ функция даражали қаторга ёйилса, бу қатор албатта унинг Т. қ. бўлади.

2. $-r \leqslant x \leqslant r$ кесмада $|f^{(n)}(x)| < C$ тенгсизликни қаноатлантирадиган $C > 0$ мавжуд бўлса ($n = 0, 1, 2, \dots$), у ҳолда $f(x)$ функция $-r \leqslant x \leqslant r$ кесмада даражали қаторга ёйилади.

ТЕЙЛОРА ФОРМУЛА — ТЕЙЛОР ФОРМУЛАСИ — аргументнинг берилган қийматига функциянинг тегишли қийматини тақрибий ҳисоблашга имкон берувчи формула. Агар a — ҳар қандай ҳақиқий сон бўлса, у ҳолда қолдиқ ҳадли Т. ф. қуйидаги кўринишда бўлади:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \frac{f^{(n+1)}(\overline{x})}{(n+1)!}(x-a)^{n+1},$$

бунда номаълум $\overline{x}$ нуқта a билан x орасида ётади. $R_n(x)$ хато (қолдиқ ҳад)

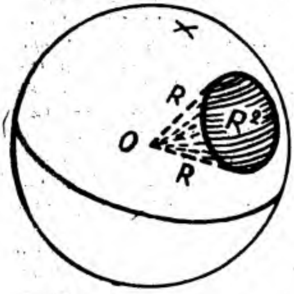
$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\overline{x})}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$$

формула билан баҳоланади. Кўпҳад учун Тейлор формуласи қуйидагича ёзилади:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n;$$

бу ерда n — кўпҳаднинг даражаси.

ТЕЛЕСНЫЙ УГОЛ — ФАЗОВИЙ БУРЧАК — фазонинг бир қисми бўлиб, бу қисм ясовчиси айланага гомеоморф бўлган конус сиртининг икки палласидан бири билан чегаралангандир. Ф. б. ларнинг хусусий ҳоллари уч ёқли бурчаклар (қ. Трехгранные углы) ва кўпёқли бурчаклардир (қ. Многогранные углы). Радиуси R ва маркази конус сиртининг марказида бўлган сферада конус сирти ажратадиган фигуранинг юзи Ф. б. ўлчови қилиб олинади (283- расм).



283- расм.

Ф. б. бирлиги сифатида стерадиан (қ.), яъни сферада юзи R^2 га тенг бўлган фигура ажратувчи Ф. б. қабул қилинади.

ТЕЛО — ЖИСМ: 1°. Алгебраик Ж.—нолдан фарқли ҳамма элементлари кўпайтириш амалларига нисбатан группа ҳосил қиладиган ҳалқадир. Ҳар қандай майдон (қ. Поле) жисмдир; лекин Ж. да кўпайтириш амали, умуман айтганда, коммутатив эмас (қ. Коммутативность). Майдон бўлмаган Ж. га мисол қилиб кватернионлар (қ.) ҳалқасини келтириш мумкин.

2°. **Геометрик Ж.** баъзан ҳамма томондан сиртларнинг қисмлари билан чегараланган фигура деб таърифланади. Геометрик Ж. ларнинг мисоллари: куб (қ.), юмалоқ жисмлар (қ. Круглые тела) ва ҳоказо.

ТЕЛО ВРАЩЕНИЯ — АЙЛАНИШ ЖИСМИ — текисликдаги бирор эгри чизиқнинг тайин бир тўғри чизиқ ёки тўғри чизиқнинг қисмлари (кесма, нур) атрофида айланишидан ҳосил бўлган геометрик жисм. Мисол: эллипснинг (қ.) ўз ўқларидан бири атрофида айланишидан ҳосил бўлган А. ж. айланиш эллипсоиди (қ.) бўлади. Қ. Круглые тела.

ТЕНЗОР — ТЕНЗОР. Баъзи бир математик ёки физик объектларни алгебра ва анализ воситалари билан тадқиқ қилишда, масалан, 2-, 3- тартибли ва ҳоказо тартибли эгри чизиқларга, айланиш бурчак тезлигига, эластик пластинкаларнинг кучланишига ва шу кабиларга алоқадор бўлган масалаларда координаталар системасидан фойдаланишга тўғри келади. Ўрганилаётган миқдорнинг ўзи маълум бир (физик, геометрик ва ҳоказо) маънога эга, ягона бутун бўлиб, координаталар системасининг тасодифий танланишига боғлиқ бўлмаган хоссаларга эга. Лекин ҳар бир координаталар системасида миқдор координаталар (сонлар) тўплами билан характерланади: 2- тартибли эгри чизиқ тенгламасининг коэффициентлари, полчизиқли форма, чизиқли алмаштириш коэффициентлари ва ҳоказо. Миқдорнинг бир координаталар системасидаги ва иккинчи координаталар системадаги координаталари орасидаги боғланишга қараб миқдорларнинг катта синфи бир тушунча бўлиб бирлашади. Аниқроқ қилиб айтганда: агар n ўлчовли фазонинг ҳар бир координаталар системасида сонларнинг

$$Z^{i_1 i_2 \dots i_p}_{j_1 j_2 \dots j_q} \quad \begin{matrix} i_k = 1, 2, \dots, n;\ k = 1, 2, \dots p \\ j_l = 1, 2, \dots, n;\ l = 1, 2, \dots, q \end{matrix} \qquad (*)$$

тўплами берилган бўлса, шу билан бирга мазкур координаталар системасини a^i_j матрица ёрдамида бошқа системага алмаштирганда (*) сонлар

$$Z'^{i_1 i_2 \dots i_p}_{j_1 j_2 \dots j_q} = \sum_{\substack{k_1, k_2, \dots, k_p \\ l_1, l_2, \dots, l_q}} a^{i_1}_{k_1} a^{i_2}_{k_2} \dots a^{i_p}_{k_p} b^{l_1}_{j_1} b^{l_2}_{j_2} \dots b^{l_q}_{j_q} Z^{k_1 k_2 \dots k_p}_{l_1 l_2 \dots l_q}$$

формула билан ўзгарса (бу ерда b^i_j матрица a^i_j га тескари матрицадир), у ҳолда p марта контравариант ва q марта ковариант Т. берилган деб гапирилади.

Т. мисолини Полилинейная форма, Квадратичная форма, Линейное преобразование, Аффинор, Поливектор терминларидан қаранг.

Адаб.: П. Қ. Рашевский, Риманова геометрия и тензорный анализ, Гостехиздат, М.—Л., 1953.

ТЕНЗОРНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ — ТЕНЗОР ҲИСОБИ — математиканинг тензорларни (қ.) ва тензор майдонларни чизиқли алгебра ва математик анализ воситалари билан ўрганувчи бўлими. n ўлчовли чизиқли фазода тензорлар устида алгебраик қўшиш, йиғиштириш (қ. Свертывание тензора), симметриклаш, альтернация амаллари бажарилади ва ҳоказо. Практика эҳтиёжларига боғлиқ равишда қўйилган масаланинг жинсига қараб бу амалларнинг ҳар бири геометрик ёки физик маънога эга бўлади. Лекин айтиб ўтилган амалларни ва тензорларнинг хоссаларини бу масалаларга боғламасдан ҳам ўрганиш мумкин ва шундай қилиш фойдалидир. Тензорлар устида бажариладиган бу тўрт амал ва уларнинг хоссалари Т. ҳ. нинг муҳим таркибий қисми бўлган тензорлар алгебрасининг асосий мазмунини ташкил қилади.

Т. ҳ. нинг янада чуқуррок бўлими тензорлар анализи бўлиб, бу бўлимга лимит ва дифференциалланувчанлик тушунчалари асос қилиб олинган. Тензорлар анализида тензор майдонлари ўрганилади. Тензор майдонининг дифференциалланувчанлиги тушунчаси кўп аргументли одатдаги функциянинг, яъни скаляр майдоннинг дифференциалланувчанлигидан анча мураккабдир. Тензор майдонларининг инвариант (эгри чизиқли координаталарни ҳар хил танлаб олганда ўзгармайдиган) дифференциалланиши тушунчасини абсолют ёки ковариант дифференциалланиш (қ. Абсолютное дифференцирование) тушунчаси орқали киритиш мумкин. Вектор ҳисоби Т. ҳ. нинг мустақил бўлими бўлган хусусий ҳолидир. Т. ҳ. нисбийлик назарияси ва дифференциал геометриянинг қудратли тадқиқот қуролидир.

Т. ҳ. га оид дастлабки ғоялар XIX асрда дифференциал геометрия масалалари муносабати билан К. Гаусс ва Б. Риман ишларида пайдо бўлади. Итальян математиклари Г. Риччи-Курбастро ва Т. Леви-Чивита Т. ҳ. ни ўз асарларида фан сифатида яратадилар. Т. ҳ. нисбийлик назариясининг ғоялари муносабати билан жуда кенг ва тез ривожланмоқда. Бу соҳада совет математикларидан В. Ф. Каган, П. А. Широков, П. Қ. Рашевскийлар катта ютуқларни қўлга киритдилар.

Адаб.: П. Қ. Рашевский, Риманова геометрия и тензорный анализ, Гостехиздат, М., 1953; Н. Е. Кочин, Векторное исчисление и начала тензорного исчисления, Изд-во АН СССР, М., 1951.

ТЕОРЕМА — ТЕОРЕМА — тўғри ёки нотўғри эканлиги исбот этиш йўли билан аниқланадиган математик жумла.

Грек. теорема — томоша.

Обратная теорема, Противоположные теоремы, Необходимый признак, Достаточный признак, Критерий терминларига қаранг.

Адаб.: И. С. Градштейн. Прямая и обратная теорема, Физматгиз, М., 1960.

ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ в тригонометрии — тригонометрияда **ҚЎШИШ ТЕОРЕМАЛАРИ** — икки бурчак йиғиндиси ёки айирмасининг синуси, косинуси ва тангенси учун чиқарилган формулалар.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ — тасодифий ҳодисаларнинг қонуниятларини ўрганадиган математик фан. Эҳтимолнинг математик тушунчаси частота статистик барқарорлигининг объектив қонунияти акс этишидир. Бу қонуниятнинг моҳияти қуйидагидан иборатдир.

Бирор K шартлар комплекси (тўплами) мавжуд бўлсин деб фараз қилайлик. Бу шартлар комплексига A ҳодиса боғлиқ бўлсин, лекин K комплекс шартлари бажарилганда A ҳодиса юз бериши ҳам, юз бермаслиги ҳам мумкин. Масалан, K — ўйин соққасини ташлашни билдиради, A ҳодиса эса бир тушишини билдиради. K комплекс бирор n сон марта амалга оширилган бўлсин, бунинг m мартасида A ҳодиса юз берсин (соққани n марта ташлаганда бир m марта тушсин). У ҳолда A ҳодисанинг частотаси деб $m:n$ нисбатга айтилади. Частоталарнинг статистик барқарорлиги ҳодисаси шуидан иборатки, n катта бўлганда A ҳодисанинг частотаси n га боғлиқ бўлмай, бирор сонга яқин бўлади. Бу сон A ҳодисанинг эҳтимоли деб аталади. Ўйин соққасини ташлаш мисолида соққа кўп ташланганда бир тушиш эҳтимоли $^1/_6$ га яқин бўлади, бинобарин, бир тушиш эҳтимоли $\frac{1}{6}$ га тенг.

Жуда кўп марта кузатилганда частота эҳтимолга яқин бўлишига асосланиб туриб Р. Мизес эҳтимолни частотанинг лимити сифатида таърифлашни таклиф этди. Лекин частотанинг лимити эҳтимол эканини текшириб кўриш чексиз кўп тажриба ўтказишни талаб қилади ва шунинг учун уни амалга ошириб бўлмайди. Шунинг учун Р. Мизес таърифини қабул қилиш эҳтимоллар назариясининг ҳар қандай татбиқидан воз кечишни билдиради.

Э. н. қимор ўйини (қ. Петербургская игра) масалалари муносабати билан пайдо бўлган. Я. Бернулли Э. н. га муҳим ҳисса қўшди: у мустақил синовларнинг энг содда ҳолида катта сонлар қонунининг исботини берди. XIX асрнинг биринчи ярмида Э. н. кузатиш хатоларининг анализига татбиқ этилди. Лаплас ва Пуассон дастлабки лимит теоремаларни исботлаганлар. XIX асрнинг иккинчи ярмида Э. н. нинг ривожланиши фақат рус олимлари П. Л. Чебишев, А. А. Марков ва А. М. Ляпуновлар номи билан чамбарчас боғлиқ бўлган. Ўша даврларда катта сонлар қонуни ва марказий лимит теорема (қ. Предельные теоремы) исбот қилинди, шунингдек Марков занжирлари назарияси яратилди (қ. Маркова цепи). XX асрда эҳтимоллар назарияси фан ва техниканинг хилма-хил соҳаларида татбиқ этилди. Тасодифий процесслар (қ. Случайные процессы) назарияси яратилди. Бу назария учун А. Н. Колмогоров ва А. Я. Хинчиннинг ишлари муҳим аҳамиятга эга. Жумладан, А. Н. Колмогоров ўзи таклиф қилган аксиоматика ичида Марков процесслари (қ.) деб аталувчи процессларни тадқиқ этди.

С. Н. Бернштейн ва бошқа математиклар лимит теоремаларни боғлиқ бўлган тасодифий миқдорлар йиғиндилари учун умумлаштирдилар.

XIX аср охири ва XX аср бошларида математик статистика (қ.) яратилди. Статистическая проверка гипотез терминига ҳам қаранг. Асримизнинг 40-йилларида Э. н. да информация назарияси (қ. Теория информации) ва ўйинлар назарияси пайдо бўлди.

Шундай қилиб, ҳозирги замон Э. н. жуда кенг тармоқли фандир. Унинг татбиқларига мисол қилиб, назарий физика (статистик физика, квантлар назарияси), радиоэлектроника, алоқа линияларида бўладиган тасодифий халақитлар, тасодифий халақитлар мавжуд бўлган ҳолда автоматик созлаш назариясидаги татбиқларини келтириш мумкин. Биология ва медицинада Э. н. асосан эксперимент натижаларини ишлаб чиқишда қўлланиб келган. Лекин кейинги йилларда информация назариясининг нерв фаолиятига алоқадор масалаларга, шунингдек ирсият масалаларига татбиқ этилиш имконияти кўриниб қолди. Ўйинлар назарияси кўпгина ҳарбий масалаларни, шунингдек экономикани анализ қилишга алоқадор масалаларни ечишда қўлланилиши мумкин.

Адаб.: Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, Физматгиз, М., 1961; А. М. Яглом, И. М. Яглом, Вероятность и информация, Физматгиз, М., 1960.

ТЕОРИЯ ГРУПП — ГРУППАЛАР НАЗАРИЯСИ — алгебранинг группалар (қ.) хоссаларини ўрганадиган бўлими. Дастлаб Г. н. алгебраик тенгламалар назариясининг ёрдамчи воситаси сифатида пайдо бўлган (қ. Галуа теория). Кейинчалик у дифференциал тенгламаларнинг квадратурада ечилиши масалалари билан чамбарчас боғлиқ равишда ривожланди. Бу соҳада С. Ли узлуксиз Г. н. га асос солди (қ. Непрерывная группа). Бу назариянинг алгебра, геометрия, дифференциал тенгламалар ва топологияда чуқур ва хилма-хил татбиқ этилиши унинг мустақил предмет бўлиб ташкил топишига асос яратиб берди. Г. н. да группаларнинг ҳар хил синфлари ўрганилади, чунончи: Абель группалари, ечиладиган нильпотент группалар, ярим содда группалар, ясовчилари сони чекли группалар, эркин группалар ва ҳоказо. Берилган группаларга қараб янги группалар тузиш конструкциялари ўрганилади (бу тўғрида Фактор-группа, Отображение, Гомеоморфизм терминларига қаранг). Г. н. ҳозирги вақтга келиб катта ютуқларга эришди: Абель группалари, ясовчилари сони чекли группалар, Лининг ярим содда группалари классификация қилинган. Г. н. соҳасидаги йирик намояндалар Г. Вейль, Э. Картан, Н. Г. Чеботарев, О. Ю. Шмидт, Л. С. Понтрягин, А И. Мальцев ва бошқа математиклар ҳисобланади.

Адаб.: О. Ю. Шмидт, Абстрактная теория групп, ГТТИ, М.—Л., 1933; А. Г. Курош, Теория групп, Гостехиздат, М.—Л., 1953; Л. С. Понтрягин, Непрерывные группы, Гостехиздат, М., 1954.

ТЕОРИЯ ИГР — ЎЙИНЛАР НАЗАРИЯСИ — бир-бирига зид манфаатларнинг тўқнаш келишида энг фойдали йўл танлаш назарияси. Ўйиннинг математик тушунчаси ҳар хил ўйинларни (шахмат, шашка, карта ўйинлари ва ҳоказо) қараб чиқишдан пайдо бўлган. Лекин унинг татбиқ этилиш соҳаси анча кенг бўлиб, бир-бирига зид манфаатлар тўқнашадиган (конкуренция, ҳарбий ҳаракатлар ва ҳоказо) хилма-хил ҳолатларни ўз ичига олади.

Ў. н. да масаланинг типик қўйилиши қуйидагичадир. Иккита рақиб (биринчи ва иккинчи ўйновчи) бўлиб, улардан ҳар бири иш тутишнинг йўлини—стратегияни иккинчисидан мустақил равишда танлаб олади. Масалан, оқ доналар билан ўйновчи шахматчининг стратегиясини танлаш биринчи юришни кўрсатиш ва қора доналарнинг мумкин бўлган биринчи, иккинчи, учинчи ва ҳоказо юришларига оқ доналарнинг қандай жавоб қилишини кўрсатиш демакдир; қора доналар билан ўйновчининг стратегиясини танлаш оқ доналарнинг мумкин бўлган ҳар бир юришига қора доналарнинг қандай жавоб қилишини кўрсатиш демакдир. Ўйин натижалари фақат танлаб олинган стратегияларгагина (ва, эҳтимол, натижаси ўйинчиларга боғлиқ бўлмаган тасодифий экспериментга) боғлиқ бўлган тўпламга эга бўлади. Агар ўйин a натижа олган бўлса, иккинчи ўйинчи биринчига $f(a)$ сўм тўлайди (агар $f(a)$ манфий бўлса, у ҳолда иккинчи ўйинчи биринчидан $f(a)$ сўм олади). Биринчи ўйинчи ютуғининг $M(x, y)$ математик кутилмаси мос равишда биринчи ва иккинчи ўйинчи танлаб олган x ва y стратегияларгагина боғлиқ бўлади. Ў. н. қуйидаги масалаларни ўрганади: а) биринчи ўйинчи иккинчи ўйинчининг қандай йўл тутишига боғлиқ бўлмаган ҳолда имкон борича кўпроқ ютуқ олиши учун, яъни

$$\min_y M(x_0, y) = \max_x \{\min_y M(x, y)\}$$

бўлиши учун у қандай x_0 стратегия танлаб олиши керак; б) иккинчи ўйинчи биринчи ўйинчининг қандай йўл тутишидан қатъи назар имкон борича камроқ ютқазиши учун, яъни

$$\max_x M(x, y_0) = \min_y \{\max_x M(x, y)\}$$

бўлиши учун у қандай y_0 стратегия танлаб олиши керак.

Ҳар бир ўйинчининг стратегиялари сони чекли бўлган ҳолдагина бу масалалар принципиал жиҳатдан ечилади. Бунда одатда ҳар бир ўйинчи қандайдир бир тайин стратегияни эмас, балки ўйинни ҳар такрорлаганда биринчи ўйинчи учун эҳтимоллари $p_1, p_2, \ldots, p_n$ бўлган $x_1, x_2, \ldots, x_n$ стратегиялардан бирини, иккинчи ўйинчи учун эса эҳтимоллари $q_1, q_2, \ldots, q_m$ бўлган $y_1, y_2, \ldots, y_m$ стратегиялардан бирини танлаш фойдали экан. $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ ва $(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ тўпламлар ўйинчиларнинг аралаш стратегиялари деб аталади. Бу $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ ва $(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ тўпламларни ва биринчи ўйинчи ютуғининг математик кутилмасини топиш ўйиннинг ечими деб аталади.

Мисол тариқасида қуйидаги ўйинни кўриб чиқамиз. Биринчи ўйинчи 10 тийинлик чақа ёки 20 тийинлик чақа бекитади; иккинчи ўйинчи қандай чақа бекитилганини топиши керак. Агар топса, бекитилган чақача чақа ютади, агар тополмаса биринчи ўйинчига 15 тийин тўлайди.

Ў. н. методларидан фойдаланиб бу ҳолда биринчи ўйинчининг энг яхши стратегияси қуйидагича эканини топамиз: 10 тийинни $\frac{7}{12}$ эҳтимол билан, 20 тийинни $\frac{5}{12}$ эҳтимол билан бекитиш. Бунда иккинчи ўйинчи ўзининг энг яхши стратегиясини ишлатганда, яъни 20 тийинлик чақани $\frac{7}{12}$ эҳтимол билан, 10 тийинлик чақани $\frac{5}{12}$ эҳтимол билан айтганда биринчи ўйинчи ютуғининг математик кутилмаси $\frac{5}{12}$ тийинга тенг бўлади. Агар иккинчи ўйинчи бошқа стратегия ишлатса, у ўзининг ютқизиғини камайтира олмайди (ўйин ҳар такрорланганда ютқизиқ ўрта ҳисобда $\frac{5}{12}$ тийин). Шуни назарда тутиш зарурки, Ў. н. ўйин етарлича кўп марта такрорланганда қўлланилади [бунда ҳар бир ўйинчининг ютуғи катта сонлар қонунига (қ. Больших чисел закон) биноан унинг математик кутилмасидан жуда оз фарқ қилади].

ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ — ИНФОРМАЦИЯ НАЗАРИЯСИ — кибернетиканинг бўлимларидан бири бўлиб, ахборот узатишнинг умумий қонуниятларини ўрганади. Бу назария кўпинча информация узатиш назарияси деб аталади.

И. н. нинг асосий тушунчаси информациядир. Агар мос равишда x_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) ва y_j($j = 1, 2, \ldots, m$) қийматлар қабул қиладиган ξ ва η тасодифий миқдорлар бўлса, η нинг ичидаги ξ тасодифий миқдор тўғрисидаги $I(\xi, \eta)$ информация деб қуйидаги йиғиндига айтилади:

$$I(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(\xi = x_i, \eta = y_j) \log \frac{P(\xi = x_i, \eta = y_j)}{P(\xi = x_i)P(\eta = y_j)},$$

бу ерда $P(\xi = x_i, \eta = y_j)$ — ξ ва η тасодифий миқдорларнинг мос равишда x_i ва y_j қийматлар олишининг эҳтимоли.

ξ тасодифий миқдорнинг $H(\xi)$ энтропияси деб $I(\xi, \xi)$ га айтилади. И. н. ахборотни алоқа каналларида халақит мавжуд бўлганда узатишни ўрганади. Алоқа каналининг кириши (вход) ва чиқиши (выход) бўлади, киришига $y_1, y_2, \ldots, y_n$ символлар берилади, чиқишидан эса $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \ldots, \tilde{y}_n$ символлар олинади. Масалан, Морзенинг телеграф аппаратида киришдаги символлар нуқталар, тирелар ва бўш оралиқлар (паузалар) бўлади. Чиқишдаги символлар ҳам ўшаларнинг ўзи бўлади. Бунда халақит туфайли, киришдаги нуқта чиқишда тире ёки паузага айланиб қолиши мумкин. Шунинг учун И. н. да киришдаги y_i символнинг чиқишда $\tilde{y}_j$ символга айланиб қолишининг $P\{\tilde{y}_j / y_i\}$ эҳтимоли ўрганилади. Мана шу эҳтимолларгина И. н. учун муҳимдир; алоқа каналининг табиати (ёки электрик, ёки механик канал эканлиги, каналнинг радиоасбоблардан ёки ҳатто тирик жониворлардан тузилган эканлиги) ҳеч қандай роль ўйнамайди. И. н. нинг худди мана шу умумийлиги уни хилма-хил соҳаларда, масалан, эмбрионнинг ривожланишида ирсий белгилар тўғрисидаги информацияни узатиш йўллари тўғрисидаги масалада қўлланишга имкон беради.

Алоқа каналининг киришига y_i символлар қандай эҳтимоллар билан берилишига қараб киришдаги тасодифий миқдор тўғрисидаги (чиқишдаги тасодифий миқдорда бўлган) информация ҳар хил қийматлар қабул қила олади. Бу информациянинг энг катта қиймати каналнинг ўтказувчанлик қобилияти деб аталади.

қанал орқали ахборот (масалан, Морзе телеграфида телеграмма) узатиш учун аввало ахборотни киришдаги символларга (ҳарфларни нуқта ва тирелагра) айлантириш керак. Бу операция кодлаш деб аталади. Сўнгра киришдаги символлар канал бўйича узатилади. Чиқишда ҳосил бўлган символларнинг кодини очиш (нуқта ва тиреларни қайтадан ҳарфларга айлантириш) керак. Шундай савол туғилади: қандай ахборотлар учун кодлаш ва кодини очиш операциясини халақит туфайли юз берадиган хато эҳтимоли истаганча жуда кичик бўладиган қилиб танлаш мумкин. А. н. нинг марказий натижаси бўлган К. Шеннон теоремасида бундай дейилади: кенг фаразларда бундай танлаш мумкин бўлиши учун ахборотнинг энтропияси каналнинг ўтказувчанлик қобилиятидан кичик бўлиши зарур ва кифоя.

К. Шеннон теоремасини К. Шенноннинг ўзи анча торроқ фаразлар а исбот қилган. Кейинчалик бу фаразларни А. Райнстейн (АҚШ), совет математиклари А. Я. Хинчин ва А. Н. Колмогоровлар кенгайтирдилар. А. Н. Колмогоров информация назариясининг ғояларини математиканинг баъзи бошқа соҳаларига татбиқ этди.

Адаб.: А. М. Яглом, И. М. Яглом, Вероятность и информация, Физматгиз, М., 1960; А. Н. Колмогоров, Теория передачи информаций, Изд- во АН СССР, М., 1956.

ТЕОРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ — СИРТЛАР НАЗАРИЯСИ — геометриянинг уч ўлчовли Евклид фазосидаги сиртларни дифференциал ҳисоб воситалари билан локал нуқтаи назардан ўрганувчи бўлимидир.

С. н. асослари Л. Эйлер асарларида яратилган. Бу фаннинг классик натижаларини француз математиги Г. Монж, сўнгра К. Ф. Гаусс топган. С. н. га рус математикларидан П. Л. Чебишев ва Петерсон (Петерсон—Кодацци тенгламалари) муҳим ҳисса қўшганлар. Совет Иттифоқида С. н. масалалари билан В. Ф. Каган, Я. С. Дубнов, С. П. Фиников, Г. Ф. Лаптев, Вагнер, П. К. Рашевский, А. П. Норден самарали шуғулланганлар.

Адаб.: П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М., 1953; А. П. Норден, Теория поверхностей, Гостехиздат, М., 1956; А. Д. Александров, Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей, Гостехиздат, М.—Л., 1949.

ТЕТА-ФУНКЦИЯ — ТЕТА-ФУНКЦИЯ — бутун функцияларнинг (қ. Целая функция) махсус синфи. Тўртта асосий Т.-ф. қуйидаги қаторлар билан аниқланади:

$$\theta_1(z) = 2q^{\frac{1}{4}}\sin z - 2q^{\frac{9}{4}}\sin 3z + 2q^{\frac{25}{4}}\sin 5z - \ldots,$$

$$\theta_2(z) = 2q^{\frac{1}{4}}\cos z + 2q^{\frac{9}{4}}\cos 3z + 2q^{\frac{25}{4}}\cos 5z + \ldots,$$

$$\theta_3(z) = 1 + 2q\cos 2z + 2q^4\cos 4z + 2q^9\cos 6z + \ldots,$$

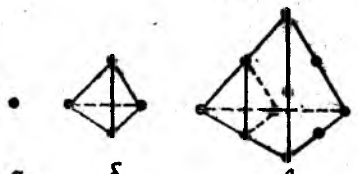
$$\theta_4(z) = 1 - 2q\cos 2z + 2q^4\cos 4z - 2q^9\cos 6z + \ldots,$$

бу ерда $|q| < 1$. Т.-ф. нинг бундай характеристик хоссаси бор: иккита Т.-ф. нинг нисбати эллиптик функция (қ.) бўлади.

ТЕТРАЭДР — ТЕТРАЭДР — тўртёқ ёки учбурчакли пирамида. Мунтазам Т.— мунтазам тўртёқ — мунтазам кўпёқларнинг бешта типидан биттаси бўлиб, 4 та учбурчакли ёқи, 4 та учи, 6 та қирраси бор. Мунтазам Т. қолган тўртта мунтазам кўпёқлардан фарқли равишда симметрия марказига эга бўлмайди. Мунтазам Т. нинг 6 та симметрия текислиги бўлиб, бу текисликларнинг ҳар бири Т. нинг бир қирраси ва бу қирраси билан учрашмайдиган қиррасининг ўртасидан ўтади. Агар кубнинг ҳар қандай A учидан унинг ёқларининг AB, AC, AD диагоналлари ўтказилса ва B, C, D нуқталар бир-бирига туташтирилса, мунтазам Т. осонгина ҳосил бўлади. Умуман ҳар қандай Т. каби мунтазам Т. ҳам, Польке—Шварц теоремасига асосан, диагоналлари кўрсатилган ҳар қандай тўртбурчак сифатида тасвирланиши мумкин. Т. ўз-ўзига муносиб (дуал) дир.

Грек. τετρα — тўрт, εδρα — ёқ, асос.

ТЕТРАЭДРИЧЕСКИЕ ЧИСЛА — ТЕТРАЭДРИК СОНЛАР — $n(n+1)(n+2):6$ кўринишдаги натурал сонлар, яъни 1, 4, 10, 20, . . . сонлар. Т. с. фигурали сонларнинг (қ. Фигурные числа) хусусий ҳоли бўлиб, 3-тартибли арифметик қатор (қ. Арифметический ряд) ҳосил қилади. Бу сонларнинг Т. с. деб аталишининг сабаби шундаки, фазода мунтазам тетраэдрлар шаклида (284- *а, б, в*- расм) териб қўйилган шарлар сони мана шу сонлар билан ифодаланади.



а *б* *в*

284- расм.

ТОЖДЕСТВЕННАЯ ПОДСТАНОВКА (или единичная подстановка) — **АЙНИЙ ЎРНИГА ҚЎЙИШ** (ёки бирлик ўрнига қўйиш) — символии ўзига акслантирувчи ўрнига қўйиш. А. ў. қ. симметрик группада бирлик ўрнини босади ва қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \ldots, n \\ 1 & 2 \ldots n \end{pmatrix}.$$

ТОЖДЕСТВЕННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — АЙНИЙ АЛМАШТИРИШ: 1°. **Алгебрадаги А. а.** — бир алгебраик (аналитик) ифодани унга айнан тенг бўлган, яъни бу ифодага кирувчи ҳарфларнинг йўл қўйиладиган барча қийматларида ўшандай қийматлар қабул қиладиган бошқа ифода билан алмаштириш. $f(a, b, c, \ldots, l)$ алгебраик ифоданинг А. а. бу ифодадан $\varphi(a, b, c, \ldots, l)$ ифодага ўтишдир, лекин φ ифода ташқи кўриниши жиҳатидан умуман айтганда f ифодадан фарқ қилади ва $f = \varphi$ тенглик айниятдан (қ. Тождество) иборат бўлади. f ифодани кўп усуллар билан айний алмаштириш мумкин. А. а. алгебрада тенгламалар ечишда, теорема ва айниятларни исбот қилишда катта роль ўйнайди.

А. а. нинг мисоллари: касрларни қисқартириш, қавсларни очиш, кўпайтувчини қавслардан ташқарига чиқариш, ўхшаш ҳадларни ихчамлаш, ифодани логарифмик кўринишга келтириш, тригонометриядаги қўшиш формулалари ва ҳоказо.

2°. **Геометриядаги А. а.** — n ўлчовли фазони ўзига алмаштириш, бунда бу фазонинг ҳамма нуқталари қўзғалмай (қўш бўлиб) қолади.

ТОЖДЕСТВО — АЙНИЯТ — (сонли, алгебраик, аналитик) тенглик бўлиб, бу тенгликда қатнашувчи ҳарфларнинг қабул қиладиган барча қийматларида у тўғри бўлади. Масалан 1) $(a-b)^2 = (b-a)^2$; 2) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$; 3) $N = a^{\lg a^N}$ $(a>0,\ a\neq 1,\ N>0)$; 4) $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$; $\lg(x\cdot y) = \lg x + \lg y$ $(x>0,\ y>0)$.

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ИНВАРИАНТЫ — ТОПОЛОГИК ИНВАРИАНТЛАР — топологик фазонинг (қ. Топологическое пространство) гомеоморфизмда (қ.) ўзгармай қоладиган сонли ёки бошқа характеристикалари. Топологияда Т. и. ўрганилади. Т. и. нинг мисоллари: Эйлер характеристикаси (қ.), боғламлик (қ. Связность), Бетти сонлари (қ. Бетти числа), Бетти группалари ва ҳоказо.

ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ — ТОПОЛОГИК КЎПАЙТМА (қ. Произведение топологическое).

ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО — ТОПОЛОГИК ФАЗО — маълум маънода метрик фазо тушунчасини умумлаштирадиган тушунчадир. Т. ф. «чексиз яқинлик» муносабати билан характерланувчи ва Т. ф. нинг нуқталари деб аталувчи ихтиёрий элементлар тўпламидир. Аниқроқ қилиб айтганда: Т. ф. нуқталарининг тўпламида Евклид фазосидаги очиқ тўпламларнинг аналоги бўлган очиқ тўпламлар ёки атрофлар деб аталадиган тўпламлар синфи ажратилади. Нуқтанинг атрофи деб мазкур нуқтани ўз ичига олган ҳар қандай очиқ тўпламга айтилади.

Чекли сондаги очиқ тўпламларнинг кесишмаси ва очиқ тўпламлар ҳар қандай мажмуининг бирлашмаси очиқ тўплам бўлиши талаб қилинади. «Чексиз яқинлик» муносабати шу билан белгиланади: агар x нуқтанинг ҳар қандай атрофида M тўпламнинг нуқтаси бўлса, у ҳолда x нуқта M тўпламнинг лимит нуқтаси бўлади. Шунинг учун топологик фазода узлуксиз функцияларни ва узлуксиз аксланишларни ўрганиш мумкин.

Т. ф. бошқа усуллар билан ҳам, масалан, туташиш операцияси билан таърифланиши мумкин. Лекин Т. ф. тушунчасининг бундай таърифи жуда умумий бўлиб, шунинг учун топологиянинг ўзидан ташқарида кам қўлланилади. Т. ф. тушунчасининг янада тор маънода олинганлари Хаусдорф фазолари (қ.), нормал фазолар ва бошқалардир.

Мисоллар: 1. Ҳар қандай метрик фазо Т. ф. дир. Дарҳақиқат, агар M тўплам ҳар бир x нуқта билан фазонинг $\rho(x, y) < \delta$ шартни қаноатлантирадиган (бу ерда $\delta > 0$ ихтиёрийдир) барча y нуқталарини ўз ичига олса, бу тўпламни очиқ тўплам деймиз. Бу тўпламлар юқорида кўрсатилган талабларга жавоб беради. 2. Агар n сонининг атрофини n билан ўзаро туб бўлган d айирмали арифметик прогрессия деб таърифласак, бутун сонлар тўплами Т. ф. га айланади.

Адаб.: П. С. Александров, Введение в общую теорию множеств и функций. Гостехиздат, М., 1948.

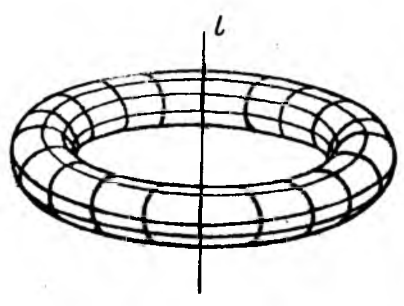
ТОПОЛОГИЯ — **ТОПОЛОГИЯ** — топологик фазоларнинг гомеоморфизмда ўзгармайдиган хоссаларини ўрганувчи фан (қ. Топологическое пространство, Топологические инварианты). Геометриядаги сиртларни ва дифференциал тенгламалар назариясидаги траекторияларни топологик фазолар деб қараш мумкин бўлгани учун, топологияда бу объектларнинг жуда умумий хоссалари ўрганилади.

Биринчи бўлиб топологик проблемалар билан француз олими А. Пуанкаре шуғулланган. Мураккаб сиртларнинг айрим қисмларининг тенгламалари орқали бу сиртларнинг умумий хоссаларини ўрганиш ноқулай эканлигини Пуанкаре биринчи бўлиб тушунди. Сиртни триангуляция (қ.) қилиш ғоясини, комплекс ғоясини ва шу кабиларни Пуанкаре берган.

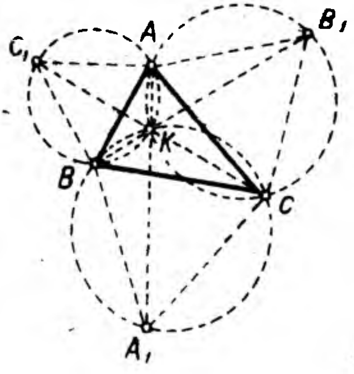
Ҳозирги вақтда Т., айниқса алгебраик Т. барқ уриб ривожланмоқда. Совет топология мактаби жаҳонда етакчи ўринлардан бирида келмоқда. Т. да совет математикларидан П. С. Александров, П. С. Урисон, Л. С. Понтрягинлар жуда муҳим натижаларни қўлга киритганлар.

Адаб.: Л. С. Понтрягин, Непрерывные группы. М. — Л., 1938; П. С. Александров. Введение в общую теорию множеств и функций, Гостехиздат, М.—Л., 1948.

ТОР — **ТОР** — доирани l ўқ атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган геометрик жисм (285- расм), бу l ўқ доира текислигида ётиб, доирани кесиб ўтмайди. Баъзан айланани ўз текислигида ётувчи, лекин айланани кесиб ўтмайдиган l ўқ атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган сирт ҳам, яъни Т. ни чегаралаб турган сирт ҳам Т. деб аталади. Т. нинг ташқи



285- расм.



286- расм.

кўриниши бублик нонга ёки қутқариш чамбарагига (285- расм) ўхшайди. Т. нинг сирти ва ҳажми, Гюльден теоремаларига (қ.) асосан, қуйидаги формулалар билан ҳисоблаб топилади:

$$S = 2\pi R \cdot 2\pi r = 4\pi^2 Rr,$$
$$V = \pi r^2 \cdot 2\pi R = 2\pi^2 Rr^2,$$

бу ерда r — берилган доиранинг радиуси, R — доира марказидан l айланиш ўқигача бўлган масофа.

Лат. torus — қавариқлик, тугун.

ТОРРИЧЕЛЛИ ТОЧКА — ТОРРИЧЕЛЛИ НУҚТАСИ. ABC учбурчакнинг (286- расм) томонларида мунтазам ABC_1, BA_1C, CAB_1 учбурчаклар шундай ясалган бўлсинки, A_1, B_1, C_1 учлар ва A, B, C учлар BC, AC, AB тўғри чизиқларга нисбатан ҳар хил тарафда ётсин. У ҳолда ясалган мунтазам учбурчакларга ташқи чизилган айланалар (Торричелли айланалари) битта K нуқтада — Торричелли нуқтасида кесишади. Т. н. ABC учбурчакка нисбатан шундай хоссага эгаки, бу нуқтадан учбурчак учларигача бўлган масофаларнинг йиғиндиси ($AK + BK + KC = \min$) бу нуқта ўрнига ўша учбурчак ичида ётган ҳар қандай нуқта олингандагига нисбатан энг кичик бўлади.

Бу нуқта у тўғрисидаги масалани ўрганган итальян олими Е. Торричелли шарафига Т. н. деб аталган.

Адаб.: С. И. Зетель, Новая геометрия треугольника, Учпедгиз, М., 1962.

ТОЧКА — НУҚТА — геометриянинг асосий тушунчаларидан бири бўлиб, унинг билвосита таърифи геометрияни дедуктив (аксиоматик) тузишда аксиомаларда берилади. Н. нинг табиати хилма-хил бўлиши мумкин. Масалан, n ўлчовли Евклид фазосининг Н. си деб n та сондан иборат тартибланган тўпламга айтилади. Проектив текисликнинг (қ. Проективная плоскость) Н. си деб ақалли биттаси нолга тенг бўлмаган учта пропорционал соннинг тартибланган (x_1, x_2, x_3) тўпламига айтилади (Н. нинг арифметик модели). Уч ўлчовли Евклид фазосидаги проектив текисликнинг Н. си деб тўғри чизиқ ва текисликлар боғламидаги Евклид тўғри чизиғини тушуниш мумкин (проектив текисликнинг Евклидча модели).

Дифференциал геометрияда бундай Н. лар ҳам ўрганилади: махсус Н., қайтиш Н. си, яккаланган Н., бурилиш Н. си, тугаш Н. си, ўз-ўзини кесиш Н. си, тегиш Н. си, бурчак Н. си.

Функциялар назарияси ва тўпламлар назариясида ўрганиладиган функция ва тўпламларнинг хоссаларини характерловчи Н. лар текширилади: лимит Н., чегаравий Н., зичлик Н. си, дифференциал тенгламалар ечимларининг махсус Н. лари ва ҳоказо.

ТОЧКА НАКОПЛЕНИЯ множества — тўпламнинг **ТЎПЛАНИШ НУҚТАСИ** — тўпламнинг лимит нуқтаси (қ. Предельная точка, 1°).

ТОЧКА СГУЩЕНИЯ — ҚУЮҚЛАНИШ НУҚТАСИ. Сонли тўплам ёки n ўлчовли фазо тўпламининг (ёки метрик фазо тўпламининг) қуюқланиш нуқтаси шундай бир нуқтаки, унинг ҳар қандай атрофида мазкур тўплам нуқталарининг саноқсиз тўплами (қ. Несчётное множество) бўлади.

ТОЧКА ЭКСТРЕМУМА функции — функциянинг **ЭКСТРЕМУМ НУҚТАСИ** — функция экстремумга (қ.), яъни максимум (қ.) ёки минимумга (қ.) эга бўладиган нуқта.

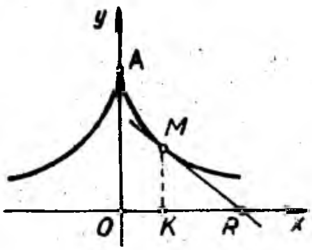
ТРАЕКТОРИЯ — ТРАЕКТОРИЯ — моддий нуқта ҳаракати давомида чизиб чиқадиган узлуксиз эгри чизиқ. Ҳаракат дифференциал тенгламалар системаси орқали аниқланиши мумкин. Бу ҳолда гап дифференциал тенгламалар системасининг траекторияси устида боради.

Лат. trajecio — силжитаман.

ТРАКТРИСА — ТРАКТРИСА — тўғри бурчакли декарт координаталарида тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлган ясси эгри чизиқ:

$$x = \pm\left[a\ln\frac{a+\sqrt{a^2-y^2}}{y} - \sqrt{a^2-y^2}\right].$$

Т. трансцендент эгри чизиқдир. Т. занжирли чизиқнинг (қ. Цепная линия) эвольвентасидир (қ.). Т. нинг характеристик хоссаси шундан иборатки, унинг уринмасининг (M нуқтадан Ox ўққача) узунлиги доимий a миқдордир (287-расм): $MR = a$. Ox ўқ Т. нинг асимптотаси ёки базаси. Т. нинг қайтиш нуқтаси бўлган $A(0, a)$ нуқта унинг учи деб аталади (қ. Возврата точка). Т. Oy ўққа нисбатан симметрик жойлашади. Т. нинг ўз асимптотаси (базаси) атрофида айланишидан ҳосил бўлган сирт псевдосферадир (қ.)



287-расм.

Агар M нуқтани узунлиги a бўлган чўзилмайдиган MR ип учига боғлаб қўйилган моддий нуқта деб фараз қилсак, у ҳолда ипнинг R учи бирор Ox тўғри чизиқ бўйича ҳаракатланганда M нуқта Т. деб аталувчи траектория чизади. Бу чизиқнинг номи ўшандан келиб чиққан.

Лат. tracto — тортаман, судрайман; трактриса — судраш чизиғи.

ТРАНЗИТИВНОСТЬ — ТРАНЗИТИВЛИК. Т. деб берилган тўплам ψ алмаштиришлари системаси хоссаларининг қуйидагидан иборат бўлган битта хоссаси тушунилади: ω тўпламнинг ихтиёрий иккита a ва b элементи учун ψ тўпламда a ни b га ўтказувчи алмаштириш топилади. Агар ψ система группа (қ.), ω эса кўпхиллик (қ. Многообразие) бўлса, у ҳолда (ψ, ω) жуфти бир жинсли фазони ифодалайди.

Ундан ташқари, Т. деганда тўплам элементлари мантиқий муносабатларининг хоссаларидан бири тушунилади. Агар a ва b элементлар * муносабатда бўлса (бу ҳол $a*b$ билан белгиланади) ва $b*c$ бўлса, у ҳолда Т. туфайли $a*c$ муносабат келиб чиқади. Тенглик, эквивалентлик, сонларнинг бирор модул бўйича таққосланиш муносабатлари Т. хоссасига эга. Т. хоссасига бўйсунмайдиган муносабатга мисол қилиб сонлар тўпламида қуйидагича аниқланадиган муносабат олинади: агар $|a - b| < 1$ бўлса, $a*b$.

ТРАНСВЕРСАЛЬ — ТРАНСВЕРСАЛЬ — учбурчакнинг томонларини кесиб ўтувчи ҳар қандай тўғри чизиқ. Т. ҳақида қатор теоремалар бор. Масалан, Менелая теорема, Чевы теорема терминларига қаранг.

Франц. transversal — кўндаланг, лат. transversus — кўндаланг сўздан келиб чиққан.

ТРАНСПОЗИЦИЯ — ТРАНСПОЗИЦИЯ — фақат икки символни силжитиб, қолганларини жойидан силжитмайдиган ўрнига қўйишдир (қ. Подстановка). Т. циклик ўрнига қўйишдир; Т. дан иборат бўлган циклик ўрнига қўйишнинг (қ. Циклическая подстановка) узунлиги иккига тенг. Т. тоқ ўрин алмаштиришдир (қ. Перестановка). Ўрин алмаштиришга битта Т. ни ишлатганда унинг тоқ-жуфтлиги қарама-қаршисига алмашади. Лат. transponere — силжитиш.

ТРАНСПОНИРОВАННАЯ МАТРИЦА — ТРАНСПОНИРЛАНГАН МАТРИЦА. A матрицага Т. м. — A матрицанинг сатрлари ва устунлари ролларини алмаштиришдан ҳосил бўлган A' матрицадир. Масалан, $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ бўлса, унга транспонирланган матрица $A' = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ бўлади. Агар A матрица квадрат матрица бўлса, у ҳолда унинг детерминанти унга Т. м. нинг детерминантига тенг бўлади. Бу хосса детерминантларнинг асосий хоссаларидан биридир. Матрицалар кўпайтмасига транспонирланган матрица кўпайтувчиларга транспонирланган матрицаларнинг тескари тартибда олинган кўпайтмасига тенг, яъни

$$(A_1 \cdot A_2 \ldots A_n)' = A'_n A'_{n-1} \ldots A'_2 A'_1 .$$

ТРАНСФИНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ — ТРАНСФИНИТ ИНДУКЦИЯ — қуйидагидан иборат бўлган математик принцип: агар бирор жумланинг берилган β трансфинит сондан олдин келган барча α трансфинит сонлар (қ. Трансфинитные числа) учун ўринли бўлишидан бу жумла β учун ҳам ўринли эканлиги келиб чиқса, у ҳолда жумла ҳар қандай трансфинит сон учун ўринли бўлади. Т. и. тўлиқ математик индукция методининг умумлаштирилишидан иборат бўлиб, тўпламлар назариясининг қатор масалаларини ечишда қўлланилади.

Адаб.: П. С. Александров, Введение в общую теорию множеств и функций. Гостехиздат, М.—Л., 1948.

ТРАНСФИНИТНЫЕ ЧИСЛА — ТРАНСФИНИТ СОНЛАР — чексиз тўпламлар учун тартиб сонлар тушунчасининг умумлаштирилиши. Агар чекли тўпламлар тартиб рақами билан характерланадиган тартибга тушишининг бир турига йўл қўйса, у ҳолда чексиз тўпламни, ҳатто жуда содда бўлган чексиз тўпламни турли хил кўп усуллар билан батамом тартибланган ҳолга келтириш мумкин (қ. Упорядоченные множества). Масалан, иккита a ва b элементдан иборат тўплам a, b ёки барибир b, a кўринишдаги ягона тартибга келади. Бутун мусбат сонларнинг энг содда чексиз тўплами қуйидаги кўринишда тартибга келади: 1) 1, 2, 3. . . .; 2) 2, 3, 4, . . . 1. Бу тартибланмалар бир-биридан ҳеч бўлмаган да шу билан фарқ қиладики, улардан биринчисининг охирги элементи йўқ, иккинчисининг эса охирги элементи бор. Мумкин бўлган ҳар бир тартибий тип учун унинг белгиланиши — Т. с. киритилади. Т. с. устида одатдаги сонлар устида бажариладиган қўшиш амалидан жуда кўп фарқ қиладиган қўшиш амали бажарилади. Юқорида келтирилган мисолда 1-тартибий тип ω билан белгиланади, 2-тартибий тип $\omega+1$ бўлади. Гарчи $\omega + 1 \neq \omega = 1 + \omega$ бўлса-да, $1+\omega=\omega$ эканини кўрсатиш мумкин.

Цермело теоремасига (қ.) асосан, ҳар қандай тўплам, яъни қуввати ҳар хил бўлган тўплам кўп усуллар билан батамом тартибланган тўплам ҳолига келтирилиши мумкин. Шундай қилиб, турли хил Т. с. бир хил кардинал сонларни (тўпламлар қуввати, миқдорий сон тушунчасини умумлаштириш) ифодалаши мумкин, лекин чекли тўпламлар ҳолида бу тушунчалар бир хил бўлади (қ. Кардинальные числа). Трансфинит индукция (қ.) Т. с. бўйича олиб борилади.

Адаб.: П. С. Александров, Введение в общую теорию множеств и функций, Гостехиздат, М.—Л., 1948.

ТРАНСЦЕНДЕНТНОЕ УРАВНЕНИЕ—ТРАНСЦЕНДЕНТ ТЕНГЛАМА—номаълумнинг трансцендент функциялари (кўрсаткичли, логарифмик, тригонометрик ва тескари тригонометрик) қатнашган тенглама, масалан,

$$\sin x + \lg x = x, \quad 2^x - \lg x = \arccos x$$

тенгламалар. Одатда фақат энг содда Т. т. лар — кўрсаткичли, логарифмик ва тригонометрик функциялар қатнашган Т. т. лар ўрганилади, чунки Т. т. ларни ечишнинг тақрибий усулларидан бошқа умумий усуллари йўқ.

ТРАНСЦЕНДЕНТНОЕ ЧИСЛО — ТРАНСЦЕНДЕНТ СОН — бутун коэффициентли ҳеч қандай кўпҳаднинг илдизи бўлолмайдиган сон. Бошқача қилиб айтганда, Т. с. алгебраик бўлмаган сондир (қ. Алгебраическое число). π ва e Т. с. га мисол бўлади. Бу фактларнинг исботи анча мураккаб.

Лекин Т. с. нинг мавжуд эканини соддагина мулоҳазалар билан кўрсатиш мумкин. Бутун коэффициентли барча кўпҳадлар тўплами саноқли тўпламдир (қ. Счетность множества), ҳар бир кўпҳаднинг илдизлари сони чекли. Бинобарин, алгебраик сонлар тўплами саноқли тўпламдир, ҳақиқий сонлар тўплами континуум (қ.) қувватига (қ. Мощность) эга бўлгани учун Т. с. лар мавжуддир. Т. с. нинг қуввати—континуум.

Ҳар қандай Т. с. иррационал бўлади, лекин Т. с. бўлмаган иррационал сонлар ҳам бўлади. Масалан, $\sqrt[3]{3}+1$ сон $(x-1)^3=3$ тенгламанинг ечимидир, бинобарин, бу сон иррационал бўлиб, трансцендент сон бўлмайди.

Т. с. ларнинг мавжудлигини биринчи бўлиб Ж. Лиувилль (1844) аниқлади. Совет математиги А. О. Гельфонд α^{β} сонларнинг трансцендент сонлар эканини исботлади, бундаги α — алгебраик сон ($\alpha>0$, $\alpha\neq1$) ва β — иррационал сон. Қ. Гильберта проблемы.

Адаб.: А. О. Гельфонд, Трансцендентные и алгебраические числа, Гостехиздат, М. 1952.

ТРАНСЦЕНДЕНТНЫЕ КРИВЫЕ — ТРАНСЦЕНДЕНТ ЭГРИ ЧИЗИҚЛАР — текисликдаги [ёки, умумий ҳолда, ихтиёрий вектор майдонда (қ. Векторное пространство)] алгебраик кўпхиллик бўлмаган эгри чизиқлар (қ. Многообразие). Т. э. ч. мисоллари: $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\lg x$, $y=2^x$ функцияларнинг графиклари.

ТРАНСЦЕНДЕНТНЫЕ ФУНКЦИИ — ТРАНСЦЕНДЕНТ ФУНКЦИЯЛАР — алгебраик (қ.) бўлмаган аналитик функциялар. Масалан, логарифмик, кўрсаткичли ва тригонометрик функциялар (қ.) трансцендент функциялардир. Агар Т. ф. ни комплекс ўзгарувчининг функциялари деб қаралса, у ҳолда Т. ф. да қутблардан ва чекли тартибли тармоқланиш нуқталаридан фарқли хусусияти бўлади. Масалан, e^z ва $\sin z$ функцияларнинг $z=\infty$ қатъий махсус нуқтаси бор.

Махсус Т. ф. тегишли курсларда (масалан, Бессель функциялари, эллиптик функциялар назарияси ва ҳоказо) ўрганилади (қ. Аналитические функции).

ТРАПЕЦИЙ ФОРМУЛА — ТРАПЕЦИЯЛАР ФОРМУЛАСИ — аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблаш формуласи:

$$I=\int_b^a f(x)\,dx\approx\frac{b-a}{n}\left(\frac{f_0+f_n}{2}+f_1+\ldots+f_{n-1}\right)=S,$$

бу ерда

$$f_k=f(a+kh),\quad h=\frac{b-a}{n}.$$

Эгри чизиқли трапециянинг умумий юзи тўғри чизиқли трапециялар юзларининг йиғиндиси билан алмаштирилади, буларнинг асослари — f_m, f_{m+1} ординаталардир ($m=0, 1, \ldots, n-1$). Т. ф. ни ишлатганда чиқадиган хато:

$$S-I=\frac{(b-a)^3}{12h^2}f''(\xi),$$

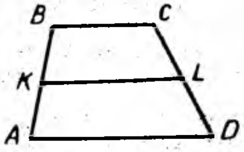
бу ерда $a\leqslant\xi\leqslant b$.

қ. Приближенные методы интегрирования.

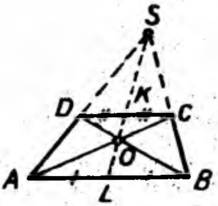
ТРАПЕЦИЯ — ТРАПЕЦИЯ — қарама-қарши икки томони параллел, қолган икки томони параллел бўлмаган қавариқ тўртбурчак. Т. нинг параллел томонлари унинг асослари деб, параллел бўлмаган томонлари ён томонлар деб аталади. Ён томонлари тенг бўлган Т. тенг ёнли Т. деб, ён томонларидан бири асосига перпендикуляр бўлган Т. тўғри бурчакли Т. деб аталади.

Параллел томонлар орасидаги масофа Т. нинг баландлиги деб аталади. Ён томонларининг ўрталарини туташтирувчи кесма Т. нинг ўрта чизиғи деб аталади. Ўрта чизиғи асосларга параллел бўлиб, улар йиғиндисининг ярмига тенг. KL ўрта чизиқ Т. ни ўхшаш Т. ларга ажратмайди (288- расм).

Тенг ёнли Т. нинг асосидаги бурчаклари тенг бўлади. Аксинча, агар асосдаги бурчаклари тенг бўлса, Т. тенг ёнли Т. бўлади. Тенг ёнли Т. нинг диагоналлари тенг ва қарама-қарши ётган бурчакларининг йиғиндиси $2d$ га тенг. Тенг ёнли Т. нинг симметрия ўқи бор; тенг ёнли Т. га ташқи чизилган айлана ясаш мумкин ва, аксинча, агар Т. га ташқи чизилган айлана ясаш мумкин бўлса, бу Т. тенг ёнли Т. бўлади.



288- расм.



289- расм.

Т. ясаш учун унинг тўртта элементини билиш керак, лекин булар орасида камида биттаси чизиқли элемент бўлиши лозим. Т. юзи

$$S = 0{,}5\,(a + b)\cdot h$$

формула билан ҳисобланади, бу ерда a, b — Т. нинг асослари, h эса баландлиги.

Диагоналларининг кесишув нуқтаси O билан AD ва BC ён томонларининг давомлари кесишган S нуқтани туташтирувчи тўғри чизиқ (289- расм) Т. нинг асосларини тенг иккига бўлади: $AL = LB$, $DK = KC$. Т. нинг бу хоссасидан қуйидаги ҳолларда: кесмага параллел тўғри чизиқ берилган ҳолда кесмани фақат чизғич ёрдамида тенг иккига бўлишда ёки кесманинг ўртаси маълум бўлганда фақат чизғич ёрдамида шу кесмага параллел тўғри чизиқ ясашда фойдаланилади.

Евклидда Т. умумий кўринишдаги тўртбурчакни ифодалайди.

Грек. τραπέζιον — (трапедзион) — стол, овқат ейиладиган стол; луғавий маъноси — тўрт оёқлик.

ТРЕУГОЛЬНИК — УЧБУРЧАК. 1°. **Тўғри чизиқли** (бир ўлчовли) **У.** — бир тўғри чизиқда ётмайдиган уч нуқта ва учлари шу нуқталарда ётувчи уч кесма. У. томонларининг сони энг кичик бўлган кўпбурчакдир (қ. Многоугольник).

Коллинеар бўлмаган учта A, B ва C нуқтанинг ҳар иккитасини туташтирувчи кесмалар У. нинг томонлари деб, уч нуқта эса унинг учлари деб аталади. У. нинг бурчаклари (аниқроғи, ички бурчаклари) деб ҳар бири У. нинг учидан чиқувчи ва қолган икки учидан ўтувчи икки нурнинг тўпламидан иборат бўлган учта бурчакка айтилади.

У. бурчакларининг қандай бўлишига қараб, ўткир бурчакли (ҳамма бурчаклари ўткир), тўғри бурчакли (бир бурчаги тўғри) ва ўтмас бурчакли (бир бурчаги ўтмас) бўлади. У. томонлари қандай бўлишига қараб турли томонли (барча томонлари ҳар хил), тенг томонли, яъни мунтазам (ҳамма томонлари тенг, шунинг учун ҳамма бурчаклари ҳам тенг) ва тенг ёнли (икки томони тенг) бўлади.

Учлари A, B, C бўлган У. символик равишда ΔABC ёки ΔBCA ва ҳоказо кўринишда белгиланади (битта У. ҳаммаси бўлиб олти хил кўринишда белгиланади).

У. нинг томонлари ва бурчаклари унинг асосий элементлари деб аталади. Бир ўлчовли У. баъзан контурли ёки каркасли У. деб аталади. У. текисликни шундай икки соҳага ажратадики, бу соҳалардан бири қавариқ, иккинчиси қавариқмас соҳа бўлади. Қавариқ соҳанинг нуқталари У. ниг и ки нуқталари деб, қавариқмас соҳанинг нуқталари ташқи нуқталари деб аталади.

Кўпинча (икки ўлчовли) У. деганда ички нуқталари билан олинган бир ўлчовли У. назарда тутилади. Икки ўлчовли У. баъзан яхлит ёки пластинкали

У. деб аталади. Бир ўлчовли (контурли) ва икки ўлчовли (яхлит) У. лар моделларининг оғирлик марказлари ҳар хил бўлади: бир ўлчовли У. нинг оғирлик маркази биссектрисаларининг кесишиш нуқтасида, икки ўлчовли У. нинг оғирлик маркази медианаларининг кесишиш нуқтасида бўлади; агар У. тенг томонли бўлса, у ҳолда бир ўлчовли ва икки ўлчовли У. ларнинг оғирлик марказлари устма-уст тушади. Гап қандай У. тўғрисида бораётгани текстдан маълум бўлади: масалан, У. нинг юзи тўғрисида гапирилганда одатда икки ўлчовли У. («учбурчакли пластинка») назарда тутилади.

У. бурчакларининг йиғиндиси Евклид геометриясида $2d$ га тенг. Лобачевский геометриясида $2d$ дан кичик ва доимий эмас, Риман геометриясида $2d$ дан катта ва доимий эмас ($\pi<A+B+C<3\pi$).

У. нинг томонлари билан бурчаклари орасидаги боғланиш ҳақидаги маълум теоремалар (тенг томонлар қаршисида тенг бурчаклар ётади ва ҳоказо) абсолют геометрияда (қ.) тўғри бўлади, лекин Лобачевский текислигидаги У. нинг қатор хоссалари Евклид текислигидаги У. нинг хоссаларидан фарқ қилади. Масалан, Лобачевский текислигида атрофига ташқи чизилган айлана ясаб бўлмайдиган учбурчаклар бор; бир У. нинг учта бурчаги бошқа У. нинг учта бурчагига тенг бўлса, у ҳолда У. лар тенг бўлади, яъни Лобачевский геометриясида ўхшаш ва тенг бўлмаган учбурчаклар бўлмайди.

2°. **Эгри чизиқли У.** — бир тўғри чизиқда ётмайдиган, бир-бирига эгри чизиқ ёйлари ёки эгри чизиқ ёйлари ва тўғри чизиқ кесмалари билан туташтирилган учта A, B, C нуқта тўпламидир: бундаги эгри чизиқ ёйлари ва тўғри чизиқ кесмалари учта A, B, C нуқта билан белгиланган текисликда ётади. Масалан, доиравий сектор (қ. Сектор, 1°) эгри чизиқли У. дир.

Одатда проектив геометрияда (қ.) У. деганда уч учлик тушунилади (қ. Трехвершинник). Сферический треугольник терминига ҳам қаранг.

ТРЕУГОЛЬНИК ПАСКАЛЯ — ПАСКАЛЬ УЧБУРЧАГИ — қ. Паскаля треугольник.

ТРЕУГОЛЬНЫЕ ЧИСЛА — УЧБУРЧАКЛИ СОНЛАР — $\frac{n(n+1)}{2}$ кўринишдаги, яъни 1, 3, 6, 10, ... сонлар. У. с. фигурали сонларнинг (қ. Фигурные числа) хусусий ҳоли бўлиб, 2-тартибли арифметик қатордан (қ. Арифметический ряд) иборатдир. Текисликда мунтазам учбурчаклар кўринишида териб қўйилган шарларнинг сони У. с. билан ифодалангани учун улар шундай деб аталган (290-расм, *а—г*). Қ. Многоугольные числа.

290-расм.

ТРЕХВЕРШИННИК — УЧ УЧЛИК (проектив геометрияда) — бир тўғри чизиқда ётмайдиган уч нуқта ва уч нуқтанинг ҳар иккитасидан ўтадиган учта тўғри чизиқ. Бу уч нуқта У. у. нинг учлари деб, тўғри чизиқлар эса унинг томонлари деб аталади. У. у. нинг ўзига-ўзи муносиб (дуал) экани кўриниб турибди (қ. Двойственности принцип), яъни ўзаролик принципига асосан, У. у. уч томонликка (бир нуқтадан ўтмайдиган учта тўғри чизиқ ва бу тўғри чизиқлардан ҳар иккитасининг учта кесишиш нуқтаси) мос келади.

У. у. учбурчак деб ҳам аталади, лекин бу учбурчак проектив маънода тушунилади (учбурчакнинг томонлари метрик геометриядагидан фарқли равишда тўғри чизиқ кесмалари деб эмас, балки бутун тўғри чизиқлар деб қаралади).

ТРЕХГРАННИК СОПРОВОЖДАЮЩИЙ кривой $\mathbf{M}=\mathbf{M}(s)$ — $\mathbf{M}=\mathbf{M}(s)$ эгри чизиқнинг **КУЗАТУВЧИ УЧЁҚИ** (бу ерда s — эгри чизиқ ёйининг узунлиги) — узунлиги бирга тенг бўлган учта вектор: уринма вектор $\mathbf{t}=\frac{d\mathbf{M}}{ds}$, нормал вектор $\mathbf{n}=\frac{1}{k}\frac{d^2\mathbf{M}}{ds^2}$ (бу ерда k — эгри чизиқнинг эгрилиги) ва бинормал вектори $\mathbf{b}=\mathbf{t}\times\mathbf{n}$ (бу ерда $\mathbf{t}\times\mathbf{n}$ ифода $\mathbf{t}$ ва $\mathbf{n}$ векторларнинг вектор кўпайтмасини билдиради).

Агар $\mathbf{M}=\mathbf{M}(t)$ эгри чизиқ s ёй узунлигига нисбатан ёзилмай, ихтиёрий t параметрга нисбатан ёзилган бўлса, у ҳолда $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ векторлар қуйидаги формулалар бўйича ҳисобланади:

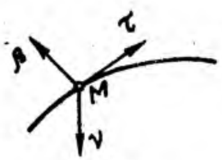
$$\mathbf{t}=\frac{d\mathbf{M}}{dt}\cdot\frac{dt}{ds},$$

$$\mathbf{n}=\frac{1}{k}\left[\frac{d^2\mathbf{M}}{dt^2}\left(\frac{dt}{ds}\right)^2+\frac{d\mathbf{M}}{dt}\,\frac{d^2t}{ds^2}\right],$$

$$\mathbf{b}=\mathbf{t}\times\mathbf{n},$$

бу ерда $ds=\sqrt{dx^2+dy^2+dz^2}$, $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ — $\mathbf{M}(t)$ векторнинг компонентлари.

Шундай қилиб, эгри чизиқнинг ҳар бир ($k\neq 0$ бўлган) нуқтасида учта $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ вектор текширилади. Эгри чизиқ бўйича нуқта ҳаракат қилганида бу векторлар маълум тарзда бурилади, яъни нуқтани кузатиб боргандек бўлади. Эгри чизиқ бўйича нуқта текис ҳаракат қилганда бу векторларнинг ҳаракати Серре—Френе формулалари (қ.) билан ифодаланади.



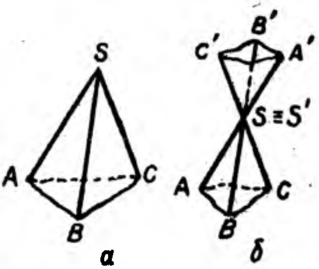
291- расм.

$\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ (ёки τ, ν, β) векторларнинг эгри чизиққа нисбатан жойлашишини бундай тасвирлаш мумкин (291-расм): $\mathbf{t}$ вектор эгри чизиққа ўтказилган уринма бўйича t параметрнинг ошиш томонига йўналган, $\mathbf{n}$ вектор эгри чизиқнинг шу нуқтасида унга «энг яқин» текисликда, яъни ёпишма текисликда ётади, $\mathbf{t}$ векторга перпендикуляр бўлиб, эгри чизиқнинг мазкур нуқтасида ботиқлик томонига йўналган. $\mathbf{b}$ вектор $\mathbf{t}$ ва $\mathbf{n}$ векторларга ортогонал бўлиб, вектор кўпайтма қоидасига мувофиқ равишда йўналган.

Қ. у. эгри чизиқни тадқиқ қилишнинг муҳим воситасидир.

Адаб.: Дифференциал геометрияга оид ҳар қандай дарслик.

ТРЕХГРАННЫЙ УГОЛ — УЧ ЁҚЛИ БУРЧАК — фазонинг бир S нуқтасидан чиқадиган ва бир текисликда ётмайдиган учта SA, SB, SC нур. ASB, BSC, CSA ясси бурчаклар У. б. нинг ёқлари деб, S нуқта эса унинг учи деб (292- *а* расм) аталади. У. б. $SABC$ ёки $\angle S$ (битта учи билан) кўринишда белгиланади. У. б. бутун фазони шундай икки соҳага (қисмга) ажратадики, бу соҳалардан бири қавариқ, иккинчиси эса ботиқ (қавариқ эмас) бўлади. Фазонинг қавариқ қисми У. б. нинг ички соҳаси деб, қавариқ бўлмаган қисми унинг ташқи соҳаси деб аталади.



292- расм.

Агар У. б. нинг барча ясси бурчаклари тенг бўлса, у ҳолда **У. б. мунтазам У. б.** деб аталади. Қавариқ У. б. нинг барча ясси бурчаклари йиғиндиси тўртта тўғри бурчакдан ($4\,d$ дан) кичикдир. У. б. нинг ҳар бир ясси бурчаги унинг қолган икки ясси бурчагининг йиғиндисидан кичик бўлади. У. б. ёқларининг сони энг кичик бўлган кўпёқли бурчакдир (қ. Многогранный угол). Агар иккита $SABC$ ва $S'A'B'C'$ У. б. ларнинг ясси бурчаклари (ёқлари) тенг бўлиб, 292- *б* расмда кўрсатилгандек тескари тартибда жойлашган бўлса, бу У. б. лар симметрик деб аталади ($S\equiv S'$). $\angle SABC$ ва $\angle SA'B'C'$ — симметрикдир. Симметрик У. б. лар тенг эмас, яъни улар устма-уст қўйилганда бир хил бўлмайди.

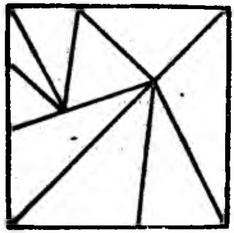
ТРЕХЧЛЕН — УЧҲАД — кўпҳаднинг роса учта ҳадига эга бўлган кўпҳаддир (қ. Многочлен). Биквадратный трехчлен терминига қаранг.

ТРЕХЧЛЕННОЕ УРАВНЕНИЕ — УЧ ҲАДЛИ ТЕНГЛАМА — қуйидаги кўринишли квадрат тенгламага келтириладиган тенглама:

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0,$$

бу ерда $abc \neq 0$. У. ҳ. т. радикалларда ечилади. У. ҳ. т. ни $y = x^n$ ўрнига қўйиш билан ечиш $ay^2 + by + c = 0$ квадрат тенгламани ечишга келтирилади, бу тенгламанинг y_1 ва y_2 илдизларини топиб, сўнгра иккита $x^n = y_1$, $x^n = y_2$ икки ҳадли тенгламани ечиш керак бўлади. $n = 2$ ва $n = 3$ бўлган хусусий ҳолдаги У. ҳ. т. мос равишда биквадрат ва бикуб тенглама деб аталади.

ТРИАНГУЛЯЦИЯ — ТРИАНГУЛЯЦИЯ — сиртни умуман айтганда эгри чизиқли бўлган учбурчакларга ажратишдир. Сиртни учбурчаклар бир-бирига тақаладиган қилиб бўлиш керак (яъни икки учбурчак умумий нуқталарга эга бўлса, булар уларнинг томони ёки учлари бўлиши керак). Масалан, 293-расмда квадратнинг Т. си кўрсатилган. Уч ўлчовли фазода сферанинг Т. сини ҳосил қилиш осон; бунинг учун шарга, масалан, тетраэдр ички чизилади ва унинг сирти шарнинг сиртига марказдан туриб проекцияланади. Кўп ўлчовли Т. ни (n ўлчовли полиэдрнинг n ўлчовли Т. сини) Комплекс терминидан қаранг. Топологик фазо (қ. Топологическое пространство) бирор полиэдрга (қ.) гомеоморф (қ.) бўлган ҳолдагина триангуляцияланади деб ҳисобланади. Триангуляцияланувчи тўпламлар эгри чизиқли полиэдрлар деб ҳам аталади. Комбинаторная топология терминига ҳам қаранг.



293-расм.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ РЯДЫ — ТРИГОНОМЕТРИК ҚАТОРЛАР — кўриниши қуйидагича бўлган функционал қаторлар:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + a_2 \cos 2x +$$
$$+ b_2 \sin 2x + \ldots + a_n \cos nx + b_n \sin nx + \ldots$$

Т. қ. комплекс шаклда бундай ёзилади:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx},$$

бу ерда a_n, b_n, c_n сонлар Т. қ. нинг коэффициентлари деб аталади. Математикада ва унинг татбиқларида Т. қ. катта аҳамиятга эга. Математик физиканинг баъзи масалаларининг, масалан, иссиқлик тарқалиши ва торнинг тебраниши масалаларининг ечимлари Т. қ. га алоқадордир. Т. қ. назарияси тўпламлар назариясининг, ҳақиқий ўзгарувчили функциялар назариясининг, функционал анализнинг, Фурье интеграллари назариясининг ривожланишига ёрдам қилди, умумий гармоник анализга асос солди. Фурье ряд терминига ҳам қаранг.

Адаб.: И. И. Привалов, Ряды Фурье, М., 1954; Г. П. Толстов, Ряды Фурье, Физматгиз, М., 1960; А. Зигмунд, Тригонометрические ряды, инглизчадан таржима, ОНТИ, М., 1939; Н. К. Бари, Тригонометрические ряды, Физматгиз, М., 1961.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ — ТРИГОНОМЕТРИК ТЕНГЛАМАЛАР — номаълум λx аргументнинг тригонометрик функцияларига нисбатан алгебраик бўлган тенгламалар. Айний алмаштиришлардан фойдаланиб, Т. т. ни алгебраик кўринишга келтириш мумкин:

$$c_0 y_k^n + a_1 y_k^{n-1} + \ldots + a_n = 0, \qquad (*)$$

бу ерда y_k ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) олтита $\sin \lambda x$, $\cos \lambda x$, $\operatorname{tg} \lambda x$ ва ҳоказо тригонометрик функциянинг биридир.

Чап ва ўнг томонлари $(\lambda x + k)$ аргументнинг фақат тригонометрик функцияларидан иборат бўлган алгебраик ифодалар бўлган ҳар қандай трансцендент тенглама формулаларга (қўшиш теоремаси ва бошқа айний алмаштиришларга) асосан Т. т. га келтирилади.

Т. т. ни ечиш одатда $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$ каби энг содда (асосий) Т. т. ни ечишга келтирилади. Т. т. ни ечиш усуллари қуйидагидан иборат: Т. т. ни (*) кўринишига, сўнгра эса энг содда Т. т. кўринишига келтириш; Т. т. ни $f_1(\lambda_1 x)\, f_2(\lambda_2 x) = 0$ кўринишга, сўнгра эса энг содда Т. т. га келтириш (бу ердаги f_1 ва f_2 — номаълум аргументнинг тригонометрик функциялари); иккилантан ва ярим бурчак формулаларидан (тригонометрик функциянинг даражасини пасайтириш), қўшиш формулаларидан фойдаланиш; рационал ўрнига қўйишлардан фойдаланиш ($\sin x$, $\cos x$ ва бошқа тригонометрик функцияларни $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ орқали рационал ифодалаш); тригонометрик функциялар йиғиндисини (айирмасини) уларнинг кўпайтмасига алмаштириш; аниқмас бурчакнинг $\operatorname{tg} \varphi$ ёки $\operatorname{ctg} \varphi$ ва бошқа функцияларини киритиш. Т. т. ни ечишда тенгламаларнинг тенг кучлилиги (илдизларнинг йўқолиши ва пайдо бўлиши) тўғрисидаги масала жуда муҳимдир.

Мисол: $\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} 8x$ Т. т. ни ечишда икки бурчак йиғиндисининг тангенси формуласидан фойдаланиш осон, яъни берилган Т. т. ни $\operatorname{tg}(45° + x) = \operatorname{tg} 8x$ тенглама билан алмаштириш яхши, бундан $7x = 45° + 180° \cdot n$ ёки $x = \frac{45°}{7}(4n + 1)$ экани келиб чиқади.

Адаб.: И. К. Андронов, А. К. Окунев, Основной курс тригонометрии, Учпедгиз, М., 1958; П. Я Кожеуров, Курс тригонометрии для техникумов, Гостехиздат, М., 1958; С. И. Новоселов, Специальный курс тригонометрии, «Высшая школа», М., 1958.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ—ТРИГОНОМЕТРИК ФУНКЦИЯЛАР — бурчакнинг функциялари. Синус, Косинус, Тангенс, Котангенс, Секанс, Косеканс терминларига қаранг.

ТРИГОНОМЕТРИЯ — ТРИГОНОМЕТРИЯ — математиканинг бўлими бўлиб, учбурчакнинг томонлари билан бурчаклари орасидаги боғланишларни (тригонометрия), шунингдек тригонометрик функцияларнинг хоссаларини ва улар орасидаги боғланишларни (гониометрия) ўрганади. Агар учбурчак (ёки бурчак) ясси бўлса, у ҳолда Т. ҳам ясси Т. деб аталади.

Адаб.: С. И. Новоселов. Специальный курс тригонометрии, «Высшая школа», М., 1958.

ТРИЛИНЕЙНАЯ ФОРМА — ТРИЧИЗИҚЛИ ФОРМА — поличизиқли форманинг учта ўзгарувчилар системаларига, яъни $x_1, x_2, \ldots, x_n$; $y_1, y_2, \ldots, y_n$; $z_1, z_2, \ldots, z_n$ ларга боғлиқ бўлган хусусий ҳолидир (қ. Полилинейная форма). Шундай қилиб, Т. ф. нинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\sum_{i, j, e=1}^{n} a_{ije} x_i y_j z_e = a_{111} x_1 y_1 z_1 + a_{112} x_1 y_1 z_2 + \ldots +$$

$$+ a_{n-1, n-1, n}\, x_{n-1} y_{n-1} z_n + a_{n-1, n, n}\, x_{n-1} y_n z_n + a_{n, nn}\, x_n y_n z_n.$$

ТРИЛЛИОН — ТРИЛЛИОН — минг миллиард, яъни миллион миллион, $10^{12} = 1000000000000$ сон. Баъзи жойларда (масалан, Германия ва Англияда) 10^{18} сон Т. деб аталади.

ТРИСЕКЦИЯ УГЛА — БУРЧАКНИ УЧГА БЎЛИШ — ихтиёрий бурчакни тенг уч бўлакка бўлиш тўғрисидаги масала — қадимги Грециядаги ясашга доир учта асосий масаланинг бири: бурчакни учга бўлиш, доиранинг квадратураси (қ. Квадратура круга) ва кубни иккилантириш (қ. Удвоение куба) масалаларининг ҳеч бири циркуль ва чизғич ёрдамида ҳал қилинмайди.

Б. у. б. $x^3 + px + q = 0$ кўринишдаги кубик тенгламанинг ечимини ясашга келтирилади, бу тенглама рационал илдизга эга бўлганда ва фақат шу ҳолдагина бу тенглама квадрат радикалларда ечилади. Ихтиёрий берилган бурчак учун ҳосил қилинган тенгламанинг рационал илдизи бўлмайди, шунинг учун циркуль ва чизғич ёрдамида кесма ясаш критерийсига асосан, бурчакни бу воситалар (чизғич ва циркуль) ёрдамида учга бўлиб бўлмайди. Масалан, 60° ли бурчакни циркуль ва чизғич ёрдамида тенг уч бўлакка бўлиб бўлмайди, шунинг учун бундан циркуль ва чизғич билан 20° ли бурчак ясаб бўлмайди деган хулоса чиқади, бинобарин, циркуль ва чизғич билан мунтазам 18 бурчак $\left(20^\circ = \frac{1}{18} \cdot 360^\circ\right)$ ва демак, мунтазам 9 бурчак ясаб бўлмайди. Бурчакни циркуль ва чизғич билан тенг иккига бўлиш мумкин. Лекин ихтиёрий бурчакни тенг уч бўлакка бўлишга имкон берадиган бошқа ясаш воситалари мавжуддир: 1) циркуль ва устига узунлик эталони туширилган (икки тамға қилинган) чизғич; бурчакни учга бўлишнинг бу механик усулини эрамиздан олдинги III асрда Архимед топган эди; 2) Никомед конхоидаси (қ.) ёрдамида ва 3) иккита тўғри бурчак ёрдамида.

Лат. tri — уч, sectio — кесиш, бўлиш.

Адаб.: А. Адлер. Теория геометрических построений, Л., 1940; Р. Курант, Г. Роббинс, Что такое математика, М.—Л., 1947; Б. В. Кутузов, Геометрия, Учпедгиз, М., 1955.

ТРИЭДР — ТРИЭДР — бир нуқтадан чиқувчи ўзаро перпендикуляр бўлган учта бирлик вектор тўплами. Дифференциал геометрияда (қ.) фазовий эгри чизиқнинг (қ. Пространственная кривая) хоссаларини ўрганишда Т. катта аҳамиятга эга бўлади; бу ҳолда қўзғалувчи Т. ўрганилади, унинг учи эгри чизиқнинг ўзгарувчи нуқтаси билан устма-уст тушади, унинг бир $\mathbf{t}$ вектори эгри чизиққа ўтказилган уринма бўйича, иккинчи $\mathbf{n}$ вектори бош нормал бўйича, учинчи $\mathbf{b}$ вектори бинормал бўйича йўналади.

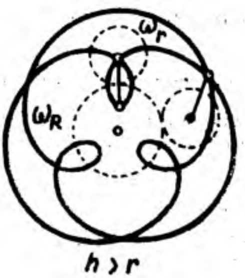
Т. кузатувчи учёқ (қ. Трехгранник сопровождающий) ёки Серре-Френе учёқлиги деб ҳам аталади.

Грек. τρί — мураккаб сўзларда уч, εδρα — асос, ёқ.

ТРОЙНОЕ ПРАВИЛО — УЧЛИК ҚОИДА — тўғри ёки тескари пропорционал миқдорлар қатнашган арифметик масалаларни ечиш қоидалари (усуллари)нинг эскириб қолган номи.

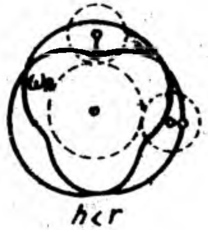
Адаб.: В. Г. Чичигин, Методика преподавания арифметики, Учпедгиз, М., 1949; Е. С. Березанская, Методика преподавания арифметики, Учпедгиз, М., 1934.

ТРОХОИДА — ТРОХОИДА — бир доира бўйича сирпанмасдан ғилдираётган доиранинг марказидан h масофада жойлашган нуқта чизиб чиқадиган циклоидал эгри чизиқ. Агар h масофа ғилдираётган доиранинг r радиусига тенг бўлса, у ҳолда Т. эпициклоидага (қ.) ёки гипоциклоидага (қ.) айланади. Агар доира қўзғалмас доиранинг ташқи томонида ғилдираса, Т. эпитрохоида деб, агар доира қўзғалмас доиранинг ички томонида ғилдираса, Т. гипотрохоида деб аталади. $h > r$ бўлганда (294- расм) Т. узайтирилган Т. деб, $h < r$ бўлганда (295- расм) Т. қисқартирилган Т. деб аталади.



$h > r$

294- расм.



$h < r$

295- расм.

Эпитрохоиданинг параметрик тенгламалари:

$$x = (R + mR)\cos mt - h\cos(t + mt),$$
$$y = (R + mR)\sin mt - h\sin(t + mt),$$

гипотрохоиданинг параметрик тенгламалари:

$$x = (R - mR)\cos mt + h\cos(t + mt),$$
$$y = (R - mR)\sin mt + h\sin(t - mt),$$

бу ерда R — қўзғалмас доиранинг радиуси, $m = \frac{r}{R}$.

Трохоидал бахмал гуллар айниқса қизиқарлидир. Бундай бахмал гуллар учун $h = R + r = R + mR$. Уларнинг қутб координаталаридаги тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\rho = 2(R + mR)\sin\frac{1}{2m+1}\varphi.$$

$R = r$ ва h ихтиёрий бўлганда Т. Паскаль улиткасидан (чиғаноқ) иборат бўлади, унинг қутб координаталаридаги тенгламаси:

$$\rho = 2(r - h\cos\varphi).$$

$R = 2r$ бўлганда гипотрохоида эллипс бўлиб қолади.

Адаб.: М. Б. Савелов, Плоские кривые, Физматгиз, М., 1960.

ТРУБКА ВЕКТОРНАЯ — ВЕКТОРЛИ НАЙ — бирор вектор майдонидаги вектор сиртнинг хусусий ҳоли. Вектор сирт шу билан характерланадики, унинг ҳар бир M нуқтасидаги $\mathbf{B}(M)$ вектор сиртга шу нуқтада ўтказилган уринма текисликда ётади. Агар вектор майдонида майдоннинг вектор чизиқларидан фарқли бўлган бирор ёпиқ чизиқ олиниб, унинг ҳар бир нуқтасидан вектор чизиғи ўтказилса, у ҳолда бу чизиқларнинг геометрик ўрни В. н. деб аталувчи найсимон вектор сирт бўлади. В. н. нинг кўндаланг кесими орқали ўтган вектор оқими (қ. Поток вектора) В. н. нинг интенсивлиги деб аталади; соленоидал майдонда интенсивлик доимий миқдордир.

Адаб.: Н. Е. Кочин, Векторное исчисление и начала тензорного исчисления, М., 1950.

ТУПОЙ УГОЛ — ЎТМАС БУРЧАК — ўзига қўшни бўлган бурчакдан (қ. Смежный угол) катта бурчак. Ў. б. ҳамиша тўғри бурчакдан катта, лекин ёйиқ бурчакдан (қ. Развернутый угол) кичик бўлади. Угол терминига ҳам қаранг.

ТУЭ ТЕОРЕМА — ТУЭ ТЕОРЕМАСИ — аниқмас тенгламаларнинг ечимларига ва иррационал сонларнинг рационал сонларга яқинлашишига оид теорема. Бу теоремани Туэ 1908 йили исбот этган. Теорема бундай таърифланади: агар

$$f(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_1 z + a_0 \quad (a_n \neq 0)$$

даражаси иккидан юқори бўлган бутун сонли келтирилмайдиган кўпҳад бўлса,

$$f(x, y) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} y + \ldots + a_1 x y^{n-1} + a_0 y^n = a \qquad (*)$$

аниқмас тенгламанинг ечимлари бўлмайди ёки чекли сондаги бутун x ва y ечимларгагина эга бўлади.

Т. т. ни кейинчалик Зигель, Мордель, Вейль ва бошқа авторлар анча кучайтирган ва умумлаштирган. Жумладан, (*) нинг ўнг томонида a ўрнида ҳадларининг ўлчовига оид баъзи чекланишларга эга бўлган бутун сонли ихтиёрий кўпҳад олинганда Т. т. тўғри бўлар экан.

Адаб.: И. В. Арнольд, Теория чисел, Учпедгиз, М., 1939.

У

УБЫВАНИЕ ФУНКЦИИ — ФУНКЦИЯНИНГ КАМАЙИШИ: 1°. Функциянинг нуқтада камайиши. Агар a нуқтанинг шундай атрофи мавжуд бўлсаки, шу атрофда олинган ҳар қандай x_1, x_2 қийматлар ($x_1 < a < x_2$) учун $f(x_1) > f(a) > f(x_2)$ тенгсизликлар бажарилса, яъни функциянинг a нуқтадаги орттирмасининг ишораси аргумент орттирмасининг ишорасига тескари бўлса, a нуқта атрофида аниқланган $f(x)$ функция a нуқтада камаювчи функция дейилади. Қатъий бўлмаган $f(x_1) \geqslant f(a) \geqslant f(x_2)$ тенгсизликлар бажарилганда функция a нуқтада ўсмайдиган функция дейилади. a нуқтада дифференциалланувчи функция $f'(a) \leqslant 0$ бўлганда ва фақат шу ҳолда a нуқтада ўсмайдиган функция бўлади. Возрастание функции в точке терминидаги мисолга ҳам қаранг. Функциянинг кесмада камайишини Убывающая функция терминидан қараб олинг.

УБЫВАЮЩАЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ — КАМАЮВЧИ АРИФМЕТИК ПРОГРЕССИЯ — айирмаси манфий бўлган ($d<0$) арифметик прогрессиядир (қ.).

УБЫВАЮЩАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ — КАМАЮВЧИ ГЕОМЕТРИК ПРОГРЕССИЯ — махражининг модули бирдан кичик бўлган ($|q| < 1$) геометрик прогрессия (қ.).

УБЫВАЮЩАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ — КАМАЮВЧИ КЕТМА-КЕТЛИК — кейинги ҳади олдингисидан кичик бўлган, яъни $a_{n+1} < a_n$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$) бўлган $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ кетма-кетликдир. Қатъий бўлмаган $a_{n+1} \leqslant a_n$ тенгсизлик бажарилганда кетма-кетлик ўсмайдиган кетма-кетлик деб аталади. Қуйидан чегараланган ўсмайдиган кетма-кетликнинг чекли лимити бўлади.

УБЫВАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ — КАМАЮВЧИ ФУНКЦИЯ. $a \leqslant x \leqslant b$ кесмада (ёки интервалда, ёки тўпламда) К. ф. — шундай $y = f(x)$ функциядирки, кесмадан (интервал, тўпламдан) олинган ҳар қандай $x_2 > x_1$ лар учун $f(x_2) < f(x_1)$ тенгсизлик бажарилади. Қатъий бўлмаган $f(x_2) \leqslant f(x_1)$ тенгсизлик бажарилган ҳолда функция кесмада ўсмайдиган функция деб аталади. $a \leqslant x \leqslant b$ кесмадан олинган x учун $f'(x) \leqslant 0$ бўлганда ва фақат шу ҳолда $[a, b]$ кесмада ёки (a, b) интервалда дифференциалланувчи функция ўша кесма ёки интервалда ўсмайдиган функция бўлади. Функциянинг кесмада камайишини функциянинг нуқтада камайиши тушунчаси билан аралаштириб юбориш ярамайди (қ. Убывание функции, 1°).

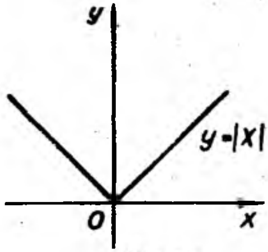
УГЛОВАЯ ТОЧКА кривой $y = f(x)$ — $y = f(x)$ эгри чизиқнинг **БУРЧАК НУҚТАСИ** — $f(x)$ функциянинг шундай махсус нуқтасидирки, бу нуқтада $\Delta x \to +0$ ёки $\Delta x \to -0$ га интилганда $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ нисбатнинг фақат бир томонли лимитлари мавжуд бўлади; бу лимитлар бир томонли ҳосилалар деб аталади. Функциянинг ($y = f(x)$ эгри чизиқнинг) графигида тегишли Б. н. да ўзаро бурчак ҳосил қилувчи бир томонли уринмаларгина бўлади. Масалан, $y = |x| = f(x)$ учун

$$\Delta x \to +0 \text{ да } \lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$$

ва

$$\Delta x \to -0 \text{ да } \lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = -1.$$

Демак, бу чизиқ учун координаталар боши — Б. н., бир томонли уринмалар эса биринчи ва иккинчи координат бурчакларнинг (296- расм) биссектрисалари бўлар экан. Б. н. синиш нуқтаси деб ҳам аталади.



296-расм.

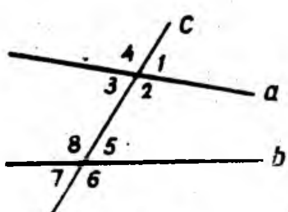
Адаб.: Г. М. Фихтенгольц. **Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси,** 1- т., **Ўқувпеддавнашр,** 1951.

УГЛОВОЙ КОЭФФИЦИЕНТ — БУРЧАК КОЭФФИЦИЕНТ. Текисликдаги тўғри чизиқнинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасига нисбатан бурчак коэффициенти—бу тўғри чизиқ билан мазкур координаталар системаси x ўқининг мусбат йўналиши орасидаги бурчакнинг тангенси. Агар тўғри чизиқнинг тенгламаси $y = kx + l$ кўринишда берилган бўлса, бунда k унинг Б. к. бўлади. Тўғри чизиқнинг $ax + by + c = 0$ (агар $b \neq 0$ бўлса) умумий тенгламаси $y = kx + l$ кўринишга келтирилиши мумкин. $b = 0$ бўлганда Б. к. шартли равишда ∞ га тенг деб ҳисобланади. Бу ҳолда тўғри чизиқ x ўқига перпендикуляр бўлади. Икки тўғри чизиқнинг k_1 ва k_2 Б. к. ларига қараб бу икки тўғри чизиқ орасидаги бурчакларнинг тангенсларини аниқлаш мумкин:

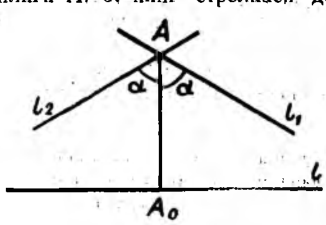
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}.$$

УГОЛ — БУРЧАК — бир нуқтадан чиқувчи икки нур (ярим тўғри чизиқ). Б. ҳосил қилувчи нурлар Б. нинг томонлари деб, бу нурлар чиқадиган нуқта Б. нинг учи деб аталади. Б. нинг нуқталари деганда унинг учи ва томонларининг барча нуқталари тушунилади. Агар Б. нинг томонлари бир тўғри чизиқ ҳосил қилса, у ҳолда Б. ёйиқ Б. деб аталади. Ёйиқ Б. дан фарқли бўлган Б. текисликни икки соҳага ажратадики, бу соҳалардан бири қавариқ бўлиб, иккинчиси қавариқ бўлмайди; бу соҳалардан бири (одатда бу қавариқ соҳа бўлади) Б. нинг ички соҳаси деб, иккинчиси ташқи соҳаси деб аталади. Б. нинг ички соҳасига қарашли нуқталар ички нуқталар деб, ташқи соҳасига қарашли нуқталар ташқи нуқталар деб аталади. Агар Б. нинг ички соҳаси қавариқ бўлса, у ҳолда Б. ёйиқ бурчакдан кичик дейилади. Агар Б. нинг ички соҳаси қавариқ бўлмаса, у ҳолда Б. ёйиқ бурчакдан катта дейилади. Ўзига қўшни бўлган бурчакка тенг (конгруэнт) бурчак тўғри Б. дейилади. Икки тўғри чизиқни учинчи тўғри чизиқ кесганда ҳосил бўлган бурчаклар (297- расм) бундай аталади: 1 ва 5, 2 ва 6, 4 ва 8, 3 ва 7—мос Б. лар, 2 ва 5, 3 ва 8—ички бир томонли, 1 ва 6, 4 ва 7 — ташқи бир томонли, 3 ва 5, 2 ва 8—ички алмашинувчи, 1 ва 7, 4 ва 6—ташқи алмашинувчи Б. лар.

УГОЛ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ— ПАРАЛЛЕЛЛИК БУРЧАГИ. l тўғри чизиққа нисбатан A нуқта ёнидаги параллеллик бурчаги $(A \overset{\perp}{\smile} l)$ — Лобачевский текислигидаги α ўткир бурчак бўлиб, у A нуқтадан l тўғри чизиққа туширилган перпендикуляр билан A нуқтадан ўтадиган ва l тўғри чизиққа унинг икки йўналишидан бирида параллел бўладиган икки l_1 ва l_2 тўғри чизиқнинг биридан ҳосил бўлади (298- расм). AA_0 перпендикулярнинг узунлиги П. б. нинг стрелкаси деб



297- расм.



298- расм.

аталади; бу узунлик П. б. га боғлиқ; стрелка ошса (камайса), П. б. камаяди (ортади). Лобачевского геометрия терминига қаранг.

УДВОЕНИЕ КУБА — КУБНИ ИККИЛАНТИРИШ — ҳажми берилган кубнинг ҳажмидан икки марта катта бўлган куб ясаш тўғрисидаги масала. Агар берилган кубнинг қирраси $a = 1$ деб фараз қилинса, Қ. и. масаласи $x^3 - 2 = 0$ тенгламани ечишга келтирилади. Шу туфайли бу тенгламанинг илдизини, циркуль ва чизғич ёрдамида кесмалар ясаш критерийсига асосан, циркуль ва чизғич ёрдамида ясаб бўлмайди. Қ. и. тўғрисидаги масала доиранинг квадратураси (қ. Квадратура круга) ва бурчакни учга бўлиш (қ. Трисекция угла) каби циркуль ва чизғич ёрдами билан ечилмайди. Қ. и. масаласини циркуль ва чизғич ёрдамида ҳал қилиш мумкин эмаслигини француз математиги П. Ванцель (1837) исбот қилган. Қ. и. ни Делос масаласи ҳам дейишадилар (Деҳли масаласи дейиш нотўғри), чунки бу масала Эгей денгизидаги Делос оролига алоқадор бўлган; ривоятларга кўра, бу оролда вабо тарқалганда мунажжим хайр-худойи солинадиган куб идишнинг шаклини ўзгартирмасдан ҳажмини икки марта оширишга маслаҳат берган.

Лекин Менехм (эрамиздан олдинги IV аср) кўрсатишича, Қ. и. масаласини конус кесимлари (қ. Конические сечения) ёрдамида ечиш мумкин: $x^3 - 2 = 0$ тенгламанинг илдизи бўлган x кесма $x^2 = ay$ ва $y^2 = 2ax$ параболаларнинг ёки $x^2 = ay$ парабола билан $xy = 2a^2$ гиперболанинг кесишиш нуқталаридан бирининг абсциссаси сифатида ва бошқа усуллар билан ясалиши мумкин.

Адаб.: А. Адлер, Теория геометрических построений, перев. с нем. Л., 1940; Р. Курант, Г. Роббинс, Что такое математика?, М.—Л., 1947; В. В. Кутузов, Геометрия, М., 1955.

УЗЕЛ — ТУГУН — тугунлар оиласидан олинган ҳар қандай эгри чизиқ (қ. Узлы). Жумладан, каппа (қ.), строфоида (қ.) тугундан иборат. Инверсия маркази координаталар бошида бўлган Т. нинг инверсияси ҳам Т. бўлиб, у берилган Т. га конгруэнт, лекин координаталар боши атрофида 90° га бурилган бўлади. Особая точка терминида ҳам Т. га қаранг.

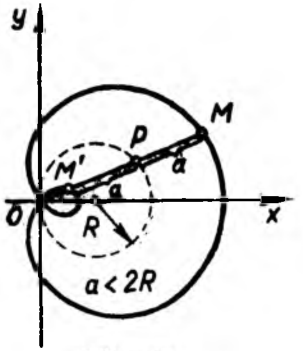
УЗЛОВАЯ ТОЧКА — ТУГУН НУҚТАСИ — эгри чизиқнинг махсус нуқтаси бўлиб, ўзини-ўзи кесиб ўтиш нуқтаси деб ҳам аталади (қ. Самопересечения точка).

УЗЛЫ — ТУГУНЛАР — текисликдаги эгри чизиқлар оиласи бўлиб, уларнинг қутб координаталаридаги тенгламаси $\rho = a \operatorname{ctg} k\varphi$ кўринишда бўлади. Бу эгри чизиқларнинг ҳаммаси координаталар бошида (қутбда) тугун нуқтага (қ. Узловая точка) ва координата ўқларига (қутб ўқи Ox ўқ билан бир хил) параллел асимптоталарга эга. $k = 1$ бўлганда Т. каппа (қ.) бўлади; $k = \frac{1}{2}$ бўлганда Т. строфоида (қ.) бўлади; $k = 2$ бўлганда Т. шамол тегирмон (қ. Ветряная мельница) деб аталади.

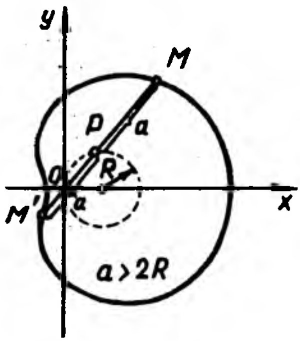
УЛИТКА ПАСКАЛЯ — ПАСКАЛЬ ЧИҒАНОҒИ — M ва M' нуқталарнинг геометрик ўрни сифатида аниқланувчи текис эгри чизиқдир; бу M ва M' нуқталар маркази O мазкур айланада ётган даста тўғри чизиқларида бўлиб, бу тўғри чизиқлар билан айлананинг P кесишиш нуқтасидан икки тарафда бир хил a масофада жойлашади. 299-расмда П. ч. яхлит чизиқ билан тасвирланган. П. ч. нинг қутб тенгламаси

$$\rho = 2R \cos \varphi + a$$

кўринишда бўлади, бу ерда R — берилган айлана радиуси, φ — П. ч. қўзғалувчи нуқтаси ра-



299- расм.



300- расм.

диус-векторининг қутб бурчаги. Агар $a=2R$ бўлса, П. ч. ниг сиртмоғи (берилган айлана ичидаги яхлит чизиқ) нуқтага тортилади ва бу ҳолда П. ч. кардиоидага (қ.) айланади. Агар $a>2R$ бўлса (300- расм), у ҳолда П. ч. берилган айлана билан умумий кесишиш нуқталарига эга бўлмайди.

Тўғри бурчакли координаталарда П. ч. нинг тенгламаси

$$(x^2+y^2-2Rx)^2-a^2(x^2+y^2)=0$$

кўринишда бўлади. Шундай қилиб, П. ч. 4-тартибли алгебраик эгри чизиқдир. П. ч. уни биринчи бўлиб ўрганган француз олими Б. Паскаль номи билан аталади.

УМНОЖЕНИЕ — КЎПАЙТИРИШ — иккита a ва b объект (кўпайтувчилар) бўйича учинчи c объект (кўпайтма) ҳосил қилиш амали. Инглиз математиги У. Оутред (1631) К. ни белгилаш учун $\times$ ишорани, немис олими Лейбниц (1698) $\cdot$ ишорани жорий қилдилар; ҳарфлар кўпайтирилганда кўпинча бу ишоралар тушириб қолдирилади ($a\times b$ ёки $a\cdot b$ ўрнига ab ёзилади). Кўпайтувчиларнинг конкрет табиати қандай бўлишига қараб К. амали тушунчасига ҳар хил маъно берилади. a ва b бутун бўлганда c кўпайтма ҳар бири a га тенг бўлган b та қўшилувчининг йиғиндисидан иборат бўлади:

$$ab=\underbrace{a+a+\ldots+a}_{b};$$

a — кўпаювчи, b — кўпайтирувчи. Касрларни К. амали $\frac{m}{n}\cdot\frac{p}{q}=\frac{mp}{nq}$ тенглик билан аниқланади. Рационал сонларни К. да кўпайтувчиларнинг абсолют қийматлари кўпайтмасига тенг бўлган сон ҳосил бўлади, бунда иккала кўпайтувчининг ишораси бир хил бўлса, кўпайтманинг ишораси + бўлади, агар кўпайтувчилар ишораси қарама-қарши бўлса, кўпайтманинг ишораси — бўлади. Иррационал сонларни К. уларнинг рационал яқинлашишларини К. деб қаралади. Комплекс сонларни К. қуйидаги тенгликлар билан аниқланади:

$$(a+ib)(c+id)=ac-bd+i(ad+bc);$$
$$r_1(\cos\varphi_1+i\sin\varphi_1)\cdot r_2(\cos\varphi_2+i\sin\varphi_2)=$$
$$=r_1r_2[\cos(\varphi_1+\varphi_2)+i\sin(\varphi_1+\varphi_2)].$$

Сонларни К. бир қийматли бўлиб, коммутативлик ($ab=ba$), ассоциативлик [$a(bc)=(ab)c$], дистрибутивлик [$a(b+c)=ab+ac$] ва $a\cdot 0=0$, $a\cdot 1=a$ хоссаларга эга. Векторное произведение, Умножение подстановок терминларига ҳам қаранг.

УМНОЖЕНИЕ ПОДСТАНОВОК—ЎРНИГА ҚЎЙИШЛАРНИ КЎПАЙТИРИШ— n - даражали бир жуфт ўрнига қўйишга ўшандай даражали учинчи ўрнига қўйишни мос келтирувчи операция. Агар

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & \ldots & n\\ i_1 & i_2 & \ldots & i_n\end{pmatrix} \text{ ва } B=\begin{pmatrix}i_1 & i_2 & \ldots & i_n\\ j_1 & j_2 & \ldots & j_n\end{pmatrix}$$

бўлса, таърифга асосан,

$$AB=\begin{pmatrix}1 & 2 & \ldots & n\\ j_1 & j_2 & \ldots & j_n\end{pmatrix}.$$

n-даражали барча ўринга қўйишлар тўплами Ў. қ. к. операциясига нисбатан n-даражали симметрик группа (қ.) ҳосил қилади. Масалан,

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\5&3&4&2&1\end{pmatrix} \text{ ва } B=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\1&3&5&2&4\end{pmatrix}$$

бўлсин, у ҳолда

$$AB=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\4&5&2&3&1\end{pmatrix} \text{ ва } BA=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\5&4&1&3&2\end{pmatrix}.$$

Ў. қ. к. коммутатив эмас, чунки ихтиёрий ўринга қўйишлар учун коммутативлик қонуни бажарилмайди.

УНИКУРСАЛЬНАЯ КРИВАЯ — УНИКУРСАЛ ЭГРИ ЧИЗИҚ — ўз-ўзини кесиш нуқталаридан икки марта ўтганда айланиб чиқиш мумкин бўлган текис эгри чизиқ. Агар эгри чизиқнинг нуқтасидан жуфт йўллар чиқса, бу нуқтани жуфт тугун деб, агар нуқтадан тоқ йўллар ўтса, бу нуқтани тоқ тугун деб атаймиз. Масалан, кесманинг барча ички нуқталари жуфт тугунлар, унинг учлари эса тоқ тугунлар бўлади. У ҳолда қуйидаги теорема ўринли бўлади: эгри чизиқ уникурсал эгри чизиқ бўлиши учун унинг тоқ тугунлари иккидан ортиқ бўлмаслиги зарур ва кифоя. Битта тоқ тугунли эгри чизиқ мавжуд эмаслигини кўриш осон. Шундай қилиб, агар эгри чизиқ уникурсал бўлса, у ҳолда унинг тоқ тугунлари сони 0 га ёки 2 га тенг бўлади ва аксинча.

Анализда У. э. ч. нинг махсус ҳоли, хусусан қўш нуқталари сони (хосмас ва мавҳум қўш нуқталари билан бирга) максимал бўлган алгебраик эгри чизиқлар жуда муҳимдир. n-тартибли алгебраик эгри чизиқдаги қўш нуқталарнинг максимал δ сони қуйидаги формула бўйича ҳисоблаб чиқарилади:

$$\delta=\frac{(n-1)(n-2)}{2},$$

шу билан бирга, карралиги k бўлган нуқталар C_k^2 та қўш нуқталар деб қаралади.

Алгебраик У. э. ч. лар алгебраик функцияларнинг интеграллари назариясида муҳим роль ўйнайди. Ҳар қандай $\int R(x, y)dx$ интеграл рационал функциялардан олинган интегралга олиб келади ва элементар функциялар оркали ифодаланади, бу ерда y — x нинг функцияси бўлиб, алгебраик У. э. ч. ни ифодаловчи $F(x,y)=0$ тенглама билан аниқланади, $R(x, y)$ — ўз аргументларининг рационал функцияси.

УНИМОДУЛЯРНАЯ ГРУППА — УНИМОДУЛЯР ГРУППА — детерминанти матрицаларни кўпайтириш амалига нисбатан бирга тенг бўлган n сатрли ва n устунли барча матрицалар группаси. Умумий ҳолда элементлари ҳатто матрица бўлмаган матрицалар группасига изоморф бўлган группа У. г. деб аталади. У. г. Ли группасидир (қ.). Ҳар хил матрица группаларининг унимодуляр қисм-группалари, яъни мазкур группанинг матрицаларидан иборат бўлган ва детерминанти бирга тенг бўлган қисм-группалари ҳам ўрганилади.

УНИМОДУЛЯРНАЯ МАТРИЦА — УНИМОДУЛЯР МАТРИЦА — детерминанти бирга тенг бўлган квадрат матрица. Ҳар қандай базисга нисбатан олинган У. м. ифодалайдиган чизиқли алмаштиришлар ажойиб бир хоссага эга: улар ҳар қандай фигуранинг ҳажмини ўзгартирмай сақлаб қолади. Барча У. м. лар тўплами унимодуляр группа (қ.) ҳосил қилади. Матрица терминига ҳам қаранг.

УНИМОДУЛЯРНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ—УНИМОДУЛЯР АЛМАШТИРИШ— чизиқли фазонинг чизиқли алмаштириши бўлиб, бу алмаштиришда ҳажм ўзгартирилмайди. У. а. нинг ҳар қандай базисдаги матрицаси (қ.) бирга тенг бўлган детерминантга эга. Ҳамма У. а. лар унимодуляр группа (қ.) ҳосил қилади.

УНИТАРНАЯ МАТРИЦА — УНИТАР МАТРИЦА — $A^{-1}=\bar{A}'$ шартни қаноатлантирувчи махсусмас квадрат A матрица (қ. Неособенная матрица), бу ерда A^{-1}—

тескари матрицани, $\overline{A}'$ — транспонирланган ва комплекс қўшма матрицани билдиради. У. м.

$$x_1\overline{x}_1 + x_2\overline{x}_2 + \ldots + x_n\overline{x}_n$$

Эрмит формасини (қ.) сақлаб қолувчи ва бу формага нисбатан ортонормалланган базисга оид чизиқли комплекс фазонинг чизиқли алмаштиришининг матрицасидир; бу ерда $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — фазо векторининг координаталари. У. м. нинг детерминанти модуль бўйича бирга тенг. У. м. нинг барча илдизлари модуль бўйича бирга тенг. У. м. нинг Эрмит формасини диагонал кўринишга келтириш мумкин. Ҳар қандай ортогонал матрица (қ.) айни вақтда У. м. ҳамдир.

УНИТАРНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — УНИТАР АЛМАШТИРИШ. Чекли ўлчовли чизиқли комплекс фазонинг унитар алмаштириши мусбат аниқланган бирор Эрмит формасини ўзгартирмай сақлаб қоладиган чизиқли алмаштиришдир. Бу форма орқали ифодаланувчи Эрмит кўпайтмасига нисбатан ортонормалланган базисда У. а. унитар матрица (қ.) билан ёзилади. У. а. комплекс чизиқли фазода айланиш тушунчасининг умумлаштирилишидир.

УНИТАРНЫЙ ОПЕРАТОР — УНИТАР ОПЕРАТОР — Евклид фазосидаги айланиш тушунчасини чексиз ўлчовли ҳолга умумлаштиришдир. Гильберт (қ.) фазосининг У. о. Гильберт фазосининг унда таърифланган скаляр кўпайтмани ўзгартирмай саклаб қоладиган чизиқли алмаштиришидир. У. о. нинг тескари оператори бор, бу тескари оператор ҳам У. о. бўлади. У. о. ва унга тескари оператор қўшма операторлардир; У. о. га Фурье алмаштириши (қ. Фурье преобразование) мисол бўлади. У. о. функционал анализ (қ.) ва оператор ҳисобининг (қ. Операторное исчисление) муҳим тушунчасидир.

УНИЧТОЖЕНИЕ ИРРАЦИОНАЛЬНОСТИ в знаменателе дроби — касрнинг махражини **ИРРАЦИОНАЛЛИКДАН ҚУТҚАРИШ** — махражида иррационал ифодалар бўлган алгебраик касрни махражи иррационал ифодаларга (радикалларга) эга бўлмаган касрга айний алмаштириш.

Одатда махражни И. қ. учун касрнинг иккала ҳади махражга (бирор радикалга нисбатан) қўшма бўлган ифодага кўпайтирилади.

Масалан, $\frac{a}{b-\sqrt{2}}$ касрнинг махражини И. қ. учун касрнинг ҳадлари $b+\sqrt{2}$ га кўпайтирилади, бу ҳолда каср махражида радикаллар бўлмаган

$$\frac{a(b+\sqrt{2})}{b^2-2}$$

кўринишга келади. Махражни И. қ. кўпинча касрни ҳисоблашни осонлаштиради; масалан, $\frac{1}{\sqrt{2}}$ касрни унинг ўнли яқинлашиши кўринишида ёзмоқчи бўлганда аввало унинг махражини иррационалликдан қутқариб, қуйидаги кўринишга келтириш керак:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1,4}{2} = 0,7 \text{ (0,1 гача аниқликда).}$$

Касрнинг суратини И. қ. ҳам худди шундай таърифланади.

УПОРЯДОЧЕННОЕ МНОЖЕСТВО—ТАРТИБЛАНГАН ТЎПЛАМ. Агар тўпламда $<$ тартиб муносабати тушунчаси киритилган бўлса, яъни ихтиёрий икки $a \in \Omega$ ва $b \in \Omega$ элементлар учун қуйидаги альтернатива бажарилса: ёки a элемент b дан олдин келади ($a < b$ шаклда белгиланади), ёки b элемент a дан олдин келади ($b < a$ шаклда белгиланади) ва транзитивлик хоссаси ўринли бўлса (яъни $a < b$ ва $b < c$ бўлганда $a < c$ бўлса), Ω тўплам тартибланган тўплам дейилади.

Масалан, тартиб муносабати «катта» муносабат билан бир хил бўлса, ҳақиқий сонлар тўпламининг ҳар қандай қисм-тўплами (қ. Подмножество) Т. т. бўлади. Агар тўпламнинг ҳамма элементлари учун эмас, балки бирор a ва b жуфт элементлари учун қуйидаги альтернатива бажарилса, яъни $<$ ишора билан белгиланадиган тайин тартиб операциясига нисбатан $a < b$ ёки $b < a$ бўлса, тўплам қисман тартибланган дейилади (шу билан бирга, $a < b$ ва $b < c$ бўлса, у ҳолда $a < c$ бўлади).

Мисол. Ω тўплам берилган. Унинг барча қисм-тўпламларининг A тўпламини қараб чиқамиз. A тўпламга қисман тартиб муносабатини A тўплам қисман тартибланган тўплам бўлиб қоладиган қилиб киритиш мумкин. Чунончи: агар a элемент Ω нинг қисм-тўплами сифатида b қисм-тўпламида қатнашса, $a < b$ бўлади. Шуни қайд қиламизки, агар берилган икки тўпламдан бири иккинчисининг ичида бутунлай жойлашмаса, у ҳолда улар учун $<$ тартиб муносабати таърифланмайди. Т. т. тушунчаси алгебра ва функционал анализда қўлланилади. Структура терминига ҳам қаранг.

УРАВНЕНИЕ — ТЕНГЛАМА (дастлабки тушунишда) — битта ёки бир неча ҳарфлар номаълум деб ҳисобланадиган тенгликдир.

Математикани ўргана бориш жараёнида номаълумлар ўзгарувчилар деб қаралади ва функционал нуқтаи назардан таърифланади: бир номаълумли Т. аниқланиш соҳаларининг умумий қисмида текшириладиган икки функциянинг $f_1(x) = f_2(x)$ тенглигидир. Кўп номаълумли Т. ҳам шунга ўхшаш таърифланади:

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Т. нинг ечимлари деб номаълумларнинг (аргументларнинг) шундай қийматларига айтиладики, бу қийматларда текширилаётган функцияларнинг қийматлари тенг бўлади. Агар Т. да қатнашувчи функциялар $x_1, x_2, \dots, x_n$ ўзгарувчиларнинг (номаълумларнинг) кўпҳадлари бўлса, у ҳолда Т. алгебраик Т. деб аталади. Бир номаълумли Т. ни $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ кўринишда ёзиш мумкин ($a_0 \neq 0$), a_i — комплекс сонлар ($i = 0, 1, \dots, n$), бу ерда натурал сон n алгебраик Т. нинг даражаси деб аталади. Ҳар қандай алгебраик Т. камида битта илдизга — комплекс, мавҳум ёки ҳақиқий илдизга эга бўлади (қ. Основная теорема алгебры). Даражаси тўртдан юқори ($n > 4$) бўлган алгебраик Т. умумий кўринишда радикалларда ечилмайди (қ. Руффини — Абеля теорема).

Мисоллар: 1) $x - 2 = 0$—бир номаълумли Т. дир, унинг ечими (илдизи) $x = 2$ сондир; 2) $x + 2y = 7$ — икки номаълумли Т. дир, унинг чексиз кўп ечимларининг бир жуфти $x = 1$, $y = 3$ сонлардир.

Номаълумлар олиши мумкин бўлган қийматларининг қандай соҳасида текширилишига қараб берилган Т. ечимга (чекли ёки чексиз кўп) эга бўлиши ҳам, ечимга эга бўлмаслиги ҳам мумкин. Масалан, $x^2 - 2 = 0$ Т. рационал сонлар соҳасида ечимга эга эмас (яъни ечилмайди), лекин ҳақиқий сонлар соҳасида икки ечимга эга (ечилади): $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$. $x^2 + 1 = 0$ Т. ҳақиқий сонлар соҳасида ечимга эга эмас, лекин комплекс сонлар соҳасида икки ечимга эга: $x_1 = i$ ва $x_2 = -i$.

Агар тенгламада номаълумларнинг (ўзгарувчиларнинг) трансцендент функциялари қатнашса, бундай Т. лар трансцендент Т. лар деб аталади. Масалан,

$$x^{\sqrt{2}} = 3; \ \sin x = 1; \ \lg x + x = \sin x;$$

$$2^x = 4; \ \arcsin x = 0{,}5; \ \sin x = 2 \text{ ва ҳоказо.}$$

Бу трансцендент Т. ларнинг охиргиси ҳақиқий сонлар соҳасида ҳеч қандай ечимга эга эмас. Амалда трансцендент Т. лар тақрибий усуллар билан ечилади: функцияларни қаторга ёйиш, график усул, итерациялар усули ва ҳоказо.

Агар икки Т. дан бирининг ҳар бир ечими иккинчисининг ечими бўлса ва, аксинча, иккинчи Т. нинг ҳар бир ечими биринчисининг ечими бўлса, ёки иккала Т. ечимга эга бўлмаса, у ҳолда бу икки Т. тенг кучли (эквивалент) Т. дейилади. Агар $f_1(x)$ ва $f_2(x)$ функциялар — рационал ва ҳеч бўлмаганда улардан бири кўпҳад бўлмаганда $f_1(x) = f_2(x)$ Т. каср-рационал Т. деб аталади. Бошқача сўз билан айтганда, каср-рационал Т. да номаълум бу Т. даги алгебраик каср нинг махражида қатнашади; бундай Т. ларни ечиш алгебраик Т. ларни ечишга келтирилади.

Қ. Диофантовы уравнения, Галуа теория, Иррациональное уравнение, Логарифмическое уравнение, Тригонометрическое уравнение, Трансцендентное уравнение.

Адаб.: Энц. элем. матем., т. 2, Гостехиздат, М., 1951; С. И. Новоселов, Специальный курс элементарной алгебры, «Высшая школа», М., 1956.

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ—МАТЕМАТИК ФИЗИКА ТЕНГЛАМАЛАРИ — хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар, шунингдек баъзи интеграл (қ. Интегральные уравнения) ва интеграл-дифференциал тенгламалар. М. ф. т. назарияси хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назариясининг қисми бўлиб, математиканинг бошқа бўлимларига чамбарчас боғлиқдир (қ. Краевые задачи, Аналитическая теория дифференциальных уравнений). Асосан М. ф. т. қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} b_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + cu = f, \qquad (*)$$

бу ерда $a_{ij} = a_{ji}$, b_i, c, f лар $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ($n \geqslant 2$) аргументларнинг берилган функциялари. Бу тенгламалар ечимларининг хоссалари $|a_{ik} - \lambda| = 0$ характеристик тенглама илдизларининг ишораларига кўп боғлиқ бўлади. Агар ҳамма илдизларнинг ишоралари бир хил бўлса, (*) тенглама эллиптик типдаги тенглама деб аталади, агар бир илдизнинг ишораси қолган ($n - 1$) илдизларнинг ишорасига қарама-қарши бўлса, тенглама гиперболик типдаги тенглама деб аталади, агар бир илдиз нолга тенг бўлиб, қолган илдизларнинг ишораси бир хил бўлса, (*) тенглама параболик типдаги тенглама деб аталади; илдизлар ишораларининг бошқа комбинациялари кам ўрганилган.

Ҳар хил стационар процессларни (электростатика, магнитостатика, сиқилмайдиган суюқликнинг потенциал ҳаракати ва шу кабиларни) ўрганиш эллиптик типдаги тенгламаларга олиб келади. Уларнинг энг соддаси $\Delta u = 0$ (Лаплас) ва $\Delta u = c$ (Пуассон) тенгламалари, шунингдек Эйлер текширган $\Delta u + ku = 0$ тенглама ва полигармоник тенгламалардир (қ. Полигармоническая функция).

Параболик типдаги тенгламалар иссиқлик ўтказувчанлик, диффузия, ўтказувчи муҳитларда электромагнит тўлқинларнинг тарқалиши, қовушоқ суюқликнинг ҳаракати каби физик ҳодисаларни ўрганишда ҳосил бўлади. Буларнинг энг соддаси иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасидир. Гиперболик типдаги тенгламалар туташ муҳитларнинг тебранишлари тўғрисидаги масалалар ва электромагнит тебранишлар тўғрисидаги масалаларни ўрганишда ҳосил бўлади. Буларнинг энг соддаси $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u$ кўринишдаги тўлқин тенгламасидир (Эйлер, 1759). $y\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ тенглама учун (Трикоми, 1923) $y > 0$ ($-\infty < x < \infty$) ярим текислик эллиптиклик зонаси бўлади, $y < 0$ ярим текислик гиперболиклик зонаси бўлади, $y = 0$ тўғри чизиқ—параболиклик зонаси бўлади; бу тенглама аралаш типдаги тенгламадир. Эйлер, Даламбер, Лаплас, Риман, Фурье каби машҳур математикларнинг ишлари М. ф. т. ни ечишга бағишланган.

Адаб.: А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, Уравнения математической физики, Гостехиздат, М., 1956; Р. Курант, Д. Гильберт, Методы математической физики, тт. I — II, Гостехиздат, М.—Л., 1951.

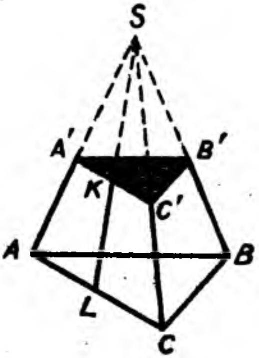
УРОВНЯ ЛИНИИ — САТҲ (ДАРАЖА) ЧИЗИҚЛАРИ — икки ўлчовли скаляр $u(x, y)$ майдондаги чизиқлар бўлиб, улар учун $u(x, y) = C$; табиийки, бунда $u(x, y)$ нинг узлуксиз хусусий ҳосилаларга эга бўлиши ва бу ҳосилаларнинг ҳаммаси бир вақтда нолга айланиб қолмаслиги талаб қилинади. C ўзгармас миқдорнинг ҳар бир қийматига тайин бир С. ч. мос келади. С. ч. бир-бири билан кесишмайди. Скаляр майдоннинг градиенти (қ. Поле скалярное) майдоннинг ҳар бир нуқтасида С. ч. га ўтказилган нормал бўйича йўналади.

Адаб.: Н. Е. Кочин, Векторное исчисление и начала тензорного исчисления, Изд-во АН СССР, М., 1951.

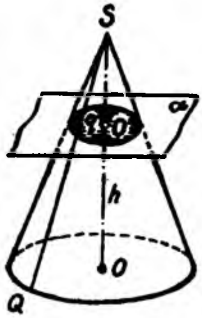
УРОВНЯ ПОВЕРХНОСТИ — САТҲ (даража) **СИРТЛАРИ** — $u(x, y, z)$ скаляр майдонда $u(x, y, z) = C$ тенглама билан аниқланадиган сиртлар [$u(x, y, z)$ нинг ҳаммаси бир вақтда нолга айланмайдиган узлуксиз хусусий ҳосилалари бор]. Ҳар бир С. с. га C ўзгармас миқдорнинг ўз қиймати мос келади. Текширилаётган бутун соҳа бу сиртлар билан шундай тўлдириладики, унинг ҳар бир нуқтасидан битта ва фақат битта С. с. ўтади. Равшанки, С. с. бир-бири билан кесишмайди. Скаляр майдоннинг градиенти (қ. Поле скалярное) ҳар бир нуқтада С. с. нинг ўша нуқтасида ўтказилган нормал бўйича йўналади.

Адаб.: Н. Е. Кочин, Векторное исчисление и начала тензорного исчисления, Изд-во АН СССР, М., 1951.

УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА — КЕСИК ПИРАМИДА — пирамиданинг (қ.) ён қирраларини асосига параллел равишда кесиб ўтадиган текислик билан асоси орасидаги қисми. Мунтазам пирамидадан ҳосил қилинган К. п. мунтазам К. п. деб аталади. К. п. асосидаги кўпбурчакнинг n учлари сонига қараб n бурчакли К. п. деб аталади. Кесувчи текислик билан К. п. нинг асос текислиги орасидаги масофа унинг баландлиги деб аталади. 301- расмда $ABCA'B'C'$ учбурчакли К. п. тасвирланган; ABC ва $A'B'C'$ учбурчаклар К. п. нинг асослари деб аталади. Агар К. п. мунтазам бўлса, у ҳолда тўлиқ пирамиданинг SL апофемасининг (қ.) KL кесмаси К. п. нинг апофемаси деб аталади.



301- расм.



302- расм.

Асосларининг юзлари q ва Q, баландлиги h бўлган К. п. нинг ҳажми қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$V = \frac{1}{3} h (q + Q + \sqrt{q \cdot Q}).$$

Кесик конус билан солиштиринг (қ. Усеченный конус).

УСЕЧЕННЫЙ КОНУС — КЕСИК КОНУС — конуснинг (қ.) ясовчисини асосига параллел кесиб ўтувчи текислик билан асоси орасидаги қисми. Тўғри доиравий конусдан ҳосил бўлган К. к. тўғри доиравий К. к. (ёки К. к.) деб аталади. Кесувчи текислик билан К. к. нинг асоси орасидаги масофа унинг баландлиги деб аталади. S конус билан унинг асосига параллел α текисликнинг кесишувидан ҳосил бўлган текис фигура (302- расм) К. к. нинг юқориги асоси деб аталади, S конуснинг Q асоси эса К. к. нинг пастки асоси деб аталади. Агар К. к. нинг юқориги ва пастки асосларининг юзлари мос равишда q ва Q, баландлиги эса h бўлса, у ҳолда ҳажми қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$V_{\text{К.к.}} = \frac{1}{3} h(q + Q + \sqrt{qQ}).$$

Агар q ва Q мос равишда $O'(r)$ ва $O(R)$ доиралар юзлари бўлса, у ҳолда К. к. ҳажми

$$V = \frac{1}{3} \pi h(r^2 + R^2 + rR)$$

формула билан ифодаланади. К. к. ҳосил қилиш учун тенг ёнли трапецияни унинг симметрия ўқи атрофида айлантириш ёки тўғри бурчакли трапецияни асосларига перпендикуляр томони атрофида айлантириш керак. Кесик пирамидага солиштиринг (қ. Усеченная пирамида).

УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ — ШАРТЛИ ЭҲТИМОЛ. B воқеанинг A шартдаги шартли эҳтимоли $P(B/A)$ билан белгиланади ва A воқеанинг $P(A)$ эҳтимоли нолдан фарқли бўлганда маънога эга бўлади. $P(B/A)$ шартли эҳтимол

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

формула билан аниқланади, бу ерда $P(AB)$ — A ва B воқеаларнинг бир вақтда юз бериш эҳтимоли.

Ш. э. тушунчасини А. Н. Колмогоров 1930 йили анча умумлаштирган. Бундан сўнг у ҳозирги замон Марков процессларининг (қ.) марказий тушунчасига айланиб қолди.

УСЛОВНАЯ СХОДИМОСТЬ бесконечного ряда — чексиз қаторнинг **ШАРТЛИ ЯҚИНЛАШИШИ.** Агар $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ қатор яқинлашиб, $|a_i|$ модуллардан тузилган қатор узоқлашса, у ҳолда дастлабки қатор шартли, яъни ноабсолют яқинлашади. Бунга Лейбниц типидаги қаторлар мисол бўла олади:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \quad \text{ва} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}.$$

Бу қаторлар яқинлашади, лекин уларнинг ҳадларининг абсолют қийматларидан тузилган қаторлар узоқлашади. Шартли яқинлашувчи қаторлар жумласига қуйидаги қаторлар ҳам киради:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^s n} \; (0 < s \leqslant 1); \quad \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \ln n (\ln \ln n)^s} \; (0 < s \leqslant 1).$$

Абсолют яқинлашувчи қаторлардан фарқли ўлароқ, шартли яқинлашувчи қаторлар ўрин алмаштириш хоссасига эга эмас; ҳар бир бундай қаторда ҳадларнинг ўрнини керагича алмаштириб қаторнинг йиғиндисини ўзгартириш ёки ҳатто яқинлашувчилигини бузиш ҳам мумкин. Риман теоремасига асосан, қатор шартли яқинлашганда унинг ҳадлари ўринларини шундай алмаштириш мумкинки, бунда ўзгартирилган қаторнинг йиғиндиси олдиндан берилган ҳар қандай (чекли ёки $\pm\infty$) B сонга тенг бўлади. Масалан,

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots=\ln 2$$

қатор битта мусбат ҳаддан кейин иккита манфий ҳад келадиган қилиб қайта ёзилса, яъни $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{4k-2}-\frac{1}{4k}+\ldots$ кўринишда ёзилса, у ҳолда ҳосил бўлган қаторнинг йиғиндиси $0{,}5\ln 2$ бўлади, яъни икки марта кичик бўлади.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, II т., Тошкент, 1958.

УСЛОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ — ШАРТЛИ ТЕНГЛАМАЛАР — номаълумларнинг бир қисми ўрнига уларнинг бирор йўл билан ўлчаб топилган қийматлари қўйилган тенгламалар; бу номаълумларни ўлчашда тасодифий хато юз беради. Қолган номаълумларни баҳолашда одатда шартли тенгламалар системасига энг кичик квадратлар методи қўлланилади (қ. Наименьших квадратов способ).

УСЛОВНЫЙ ЭКСТРЕМУМ (относительный экстремум) — **ШАРТЛИ ЭКСТРЕМУМ** (нисбий экстремум). Агар $n+m$ ўзгарувчили $f(x_1, \ldots, x_{n+m})$ функция

$$\Phi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n, x_{n+1}, \ldots, x_{n+m})=0,\ i=1, 2, \ldots, m$$

боғланишлар тенгламаларини қаноатлантирувчи $M_0(x_1^0, \ldots, x_{n+m}^0)$ нуқтанинг бирор атрофида унинг боғланишлар тенгламаларини қаноатлантирувчи барча $(x_1, \ldots, x_{n+m})$ нуқталари учун $f(x_1, \ldots, x_{n+m}) \leqslant f(x_1^0, \ldots, x_{n+m}^0)$ тенгсизликни қаноатлантирса, у ҳолда $f(x_1, \ldots, x_{n+m})$ функция M_0 нуқтада Ш. э. га эга бўлади.

Функцияларнинг Ш. э. ни топиш учун Лагранжнинг аниқмас кўпайтувчилар методи қўлланилади (қ. Лагранжа метод). Относительный экстремум терминига ҳам қаранг.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, 1 т. Ўқувпеддавнашр, 1951.

УСТОЙЧИВОСТЬ — ТУРҒУНЛИК. Дифференциал тенгламалар ечимларининг турғунлиги — дифференциал тенгламалар сифат назариясининг муҳим тушунчаси бўлиб, механика ва техникадаги татбиқларида катта аҳамиятга эга.

Дифференциал тенгламалар системаси берилган бўлсин:

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(t, x_1, \ldots, x_n),\ (i=1, 2, \ldots, n) \tag{*}$$

$\overline{x}_1(t), \ldots, \overline{x}_n(t)$ лар бу системанинг $t=t_0$ қийматда бошланғич $x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0$ қийматлар қабул қиладиган ечими бўлсин. Агар бошланғич қийматлари $x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0$ дан жуда оз фарқ қиладиган ҳар қандай бошқа ечим t нинг ҳамма қийматларида $\overline{x}_1(t), \ldots, \overline{x}_n(t)$ ечимдан жуда оз фарқ қилса, бу ечим турғун ечим дейилади.

Т. назариясида А. М. Ляпунов ишлари муҳим ўрин тутади. Кўпинча системанинг ўнг томонлари t га боғлиқ бўлмаган ҳоллар текширилади; бу ҳолда системанинг ноль ечимининг, яъни $x_1=0, x_2=0, \ldots, x_n=0$ нинг (бу ечим мавжуд деб фараз қилинади) турғунлиги тадқиқ этилади. Одатда бундай қилинади. f_i функция $(0, 0, \ldots, 0)$ нуқта атрофида Тейлор қаторига (қ. Тейлора ряд) ёйилади ва биринчидан юқори тартибли чексиз кичик ҳадлари ташлаб юборилади. Унда система

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^{n} p_{ik} x_k$$

кўринишда ёзилади. Агар p_{ik} матрица характеристик илдизларининг ҳақиқий қисмлари манфий бўлса, системанинг ноль ечими барқарор бўлади; агар камида битта характеристик илдизнинг ҳақиқий қисми мусбат бўлса, у ҳолда системанинг ноль ечими барқарор эмас. Бу теоремани А. М. Ляпунов исбот этган. p_{ik} матрицанинг соф мавҳум характеристик илдизлари бўлган ҳолда бу теоремадан ҳеч қандай хулоса чиқмайди.

Лекин А. М. Ляпунов турғунликни текширишнинг Ляпунов функцияси деб аталадиган функцияга асосланадиган бошқа методини яратди. (*) системанинг ўнг томонлари t га боғлиқ бўлган ҳолда кўпинча ўнг томонлари t га даврий равишда боғлиқ бўлган тенгламалар ўрганилади. Бу ерда А. М. Ляпунов $\frac{d^2x}{dt^2} = p(t)\,x$ тенглама ечимлари турғунлигининг ажойиб критерийларини топган.

Кейинги йилларда техниканинг ривожланиши муносабати билан Т. назарияси катта аҳамиятга молик бўлди. Бу назарияга бағишланган жуда кўп илмий ишлар нашр этилмоқда. Бу тадқиқотларнинг кўпчилиги А. М. Ляпунов ғояларига асосланади.

Адаб.: А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения, Гостехиздат, М.—Л., 1950; Н. Г. Четаев, Устойчивость движения, Изд—во АН СССР, М.—Л., 1962.

Ф

ФАКТОР-ГРУППА — ФАКТОР-ГРУППА. G группанинг (қ.) нормал бўлувчиси H бўйича (қ. Нормальный делитель) фактор-группаси — элементлари G группанинг H қисм-группаси бўйича қўшнилик синфлари (қ. Класс) бўлган Z группадир.

Z да группа операциялари бундай киритилади: иккита қўшнилик синфини (G группанинг икки элементини) кўпайтириш учун ҳар бир синфдан биттадан намуна олиш, уларни G группанинг группа маъносида кўпайтириш ва бу кўпайтма тегишли бўлган қўшнилик синфини қараб чиқиш керак. Нормал бўлувчи ҳисобланган H группанинг хоссаларидан фойдаланилганда Z группада бундай таърифланган кўпайтириш амали қўшнилик синфлари намуналарининг тасодифий танланишига боғлиқ эмас эканлиги осон исбот қилинади. Z группада тескари элементга ўтиш операцияси ҳам шунга ўхшаш таърифланади. Ф.-г. G/H билан белгиланади.

Махсусмас матрицаларнинг скаляр матрицалар қисм-группаси бўйича олинган группасининг Ф.-г. сига мисол қилиб детерминанти бирга тенг бўлган матрицалар группасини кўрсатиш мумкин.

Адаб.: А. Г. Курош, Теория групп, Гостехиздат, М.—Л., 1953.

ФАКТОРИАЛ — ФАКТОРИАЛ — 1 дан тайин бир n натурал сонгача бўлган барча натурал сонларнинг кўпайтмаси. Ф. $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots n = \prod_{i=1}^{n} i$ билан белгиланади. Ф. сўзи инглизча factor — кўпайтувчи сўзидан келиб чиққан. Ф. нинг умумлаштирилиши гамма-функциядир (қ.). n катта бўлганда Ф. ни тақрибий ҳисоблаш учун Стирлинг формуласидан (қ.) фойдаланилади.

Математикада Ф. жуда хилма-хил формулаларда, масалан, Тейлор қаторида (қ. Тейлора ряд), полиномиал коэффициентларда (қ.) ва шу каби формулаларда ишлатилади. Таърифга биноан, 0! ни бирга тенг деб олиш қабул қилинган.

ФАЛЕСА ТЕОРЕМА — ФАЛЕС ТЕОРЕМАСИ — элементар геометриянинг пропорционал кесмалар ҳақидаги теоремаларидан бири. Теорема: агар бурчак томонларидан бирида унинг учидан бошлаб ўзаро тенг кесмалар ётқизилса ва бу кесмаларнинг учлари орқали бурчакнинг иккинчи томонини кесувчи параллел тўғри чизиқлар ўтказилса, у ҳолда иккинчи томонда ҳам ўзаро тенг кесмалар ажратилади. Ф. т. нинг хусусий ҳоли учбурчак ўрта чизиғининг баъзи хоссаларини ифодалайди (қ. Средняя линия, 2°).

Адаб.: Н. А. Глаголев, Элементарная геометрия (Планиметрия), Учпедгиз, М., 1944.

ФЕДОРОВСКИЕ ГРУППЫ — ФЁДОРОВ ГРУППАЛАРИ — геометриянинг кристаллографияда ишлатиладиган тушунчаси. Агар қуйидаги учта шарт бажарилса, Евклид фазосининг ортогонал алмаштиришлари тўплами Ф. г. деб аталади: 1) бу тўплам группа (қ.) ҳосил қилади; 2) фазонинг ҳеч бўлмаганда битта M нуктаси учун шундай r сон мавжудки, маркази M нуқтада ва радиуси r бўлган шар ичида гомологик нуқталар йўқ (дискретлик шарти) (қ. Гомология); 3) шундай $R>0$ сон мавжудки, фазонинг истаган жойидан R радиусли шар кесиб олганда бу шар ичида M нуқтага гомологик бўлган нуқталар мавжуд бўлади. 230 та уч ўлчовли ҳар хил Ф. г. бор (Фёдоров, 1890).

Адаб.: С. А. Богомолов, Вывод правильных систем по способу Фёдорова, Изд—во «Кубуч», 1932—1934; И. И. Федоров, Симметрия и структура кристаллов, Основные работы, Изд—во АН СССР, М., 1949.

ФЕЙЕРБАХА ТЕОРЕМА — ФЕЙЕРБАХ ТЕОРЕМАСИ: тўққиз нуқта айланаси ички чизилган айланага ва ёндош чизилган учта айланага уринади (қ. Окружность девяти точек). Тўққиз нуқта айланаси билан ички чизилган айлана ва ёндош чизилган айланаларнинг уриниш нуқталари Фейербах нуқталари деб аталади. Бу теорема уни исбот этган немис математиги Фейербах номи билан аталади.

Адаб.: С. И. Зетель, Новая геометрия треугольника, Учпедгиз, М., 1962.

ФЕРМА БОЛЬШАЯ ТЕОРЕМА, или Ферма великая теорема — **ФЕРМАНИНГ КАТТА ТЕОРЕМАСИ** — П. Ферманинг $x^n+y^n=z^n$ тенглама ечимлари мусбат бутун сонлар билан ифодаланмайди деган даъвосидир (бу ерда n—иккидан катта бутун сон). П. Ферма бу теореманинг ажойиб исботини топганлиги ва ёзишга жой бўлмагани учун (бу эслатмани П. Ферма Диофант китоби саҳифасининг очиқ жойига ёзган) уни келтирмагани ҳақида маълумот берган бўлишига қарамай, бу теорема ҳанузгача умумий ҳолда исбот этилмаган (ва рад қилинмаган). Ф. к. т. ни айрим кўрсаткичлар ва кўрсаткичлар группаси, масалан 4002 дан катта бўлмаган барча n лар учун исбот қилишга муяссар бўлинди. 1907 йили Ф. к. т. ни ечган кишига 100 минг немис маркаси миқдорида мукофот эълон қилинди. Шундан кейин бу теорема ҳаммага маълум бўлиб қолди ва уни исбот этишга уринишлар кўп бўлди. Бу мукофот Германияда бўлиб ўтган қатор инфляциялар (пулнинг қадри пасайиши) натижасида аллақачонлар бекор қилинган. Лекин Ф. к. т. ҳозирги вақтда ҳам анча қизиқиш уйғотади, чунки уни ечиш алгебраик сонлар назариясида чуқур мазмунли янги усуллар яратишни талаб қилади.

Адаб.: А. Я. Хинчин, Великая теорема Ферма, Гостехиздат, М., 1932; В. Серпинский, Решение уравнений в целых числах, перев. с. польского, Физматгиз, М., 1961.

ФЕРМА ВЕЛИКАЯ ТЕОРЕМА — қ. **ФЕРМА БОЛЬШАЯ ТЕОРЕМА.**

ФЕРМА МАЛАЯ ТЕОРЕМА — ФЕРМАНИНГ КИЧИК ТЕОРЕМАСИ — Эйлер теоремасининг (қ.) модуль $m=p$ туб сон бўлгандаги хусусий ҳолидир. Ф. к. т. бундай таърифланади: агар p туб сон бўлса, у ҳолда $a^p \equiv a(\mathrm{mod}\, p)$. a сон p га бўлинмайдиган ҳолда бу теоремадан $a^{p-1} \equiv 1\ (\mathrm{mod}\, p)$ келиб чиқади. Бу теоремани француз олими Пьер Ферма кашф этган. Бу теорема Ферманинг катта теорема деб аталадиган теоремасидан фарқ қилиш учун кичик теорема деб аталган.

ФИБОНАЧЧИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ (РЯД) — ФИБОНАЧЧИ КЕТМА-КЕТЛИГИ (ҚАТОРИ) — $a_{n+1}=a_n+a_{n-1}$ рекуррент қонун бўйича тузиладиган сонлар қатори: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, . . ., яъни кетма-кетликнинг учинчидан бошлаб, ҳар бир ҳади ўзидан олдинги икки ҳадининг йиғиндисига тенг. Ф. к.-к. ни итальян математиги Фибоначчи (1202) қуёнларнинг кўпайиши тўғрисидаги масала муносабати билан киритган. Ф. к.-к. қайтма кетма-кетликларнинг (қ. Возвратная последовательность) хусусий ҳолидир. Ф. к.-к. нинг n-ҳадини n сон орқали ошкор ифодалайдиган формула бор:

$$a_n=\frac{r_2-1}{r_2-r_1}r_1^n+\frac{1-r_1}{r_2-r_1}r_2^n,\quad r_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2},\quad r_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

Адаб.: Н. Н. Воробьев, Числа Фибоначчи, Гостехиздат, М., 1951.

ФИБОНАЧЧИ ЧИСЛА — ФИБОНАЧЧИ СОНЛАРИ. 1225 йили Пизе шаҳрида Рим императори иштирок этган турнирлардан бирида ўша вақтда жуда уста ҳисобланган ҳисобчи Фибоначчига бундай масала берилган: 5 га орттирилганда ҳам, 5 га камайтирилганда ҳам тўлиқ квадрат бўлиб қолаверувчи тўлиқ квадрат топилсин. Вироз ўйлаб туриб Фибоначчи масаланинг ечимини топади:

$$\left(\frac{41}{12}\right)^2-5=\left(\frac{31}{12}\right)^2;\ \left(\frac{41}{12}\right)^2+5=\left(\frac{49}{12}\right)^2.$$

Бу масалани умумий кўринишда ёзиб, унинг шартида қатнашган уч сонни топамиз:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2-z,\ \left(\frac{x}{y}\right)^2,\ \left(\frac{x}{y}\right)^2+z.$$

Бу уч сон аниқ квадратлар бўлиб, айирмаси z бўлган арифметик прогрессиянинг кетма-кет келган ҳадларидир. Бу сонлар Ф. с. деб аталади. Адабиётда Фибоначчи кетма-кетлиги (қатори)нинг ҳадлари ҳам баъзан Ф. с. деб юритилади.

Адаб.: Б. А. Кордемский, Математическая смекалка, Физматгиз, М. 1963.

ФИГУРА ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ — ГЕОМЕТРИК ФИГУРА — текисликдаги ёки фазодаги нуқталар тўплами. Г. ф. нуқталарнинг чекли тўпламига ҳам, чексиз тўпламига ҳам эга бўла олади. Мисоллар, нуқта, уч нуқта, кесма, нур, тўғри чизиқ, учбурчак, тетраэдр, айлана, фазо — Г. ф. дан иборатдир.

ФИГУРНЫЕ ЧИСЛА (или k-угольные числа) — **ФИГУРАЛИ СОНЛАР** (ёки k бурчакли сонлар) — кўриниши қуйидагича бўлган бутун сонлар:

$$n+(k-2)\frac{n(n-1)}{2},\ \text{бунда } n=1,\ 2,\ \ldots$$

Фигурали сонлар 2-тартибли арифметик қатор (қ. Арифметический ряд) ҳосил қилади. $k=3,\ 4,\ 5$ бўлганда Ф. с. учбурчакли сонларга, квадрат сонларга ва пентагонал сонларга (қ. Пентагональные числа) айланади. Ф. с. тўғрисида бундай асосий теорема ўринлидир: ҳар қандай натурал сон кўпи билан k та k бурчакли сонлар йиғиндиси кўринишида, масалан, кўпи билан тўртта квадрат сон йиғиндиси кўринишида тасвирланиши мумкин. Бу теоремани Ферма айтган бўлиб, Коши исбот этган. Ф. с. нинг тарихан биринчи систематик ўрганилиши Никомахнинг «Арифметикага муқаддима» китобида баён этилади. Учбурчакли сонларнинг уч ўлчовли фазодаги фазовий аналоглари пирамидал (тетраэдрик) сонлар деб аталади. Пирамидал сонлар мунтазам пирамида ҳосил қилувчи бир хил шарлар сонини ифодалайди.

Ф. с. комбинаторикада, шунингдек, сонлар назариясида натурал қатор сонларининг бир хил даражалари йиғиндисини ҳисоблашда учрайди. Ф. с. қадими Ҳиндистон, Хитой, Вавилон ва Грецияда маълум бўлган. Европа математиклари Ф. с. ни $(a+b)^n$ биномнинг ёйилмасидаги коэффициентлар деб аташган, бунда $n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$ Паскаля треугольник, Многоугольные числа терминларига ҳам қаранг.

ФЛЮЕНТА — ФЛЮЕНТА — вақтга боғлиқ бўлган ўзгарувчи миқдорни ифодалаш учун И. Ньютон томонидан киритилган термин бўлиб, у ҳозир эскириб қолган. Флюксия, Флюксий исчисление терминларига ҳам қаранг.

Лат. flure — оқиш, флюента— оқувчи.

Адаб.: К. А. Рыбников. История математики, МГУ, 1960.

ФЛЮКСИЙ ИСЧИСЛЕНИЕ (теория флюксий) — **ФЛЮКСИЯЛАР ҲИСОБИ** (флюксиялар назарияси) — чексиз кичик миқдорлар анализи, дифференциал ва интеграл ҳисобнинг энг бошланғич шакли. Ф. ҳ. ни И. Ньютон яратган ва бу ҳисоб инглиз математикларининг ишларида ривожлантирилган. Ньютоннинг Ф. ҳ. даги символикаси ноқулай бўлиб, уни дифференциал ҳисобнинг Лейбниц жорий қилган символикаси сиқиб чиқарган. Лейбниц киритган символика ҳозир ҳам ишлатилади. Вақтга боғлиқ бўлган $x,\ y,\ z,\ \ldots$ ўзгарувчи миқдорларни Ньютон флюенталар (қ.) деб, уларнинг ўзгариш (оқиш) тезлигини флюксиялар деб атаган ва $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$, ... (биринчи флюксиялар), $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$, ... (иккинчи флюксиялар) кўринишда белгилаган ва ҳоказо. Бинобарин, флюксиялар флюенталардан вақт бўйича олинган ҳосилалардир. Флюенталарнинг чексиз кичик ўзгаришларини Ньютон моментлар деб атаб, O символ билан белгилаган (бу символ флюентанинг дифференциалига мос келади). Ньютон вақт моментини O билан, y флюента моментини $O\dot{y}$ билан белгилаган. Баъзан флюенталарнинг махсус символлари $'y$ ёки $O y$ (квадратура символи) киритиб турилган.

Флюксиялар назариясида иккита асосий масала қўйилган: 1) берилган йўлга қараб муайян пайтдаги ҳаракат тезлигини аниқлаш (ошкормас функцияни дифференциаллаш масаласи); 2) ҳаракатнинг маълум тезлигига қараб маълум вақт ичида босиб ўтилган йўлни аниқлаш (интеграл ҳисоби масаласи).

Адаб.: К. А. Рыбников, История математики, МГУ, 1960; И. Ньютон, Математические работы, М.—Л., 1937; И. Ньютон, Математические начала натуральной философии, в кн. «Собрание сочинений А. Н. Крылова», т. 7, М.—Л., 1936; А. Н. Колмогоров, Ньютон и современное математическое мышление, в кн. «Московский университет — памяти Исаака Ньютона», М., 1946.

ФЛЮКСИЯ — ФЛЮКСИЯ — функция ҳосиласи $\frac{dy}{dt}$ нинг Ньютон киритган ва ҳозир эскириб қолган номи. Уни Ньютон $\dot{y}$ (биринчи флюксия), $\ddot{y}$ (иккинчи флюксия) символ билан белгилаган ва ҳоказо. Ф. символи, масалан, механика ва вектор анализида ҳозир ҳам қўлланилади.

Флюента, Флюксий исчисление терминларига ҳам қаранг.

ФОКУС — ФОКУС. 1°. **2-тартибли эгри чизиқнинг Ф.** — бу эгри чизиқ текислигида ётган ва қуйидаги хоссага эга бўлган нуқтадир: эгри чизиқнинг ҳар қандай нуқтасидан фокусгача ва тегишли директрисагача (қ.) бўлган масофалар нисбати бу эгри чизиқнинг эксцентриситетига (қ.) тенг бўлган ўзгармас миқдордир. Гипербола, Парабола, Эллипс терминларига, шунингдек, Овалы, Декартов овал терминларига қаранг.

Ф. терминини 1609 йили Кеплер киритган.

2°. **Дифференциал тенгламалар назариясида Ф.** — дифференциал тенгламалар махсус нуқталарининг бир тури: бу нуқтадан ўтувчи барча интеграл эгри чизиқлар ўрамлари сони чексиз бўлган спираллардан иборатдир. Қ. Особая точка.

Лат. focus — олов.

Адаб.: А. Г. Дорфман, Оптика конических сечений. Физматгиз, М., 1958.

ФОРМА степени m — m-даражали **ФОРМА** — бир қанча ўзгарувчили кўпҳад бўлиб, унинг ҳар бир ҳади ҳамма номаълумлар тўпламига нисбатан m-даражага эга.

Лат. forma — кўриниш, ташқи қиёфа.

ФОРМАЛИЗМ — ФОРМАЛИЗМ. Математика ўқитишда Ф. икки хил маънода тушунилади: биринчидан, бу предмет мазмунининг уни ўқитиш шаклидан ажралиб қолиши, яъни математиканн юзаки ўқитиш; иккинчидан, математика ўқитишда эътибории ўқувчиларнинг фақат мантиқий ва абстракт фикрлашини ривожлантиришга қаратиб, математиканинг ҳаёт билан боғланишига, математиканинг амалда татбиқ этилишига яхши эътибор бермай қўйиш.

Математика фалсафасидаги Ф.—математикани аксиоматик асослашга ва унинг зиддиятсиз эканлигини исботлашга келтириладиган буржуа оқимлардан бири. Математика фалсафасидаги Ф. нинг йирик намояндаси машҳур немис математиги Д. Гильберт ва унинг мактабидир.

Ф. XX аср бошларида интуиционистлар (қ. Интуиционизм) танқидига жавоб тарзида пайдо бўлган.

Адаб.: А. Я. Хинчин, Об основных понятиях математики в средней школе (Педагогические статьи), Изд-во АПН РСФСР, М., 1963.

ФОРМУЛА — ФОРМУЛА — бирор даъвони (жумла, фикр) англатувчи ҳар қандай символик ёзув (алгебраик ифода, шунингдек тенглик).

Мисоллар: 1) $2n$ — ҳар қандай жуфт сониинг Ф. си (бу ерда n — бутун сон); 2) $v = \frac{1}{3}qh$ — пирамида ҳажмининг Ф. си (бу ерда q — пирамида асосининг юзи, h — пирамида баландлиги; 3) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ — икки a ва b сон йиғиндиси квадратининг Ф. си; 4) $2\pi r = c$; 5) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \pi$; 6) $e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$; 7) $2\times2 = 3$; 8) $|x|<5$; 9) $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$. Стирлинга Ф., Эйлера Ф., Грина Ф., Тейлора Ф. терминларига ҳам қаранг. Ф. лар ҳақиқий фикрларни ҳам, нотўғри фикрларни ҳам ифодалай олади. Масалан, 5- ва 7- Ф. лар нотўғри. 9- Ф. икки учбурчакнинг тенглигини ифодалайди. Ф. лар математикадаги мураккаб мулоҳазаларни, катта жумлаларни қисқача ёзишга имкон беради.

Лат. formula — образ, кўринишни билдирадиган forma сўзининг кичрайтма шаклидир.

ФОРМЫ геометрические — геометрик **ФОРМАЛАР** (проектив геометрияда).
1°. **1- босқичли** (асосий) **Ф.**:

а) нуқталарнинг тўғри чизиқли катори — берилган s тўғри чизиққа қарашли бўлган A, B, C, D, ... нуқталар тўплами; s тўғри чизиқ нуқталар қаторининг элтувчиси деб аталади;

б) тўғри чизиқлар дастаси — текисликда ётиб, S нуқтага қарашли бўлган a, b, c, d, ... тўғри чизиқлар тўплами; S нуқта дастанинг элтувчиси ёки маркази деб аталади;

в) текисликлар дастаси — берилган s тўғри чизиққа қарашли бўлган α, β, γ, δ, ... текисликлар тўплами; s тўғри чизиқ текисликлар дастасининг элтувчиси (ёки текисликлар дастасининг ўқи) деб аталади.

1- босқичли Ф. нинг ҳар бирини проекциялаш ёки кесиш йўли билан 1- босқичли бошқа ҳар қандай Ф. га ўзаро бир қийматли мосликка келтириш мумкин.

2°. **2- босқичли (асосий) Ф.**:

а) нуқталарнинг текис майдони — берилган α текисликка қарашли бўлган нуқталар тўплами; бунда α текислик майдоннинг элтувчиси деб аталади;

б) тўғри чизиқларнинг текис майдони — берилган α текисликка қарашли бўлган тўғри чизиқлар тўплами; бунда α текислик майдоннинг элтувчиси деб аталади;

в) тўғри чизиқлар боғлами — фазонинг берилган S нуқтага тегишли тўғри чизиқлари тўплами; S нуқта боғламнинг элтувчиси ёки маркази деб аталади;

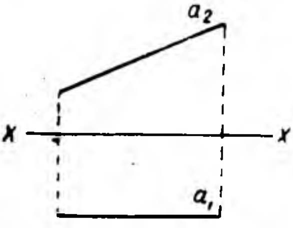
г) текисликлар боғлами — берилган S нуқтага қарашли бўлган текисликлар тўплами; S нуқта боғламнинг элтувчиси ёки маркази деб аталади.

Баъзан 3- босқичли Ф. ҳам ўрганилади: нуқталар фазоси — проектив фазо нуқталарининг тўплами бўлиб, бу тўплам нуқталар элтувчиси деб аталади; текисликлар фазоси — проектив фазо текисликлари тўплами бўлиб, бу тўплам текисликлар элтувчиси деб аталади.

Проектив геометрияда 2- босқичли бундай Ф. ҳам ўрганилади: нуқта ва тўғри чизиқларнинг текис майдони, бу майдон тўғри чизиқ ва текисликлар боғлами билан ўзаро муносиб бўлади.

1- (2-, 3-) босқичли Ф. 1- (2-, 3-) босқичли образлар деб ҳам аталади. Проектив геометрияда 1- ва 2- босқичли Ф. да (образларда) проектив мослик ўрнатилади. Қ. Проективные формы.

ФРОНТАЛЬ — ФРОНТАЛЬ — проекцияларнинг вертикал v текислигига параллел бўлган, лекин проекцияларнинг горизонтал H текислигига перпендикуляр бўлмаган a тўғри чизиқ. Эпюрда (қ.) Ф. нинг [a (a_1, a_2) тўғри чизиқнинг] горизонтал a_1 проекцияси xx проекциялар ўқига параллел бўлади, унинг вертикал a_2 проекцияси xx проекциялар ўқига нисбатан истаган вазиятда бўла ола-



303- расм.

ди, лекин унга перпендикуляр бўла олмайди (303- расм). Расмдаги $a\,(a_1,\ a_2)$ тўғри чизиқ Ф. дир.

Ф. термини чизма геометрияда қўлланилади (қ. Начертательная геометрия). Қ. Горизонталь.

ФУЗИОНИЗМ — ФУЗИОНИЗМ. Математика ўқитишда Ф. — математика ўқитиш методи бўлиб, бунда унинг турли хил бўлимлари бирин- кетин ва алоҳида- алоҳида эмас, балки бирданига, масалан, бир ўқув йилида ҳар хил бўлимлари бирбирига чамбарчас боғлиқ равишда ўрганилади. Масалан, геометрия ўқитишда Ф. шундан иборатки, бунда планиметрия (қ.) билан стереометрия алоҳида-алоҳида эмас, балки бирга қўшиб ўрганилади. Планиметрия билан стереометрияни бирга қўшиб ўқитишни бизнинг улуғ математигимиз Н. И. Лобачевский тарғиб қилган. Математика ўқитишнинг совет методикаси Ф. ни инкор қилади, чунки математика ўқитишдаги бу оқим ўқувчиларнинг ёшига хос хусусиятларини ва уларнинг мантиқий фикрлаши ривожланишини ҳисобга олмайди ва математикани ўзлаштиришда ижобий натижаларга олиб келмайди. Масалан, В. А. Богомоловнинг «Геометрия» (систематик курс) китоби (Учпедгиз, М. — Л., 1949) фузионистик асосда тузилган. Ф. элементлари ҳозир бизда саккиз йиллик мактабда учраб туради.

Лат. fusio — қуйиш, эритиш, эритиб қўшиб юбориш.

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ — ФУНДАМЕНТАЛ КЕТМА- КЕТЛИК. Ҳақиқий сонларнинг (n ўлчовли ёки метрик фазо нуқталарининг) Ф. к.- к. — $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ \ldots$ кетма- кетлик бўлиб, у Коши критерийсига бўйсунади, яъни ҳар қандай $\varepsilon > 0$ учун шундай N номер топиладики, N дан катта ҳар қандай n ва ҳар қандай $p > 0$ учун $|x_{n+p} - x_n| < \varepsilon$ тенгсизлик бажарилади (мос равишда $\rho(x_{n+p},\ x_n) < \varepsilon$ тенгизлик бажарилади, бу ерда ρ символ орқали n ўлчовли ёки метрик фазодаги масофа белгиланган). Кетма- кетлик чекли лимитга (мос равишда яккаю- ягона лимит нуқтага) эга бўлиши учун унинг Ф. к.- к. бўлиши (кетма- кетликнинг яқинлашувчи бўлишига оид Коши критерийси) зарур ва кифоя.

Агар метрик фазо нуқталарининг ҳар қандай Ф. к.- к. бу фазонинг бирор нуқтасига яқинлашса, бу фазо тўлиқ метрик фазо деб аталади.

ФУНКЦИЙ ТЕОРИЯ — ФУНКЦИЯЛАР НАЗАРИЯСИ — математик анализнинг бир бўлими бўлиб, унда функцияларнинг умумий хоссалари ўрганилади. Одатда Ф. н. деганда ҳақиқий ўзгарувчили функциялар назарияси тушунилади. Комплекс ўзгарувчининг функциялари назарияси тўғрисида Аналитическая функция терминига қаранг. Ҳақиқий ўзгарувчили функциялар назарияси учта асосий оқимга бўлинади: 1) функцияларнинг дескриптив назарияси (қ. Дескриптивная теория); 2) функцияларнинг конструктив назарияси (қ. Конструктивная теория); 3) функцияларнинг метрик назарияси.

Функцияларнинг метрик назариясида тўплам ўлчови (қ. Мера множества), ўлчовли функция тушунчаси билан, интеграл тушунчасининг ҳар хил умумлаштиришлари (қ. Лебега интеграл), яқинлашувчилик ва шу каби тушунчалар билан иш кўрилади. Бу назарияга тўпламлар назариясининг метод ва ғоялари асос қилиб олинган.

Ҳақиқий ўзгарувчили функциялар назариясининг ривожланишига кўп жиҳатдан практика эҳтиёжлари сабаб бўлган. Масалан, дифференциал тенгламаларнинг ечимлари узлукли функциялар ёки узлукли ҳосилали функциялар эканлиги тез- тез пайқалиб турган (бу ерда ечим деганда бирор умумлашган маънодаги ечим назарда тутилади).

Ф. н. да Э. Борель, Р. Бэр, А. Лебег, шунингдек совет математиклардан Д. Ф. Егоров, Н. Н. Лузин, А. Я. Хинчин, Д. Е. Меньшов, А. Н. Колмогоров йирик натижаларга эришганлар.

Адаб.: П. С. Александров, Введение в общую теорию множеств и функций, Гостехиздат, М.—Л., 1948; И. П. Натансон, Теория функций вещественной переменной, Гостехиздат, М.—Л., 1950; Н. А. Фролов, Теория функций действительного переменного, Учпедгиз, М., 1961.

ФУНКЦИОНАЛ — ФУНКЦИОНАЛ. Агар функциялларнинг бирор S тўпламидан олинган ҳар бир φ функцияга бирор $F(\varphi)$ сон мос қўйилса, у ҳолда Ф. берилган деб айтилади. Қатъиймас суратда айтганда, Ф. функциянинг функциясидир, бунда функциялар тўплами Ф. нинг аниқланиш соҳаси деб аталади. Масалан, $F(\varphi)=\varphi^2(0)$, $F(\varphi)=\int\limits_0^1 \varphi^2(x)\,dx$ ва шу кабилар Ф. бўлади.

Математикада чизиқли Ф. деб аталувчи Ф. лар катта аҳамиятга эга. Агар S тўпламдаги ихтиёрий φ_1 ва φ_2 функциялар учун ҳар қандай a ва b бўлганда $F(a\varphi_1+b\varphi_2)=aF(\varphi_1)+bF(\varphi_2)$ бўлса, у ҳолда F Ф. чизиқли Ф. деб аталади. Чизиқли Ф. нинг аниқланиш соҳаси албатта чизиқли фазо бўлади.

Мисоллар: 1) $F(\varphi)=\varphi(0)$; 2) $F(\varphi)=\left.\frac{d^k\varphi}{dx^k}\right|_{x=a}$; 3) $F(\varphi)=\int\limits_0^1 P(x)\,\varphi(x)\,dx$, бу ерда $P(x)$ — берилган функция.

Чизиқли Ф. лар умумлашган функциялар деб ҳам аталади. Умумлашган функцияларга оид кенг ва чуқур мазмунли назария бор.

Адаб.: Г. Е. Шилов, Введение в теорию линейных пространств, Гостехиздат, М.—Л., 1952; И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов, Обобщенные функции и действия над ними, Физматгиз, М., 1959.

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ — ФУНКЦИОНАЛ КЕТМА-КЕТЛИК — ҳадлари $f_1(x)$, $f_2(x)$, ..., $f_n(x)$, ... функциялар бўлган кетма-кетлик (қ. Последовательность).

ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ПРОСТРАНСТВО — ФУНКЦИОНАЛ ФАЗО — элементлари (нуқталари) функциялар бўлган топологик фазо, жумладан, метрик Ф. ф. лар Ф. ф. дир. Математикада чизиқли Ф. ф. лар энг катта аҳамиятга эга, уларнинг метрикаси норма (қ.) ёрдамида аниқланади.

Масалан, $C(a, b)$ — $[a, b]$ кесмада узлуксиз ва метрикаси $\rho(f, g)=\max\limits_{a<t<b}|f(t)-g(t)|$ бўлган функциялар фазоси; метрикаси $\rho(f, g)=\sqrt{\int\limits_{-\infty}^{\infty}(f-g)^2dx}$ бўлган узлуксиз финит функциялар (яъни бирор интервалдан ташқарида нолга айланувчи функциялар) ва ҳоказо.

Ф. ф. кўпинча функционал анализда, операторлар ҳисобида ва бошқа соҳаларда қўлланилади.

ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ — ФУНКЦИОНАЛ ТЕНГЛАМА — номаълуми функция бўлган тенглама бўлиб, унда изланаётган функция маълум (берилган) функцияларга мураккаб функция ҳосил қилиш операцияси орқали (эҳтимол алгебраик операциялардан бўлак) боғланган.

Мисоллар: 1. $f(x+y)=f(x)+f(y)$, бу ерда f — номаълум. Агар бу тенгламанинг узлуксиз ечими изланаётган бўлса, умумий ечими $f(x)=ax$ бўлади. Лекин ўша тенгламанинг бошқа ечимлари (узлукли, ҳатто ўлчовдош бўлмаган ечимлари) ҳам бор (қ. Измеримая функция). 2. Баъзи элементар функциялар (масалан, $\ln x$, e^x) содда Ф. т. ларнинг узлуксиз ечими бўлади [мос равишда: $f(x, y)=f(x)+f(y)$ ва $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$].

Жуфт (қ. Четная функция), тоқ (қ. Нечетная функция) функциялар, шунингдек даврий функциялар (қ. Периодическая функция) Ф. т. ёрдамида аниқланади.

Адаб.: Я. Ацель, Некоторые общие методы в истории функциональных уравнений, «Успехи математических наук», т. 11, вып. 3, 1956, стр. 3—68.

ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ УСТРОЙСТВО — ФУНКЦИОНАЛ ҚУРИЛМА — функция аргументининг қийматини билган ҳолда функциянинг ўзининг қийматини аниқлашга имкон берадиган қурилма. Ф. қ. га мисол қилиб фигурали потенциометрларни, функцияни бўлаклари чизиқли боғланиш билан яқинлаштирувчи электр элементларнинг бирикмаларини ва бошқа электр қурилмаларини кўрсатиш мумкин. К. Счетно-решающие устройства.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ — ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ — ҳозирги замон математикасининг муҳим бўлими. Алгебра, анализ ва геометриянинг баъзи тушунчалари ўртасида чуқур ўхшашлик борлиги аниқлангандан кейин XIX аср охири ва XX аср бошларида Ф. а. мустақил фан сифатида таркиб топди. Ф. а. классик анализнинг ҳар хил бўлимларининг (масалан, вариацион ҳисоб, интеграл ва дифференциал ҳисоб, интеграл ва дифференциал тенгламалар), тўпламлар назарияси, чизиқли алгебра ва кўп ўлчовли геометриянинг ғояларини бирлаштиради ва умумлаштиради.

Ф. а. даги энг муҳим тушунча фазо тўғрисидаги умумий тушунчадир (қ. Пространство). Ф. а. функциялар, кетма-кетликлар ёки бошқа бирор умумий объектлардан иборат чексиз ўлчовли фазоларни, шунингдек бундай фазоларнинг элементлари устида бажариладиган операцияларни ўрганади. Кўп аргументли функциялар назариясини геометриялаштиришдаёқ n ўлчовли фазо тушунчасини киритиш зарур бўлиб қолган эди. Нуқталари функциялардан ёки сонли кетма-кетликлардан иборат бўлган фазолар функционал фазолар деб аталади (қ. Функциональное пространство).

Фазо тушунчаси ривожланиши билан бир қаторда функция тушунчаси ҳам умумлаштира борилди. Сонли аргументга эмас, балки бирор функцияга боғлиқ бўлган ўзгарувчи миқдорлар функционаллар (қ.) деб аталди. Функционал — бирор функционал фазода аниқланган сонли функциядир.

Тенгламаларнинг кўп хоссалари дифференциаллаш, интеграллаш, функцияга кўпайтириш ва шу каби операторлар (қ.) орасидаги соф алгебраик муносабатларга боғлиқ экани аниқланган. Бу операторларнинг хоссалари Ф. а. нинг бўлимларидан бири бўлган операцион ҳисобда (қ. Операционное исчисление) ўрганилади. Ф. а. даги энг муҳим ғоялардан бири чизиқли операторни спектрга ажратишдир.

Ф. а. методлари математикада ҳам, ҳозирги замон физикаси ва химиясида ҳам (масалан, квант физикаси ва квант химиясида) кенг қўлланилади. Бунинг устига, Ф. а. нинг ўзи ва унинг янада ривожланишининг йўллари ҳозирги замон квант физикасининг ғоя ва масалаларига чамбарчас боғлиқ.

Адаб.: Л. А. Люстерник, С. Л. Соболев, Элементы функционального анализа, Гостехиздат, М.—Л., 1950; Ф. Рисс, Б. Секефальви-Надь, Лекции по функциональному анализу, перев. с. франц., ИЛ, М., 1954.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ — ФУНКЦИОНАЛ ДЕТЕРМИНАНТ — элементлари функциялардан иборат бўлган детерминант (қ. Определитель). Математикада Ф. д. нинг қуйидаги хусусий ҳоллари катта роль ўйнайди: вронскиан (қ.), гессиан (қ.), якобиан (қ.), Грамм детерминанти (қ.) ва ҳоказо.

ФУНКЦИЯ — ФУНКЦИЯ — математиканинг асосий тушунчаларидан бири. Агар ихтиёрий табиатли E_x тўпламнинг ҳар бир x элементига ихтиёрий табиатли E_y тўпламнинг ягона $y \in E_y$ элементи мос келса, у ҳолда E_y тўпламнинг элементи E_x тўпламда аниқланган x элементнинг функцияси дейилади. x элемент эркли ўзгарувчи ёки аргумент деб аталади. E_x тўплам Ф. нинг аниқланиш соҳаси ёки борлик соҳаси дейилади. Ҳеч бўлмаганда битта $x \in E_x$ га мос келадиган барча y лардан иборат бўлган $A_y \subset E_y$ тўплам Ф. нинг қийматлари тўплами ёки Ф. нинг ўзгариш соҳаси деб аталади. Шундай қилиб, E_x тўпламнинг ҳар бир x элементига E_y тўпламнинг маълум бир y элементи мос келтирилган ҳолда y элемент x нинг Ф. си бўлади. Ф. бундай белгиланади: $y = f(x)$, $y = \varphi(x)$ ва ҳоказо.

E_x ва E_y тўпламларнинг табиати қандай бўлишига қараб ҳар хил Ф. лар ҳосил бўлади. Агар E_x ва E_y лар ҳақиқий сонларнинг бирор тўпламлари бўлса, яъни x ва y ҳақиқий сон қийматлар қабул қилса, у ҳолда ҳақиқий ўзгарувчили Ф. га эга бўламиз (қ. Функция действительного переменного). Агар E_x — ҳақиқий сонларнинг бирор тўплами, E_y — комплекс сонларнинг бирор тўплами бўлса, у ҳолда ҳақиқий ўзгарувчининг комплекс қийматли Ф. сига эга бўламиз. Агар E_x ва E_y — комплекс сонларнинг бирор тўплами бўлса, у ҳолда комплекс ўзгарувчили Ф. га эга бўламиз (қ. Функция комплексного переменного). Агар E_x— комплексларнинг (n элементдан иборат тўпламларнинг) бирор $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ тўплами, E_y — ҳақиқий сонларнинг бирор тўплами бўлса, у ҳолда кўп аргументли Ф. га эга бўламиз (қ. Функция многих переменных): $y = f(x) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, бу ерда $x_1, x_2, \ldots, x_n$ лар сон қийматлар қабул қилади.

Кўпинча қийматларининг A_y тўплами сонли тўплам бўлган Ф. лар ўрганилади. Баъзан A_y нинг сонли тўплам эмас эканлиги Ф. нинг номида кўрсатилади. Масалан, матрицали қийматлар қабул қиладиган Ф., вектор функция. A_y тўплам сонли тўпламдан кўра абстрактроқ тўплам бўлган ҳолда «оператор», «акслантириш» терминлари кўпроқ ишлатилади.

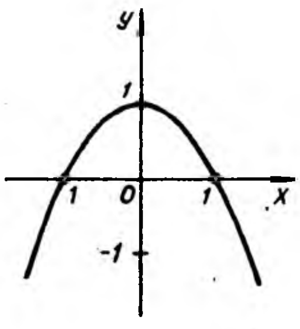
Ф. ни битта ёки бир неча аналитик ифода билан ифодалаш, сўз билан айтиш, жадвал билан ифодалаш мумкин ва ҳоказо, бунда фақат мослик қонуни

$$x \to y = f(x)$$

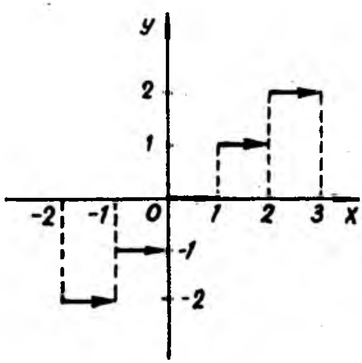
берилган бўлса бас. Ф. нинг ўзгарувчи миқдор сифатидаги таърифи тўлиқ эмас, чунки бунда ўзгарувчи миқдорнинг аниқ бўлмаган тушунчасидан фойдаланилади. Ф. га оид мисолларни Ф. га бағишланган терминлардан қараб олинг (Аналитическая функция, График функции, Непрерывные функции, Тригонометрические функции ва ҳоказо).

ФУНКЦИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО—ҲАҚИҚИЙ ЎЗГАРУВЧИНИНГ ФУНКЦИЯСИ — эркли x ўзгарувчиси ва y функциянинг ўзи ҳақиқий сонлар соҳасидаги қийматларни қабул қиладиган функция. Ҳ. ў. ф. кўпинча соддагина қилиб функция деб аталади. Ҳ. ў. ф. графикда кўргазмали қилиб тасвирланади (қ. График функции). Агар Ҳ. ў. ф. бирор аналитик ифода билан берилган бўлса, у ҳолда унинг қабул қилиши мумкин бўлган қийматлари тўплами, яъни x нинг аналитик ифодадан y нинг ҳақиқий қийматлари ҳосил бўладиган барча ҳақиқий қийматлари функциянинг E_x аниқланиш соҳаси деб ҳисобланади.

Мисоллар: 1. $y = 1 - x^2$; бу функциянинг E_x аниқланиш соҳаси $-\infty < x < \infty$ барча ҳақиқий сонлар тўплами, унинг қийматларининг тўплами $E_y = \{-\infty < y \leqslant 1\}$, графиги — парабола (304- расм).



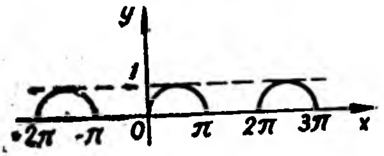
304- расм.



305- расм.

2. y функция x нинг бутун қисми бўлсин, яъни $y=[x]$ функция x дан катта бўлмаган энг катта бутун сон. Бу ҳолда $E_x=\{-\infty<x<+\infty\}$. E_y эса барча бутун сонлар тўплами, графиги 305-расмда кўрсатилган. Баъзан бу функция $y=E(x)$ билан белгиланади, бу ерда E — французча бутун маъносини берадиган Entier сўзининг биринчи ҳарфи.

3. Дирихле функцияси $y=D(x)$ бундай аниқланади: агар x рационал сон бўлса, у ҳолда $y=1$, агар x иррационал бўлса, у ҳолда $y=0$. Бу ҳолда E_x аниқланиш соҳаси, олдинги икки мисолдаги каби, бутунлай сонлар ўқи бўлади, E_y қийматлар тўплами икки сондан: 1 ва 0 дан иборат.



306-расм.

4. $y=\sqrt{\sin x}$ функция. Бу мисолда E_x қуйидаги кесмалардан иборат: $0\leqslant x\leqslant\leqslant\pi$, $2\pi\leqslant x\leqslant 3\pi$, $-2\pi\leqslant x\leqslant-\pi$, ...;

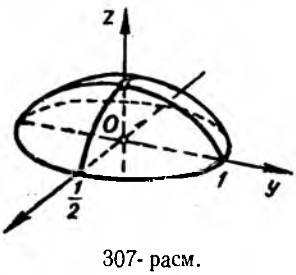
$$E_y=\{0\leqslant y\leqslant 1\}\quad(306\text{- расм}).$$

5. $y=x!$ факториал. Бу ерда E_x тўплам $1, 2, 3, \ldots, n, \ldots$ натурал сонлар тўплами бўлади, E_y эса $1, 2, 6, 24, \ldots, n! \ldots$ сонлар тўплами бўлади.

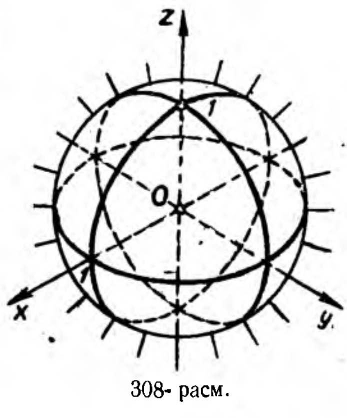
Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, 1-т, Т., 1951; А. Я. Хинчин, Краткий курс математического анализа, Гостехиздат, М., 1956.

ФУНКЦИЯ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО — КОМПЛЕКС ЎЗГАРУВЧИНИНГ ФУНКЦИЯСИ—бу функциянинг эркли ўзгарувчиси z ва ўзи $w=f(z)$ комплекс сонлар соҳасидаги қийматларни қабул қилади. $w=f(z)$ К. ў. ф. нинг берилиши иккита ҳақиқий ўзгарувчили $u=u(x, y)$ ва $v=v(x, y)$ функцияларнинг берилишига тенг кучлидир, бу ерда $w=u+iv$, $z=x+iy$. К. ў. ф. ларнинг энг муҳим синфи аналитик функциялардир (қ.); аналитик функциялар комплекс аргументли функциялар назариясида ўрганилади.

ФУНКЦИЯ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ—КЎП ЎЗГАРУВЧИЛИ ФУНКЦИЯ — бу функциянинг x аргументи эркли ўзгарувчилар деб аталадиган n та $x_1, x_2 \ldots, x_n$ ўзгарувчилардан иборат $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ комплексдир. $u=f(x)=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ К. ў. ф. тўғрисида гапирилганда, одатда, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ эркли ўзгарувчилар ва u функция ҳақиқий сонлар соҳасидаги қийматларни қабул қилади деб ҳисобланади (бошқа ҳолларда бу термин аниқлаштириб берилади, масалан, кўп комплекс ўзгарувчилар функцияси).



307-расм.



308-расм.

Икки x ва y ўзгарувчининг $z=f(x, y)$ функцияси фазода тўғри бурчакли координаталари $z=f(x, y)$ муносабат орқали боғланган нуқталарнинг геометрик ўрни сифатида яққол тасвирланади. К. ў. ф. n ўлчовли фазодаги $x=$

$=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нуқтанинг функцияси деб ҳам аталади. Аналитик ифода билан берилган Қ. ў. ф. нинг аниқланиш соҳаси деб одатда n ўлчовли фазонинг функция ҳақиқий қийматлар қабул қиладиган барча $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ нуқталарининг тўплами ҳисобланади.

Мисоллар: 1) $z = \sqrt{1 - 4x^2 - y^2}$ функциянинг аниқланиш соҳаси $4x^2 + y^2 = 1$ эллипс ва унинг ички қисмидир, функциянинг ўзи $4x^2 + y^2 + z^2 = 1$ эллипсоид сиртининг (307- расм) юқориги ярми билан ифодаланади: 2) уч ўзгарувчили $u = \ln(x^2 + y^2 + z^2 - 1)$ функциянинг аниқланиш соҳаси фазонинг маркази координаталар бошида ва радиуси бирга тенг бўлган сферадан ташқарида ётувчи қисми бўлади (308- расм).

ФУНКЦИЯ ОТ ФУНКЦИИ (или сложная функция) — **ФУНКЦИЯНИНГ ФУНКЦИЯСИ** (ёки мураккаб функция) — $y = f(u)$ ва $u = \varphi(x)$ функциялардан иборат бўлган $y = F(x)$ функциядир, бунда $u = \varphi(x)$ функция қийматларининг тўплами (қ. Множество значений функции) $y = f(u)$ функция аниқланиш соҳасининг бир қисми бўлиши керак (қ. Область определения). $y = F(x)$ мураккаб функция $y = f[\varphi(x)]$ кўринишда ёзилади ва бундай таърифланади: берилган x га $y = f(u)$ функциянинг қиймати мос қўйилади, бу функциянинг қиймати u аргументнинг $u = \varphi(x)$ функциянинг берилган x га оид қийматига тенг қийматига мос келади. $f(u)$ функциянинг аниқланиш соҳаси $\varphi(x)$ функция аниқланиш соҳасининг бир қисмидир. Мураккаб функциянинг характеристикаси функционал боғланишнинг табиатига эмас, балки функцияни ифодалаш (бериш) усулигагина боғлиқ. Масалан, $u = \cos x$, $0 \leqslant x \leqslant \pi$, $y = \sqrt{1 - u^2}$, $-1 \leqslant u \leqslant 1$ бўлсин. У ҳолда $y = \sqrt{1 - \cos^2 x}$ мураккаб функция $y = \sin x$ $(0 \leqslant x \leqslant \pi)$ содда функция бўлади.

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ — ТАҚСИМОТ ФУНКЦИЯСИ (қ. Распределение случайной величины).

ФУРЬЕ ИНТЕГРАЛ — ФУРЬЕ ИНТЕГРАЛИ. Абсолют интегралланувчи $f(x)$ функциянинг Ф.и. — кўриниши қуйидагича бўлган хосмас интегралдир:

$$I(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} f(u)\cos(u - x)z\,du = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} f(u)\cos z(u - x)\,du \qquad (*)$$

ёки

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} f(u)\, e^{iz(u - x)}\,du. \qquad (**)$$

Чексиз чегарали интеграллар бош қиймат маъносида тушунилади. $f(x)$ функция бир ҳолда (*) x_0 нуқтада узлуксиз, бошқа ҳолда (**) бу нуқтада биринчи тур узилишга эга бўлсин. Биринчи (*) ҳолда

$$s_0 = f(x_0)$$

деб, иккинчи ҳолда

$$s_0 = \frac{f(x_0 + 0) + f(x_0 - 0)}{2}$$

деб фараз қиламиз. Агар бирор $h > 0$ да $\int_0^h \frac{|\varphi(t)|}{t}\,dt$ интеграл яқинлашса, у вақтда $f(x)$ функциянинг x_0 нуқтадаги Ф.и. яқинлашади ва қиймати s_0 бўлади, бу ерда $\varphi(t) = f(x_0 + t) + f(x_0 - t) - 2s_0$ (Дини аломати). Агар $f(x)$ функция маркази x_0 нуқтада бўлган бирор $[x_0 - h, x_0 + h]$ оралиқда чегараланган қийматга эга бўлса, у ҳолда $f(x)$ функциянинг x_0 нуқтадаги Ф.и. яқинлашади ва қиймати s_0 бўлади (Дирихле — Жордан аломати).

Ф.и. математик физиканинг ҳар хил масалаларини ечишда ва функционал анализда қўлланилади.

Ф.и. Фурье қаторининг (қ. Фурье ряд) аналоги ҳисобланади, чунки Ф.и. функцияни чексиз кичик амплитудали гармоникаларнинг (қ.) узлуксиз йиғиндиси тарзида ифодалайди (таққосланг: Фурье преобразование).

Адаб.: И. Снеддон, Преобразование Фурье, ИЛ, М., 1955; Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. III, Физматгиз, М., 1963.

ФУРЬЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ— ФУРЬЕ КОЭФФИЦИЕНТЛАРИ. $f(x)$ функциянинг $[a, b]$ кесмада берилган $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \ldots$ функцияларнинг ортонормалланган системасига нисбатан ёзилган Ф.к. — $C_k = \int\limits_a^b f(x)\varphi_k(x)dx$ сонлардир (қ. Ортонормированная система функций). $f(x)$ даврий функциянинг (даври $2T$) ортонормалланган $\frac{1}{T}\cos\frac{\pi n x}{T}$, $\frac{1}{T}\sin\frac{\pi n x}{T}$, $\frac{1}{2T}$ система бўйича олинган Ф. к. нинг хусусий ҳоли муҳимдир:

$$a_n = \frac{1}{T}\int\limits_{-T}^{T} f(x)\cos\frac{\pi n x}{T}\,dx,\quad b_n = \frac{1}{T}\int\limits_{-T}^{T} f(x)\sin\frac{\pi n x}{T}\,dx,$$

$$a_0 = \frac{1}{2T}\int\limits_{-T}^{T} f(x)\,dx;\quad n = 1, 2, \ldots$$

Қ. Парсеваля равенство, Фурье метод, Фурье ряды.

ФУРЬЕ МЕТОД — ФУРЬЕ МЕТОДИ — функцияларни Фурье қаторлари ва Фурье интегралларига ёйиш йўли билан ҳар хил масалаларни ечиш методи. Функцияни қаторга ёки интегралга бундай ёйганда функция жуда қулай аналитик шаклга келади; кўпинча бу усул математика, астрономия, математик физика, назарий физика, назарий механика ва бошқа соҳаларнинг ҳар хил масалаларини ечишда энг қўл келадиган усул бўлиб чиқади. Масалан, узунлиги l бўлган ингичка бир жинсли стерженда иссиқликнинг тарқалиши текширилганда чегаравий шартлари $u(0, t) = u(l, t) = 0$ ва бошланғич шартлари $u(x, 0) = f(x)$ бўлган

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\quad (t \geqslant 0,\ 0 \leqslant x \leqslant l)$$

иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси ечилади; бунда u функция $u(x, t) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} A_n(t)\sin\frac{\pi n}{l}x$ кўринишда тасвирланади, бу ерда $A_n(t)$ лар бошланғич ва чегаравий шартлардан аниқланади.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. III, Физматгиз, М., 1963; И. Снеддон, Преобразования Фурье, ИЛ, М., 1955; А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, Уравнения математической физики, Гостехиздат, М., 1956.

ФУРЬЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — ФУРЬЕ АЛМАШТИРИШИ. $f(x)$ функциянинг Ф.а. — $f(x)$ функцияга қуйидаги формула орқали боғланган $F(z)$ функциядир:

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(u)\,e^{-izu}du. \qquad (*)$$

Бунда Фурьенинг

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}dz\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)\cos z(u-x)\,dx$$

формуласи x нинг $(-\infty, +\infty)$ оралиқда чекли нуқталардан бошқа ҳамма қийматларида ўринли бўлади деб фараз қилинади.

Фурьенинг тескари алмаштириши

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}F(z)\,e^{ixz}dz$$

формула билан ифодаланади.

$$F_c(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\infty}f(u)\cos zu\,du,\quad F_s(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\infty}f(u)\sin zu\,du$$

функциялар мос равишда Фурьенинг синус-алмаштириши ва косинус-алмаштириши деб аталади.

Агар $f(x)$ — жуфт функция бўлса, у ҳолда $F(z)=F_c(z)$ бўлади, агар $f(x)$ — тоқ бўлса, $F(z)=iF_s(z)$ бўлади. Умумий ҳолда $f(x)$ ни жуфт g функция ва тоқ h функциялар йиғиндиси кўринишида тасвирлаш мумкин:

$$g=\frac{1}{2}[f(x)+f(-x)],\quad h=\frac{f(x)-f(-x)}{2},\quad f=g+h.$$

У ҳолда $F(z)=G_c(z)+iH_s(z)$ бўлади, шунинг учун Фурьенинг косинус-алмаштириши ва синус-алмаштириши билан чегараланиш мумкин. Масалан, $f(x)=e^{-ax}$ функция учун $F_c(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{a}{a^2+z^2}$,

$$F_s(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{z}{z^2+a^2},\quad f(x)=\begin{cases}1, & 0\leqslant x\leqslant a\\ 0, & x>a\ (a>0)\end{cases}\ \text{учун}$$

$$F_c(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\sin az}{z},\quad F_s(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1-\cos az}{z}.$$

Агар $f(x)$ функция $(-\infty, +\infty)$ оралиқда абсолют интегралланувчи бўлса, у ҳолда $F(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)\,e^{-izu}du$ функция бутун бу оралиқда узлуксиз бўлиб, $z\to\pm\infty$ да нолга интилади. Агар $(-\infty, +\infty)$ оралиқда $f(x)x^n$ абсолют интегралланувчи бўлса (n — натурал сон), у ҳолда $F(z)$ функция n та $F'(z)$, $F''(z)$, $\ldots$, $F^{(n)}(z)$ ҳосилага эга бўлади, $z\to\pm\infty$ да бу ҳосилаларнинг ҳаммаси нолга интилади.

Ф.а. тушунчасини кўп ўзгарувчили функциялар ҳолига умумлаштириш мумкин. Жумладан, агар $f(x_1, x_2)$ функция $(-\infty, +\infty)$ оралиқда иккала x_1, x_2 ўзгарувчи бўйича абсолют интегралланувчи бўлса, у ҳолда унинг Ф.а. қуйидаги кўринишда бўлади:

$$F(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} du_1 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(u_1, u_2)e^{i(z_1 u_1 + z_2 u_2)}du_2;$$

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} F(z_1, z_2)e^{-i(z_1 x_1 + z_2 x_2)}\,dz_2.$$

Ф.а. функционал анализда, гармоник анализда, операцион ҳисобда, чизиқли системалар назариясида ва бошқа соҳаларда қўлланилади.

Адаб. : И. Снеддон, Преобразования Фурье, ИЛ, М., 1955; Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. III, Физматгиз, М., 1963.

ФУРЬЕ РЯД—ФУРЬЕ ҚАТОРИ. $f(x)$ функциянинг $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots, \varphi_k(x), \ldots$ ортонормалланган функциялар системасига нисбатан (қ. Ортонормированная система функций) ёзилган Фурье қатори — $\sum\limits_{k=1}^{\infty} C_k\varphi_k(x)$ қатордир, бу ерда C_k — Фурье коэффициентлари (қ.).Кўпинча даври $2T$ бўлган даврий $f(x)$ функциянинг ортонормалланган $\frac{1}{2T}$, $\frac{1}{T}\cos\frac{\pi nx}{T}$, $\frac{1}{T}\sin\frac{\pi nx}{T}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ системага нисбатан ёзилган Ф.қ. нинг муҳим хусусий ҳоли текширилади:

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos\frac{\pi nx}{T} + b_n\sin\frac{\pi nx}{T}.$$

Агар $f(x)$ узлуксиз ҳосилага эга бўлса, унда бу Ф.қ. $f(x)$ функцияга яқинлашади.

Ф.қ. математик физика тенгламалари ва гармоник анализнинг қудратли воситасидир. Бу қаторни Ж. Фурье иссиқликнинг тарқалишига оид масалалар муносабати билан киритган.

Адаб. : Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. III, М., 1963; А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, Уравнения математической физики, М., 1956.

X

ХАРАКТЕРИСТИКА — ХАРАКТЕРИСТИКА: **1°. Логарифмнинг Х. си — сон** логарифмининг бутун қисми.

2°. Хусусий ҳосилали **дифференциал тенгламалар назариясида** Х. (қ. Дифференциальные уравнения). 1-тартибли

$$p\frac{\partial z}{\partial x}+q\frac{\partial z}{\partial y}=r \tag{*}$$

дифференциал тенгламалар учун Х. деб (бу ерда p, q, r лар x, y, z ларнинг берилган функциялари) қуйидаги дифференциал тенгламалар системаси билан аниқланувчи эгри чизиқларга айтилади:

$$\frac{dx}{p}=\frac{dy}{q}=\frac{dz}{r}.$$

Буларни интеграллаб, Х. лар оиласини топамиз:

$$\varphi(x, y, z)=C_1,\ \psi(x, y, z)=C_2,\ (C_1, C_2=\text{const}).$$

Булар ўзининг ҳар бир нуқтасида $\{p, q, r\}$ векторга уринадиган эгри чизиқлар тўпламидир.

(*) тенгламанинг интеграл сирти бирор эгри чизиқни кесиб ўтувчи Х. ларнинг геометрик ўрнидир. Сиртнинг тенгламаси — $F[\varphi(x, y, z),\ \psi(x, y, z)]=0$, бу ерда F — икки ўзгарувчили функция.

Эгри чизиқнинг Х. бўлмаслик шарти мана шу эгри чизиқда берилган шартларга эга бўлган Коши масаласининг ягона ечимга эга бўлиши учун зарур ва кифоядир (қ. Необходимое условие, Достаточное условие). Х. тушунчаси уч ва ундан ортиқ ўзгарувчилар ҳоли учун умумлаштирилади. 2-тартибли

$$a(x, y)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+b(x, y)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+c(x, y)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=f\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{**}$$

дифференциал тенглама учун Х. шундай чизиқлар сифатида таърифланадики, бу чизиқлар бўйича

$$ady^2-bdxdy+cdx^2=0 \tag{***}$$

оддий дифференциал тенглама қаноатлантирилади. Бу ҳолга тегишли Х. тушунчасини француз олими Г. Монж киритган.

(**) тенглама гиперболик типдаги тенглама бўлганда Х. ларнинг

$$\xi(x, y)=C_1 \quad \text{ва} \quad \eta(x, y)=C_2$$

тенгламали иккита оиласи ҳосил бўлади; C_1, C_2 — ихтиёрий доимий миқдорлар. Агар ξ ва η ни янги аргумент деб олсак, у ҳолда (**) тенглама

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta}=\varphi\left(\xi, \eta, u, \frac{\partial u}{\partial\xi}, \frac{\partial u}{\partial\eta}\right)$$

кўринишга келади. Параболик типдаги тенгламалар учун бу оилалар бир хил бўлиб (устма-уст тушиб) қолади, агар η тўғри танлаб олинса, (**) тенглама

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} = \varphi\left(\xi, \eta, u, \frac{\partial u}{\partial \xi}, \frac{\partial u}{\partial \eta}\right)$$

кўринишга келади. Агар (**) тенглама эллиптик типдаги тенглама бўлса, у ҳолда ҳақиқий Х. лар бўлмайди.

(**) тенглама ечимини $\xi + i\eta = C$ кўринишда ёзиб, (**) тенгламани ўзгартирамиз:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} = \varphi\left(\xi, \eta, u, \frac{\partial u}{\partial \xi}, \frac{\partial u}{\partial \eta}\right).$$

Ечимнинг Х. бўйича олинган қийматларини ва $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$ нинг Х. даги бирор нуқтадаги қийматларини билган ҳолда бу ҳосилаларнинг бутун чизиқ бўйича оладиган қийматларини аниқлаш мумкин (қ. Краевые задачи). Бошқа чизиқлар учун бундай боғланиш йўқ. Агар $u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$ ларнинг Х. бўлмаган чизиқда берилган қийматлари ечимнинг бу чизиққа яқин жойлардаги қийматини аниқласа, у ҳолда Х. да бундай бўлмайди. Агар чизиқдан бир томонда икки ечим бир хил бўлиб, иккинчи томонда ҳар хил бўлса, у ҳолда бу чизиқ Х. бўлади.

Тартиби ҳар қандай бўлган хусусий ҳосилали тенглама ва тенгламалар системаси учун ҳам Х. нинг таърифлари бор.

3°. **Дифференциал геометриядаги** Х. — шундай эгри чизиқки, ўрама оиланинг берилган сиртига ўша чизиқ бўйича уринади. Текисликлар Х. сини оиланинг текислиги билан оиланинг унга чексиз яқин текислиги кесишганда ҳосил бўлган тўғри чизиқнинг лимит вазияти деб таърифлаш мумкин.

4°. **Эйлер—Пуанкаре Х. си** — қ. Эйлера теорема.

5°. **Эҳтимоллар назариясидаги Х.** Сонли Х. лар тасодифий миқдор тақсимотининг муҳим жиҳатларини маълум даражада характерловчи сонли параметрлардир. Бундай Х. лар тақсимотнинг энг муҳим хусусиятларини қисқа ифода этади; масалан, атрофига тасодифий миқдорнинг олиши мумкин бўлган қийматлари тўпланадиган бирор ўрта қиймат; бу қийматларнинг ўрта қийматга нисбатан тарқоқлиги даражасини ифодаловчи бирор сон ва ҳоказо.

Бунга доир адабиётни Уравнения математической физики, Дифференциальная геометрия, Теория вероятностей терминларидан қаранг.

ХАРАКТЕРИСТИКА ПОЛЯ — МАЙДОН ХАРАКТЕРИСТИКАСИ. Агар P майдонда $ne = 0$ тенглик фақат $n = 0$ бўлгандагина ўринли бўлса, у ҳолда P майдон ноль характеристикали майдон деб аталади (бу ерда e — P майдоннинг бирлиги, 0 — P майдоннинг ноли, манфий бўлмаган бутун n сон эса e нинг n та қўшилувчи қилиб олинганини билдиради). Масалан, ҳамма сонли майдонларнинг характеристикаси 0 бўлади. 0 характеристикали майдонлар баъзан характеристикасиз майдонлар деб аталади.

Агар $ne = 0$ тенглик n нинг баъзи мусбат қийматларида ҳам ўринли бўлса, у ҳолда бу сонларнинг энг кичиги М.х. дейилади. М.х. лари фақат P туб сон ва 0 бўлиши мумкин. Характеристикаси ноль бўлмаган майдонлар чекли характеристикали майдонлар деб аталади.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ МАТРИЦА — ХАРАКТЕРИСТИК МАТРИЦА. Квадрат A матрицанинг характеристик матрицаси $A - \lambda E$ матрицадир, бу ерда E — бирлик матрица, λ — бирор номаълум миқдор. Шундай қилиб, агар

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{Vmatrix}$$ бўлса, унинг Х. м. си: $$A - \lambda E = \begin{Vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{Vmatrix}.$$

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ ТОЧКА кривой семейства — оила эгри чизиғининг **ХАРАКТЕРИСТИК НУҚТАСИ** — оиланинг мазкур эгри чизиғи билан унинг чексиз яқин эгри чизиғи кесишув нуқтасининг лимит вазияти.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ—ХАРАКТЕРИСТИК ФУНКЦИЯ. 1°. Нуқталар тўпламининг Х.ф. си — тўпламнинг нуқталарида бирга ва бу тўпламга қарашли бўлмаган нуқталарда нолга тенг бўлган функция. Масалан, Дирихле функцияси (қ.) рационал сонлар тўпламининг Х.ф. дир.

2°. ξ тасодифий миқдорнинг Х.ф. си

$$f(t) = Me^{it\xi}$$

тенглик билан аниқланади, бу ерда M — математик кутилиш белгиси (қ. Математическое ожидание). Агар $\varphi(x)$ — ξ тасодифий миқдорнинг тақсимот зичлиги (қ. Распределение) бўлса, у ҳолда

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx}\, \varphi(x)dx.$$

Тасодифий миқдорнинг Х.ф. лимит теоремаларни (қ. Предельные теоремы) исбот қилишда қўлланилади. Буларнинг қўлланилиши эркли тасодифий миқдорлар йиғиндисининг Х.ф. си қўшилувчилар Х.ф. ларининг кўпайтмасига тенг бўлиш фактига асосланади.

Х.ф. нинг бошқа хоссалари: 1) Х.ф. лар тасодифий миқдорнинг тақсимотини (қ. Распределение) бир қийматли аниқлайди; 2) $f'(t)\big|_{t=0} = iM\xi$, $f''(t)\big|_{t=0} = -D\xi$ [D — дисперсия (қ.) белгиси].

Тақсимот зичлиги (қ. Распределение)

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

бўлган ҳолда параметрлари 0 ва 1 бўлган нормал тақсимотли тасодифий миқдорнинг Х.ф. си

$$f(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$$

формула билан ифодаланади.

Адаб.: Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, Физматгиз, М., 1964.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ЧИСЛА — ХАРАКТЕРИСТИК СОНЛАР — хусусий қийматларнинг айни ўзи (қ. Собственные значения).

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ МНОГОЧЛЕН—ХАРАКТЕРИСТИК КЎПҲАД. Квадрат A матрицанинг характеристик кўпҳади—A матрицанинг характеристик матрицасининг (қ.) детерминанти, яъни $|A - \lambda E|$. Равшанки, бу детерминант λ га нисбатан n- даражали кўпҳад бўлади.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ КОРНИ — ХАРАКТЕРИСТИК ИЛДИЗЛАР. Квадрат A матрицанинг Х.и.—унинг характеристик кўпҳади (қ. Характеристический многочлен) ёки характеристик тенгламасининг (қ. Характеристическое уравнение) илдизларидир.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ—ХАРАКТЕРИСТИК ТЕНГЛАМА. Квадрат A матрицанинг Х.т. — унинг нолга тенглаштирилган характеристик кўпҳадидир (қ. Характеристический многочлен), яъни $|A - \lambda E| = 0$. Агар A матрицанинг Х.т. сида λ ўрнига A матрица қўйиб, матрицалар устида бажариладиган операциялар бажарилса, у ҳолда ноль матрица (қ. Нулевая матрица) ҳосил бўлади, яъни A матрица ўзининг Х.т. сининг матрицали илдизи бўлади. Матрицали илдизи A матрица бўлган ҳар қандай $g(\lambda)$ кўпҳад A матрицанинг характеристик кўпҳадига бўлинади. Х.т. асрий тенглама деб ҳам аталади.

ХАРАКТЕРЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ — ТАСВИРЛАНИШНИНГ ХАРАКТЕРЛАРИ. G группа тасвирланишининг (қ. Представление группы) $A(g)$ характерлари $A(g)$ матрицаларнинг изларидан, яъни группанинг $\chi(g)=\sum_{i=1}^{n} A(g)_{ii}$ тенглик билан аниқланган элементларининг функцияларидан иборатдир. Барча эквивалент тасвирланишларнинг характерлари бир хил бўлади.

Икки тасвирланишнинг эквивалент бўлиши учун уларнинг барча характерлари бир хил бўлиши зарур ва кифоя (қ. Группа, Теория групп).

ХАУСДОРФОВО ПРОСТРАНСТВО—ХАУСДОРФ ФАЗОСИ — Хаусдорфнинг ажралувчанлик тўғрисидаги иккинчи аксиомасига бўйсунувчи топологик фазо (қ. Топологическое пространство): фазонинг ҳар қандай иккита x ва y нуқтаси учун мос равишда бу нуқталарнинг шундай U ва V атрофлари мавжудки, $U\cap V=0$ бўлади. Х.ф. яна T_2- фазо деб ҳам аталади.

ХОРДА — ВАТАР — эгри чизиқнинг (ёки сиртнинг) қандайдир икки нуқтасини туташтирадиган ва бу эгри чизиқни (ёки сиртни) кесиб ўтмайдиган тўғри чизиқ кесмаси. Грек. χορδή — тор.

Ц

ЦЕЛАЯ РАЦИОНАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ — БУТУН РАЦИОНАЛ ФУНКЦИЯ—

$$y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$$

кўринишдаги функция, бу ерда x — эркли ўзгарувчи, a_0, a_1, a_2, ..., a_n—ўзгармас миқдорлар. Жумладан, $y = ax^2 + bx + c$ квадрат учҳад (қ. Трехчлен) Б.р.ф. дир. Агар Б.р.ф. нинг даражаси n бўлса, унинг экстремумлари (қ.) сони $(n-1)$ дан ва бурилиш нуқталари (қ. Перегиба точки) сони $(n-2)$ дан ортиқ бўлмайди.

ЦЕЛАЯ ФУНКЦИЯ — БУТУН ФУНКЦИЯ — комплекс ўзгарувчининг бутун текислигида аналитик функция (қ.) бўлган $f(z)$ функция. Қуйидагилар Б.ф. га мисол бўлади:

$$f(z) = a_0 + a_1 z + \ldots + a_n z^n,$$
$$f(z) = \sin z, \quad f(z) = e^z.$$

$f(z)$ функция Б.ф. бўлиши учун ақалли битта z_0 нуқта учун

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{\left|\frac{f^{(n)}(z_0)}{n!}\right|} = 0$$

ўринли бўлиши зарур ва кифоя. Бу ҳолда $f(z)$ нинг

$$f(z) = f(z_0) + \frac{f'(z_0)}{1!}(z - z_0) + \frac{f''(z_0)}{2!}(z - z_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!}(z - z_0)^n + \ldots$$

Тейлор қатори (қ. Тейлора ряд) комплекс ўзгарувчининг бутун текислигида яқинлашади.

Агар $z = \infty$ нуқта муҳим махсус нуқта бўлса, у ҳолда $f(z)$ Б.ф. трансцендент функция (қ.) деб аталади. Масалан,

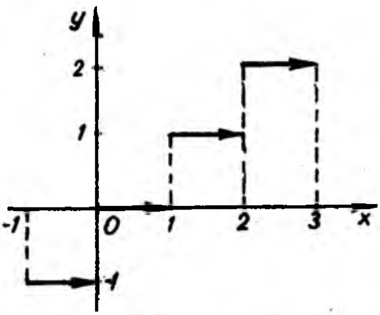
$$f(z) = \cos z, \quad f(z) = e^z.$$

Адаб.: А. И. Маркушевич, Теория аналитических функций, Гостехиздат, М., 1947.

ЦЕЛАЯ ЧАСТЬ действительного числа x — ҳақиқий x сонининг **БУТУН ҚИСМИ** — x дан ортиқ бўлмаган энг катта бутун сон. x соннинг Б.қ. $[x]$ символ билан ёки баъзан $E(x)$ символ билан белгиланади. Бундай ўқилади: «x нинг бутун қисми» [ёки «антье x»]. Антье номи «бутун» сўзини англатадиган французча entiere сўзидан олинган. x соннинг Б.қ. икки тенгсизлик системасининг ечимидан иборат бўлган $[x]$ бутун сон сифатида аниқланиши мумкин:

$$[x] \leqslant x < [x] + 1.$$

Мисоллар: $[\sqrt{30}] = 5$, $\left[\frac{1}{7}\right] = 0$, $[-4{,}7] = -5$, $\left[\cos\frac{3\pi}{4}\right] = -1$.



309- расм.

$y=[x]$ функция сонлар назарияси, математик анализ, рекурсив функциялар назариясининг ҳар хил масалаларида ва математиканинг бошқа масалаларида қўлланилади. $y=[x]$ функциянинг графиги 309- расмда тасвирланган. x сонининг $[x]$ бутун қисми унинг $\{x\}$ каср қисмига (қ. Дробная часть) қуйидаги муносабат орқали боғланган. $x=[x]+\{x\}$.

ЦЕЛОЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ЧИСЛО — БУТУН АЛГЕБРАИК СОН — юқориги ҳади олдидаги коэффициенти бирга тенг ва бошқа коэффициентлари бутун сон бўлган кўпҳаднинг илдизи. Масалан, $\sqrt[5]{9}$ — Б.а.с., чунки бу сон бутун коэффициентли x^5-9 кўпҳаднинг илдизидир. Барча Б.а.с. тўплами ҳалқа ҳосил қилади. Бу ҳалқа алгебраик сонлар майдонида қисм-ҳалқа бўлади.

ЦЕЛОЕ КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО — БУТУН КОМПЛЕКС СОН — $a+bi$ комплекс сон, бунда a ва b — бутун сонлар.

ЦЕЛОСТНОСТИ ОБЛАСТЬ—БУТУНЛИК СОҲАСИ — алгебра термини. Б.с. — нолнинг бўлувчилари бўлмаган коммутатив ҳалқадир яъни шундай ҳалқаки, бунда $ab=0$ тенгликдан кўпайтувчиларнинг бири нолга тенг деган хулоса чиқади (қ. Кольцо). Ҳар қандай майдон (қ. Поле), жисм (қ. Тело) Б.с. дир. Кўпҳадлар ҳалқаси ҳам Б.с. дир.

Иккинчи томондан, 2- тартибли матрицалар ҳалқаси табиий қўшиш ва кўпайтириш амалларига нисбатан Б.с. эмас. Дарҳақиқат,

$$a=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix},\quad b=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\quad a\cdot b=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

бўлсин, у ҳолда $a\neq 0$, $b\neq 0$ бўлса ҳам $a\cdot b=0$ бўлади.

ЦЕЛОЧИСЛЕННАЯ ФУНКЦИЯ — БУТУН СОНЛИ ФУНКЦИЯ — аниқланиш соҳаси натурал сонлар тўплами бўлган функция. Б. с. ф. лар қийматлари кетма-кетлик ҳосил қилади. Масалан, $f(x)=x!$ — Б. с. ф. Унинг $f(1)=1$, $f(2)=2$, $f(3)=6,\ldots$ қийматлари кетма-кетлик ҳосил қилади. $f(x)=\frac{1}{2^x}$ — Б.с.ф. Унинг $x=1, 2, 3\ \ldots$ га мос $f(1)=\frac{1}{2}$, $f(2)=\frac{1}{4}$, $f(3)=\frac{1}{8},\ldots$ қийматлари кетма-кетлик (геометрик прогрессия) ҳосил қилади.

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА — БУТУН СОНЛАР — $\pm n$ кўринишидаги сонлар, бу ерда n — натурал сон (қ. Натуральное число) ёки ноль. Натурал сон тушунчаси предметларни санаш натижасида киритилган.

Мусбат Б. с. предметларнинг сонини ҳам, қаторга тизилган предметларнинг тартибини ҳам характерлайди.

Манфий Б. с. алгебранинг ривожланиши натижасида киритилган. Б. с. ҳалқа (қ. Кольцо) ҳосил қилади. Қ. Пеано аксиомы.

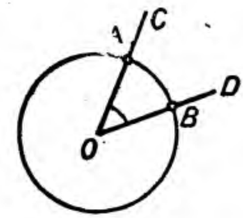
ЦЕНТР СИММЕТРИИ — СИММЕТРИЯ МАРКАЗИ. Геометрик фигуранинг С. м. — шундай бир O нуқтаки, бу фигуранинг ҳар қандай M нуқтаси учун шундай M' нуқта топиладики, бунда O нуқта MM' кесманинг ўртаси бўлади. Бошқача сўз билан айтганда, симметрия маркази O бўлган фигуранинг ҳар қандай M нуқтаси учун шундай M' нуқта топиладики, бу нуқта OM тўғри чизиқда O нуқтадан нариги томонда $OM'=OM$ масофада ётади. Масалан, кесманинг ўртаси унинг С. м. дир.

С. м. га эга бўлган эгри чизиқлар, сиртлар ва умуман фигуралар мос равишда марказий эгри чизиқ, марказий сирт ва марказий фигуралар деб аталади (қ. Эллипс, Гипербола, Эллипсоид, Однополостный гиперболоид, Двухполостный гиперболоид, Параллелограмм ва ҳоказо).

Фигуранинг С. м. икки ёки ҳар қандай чекли n сон ($n \geqslant 2$) бўлолмайди, лекин фигура чексиз кўп С. м. га, яъни С. м. нинг бутун тўғри чизиғи ёки текислигига эга бўла олади. Масалан, доиравий цилиндрнинг С. м. лари тўғри чизиқ— цилиндр ўқини ташкил қилади; иккита параллел текислик С. м. ларининг бутун текислигига эга; бу текислик берилган текисликларга параллел бўлиб, улардан бир хил узоқликда турган нуқтадан ўтади. Симметрия терминига ҳам қаранг.

ЦЕНТРАЛЬНО-ПОДОБНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — МАРКАЗИЙ ЎХШАШ АЛМАШТИРИШ — гомотетия (қ.) синоними.

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ — МАРКАЗИЙ БУРЧАК — учи берилган айлананинг маркази билан устма-уст тушган бурчак (310- расм). Марказий COD бурчак AB ёй билан ўлчанади, яъни ундаги бурчак градуслари AB ёйдаги ёй градусларига тенг бўлади, бу ерда A ва B — М. б. томонларининг айлана билан кесишиш нуқталари. AB ёй М. б. таянадиган ёй деб аталади. Угол терминига ҳам қаранг.



310- расм.

Ўзи таянадиган ёйининг узунлиги OA радиусга тенг бўлган М. б. радиан деб аталади.

ЦЕНТР ГОМОЛОГИИ в проективной геометрии — проектив геометрияда **ГОМОЛОГИЯ МАРКАЗИ** (қ. Гомология).

ЦЕНТР ГОМОТЕТИИ в элементарной геометрии — элементар геометрияда **ГОМОТЕТИЯ МАРКАЗИ** (қ. Гомотетия).

ЦЕНТР ГРУППЫ — ГРУППА МАРКАЗИ — G группанинг қуйидаги шартни қаноатлантирувчи Z элементлари тўплами: ҳар қандай $z \in Z$ ва $g \in G$ учун $zg = g \cdot z$ ўринли бўлади

Г. м. Абель группасидир (қ.), шунингдек у G группанинг нормал бўлувчисидир (қ. Нормальный делитель). Масалан, барча махсусмас матрицалар группасида скаляр матрицалар, яъни λE кўринишдаги матрицалар (бу ерда λ — ихтиёрий сон, E — бирлик матрица) Г. м. ҳосил қилади.

ЦЕНТР КРИВИЗНЫ — ЭГРИЛИК МАРКАЗИ — эгри чизиқнинг берилган нуқтасидаги эгрилик доирасининг маркази (қ. Круг кривизны).

ЦЕНТРО-АФФИННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ — МАРКАЗИЙ АФФИН АЛМАШТИРИШ—ҳеч бўлмаганда битта қўш нуқтага эга бўлган аффин алмаштириш (қ. Аффинные преобразования, Двойной элемент). М. а. а. нинг хусусий ҳоли гомотетиядир (қ.).

ЦЕНТРОИД треугольника двумерного — икки ўлчовли учбурчакнинг **ЦЕНТРОИДИ** — унинг медианалари кесишган нуқта. У. ц. бу учбурчакнинг оғирлик маркази ҳамдир. Қ. Треугольник.

ЦЕНТР (особая точка) — **МАРКАЗ** (махсус нуқта). Дифференциал тенгламалар назариясида М. (махсус нуқта) — шундай махсус нуқтаки, барча интеграл эгри чизиқлар бу нуқтанинг атрофида ёпиқ эгри чизиқ бўлиб, бу нуқтани ўз ичига олади (қ. Особая точка).

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ — ОҒИРЛИК МАРКАЗИ. Учбурчакнинг (икки ўлчовли, пластинкали учбурчак) оғирлик маркази — унинг медианалари кесишган нуқта. Учбурчакнинг оғирлик маркази унинг центроиди деб ҳам аталади. Икки ўлчовли учбурчакнинг оғирлик маркази бир ўлчовли (каркасли) учбурчакнинг оғирлик маркази билан устма-уст тушмайди. Қ. Треугольник.

ЦЕПНАЯ ДРОБЬ—ЗАНЖИРЛИ КАСР—узлуксиз касрнинг синоними (қ. Непрерывная дробь).

ЦЕПНАЯ ЛИНИЯ — ЗАНЖИР ЧИЗИҚ — тенгламаси

$$y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a} = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)$$

бўлган текис эгри чизиқ. Оралиги ипнинг узунлигидан кичик бўлган икки нуқтага учларидан бириктириб қўйилганда занжир ёки бирор бир жинсли чўзилмайдиган эгилувчан оғир ип мана шу эгри чизиқ шаклини олади. З. ч. кўп солқаланмай турган ҳолда уни тақрибий ҳисоблаш учун парабола тенгламасидан фойдаланиш мумкин:

$$y = a\left(1 + \frac{x^2}{2a^2}\right).$$

З. ч. нинг эгрилик радиуси

$$R = \frac{y^2}{a} = a\,\mathrm{ch}^2\frac{x}{2}.$$

З. ч. ёйининг $x = 0$ нуқтадан ҳисобланадиган узунлиги:

$$l = a\,\mathrm{sh}\,\frac{x}{a} = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} - e^{-\frac{x}{a}}\right).$$

З. ч. ёйини Ox ўқ атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган сирт катеноид деб аталади.

ЦЕПНОЕ ПРАВИЛО — ЗАНЖИР ҚОИДАСИ — арифметиканинг эскириб қолган қоидаси; бу қоида бир системадаги ўлчов бирликларини бошқа система бирликларига учинчи бир система бирликлари ёрдамида ўтказишда қўлланилган.

ЦЕРМЕЛО АКСИОМА (или принцип произвольного выбора) — **ЦЕРМЕЛО АКСИОМАСИ** (ёки ихтиёрий танлаш принципи). Бу аксиомага кўра, бўш бўлмаган ва бир-бири билан кесишмайдиган тўпламларнинг ҳар қандай системаси учун ҳар бир тўпламга битта элемент мос келтирувчи функция мавжуддир. Бошқача қилиб айтганда, Цермело аксиомаси умумий элементлари бўлмаган бўшмас тўпламларнинг ҳар қандай системасидаги ҳар бир тўпламдан бирданига биттадан элемент танлаб олиш мумкин деб даъво қилади. Бу аксиомани Цермело (1904) айтган. Ҳар қандай тўпламни батамом тартибланган тўпламга айлантириш мумкинлиги тўғрисидаги теоремани исботлашда Цермело бу аксиомадан фойдаланган (қ. Упорядоченное множество). Ц. а. математиклар ўртасида кўп тортишувларга сабаб бўлди ва бир қатор математиклар бу аксиомани тан олмадилар, бинобарин, ихтиёрий тўпламларни батамом тартибли қилиш мумкинлиги тўғрисидаги теоремани тўғри деб ҳисобламадилар. Лекин классик математик анализнинг кўп теоремалари Ц. а. га асосланиб исбот қилинар экан.

ЦИКЛИЧЕСКАЯ ГРУППА — ЦИКЛИК ГРУППА — шундай a элементга эга бўлган группаки (қ.), унинг ҳар қандай g элементи бирор бутун k кўрсаткичда $g = a^k$ бўлади, масалан: бирдан чиқарилган n-даражали комплекс илдизлар группаси, бутун сонларнинг аддитив группаси (қ.) ва ҳоказо.

ЦИКЛИЧЕСКАЯ ПОДСТАНОВКА (или цикл) — **ЦИКЛИК ЎРНИГА ҚЎЙИШ** (ёки цикл) — шундай ўрнига қўйишдирки, ҳақиқатда у кўчирадиган ҳар қандай символ бу символларнинг ихтиёрий биттасига бу ўрнига қўйишнинг бирор даражаси ёрдами билан, яъни уни қанча марта такрорий қўллаш билан ўтказилиши мумкин. Мисол:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Бу ерда ҳақиқатда кўчириладиган символлар: 1, 3 ва 5. Бу уч символнинг ихтиёрий биттасини S, S^2, S^3 ўрнига қўйишлар ёрдамида уларнинг ихтиёрий бошқа биттасига ўтказиш мумкин. Ц. ў. қ. бундай ёзилади: ҳақиқатда кўчириладиган символлар бир-бирига Ц. ў. қ. ёрдамида қай тартибда ўтказилса, қавслар ичига ўша тартибда ёзилади. Юқорида келтирилган Ц. ў. қ. $S = (1, 3, 5)$ кўринишда ёзилади.

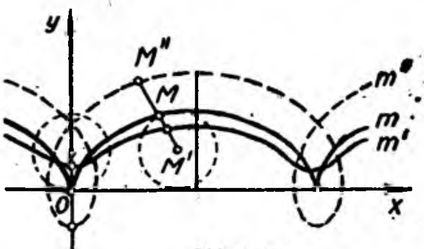
ЦИКЛОИДА — ЦИКЛОИДА — қўзғалмас тўғри чизиқ бўйича сирпанмасдан ғилдираётган айланага қимирламайдиган қилиб бириктирилган M нуқта чизадиган текис эгри чизиқ. Агар M нуқта айланада ётса, одатдаги m Ц. ҳосил бўлади, агар нуқта (311-расмдаги M' нуқта) айлананинг ичида бўлса, қисқартирилган m' Ц. ҳосил бўлади, агар нуқта (311-расмдаги M'' нуқта) айланадан ташқарида бириктирилган бўлса, узайтирилган m'' Ц. ҳосил бўлади.

Ц. техникада (тишларининг профили циклоидал эгри чизиқлар шаклида бўлган тишли узатмада) ва механизмлар назариясида қўлланилади.

Ц. нинг параметрик тенгламалари:

$$x = r\left(t - \frac{a}{r}\sin t\right),$$

$$y = r\left(1 - \frac{a}{r}\cos t\right),$$



311-расм.

бу ерда r — қўзғалувчи доиранинг радиуси, a — доира марказидан M нуқтагача бўлган масофа, t — параметр бўлиб, доира тўғри чизиқ бўйича ғилдираганда ўзи (ёки радиуси) қанча бурчакка бурилганини кўрсатади.

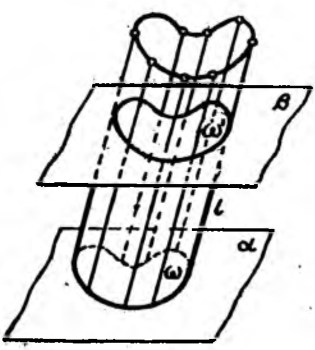
Грек. κυκλοειδος — доиравий, κυκλος — доира, ειδος — кўриниш сўзларидан олинган.

Адаб.: Г. Н. Берман, Циклоида, Гостехиздат, М., 1954.

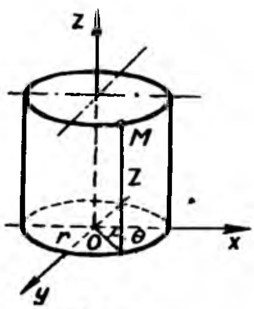
ЦИЛИНДР — ЦИЛИНДР: 1°. Аналитик геометрияда Ц. — цилиндрик сиртнинг худди ўзи (қ. Цилиндрическая поверхность).

2°. Элементар геометрияда Ц. — йўналтирувчиси ω ёпиқ ва ўз-ўзини кесмайдиган чизиқдан иборат бўлган цилиндрик сиртнинг иккита α ва β параллел текислик билан кесишишидан (312-расм) ҳосил бўлган жисм (фигура). ω ва ω' ясси фигуралар Ц. нинг асослари деб аталади: ω — пастки асос, ω' — юқориги асос. Агар бунда Ц. нинг кесими айлана бўлса, Ц. доиравий Ц. деб, агар l ясовчи ω кесим текислигига перпендикуляр бўлса, у ҳолда Ц. доиравий тўғри Ц. деб аталади. Одатда доиравий тўғри Ц. гина Ц. деб аталади.

Доиравий тўғри Ц. ни қия текислик билан кесганда ҳосил бўлган кесим эллипс бўлади (Конусга солиштиринг).



312-расм.



313-расм.

ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ — ЦИЛИНДРИК СИРТ — ўз-ўзига параллел ҳолда кўчиб, бирор тайин ясси ω эгри чизиқни (Ц. с. нинг йўналтирувчисини) кесиб ўтадиган l тўғри чизиқнинг ҳаракатланишидан ҳосил бўладиган сирт. Бунда l тўғри чизиқ Ц. с. нинг ясовчиси деб аталади. Агар Ц. с. нинг ясовчиси эллипс, парабола ёки гипербола (қ.) бўлса, у ҳолда Ц. с. мос равишда эллиптик, параболик ёки гиперболик Ц. с. деб аталади. Аналитик геометрияда Ц. с. цилиндр деб ҳам аталади.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ r, θ, z точки P — P нуқтанинг r, θ, z **ЦИЛИНДРИК КООРДИНАТАЛАРИ** — шундай координаталарки, булар учун $r =$ $=$ const координаталар сирти ясовчилари Oz ўққа параллел бўлган (313-расм) цилиндрдир (қ. Координаты). Ц. к. x, y, z декарт координаталарига қуйидаги муносабатлар билан боғланган:

$$x = r\cos\theta, \quad y = r\sin\theta, \quad z = z.$$

Декарт координаталаридан цилиндрик координаталарга алмаштириш (ўтиш) якобиани қуйидаги кўринишда бўлади (қ. Якобиан)

$$I = \frac{D(x, y, z)}{D(r, \theta, z)} = \begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -r\sin\theta & r\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r.$$

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ЦИЛИНДРИК ФУНКЦИЯЛАР—қуйидаги 2-тартибли чизиқли дифференциал тенгламанинг ечимлари:

$$y'' + \frac{1}{x}y' + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2}\right)y = 0, \tag{*}$$

бу ерда ν — ихтиёрий параметр. Ц. ф. терминининг келиб чиқишига шу нарса сабаб бўлганки, (*) тенглама цилиндрик соҳага оид потенциалнинг чегаравий масалаларини текширишда учрайди. Ц. ф. нинг баъзи синфлари Бессель функциялари деб юритилади, баъзан Ц. ф. нинг ҳамма синфлари ҳам Бессель функциялари деб аталади.

(*) тенглама ечимларидан бирининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$J_\nu(x) = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+\nu}}{k!\,\Gamma(k+\nu+1)}.$$

Бу ечим ν тартибли биринчи тур Ц. ф. деб аталади. ν параметр бутун бўлмаган ҳолда (*) тенгламанинг умумий ечими

$$y = C_1J_\nu(x) + C_2J_{-\nu}(x)$$

кўринишда ёзилади, бу ерда C_1, C_2 — ўзгармас миқдорлар. ν параметр бутун бўлган ҳолда $J_\nu(x)$ ва $J_{-\nu}(x)$ ечимлар бир-бирига чизиқли боғлиқ бўлади (қ. Линейная зависимость) ва иккинчи хусусий ечим сифатида иккинчи тур Ц. ф. (Нейман функцияси) олинади:

$$Y_\nu(x) = \lim_{\mu\to\nu}\frac{J_\mu(x)\cos\mu\pi - J_{-\mu}(x)}{\sin\mu\pi}.$$

Амалий масалаларда учинчи тур Ц. ф. (Ганкель функциялари) кўп қўлланилади:

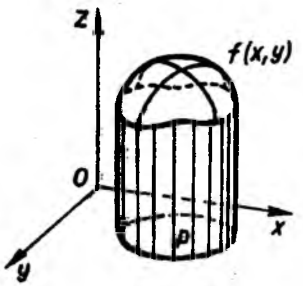
$$H_\nu^{(1)}(x) = J_\nu(x) + iY_\nu(x), \quad H_\nu^{(2)}(x) = J_\nu(x) - iY_\nu(x).$$

Аргументнинг мавҳум ва комплекс қийматларига оид Ц. ф. ҳам батафсил ўрганилган. Ц. ф. га оид жуда кўп жадваллар бор.

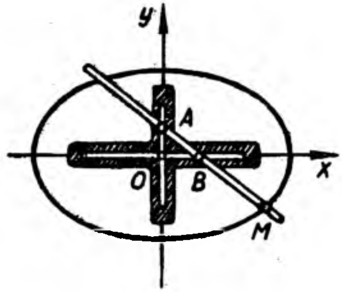
ЦИЛИНДРОИД — ЦИЛИНДРОИД — цилиндрик сирт, унга перпендикуляр текислик (Ц. асоси) ва Ц. асосига ўтказилган ҳар бир перпендикуляр бир нуқтада кесиб ўтадиган сирт билан чегараланган жисм (314- расм). Oz ўқи Ц. нинг цилиндрик сирти ясовчисига параллел бўлган цилиндрик координаталар системасида Ц. нинг ҳажми $\int\int\limits_{(P)} f(x, y)\,dx\,dy$ интеграл билан ифодаланади, бу ерда P — Ц. нинг текис асоси, $f(x, y)$ — уни юқоридан чегаралаб турган сиртининг тенгламаси. Қаттиқ жисмнинг винтсимон ҳаракатини ўрганишда ишлатиладиган 3- тартибли $(x^2 + y^2)z = kxy$ чизиқли сирт ҳам Ц. деб аталади. Ц. цилиндрик брус деб ҳам аталади.

Грек. κνλινδρος — цилиндр, ειδος — кўриниш.

ЦИРКУЛЬ — ЦИРКУЛЬ: 1°. Доиравий Ц. — айлана ва ёйлар чизиш, шунингдек, чизиқли ўлчовларни ўлчаш учун ишлатиладиган асбоб. Ц. бир-бирига шарнир билан бириктирилган иккита металл оёқчадан иборат. Бир оёғининг учида наштари бўлади, иккинчи оёғининг учига қалам ёки перо қўндирилади. Елизарьевнинг геометрияга оид биринчи русча китобида Ц. кружальник (айлангич) деб аталган (қ. «Историко-математические исследования», вып. XII).



314- расм.



315- расм.

2°. Эллиптик Ц. эллипс чизиш учун ишлатилади (315- расм). Агар a ва b — эллипснинг ярим ўқлари бўлса, у ҳолда M муфта ва B шарнирни $MA = a$ ва $MB=b$ бўладиган қилиб маҳкамлаш керак. Лат. circulus — доира, айлана.

ЦИРКУЛЯТУРА КВАДРАТА — КВАДРАТНИНГ ЦИРКУЛЯТУРАСИ — берилган квадратга тенгдош бўлган доирани циркуль ва чизғич ёрдамида ясаш тўғрисидаги масала. Евклид текислигида К. ц. доиранинг квадратураси ҳақидаги масала (қ. Квадратура круга) каби ечилмайди.

ЦИРКУЛЯЦИЯ — ЦИРКУЛЯЦИЯ. $\mathbf{a}(\mathbf{r})$ вектор майдоннинг ёпиқ L эгри чизиқ бўйича олинган циркуляция — $\oint\limits_L \mathbf{a}d\mathbf{r}$ интегралдир. Ц. координаталар орқали бундай ёзилади:

$$\int\limits_L a_x dx + a_y dy + a_z dz,\quad \mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k},\quad d\mathbf{r} = dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k}.$$

Майдоннинг L бўйича олинган Ц. си $\mathbf{a}(\mathbf{r})$ куч майдонининг кучлари бирлик массали жисмни, бирлик зарядни ва бошқа бирлик миқдорларни кўчиришда бажарган ишга тенг.

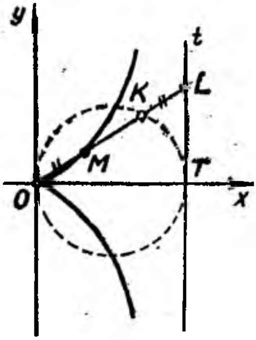
Майдон назариясида (қ. Поля теория) Стокс теоремаси кенг қўлланилади. Стокс теоремаси: дифференциалланувчи майдоннинг Ц. си L эгри чизиқ билан чегараланган бирор Σ сирт орқали ўтувчи уюрма оқимига тенг (қ. Вихрь векторного поля):

$$\oint\limits_L \mathbf{a}d\mathbf{r} = \int\limits_\Sigma \operatorname{rot} \mathbf{a}_n\, ds.$$

Кулон ёки Ньютон тортишиш майдонида, бошқа кўпгина потенциал майдонлардаги каби (қ. Потенциальные поля), майдоннинг ихтиёрий ёпиқ контур бўйича олинган Ц. си нолга тенг: $\oint\limits_L \mathbf{a}d\mathbf{r} = 0$.

ЦИССОИДА ДИОКЛЕСА — ДИОКЛЕС ЦИССОИДАСИ — 3-тартибли текис эгри чизиқ бўлиб, унинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги тенгламаси

$$y^2 = \frac{x^3}{2a - x}$$



316- расм.

кўринишда бўлади. Д. ц. нинг қутб тенгламаси:

$$\rho = \frac{2a \sin^2 \varphi}{\cos \varphi},$$

бу ерда $2a$ — айлана диаметри. Д. ц. ни O маркази айланада ётувчи (316- расм) тўғри чизиқлар дастасининг $OM = KL$ тенгликка бўйсунувчи M нуқталарининг геометрик ўрни деб қараш мумкин, бу ерда K ва L — OM тўғри чизиқнинг мос равишда айлана билан ва O нуқтага диаметрал қарама-қарши T нуқтада айланага ўтказилган t уринма билан кесишиш нуқталари. Айлана (ҳосил қилувчи айлана) ўрнида 2- тартибли бошқа эгри чизиқлар олиш мумкин. Делос масаласини, яъни кубни иккилантириш ҳақидаги масалани ечишга бу циссоидани татбиқ этган қадимги грек математиги Диоклес (эрамиздан олдинги III аср) шарафига бу циссоида Д. ц. деб аталган (қ. Делосская задача). Қадимги замон математиклари циссоиданинг айлана ичидаги қисмнигина текширганлар; циссоиданинг айлана ёйи билан бирга олинган бу қисми печак гул япроғига ўхшайди.

Грек. χισσοιδεζ сўзи χισσοζ — чирмовук, ειδος — кўриниш, шакл сўзларидан олинган.

ЦИФРЫ — РАҚАМЛАР — сонларни белгилаш учун ишлатиладиган ишоралар (қ. Число). Турли халқларда турли хил Р. бўлган, булар вақт ўтиши билан, бу халқларнинг моддий ва ижтимоий ҳаёти ривожланиши билан ўзгарган ва ҳамма вақт такомиллашган. Р. ни ёзишнинг энг содда усули уларни сўз билан ифодалашдир; бу усул Ўрта Осиё ва Яқин Шарқ математикларида X асрга қадар сақланиб келган, ҳатто ундан кейин ҳам учраб турган.

Энг қадимги Р. Вавилон ва қадимги Миср Р. дир.

Славянские цифры, Римские цифры, Арабские цифры терминларига қаранг

Адаб.: Энц. элем. матем., т. 1, Гостехиздат, М., 1951; **И. Я. Депман**, История арифметики, Учпедгиз. М., 1959.

ЦИФРОВЫЕ МАШИНЫ — РАҚАМЛИ МАШИНАЛАР — дискрет ишлайдиган математик машиналар. Р. м. да сонлар рақамлар кетма-кетлиги тарзида, ўзгарувчи миқдорлар эса уларнинг қийматларнинг кетма-кетлиги тарзида тасвирланади. Ҳар бир рақамни тасвирлаш учун бирор асбоб ишлатилади; бу асбобнинг (элементнинг) ҳар бир ҳолатига маълум бир рақам мос қўйилган. Сон бундай элементлар тўплами ёрдами билан тасвирланади. Р. м. жуда аниқ ҳисоблайди ва универсал математик машиналар ҳисобланади. Энг содда Р. м. да, арифмометрда (қ.) ва қўл билан ишлатиладиган ҳар хил клавишли ҳисоб машиналарида ҳисоблаш кўп вақт олар эди. Ҳозирги вақтда программа билан бошқариладиган тезкор электрон-ҳисоб машиналари яратилиши туфайли бу камчиликнинг ўрни тўлдирилган. Қ. Электронные цифровые машины.

Адаб.: А. И. Китов, Н. А. Криницкий, Электронные цифровые машины и программирование, М., 1959; А. И. Китов, Электронные цифровые машины, М., 1956.

Ч

ЧАПЛЫГИНА МЕТОД — ЧАПЛИГИН УСУЛИ — дифференциал тенгламани тақрибий ечишнинг совет математиги С. А. Чаплигин (1919) таклиф этган усули. Бу усул дифференциал тенгламаларни олдиндан маълум бўлган аниқлик даражасида ечишга имкон беради, бунинг учун $u_n \geqslant u_{n+1} \geqslant y \geqslant v_{n+1} \geqslant v_n$ тенгсизликларни қаноатлантирувчи функцияларнинг $\{u_n\}$ ва $\{v_n\}$ кетма-кетликлари тузилади, бу кетма-кетликлар берилган тенгламанинг изланаётган $y(x)$ ечимини борган сайин аниқроқ аппроксимациялайди. u_n ва v_n ни тузишнинг Чаплигиннинг дифференциал тенгсизликларга (қ. Чаплыгина неравенства) асосланган усули Ньютоннинг машҳур усулини (қ. Ньютона метод) дифференциал тенгламалар учун умумлаштиришдан иборатдир, шу билан бирга, Ньютон усулидаги каби бунда ҳам бирор n дан бошлаб хато тартиби (қ. Порядок) ρ^{2^n} бўлади ($\rho < 1$).

Адаб.: С. А. Чаплыгин, Новый метод приближенного интегрирования дифференциальных уравнений, М.—Л., 1950.

ЧАПЛЫГИНА НЕРАВЕНСТВА — ЧАПЛИГИН ТЕНГСИЗЛИКЛАРИ — дифференциал тенгламаларни сонли (тақрибий) интеграллашда муҳим роль ўйнайдиган дифференциал тенгсизликлар. Агар $y' = f(x, y)$ ва $u(x)$, $v(x)$ лар $u'(x) - f(x, u) > 0$, $v'(x) - f(x, v) < 0$, $x_0 \leqslant x \leqslant x_1$, $u(x_0) = v(x_0) = y_0$ тенгсизликларни қаноатлантирса, $y' = f(x, y)$ тенгламанинг (x_0, y_0) нуқтадан ўтувчи $y(x)$ ечими $u(x)$ ва $v(x)$ функциялар орасида бўлади, яъни $u(x) > y(x) > v(x)$ $(x_0 \leqslant x \leqslant x_1)$ (С. А. Чаплигин, 1919, қ. Чаплыгина метод).

ЧАСТИЧНО-УПОРЯДОЧЕННОЕ МНОЖЕСТВО — ҚИСМАН ТАРТИБЛАНГАН ТЎПЛАМ. Упорядоченное множество терминига қаранг.

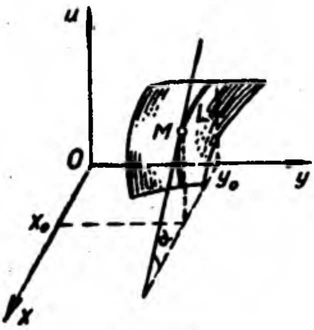
ЧАСТИЧНЫЙ ПРЕДЕЛ—ХУСУСИЙ ЛИМИТ: 1°. $C_1, C_2, \ldots, C_n, \ldots$ сонлар кетма-кетлигининг Х. л. — шундай b сонки (ёки $+\infty$, $-\infty$ символлардан бири), берилган кетма-кетликнинг $C_{k_1}, C_{k_2}, \ldots, C_{k_m}, \ldots$ қисмий кетма-кетлиги (қ. Подпоследовательность) мавжуд бўлади, бунинг учун $\lim\limits_{m\to\infty} C_{k_m} = b$.

2°. $y = f(x)$ функциянинг a нуқтадаги (бошқача айтганда $x \to a$ даги) Х. л.— шундай b сонки (ёки $+\infty$, $-\infty$ символлардан бири), лимити a бўлган бирор $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ кетма-кетликка ($x_n \neq a$) мос функция қийматларидан тузилган $f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n), \ldots$ кетма-кетлик лимити b (ёки мос равишда $+\infty$, $-\infty$) бўлади. Агар ҳамма Х. л. лар бир хил бўлса, у ҳолда $f(x)$ функция a нуқтада Х. л. нинг умумий қиймати билан бир хил бўлган лимитга эга бўлади. Агар $f(x)$ функция a нуқтада иккита $+\infty$ ва $-\infty$ Х. л. га эга бўлса, у ҳолда $f(x)$ функция a нуқтада ($x \to a$ да) ∞ лимитга эга бўлади. $y = f(x)$ функциянинг a нуқтадаги ўнг томонлама (мос равишда чап томонлама) Х. л., яъни $x \to a+0$ даги (мос равишда $x \to a-0$) Х. л. худди шундай таърифланади, лекин бунда $\{x_n\}$ кетма-кетликнинг ҳадлари $x_n > a$ (мос равишда $x_n < a$) тенгсизликни қаноатлантириши керак. Функциянинг $x \to +\infty$ ёки $x \to -\infty$ даги Х. л. тушунчаси худди шунга ўхшаш таърифланади.

Мисоллар: 1) $y = \sin\frac{1}{x}$ функциянинг $x \to 0$ даги Х. л. ҳар қандай a сон бўлади, бу ерда $-1 \leqslant a \leqslant 1$; аксинча $x_n = \frac{1}{\arcsin a + 2\pi n}$ нинг лимитлари $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ ва $\lim\limits_{n\to\infty} \sin\frac{1}{x_n} = a$; 2) $y = x\sin^2 x$ функциянинг $x \to +\infty$ даги хусусий лимитлари манфий бўлмаган a сонлар $(0 \leqslant a < +\infty)$ ва $+\infty$ символдир.

ЧАСТНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ — ХУСУСИЙ ҲОСИЛА. 1°. Кўп ўзгарувчили $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг $M_0\ (x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ нуқтада x_i ўзгарувчи бўйича олинган Х. ҳ. си — $\lim\limits_{\Delta x_i \to 0} \frac{\Delta_i u}{\Delta x_i}$ чекли лимитдир, бу ерда $\Delta_i u = f(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_{i-1}^0, x_i^0 + \Delta x_i, x_{i+1}^0, \ldots, x_n^0) - f(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ — u функциянинг M_0 нуқтадаги хусусий орттирмаси (қ. Частное приращение); бунда u функция M_0 нуқтанинг бирор атрофида аниқланган деб фараз қилинади (қ. Окрестность точки). x_i бўйича олинган Х. ҳ. битта x_i ўзгарувчили $u = f(x_1^0, \ldots, x_{i-1}^0, x_i, x_{i+1}^0, \ldots, x_n^0)$ функциянинг x_i^0 нуқтадаги ҳосиласидир (бошқа ўзгарувчилар $x_1^0, x_2^0, \ldots, x_{i-1}^0, x_{i+1}^0, \ldots, x_n^0$ қийматларда олинади) (қ. Производная).

Х. ҳ. M_0 нуқта координаталарининг, яъни ўша u функциянинг $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ўзгарувчиларининг функциясидир. Х. ҳ. бундай символ билан белгиланади: $\frac{\partial u}{\partial x_i}$, $\frac{\partial f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_i}$ (одатдаги ҳосиладаги d ўрнида хусусий ҳосилада ∂ ишлатишни Якоби жорий қилган), u'_{x_i}, $f'_{x_i}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $D_{x_i}u$, $D_{x_i}f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Функция икки ўзгарувчили, яъни $u = f(x, y)$ бўлган ҳолда (x_0, y_0) нуқтадаги $\frac{\partial u}{\partial x}$ Х. ҳ. нинг геометрик маъноси бундай бўлади: $y = y_0$ текислик $u = f(x, y)$ сиртни бирор L эгри чизиқ бўйича кесиб ўтади; агар $\frac{\partial u}{\partial x}$ мавжуд бўлса, у ҳолда $M[x_0, y_0, f(x_0, y_0)]$ нуқтада L эгри чизиққа уринма ўтказиш мумкин; бунда α—бу уринма билан xOy текислик орасидаги бурчак бўлса, у ҳолда $\frac{\partial u}{\partial x} = \operatorname{tg}\alpha$ бўлади (317-расм).



317-расм.

2°. **Юқори тартибли** Х. ҳ. $u = f(x, y, z)$ функциядан x ва y ўзгарувчилар бўйича олинган 2-тартибли хусусий ҳосила функциядан x бўйича олинган Х. ҳ. дан y бўйича олинган Х. ҳ. сифатида аниқланади ва $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x \partial y}$ ёки $u''_{xy} = f''_{xy}(x, y, z)$ кўринишда белгиланади. Шундай қилиб, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}{\partial y}$. Функциядан ўзгарувчиларнинг бошқа жуфтлари бўйича (маълум тартибда) олинган 2-тартибли Х. ҳ. лар ҳам шунга ўхшаб аниқланади: $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial x} = \frac{\partial\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}{\partial x}$ (қисқача $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ билан белгиланади), $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y} = \frac{\partial\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)}{\partial y}$ ва ҳоказо; $u = f(x, y, z)$ функциядан олинадиган 2-тартибли Х. ҳ. лар сони $9 = 3^2$ бўлади. 3-тартибли Х. ҳ. 2-тартибли Х. ҳ. дан олинган Х. ҳ. сифатида аниқланади ва олдингига ўхшаш белгиланади, масалан:

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial x} = \frac{\partial\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)}{\partial x}, \quad \frac{\partial^3 u}{\partial z \partial x \partial y} = \frac{\partial\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x}\right)}{\partial y}, \quad \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial y} = \frac{\partial\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)}{\partial y}$$

ва ҳоказо — ҳаммаси бўлиб $27 = 3^3$ дона 3-тартибли ҳосила олинади.

n та ўзгарувчили $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг 4-, 5- ва ундан юқори тартибли Х. ҳ. лари ҳам ўшандай аниқланади ва ўшандай белгиланади. n та ўзгарувчили функциянинг k-тартибли Х. ҳ. лари сони n^k бўлади. Лекин шартлар кенгроқ бўлганда k-тартибли турли хил Х. ҳ. сони анча камаяди (қ. Перестановка дифференцирований). Юқори тартибли Х. ҳ. нинг формал индуктив таърифини (қ. Определение) келтириб ўтамиз. $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг $M_0(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ нуқтада x_i ўзгарувчи бўйича олинган 1-тартибли Х. ҳ. деб $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг M_0 нуқтада x_i ўзгарувчи бўйича олинган Х. ҳ. сига айтилади (қ. Частное производное, 1°). $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциянинг M_0 нуқтада $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_{k-1}}, x_{i_k}$ ўзгарувчилар бўйича [бу ерда $(i_1, i_2, \ldots, i_k)$ индекслар $1, 2, \ldots, n$ рақамлардан тузилган бирор такрорий ўринлаштиришдир; қ. Размещение с повторениями] олинган k-тартибли Х. ҳ. деб $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциядан $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_{k-1}}$ ўзгарувчилар бўйича олинган $(k-1)$-тартибли Х. ҳ. дан иборат бўлган функциядан M_0 нуқтада x_{i_k} ўзгарувчи бўйича олинган Х. ҳ. га айтилади, лекин бунда $(k-1)$-тартибли бу Х. ҳ. M_0 нуқтанинг бирор атрофидаги барча нуқталарда мавжуд бўлади деб фараз қилинади. k-тартибли бу Х. ҳ. қуйидаги символ билан белгиланади:

$$\frac{\partial^k u}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \ldots \partial x_{i_k}}.$$

Таърифдан кўриниб турибдики, M_0 нуқтада k-тартибли Х. ҳ. мавжуд бўлиши учун M_0 нуқтанинг бирор атрофида бундан олдинги Х. ҳ. нинг мавжуд бўлиши зарурдир.

ЧАСТОТА — ЧАСТОТА. 1°. **Даврий функциянинг** ω **частотаси** — даврга тескари бўлган миқдордир, яъни даврий $f(t)$ функциянинг t аргументининг $f(t) = f(t+T)$ бўладигандаги T ўзгаришига тескари бўлган миқдордир: $\omega = \frac{1}{T}$ (қ. Периодическая функция). Масалан, $\sin 3t$ даврий функциянинг даври $T = \frac{2\pi}{3}$, частотаси эса $\omega = \frac{3}{2\pi}$.

2°. Бирор экспериментлар натижасида юз бериши мумкин бўлган ёки мумкин бўлмаган **тасодифий воқеанинг частотаси** бу воқеа юз бергандаги экспериментлар сони (m) нинг барча экспериментлар сони (n) га нисбатидир, яъни $m:n$ нисбатдир. n катта бўлганда одатда воқеанинг Ч. си унинг эҳтимолига яқин бўлади (қ. Теория вероятностей).

ЧАСТНОЕ ОТ ДЕЛЕНИЯ — БЎЛИНМА. a сонни $b \neq 0$ сонга бўлишдаги бўлинма — a ни b га бўлиш натижасидир. a сонини b сонига бўлишдаги бўлинма шундай x сонки, $bx = a$ ёки $xb = a$ тенглик бажарилади. a нинг b га бўлинмаси бу сонларнинг нисбати (a нинг b га нисбати) деб ҳам аталади.

$f(x)$ кўпҳаднинг $g(x)$ кўпҳадга бўлинмаси ҳам худди шундай таърифланади. қ. Деление.

ЧАСТНОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ — ХУСУСИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЛАШ — хусусий ҳосилаларни топиш (қ. Частная производная).

ЧАСТНОЕ ПРИРАЩЕНИЕ — ХУСУСИЙ ОРТТИРМА. Кўп ўзгарувчили $u = f(x, y, \ldots, t)$ функциянинг Х. о. си — эркли ўзгарувчилардан бирига орттирма берилганда u миқдорнинг оладиган орттирмаси. Масалан, x ўзгарувчи бўйича олинган Х. о.:

$$\Delta_x u = f(x + \Delta x, y, \ldots, t) - f(x, y, \ldots, t).$$

ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ — ХУСУСИЙ ЕЧИМ. Бирор тенгламанинг Х. е. умумий ечимга кирувчи ихтиёрий ўзгармас миқдорларнинг тайин бир қийматларида ўша умумий ечимдан ҳосил қилинади (қ. Общее решение). Ихтиёрий ўзгармас миқдорларнинг бу тайин қийматлари тенгламалар билан биргаликда бериладиган қўшимча шартлардан аниқланади. Масалан, $0 \leqslant x < \infty$ да берилган $y'' = k^2 x$ тенгламанинг чексизликда 0 га айланадиган ва $x = 0$ да 1 га тенг бўладиган ечимини топиш талаб қилинса, у ҳолда $y = C_1 e^{-kx} + C_2 e^{kx}$ умумий ечимда $C_2 = 0$, $C_1 = 1$ бўлади. Натижада Х. е. $y = e^{-kx}$ $(k > 0)$ бўлади.

ЧАСТНЫЙ ИНТЕГРАЛ — ХУСУСИЙ ИНТЕГРАЛ. $F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ дифференциал тенгламанинг Х. и. — бу тенгламанинг $\Phi(x, y, C_1, \ldots, C_n) = 0$ умумий интегралидан $C_1, C_2, \ldots, C_n$ ўзгармас миқдорларнинг тайин бир тўпламида ҳосил бўладиган интегралидир (қ. Общее решение).

Адаб.: В. В. Степанов, Курс дифференциальных уравнений, Гостехиздат, М. 1959.

ЧЕБЫШЕВА ЗАКОН — ЧЕБИШЕВ ҚОНУНИ — катта сонлар қонунининг бир кўриниши (қ. Больших чисел закон).

ЧЕБЫШЕВА МНОГОЧЛЕНЫ — ЧЕБИШЕВ КЎПҲАДЛАРИ — ортогонал кўпҳадлар системаси. Бу кўпҳадларни биринчи бўлиб аниқлаган ва ўрганган рус математиги П. Л. Чебишев номи билан аталган. $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ ёки $T_n(x) = 2^{n-1} x^n - \frac{n}{1!} 2^{n-3} x^{n-2} + \frac{n(n-3)}{2!} 2^{n-5} x^{n-4} - \frac{n(n-4)(n-5)}{3!} \times 2^{n-7} x^{n-6} + \ldots$ кўринишдаги кўпҳадлар Ч. к. деб аталади. Ч. к. $[-1, 1]$ да $1 : \sqrt{1 - x^2}$ вазнига нисбатан ортогоналдир. Ч. к. $T_{n+1}(x) = 2x \cdot T_n(x) - T_{n-1}(x)$ рекуррент муносабатга бўйсунади. Ч. к. $[-1, +1]$ да узлуксиз бўлган $f(x)$ функцияни кўпҳадлар бўйича қаторга ёйишда муҳим роль ўйнайди. Ч. к. нинг муҳим хусусияти шуки, $\frac{T_n(x)}{2^{n-1}}$ кўпҳад $[-1, +1]$ кесмада 0 дан энг кам четланади.

Ч. к. — Якоби кўпҳадининг хусусий ҳолидир (қ. Якоби многочлены). Ч. к. дан ташқари яна Чебишев—Лагерр ва Чебишев — Эрмит кўпҳадлари ҳам маълум. Чебишев—Лагерр кўпҳадлари қуйидаги формула билан аниқланади:

$$L_n(x) = (-1)^n e^x \frac{d^n}{dx^n}(x^n e^{-x}), \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Бу кўпҳадлар $x \geqslant 0$ ярим тўғри чизиқда e^{-x} вазнга нисбатан ортогоналдир. Чебишев — Лагерр кўпҳадлари бўйсунадиган рекуррент муносабат:

$$L_{n+1}(x) = (x - 2n - 1)\ L_n(x) - n^2 L_{n-1}(x).$$

Чебишев—Эрмит кўпҳадлари қуйидаги формула билан аниқланади:

$$H_n(x) = e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2} \quad (n = 1, 2, \ldots).$$

Бу кўпҳадлар бутун тўғри чизиқда e^{-x^2} вазнга нисбатан ортогоналдир. Чебишев — Эрмит кўпҳадлари бўйсунадиган рекуррент муносабат:

$$H_{n+1}(x) - 2xH_n(x) + 2nH_{n-1}(x) = 0 \quad \text{ва}$$

$$H_n'(x) - 2nH_{n-1}(x) = 0.$$

Адаб.: П. Л. Чебышев, Полное собрание сочинений, тт. 2—3, Изд-во АН СССР, М.—Л., 1947—1948.

ЧЕБЫШЕВА НЕРАВЕНСТВО — ЧЕБИШЕВ ТЕНГСИЗЛИГИ: 1°. Эҳтимоллар назариясидаги Ч. т. — $P\{|\xi|>\varepsilon\} \leqslant \frac{D\xi}{\varepsilon^2}$ тенгсизлик, бу ерда ξ — тасодифий миқдор, $P\{|\xi|>\varepsilon\}$ — ξ тасодифий миқдор модули бўйича ε дан катта қиймат олишининг эҳтимоли, $D\xi$ — тасодифий миқдорнинг дисперсияси (қ.). Ч. т. ва унинг умумлаштирилган кўринишлари катта сонлар қонунини исботлашда қўлланилади.

2°. Сонлар назариясидаги Ч. т. Агар x дан катта бўлмаган туб сонлар нечта эканини кўрсатувчи сонни $\pi(x)$ билан белгиласак, у ҳолда шундай ўзгармас a ва b сонлар ($a<b$) мавжудки, бунда

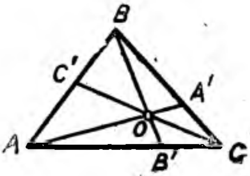
$$a\frac{x}{\ln x}<\pi(x)<b\frac{x}{\ln x}$$

тенгсизлик бажарилади, $x \geqslant 2$ бўлганда бу тенгсизлик Ч. т. деб аталади. Сўнгра П. Л. Чебишев ўз номи билан аталган тенгсизликда a ва b сифатида $a=0{,}92129$ ва $b=1{,}10555$ сонларни олиш мумкин эканлигини кўрсатди. Ч. т. туб сонлар назариясининг ривожланишига қўшилган йирик ҳисса бўлди. Жумладан, П. Л. Чебишев бу тенгсизликдан фойдаланиб, Бертран постулатини (қ.) осонгина исбот қилди.

ЧЕВИАНА (Чеви прямая) — **ЧЕВИАНА** (Чева тўғри чизиғи) — қ. Чевы теорема.

ЧЕВЫ ТЕОРЕМА — ЧЕВА ТЕОРЕМАСИ: агар ΔABC нинг учларини ўша учбурчак текислигида ётган O нуқта билан туташтирувчи тўғри чизиқлар қарши ётган томонларни (ёки уларнинг давомларини) мос равишда A', B', C' нуқталарда кесиб ўтса (318-расм), у ҳолда қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$\frac{AC'}{C'B}\cdot\frac{BA'}{A'C}\cdot\frac{CB'}{B'A}=1.$$



318-расм.

Агар бу кесмаларнинг йўналиши бир хил бўлса (масалан, AC' ва $C'B$), кесмалар нисбати мусбат деб олинади, агар кесмалар йўналиши бир хил бўлмаса, кесмалар нисбати манфий деб олинади.

Ч. т. ни қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$(ABC')\cdot(BCA')\cdot(CAB')=1,$$

бу ерда (ABC') — учта A, B, C' нуқтанинг содда нисбати. Тескари теорема ҳам ўринлидир: агар C', A', B' нуқталар мос равишда учбурчакнинг AB, BC ва CA томонларида ёки уларнинг давомларида шундай жойлашган бўлсаки, бунда

$$(ABC')\cdot(BCA')\cdot(CAB')=1$$

тенглик ўринли бўлса, у ҳолда AA', BB' ва CC' тўғри чизиқлар бир нуқтада кесишади ёки параллел бўлади (хосмас нуқтада кесишади). Бир нуқтада кесишадиган ва учбурчакнинг учларидан ўтадиган AA', BB' ва CC' тўғри чизиқлар Чева тўғри чизиқлари ёки чевианалар деб аталади. Ч. т. проектив характерлидир. Ч. т. метрик жиҳатдан Менелай теоремаси (қ.) билан ўзаро муносибдир. Ч. т. уни исбот қилган (1678) итальян геометри Жованни Чева номи билан аталади.

Адаб.: С. И. Зетель, Задачи на максимум или минимум, Гостехиздат, М.—Л., 1948; Н. А. Глаголев, Проективная геометрия, М.—Л., 1936.

ЧЕТВЕРКИ-БЛИЗНЕЦЫ — ҚЎШАЛОҚ ТЎРТЛИКЛАР. Яқин кунларга қадар математик адабиётда «қўшалоқ» сўзи туб сонларнинг натурал қаторида (2 ва 3 дан бошқа) бир-бирига энг яқин турган туб сонлар жуфтига, яъни туб сонларнинг $p_1 = n - 1$ ва $p_2 = n + 1$ кўринишдаги жуфтигагина қўшиб айтилиб келган.

Кейинги вақтларда натурал сонлар кетма-кетлигидаги қўшалоқ туб сонларгина эмас, балки туб сонларнинг бир-бирига энг яқин турган $p_1 = n - 4$, $p_2 = n - 2$, $p_3 = n + 2$, $p_4 = n + 4$ кўринишдаги тўртлиги ҳам тадқиқ қилинмоқда.

Иккита туб сондан иборат эгизакларни тўртта туб сондан иборат эгизаклардан фарқ қилиш учун аввалги эгизакларни қўшалоқ туб сонлар деб, кейинги эгизакларни қўшалоқ тўртликлар деб аташ қулай.

Барча қўшалоқ (3 ва 5 дан ташқари) туб сонларни ўз ичига олган энг нодир (яъни айирмаси энг катта) арифметик прогрессиялар — айирмаси 6 бўлган $6n + 5$ ва $6n + 7$ прогрессиялардир. Шунга ўхшаш, барча қўшалоқ тўртликларни (5, 7, 11, 13 дан ташқари) ўз ичига олган энг нодир арифметик прогрессиялар — айирмаси 30 бўлган $30n + 11$, $30n + 13$, $30n + 17$, $30n + 19$ прогрессиялардир.

Бу прогрессияларнинг ифодаларидан 10000 гача бўлган сонлар ичидаги барча дастлабки қўшалоқ тўртликлар (5, 7, 11, 13 дан ташқари) n га 0, 3, 6, 27, 49, 108, 187, 314 қийматлар берилганда ҳосил бўлади. Бу ифодалардан кўриниб турибдики, ҳар қандай қўшалоқ тўртликдаги туб сонларнинг (уларнинг ўсиб бориши тартибида) охирги рақамлари ҳамма вақт 1, 3, 7 ва 9 бўлади.

Қўшалоқ тўртликлар, қўшалоқ туб сонлар сингари, натурал кетма-кетликда чексиз кўп бўлади деб фараз қилинади. Лекин бу фаразларнинг биринчисини ҳам, иккинчисини ҳам ҳеч ким исбот қилган ҳам эмас, рад қилган ҳам эмас.

В. А. Голубев (1959) 1 дан 10000000 гача бўлган натурал қаторда 899 та қўшалоқ тўртлик борлигини, 1 билан 15 миллион ичида 1209 та қўшалоқ тўртлик борлигини ҳисоблаб топган. Ҳозирги вақтда маълум бўлган энг катта қўшалоқ тўртликни А. Ферье топган. Бу тўртлик қуйидаги тўртта туб сондан иборат: 2 863 308 731, 2 863 308 733, 2 863 308 737, 2 863 308 739.

Адаб.: В. Серпинский, Что мы знаем и чего не знаем о простых числах, перев. с польского, Физматгиз, М., 1963.

ЧИСЕЛ ТЕОРИЯ—СОНЛАР НАЗАРИЯСИ — математиканинг бутун сонлар, рационал ва алгебраик сонлар хоссаларини ўрганишга бағишланган бўлими. С. н. ихтиёрий сонларнинг рационал сонларга яқинлашиш имкониятларидан келиб чиқадиган хоссаларини ҳам ўрганади.

С. н. жуда қадим даврларда ривожлана бошлаган. Эрамиздан олдинги VI асрдаёқ Грецияда Пифагор мактабида бутун сонларнинг ҳар хил хоссалари (уларнинг бўлиниши, туб, мураккаб ва квадрат сонлар синфларига ажралиши), баркамол сонларнинг (қ. Совершенные числа) структураси ўрганилган, $x^2 + y^2 = z^2$ тенгламанинг бутун сонлардаги ечими берилган (қ. Пифагоровы числа).

Грек математикларидан Евклид, Эратосфен, Диофантларнинг илмий ишлари С. н. га бағишланган эди. Хитойда календарь тузиш муносабати билан олимлардан Сунь-цзи (II — VI асрлар), Цинь Цзю-шао (XIII аср) С. н. билан шуғулланган. Ҳиндистонда тенгламаларнинг бутун сонлар билан ифодаланган ечимлари тадқиқ этилган (VII асрда Барамагута, XII асрда Бхаскара).

Европада С. н. Ферманинг (XVII аср) ишларидан бошлаб интенсив ривожланади (қ. Ферма великая теорема). Аналитик С. н. га асос солган петербурглик математик Л. Эйлер С. н. нинг ривожланишига катта ҳисса қўшди. Эйлернинг Гольдбах билан бўлган ёзишмаларида баён этилган қуйидаги учта проблемасидан иккитаси ҳанузгача ҳал қилинмаган, биринчисини эса совет математиги акад. И. М. Виноградов 1937 йили ҳал қилган: 1) ҳар қандай туб N сони учта туб соннинг йиғиндисидан иборат; 2) жуфт сон (N) иккита туб соннинг йиғиндисидан иборат; 3) тоқ сон $N = p + 2k^2$ кўринишдаги йиғиндидан иборат (бу ерда k — бутун сон, p — туб сон).

С. н. нн қатъий системага солишда машҳур немис математиги К. Ф. Гауссннг ишлари катта таъсир кўрсатди: Гаусс таққосламалар назариясини яратди (қ. Сравнение), формаларнинг ҳозирги замон назариясига асос солди ва тригонометрик йиғиндиларни ўрганди.

Улуғ рус математиги П. Л. Чебишев С. н. га улкан ҳисса қўшди; у туб сонлар тўғрисидаги бир қатор энг яхши натижаларни қўлга киритди (қ. Чебышева неравенство, 2°; Бертрана постулат).

Ҳозирги вақтда С. н. да турли хил сонлар кетма-кетлигида туб сонларнинг қаерда қандай жойлашиш проблемасини ҳал қилишда элементар ва аналитик методлар қўлланилади; бутун сонлар тушунчасининг умумлаштирилишидан иборат бўлган алгебраик сонлар ҳам ўрганилади (қ. Алгебраические числа). Диофант тенгламаларини ечиш (қ. Диофантовы уравнения) ва Диофант яқинлашишларини топиш (қ. Диофантовы приближения) С. н. нинг алоҳида бир бўлимининг мавзуидир.

Адаб.: И. М. Виноградов, Основы теории чисел, Гостехиздат, М. —Л., 1952; А. О. Гельфонд, Трансцендентные и алгебраические числа, Гостехиздат, М., 1952; Энц. элем. матем., т. 1, Гостехиздат, М., 1951; А. А. Бухштаб, Теория чисел, Учпедгиз, М., 1960.

ЧИСЛЕННОЕ ЗНАЧЕНИЕ (числовое значение)—**СОН ҚИЙМАТИ**. $f(a, b, \ldots, z)$ алгебраик ифоданинг (функциянинг) сон қиймати—f ифодадаги $a, b, \ldots, z$ ҳарфлар ўрнига бирор тайин ҳақиқий сонларни (ҳарфларнинг олиш мумкин бўлган қийматлари соҳасида) қўйиб ва булар устида ҳарфлар устида бажарилиши лозим бўлган амалларни бажарганда ҳосил бўладиган ҳар қандай сон. Масалан, $f(a, b) = ab:(a^2 - b^2)$ нинг $a = 2$, $b = 1$ бўлгандаги сон қиймати $\frac{2}{3}$ га тенг, яъни $f(2, 1) = \frac{2}{3}$. Сон қийматни топиш мактабда функциялар тўғрисида бошланғич маълумот беришни ривожлантиришга доир машқларнинг бир тури ҳисобланади.

Адаб.: В. Л. Гончаров, Вычислительные и графические упражнения с функциональным содержанием, Изд-во АПН РСФСР, М. 1948; В. Л. Гончаров, Арифметические упражнения и функциональная пропедевтика, Изд-во АПН РСФСР, М., 1947; Н. Н. Полозова, Сборник упражнений и задач по алгебре для VI и VII классов, Учпедгиз, Л., 1949.

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ — СОНЛИ ИНТЕГРАЛЛАШ — математиканинг аниқ интегралларни (аниқ аналитик ифодасини ҳисоблаб чиқариш мумкин бўлмаган ёки жуда қийин бўлган ҳолларда) тақрибий ҳисоблаш ва дифференциал тенгламаларни тақрибий ечишга бағишланган бўлимидир. Интегралларни тақрибий ҳисоблашнинг аналитик методлари қўлланилганда интеграл остидаги функция бирор соддароқ ифода билан, кўпинча эса бирор x_k нуқталарда (интерполяция тугунларида) $f(x_k)$ қийматлар қабул қиладиган интерполяцион кўпҳад билан алмаштирилади. Бу ҳолда С. и. формулалари

$$\int_a^b f(x)\,dx = \sum_{k=1}^{n} A_k f(x_k)$$

кўринишда бўлади, бу ерда A_k коэффицнент интеграллаш оралиғига, функциянинг кўринишига, интерполяция тугунларига, уларнинг сонига боғлиқдир. Бу формулалар квадратура формулалари ёки механик квадратура формулалари деб аталади. Улардан энг соддаси Котес формулаларидир (буларда x_k нуқталар $[a, b]$ кесмани тенг қисмларга бўлади), булар жумласига тўғри тўртбурчаклар, трапециялар, Симпсон формулалари (параболалар формулалари) киради (қ. Прямоугольников формулы, Парабол формулы, Трапеций формулы). Интерполяция тугунлари $[a, b]$ ораликни тенг қисмларга ажратмаган ҳолда даражаси $(2n - 1)$ дан (n—интерполяция тугунлари сони) ортиқ бўлмаган кўпҳадлардан олинадиган интегрални ҳисоблаш формулаларини Гаусс, даражаси $(2n - 3)$ дан юқори бўлмаган кўпҳадларга оид бундай формулани Марков, даражаси $(n - 1)$ дан ортиқ бўлмаган кўпҳадларга оид бундай формулани Чебишев топган. С. и. нинг баъзи формулаларини акад. В. А. Стеклов топган. Эйлернинг интегрални интеграл остидаги функция ва унинг ҳосилаларининг баъзи нуқталардаги қийматлари ва Бернулли сонлари орқали ифодалайдиган формуласи (қ. Эйлера формула, Бернулли числа), шунингдек Лапласнинг интегрални функциянинг қийматлари ва бу қийматларнинг чекли айирмалари орқали ифодалайдиган формуласи (қ. Лапласа формула) кўп қўлланилади.

Дифференциал тенгламани тақрибий ечишда унинг ечими чексиз қатор кўринишида изланиб, бу қаторнинг бир қанча (чекли) ҳадлари олинади (қ. Неопределенных коэффициентов метод). Турли хил чегаравий масалаларни ечишда (қ. Краевая задача) кўпинча тригонометрик қаторлардан (қ. Тригонометрические ряды) ва ортогонал функцияларнинг умумийроқ қаторларидан фойдаланилади. Агар тенгламада жуда кичик ўзгармас кўпайтувчили ҳадлар қатнашиб, бу ҳадларни бошқа ҳадларга нисбатан эътиборга олмайдиган бўлса, у ҳолда бу тенгламанинг ечими шундай қатор кўринишида изланадики, бу қаторнинг биринчи ҳади майда ҳадлари қатнашмаган ечим бўлиб, қолган ҳадлари эса тенгламага кирувчи жуда кичик миқдорнинг (кичик параметрнинг) ўсиб борувчи даражалари бўйича жойлашади. Дифференциал тенгламаларни ечишнинг жуда кўп аналитик усуллари бор. Қ. Последовательных приближений метод, Чаплыгина метод, Ритца метод, Галеркина метод.

Сонли усуллар ечимнинг битта ёки бир қанча нуқталардаги маълум қийматларидан фойдаланиб, аргументнинг баъзи қийматларидаги тақрибий ечимни топишга имкон беради.

Кўпинча Рунге ва Эйлер методлари (қ.), шунингдек турли хил айирмали формулалар қўлланилади, бу формулаларда ечим қуйидаги чизиқли комбинациялар кўринишида изланади:

$$y(x_i),\ \eta_i = hf(x_i,\ y_i),\ \Delta\eta_j = \eta_{j+1} - \eta_j,\ \Delta^i\eta_j = \Delta^{i-1}\eta_{j+1} - \Delta^{i-1}\eta_j.$$

Бунга Адамс формуласи (қ.) ва унинг Штёрмер топган умумлаштириши мисол бўла олади.

Дифференциал тенгламаларни ечишнинг график усуллари бор, бу усулларнинг кўпчилиги сонли усуллар асосида яратилган. Кейинги вақтларда дифференциал тенгламаларни ечиш учун электрон ҳисоб машиналари кенг қўлланилмоқда.

Адаб.: А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, изд. 6, Гостехиздат, М., 1954; В. Э. Милн, Численный анализ, М., 1951; Я. С. Безикович, Приближенные вычисления, Гостехиздат, Л.—М., 1949.

ЧЕТНАЯ ПЕРЕСТАНОВКА — ЖУФТ ЎРИН АЛМАШТИРИШ — инверсиялари (қ.) сони жуфт бўлган ўрин алмаштириш.

ЧЕТНАЯ ПОДСТАНОВКА — ЖУФТ ЎРНИГА ҚЎЙИШ — иккала сатридаги инверсиялар (қ.) сонининг йиғиндиси жуфт бўлган n-даражали ўрнига қўйиш. Ўрнига қўйишнинг декременти (қ.) жуфт бўлганда ва фақат шунда ўрнига қўйиш жуфт бўлади. n-даражали барча Ж. ў. қ. лар сони $\frac{n!}{2}$ га тенг. Барча Ж. ў. қ. лар тўплами ўрнига қўйишларни кўпайтириш операциясига нисбатан (қ. Умножение подстановок) ишораси ўзгарувчи группа (қ.) ҳосил қилади.

ЧЕТНАЯ ФУНКЦИЯ — ЖУФТ ФУНКЦИЯ — аниқланиш соҳаси нолга нисбатан симметрик бўлган ва $f(-x) = f(x)$ хоссага эга бўлган $y = f(x)$ функция. Ж. ф. нинг графиги y ўқига нисбатан симметрикдир.

Мисоллар: 1) $y = \sqrt{1 - x^2}$, $-1 \leqslant x \leqslant 1$; 2) $y = \cos x$, $-\infty < x < \infty$; 3) $y = 1 - 3x^2 + 15x^{18}$, $-\infty < x < \infty$.

ЧЕТНЫЕ ЧИСЛА — ЖУФТ СОНЛАР — 2 га каррали бўлган бутун сонлар, масалан: 0, 2, 4, 6, 8 ва ҳоказо. Сон ўнли системада ёзилганда охирги рақами жуфт бўлганда (0, 2, 4, 6 ёки 8) ва фақат шу ҳолда у жуфт бўлади.

ЧИСЛИТЕЛЬ — СУРАТ. 1°. $\frac{p}{q}$ арифметик касрнинг С. — бирликнинг q дан бир улушлари сонига тенг бўлган p сон. Бунда q сони касрнинг махражи (бўлувчиси) деб аталади. С. баъзан бўлинувчи деб ҳам аталади.

2°. $\frac{f(a,\ b,\ \ldots,\ z)}{\varphi(a,\ b,\ \ldots,\ z)}$ алгебраик касрнинг С. — f кўпҳаддир (бўлинувчи). Бунда φ кўпҳад касрнинг махражи (бўлувчиси) деб аталади.

Арифметик ёки алгебраик оддий касрнинг С. ва махражи касрнинг ҳадлари деб аталади (қ. Дробь).

ЧИСЛО — СОН — математиканинг асосий тушунчаларидан бири бўлиб, дастлаб буюмларни санашга бўлган эҳтиёж туфайли пайдо бўлган ва сўнгра математик билимларнинг ривожлана бориши билан такомиллашган. Антик дунё олимларининг асарларидаёқ натурал сонлар қатори чексиз экани аниқланган (эрамиздан олдинги III аср). Натурал сонлар қаторининг, туб сонлар қаторининг чексиз эканлиги проблемалари ва истаганча катта бўлган сонга ном бериш Евклиднинг машҳур «Асослар» асарида ва Архимеднинг «Қум санаш» («Псаммит») китобида муҳокама қилинган.

Қўшиш (қ. Сложение), айириш (қ. Вычитание), кўпайтириш (қ. Умножение), бўлиш (қ. Деление) тушунчалари киритилиши билан сонлар ва улар устида бажариладиган амаллар тўғрисидаги фан — арифметика (қ.) ривожлана бошлади. Натурал сонлар қаторидаги чуқур қонуниятлар ҳозир ҳам ўрганилмоқда ва бу соҳа сонлар назариясини ташкил этади (қ. Чисел теория). Натурал сон тушунчаси шунчалик содда ва табиий кўринадики, фанда уни бирор содда тушунчаларнинг терминлари орқали таърифлаш масаласи қўйилган ҳам эмас.

XIX асрнинг ўрталарига келиб математикада аксиоматик (қ.) методнинг ривожланиши ва математик анализ асосларини яратиш муносабати билан натурал сон тушунчасини асослаш зарур бўлиб қолди. Буни XIX асрнинг 70- йилларида немис математиги Кантор тўпламлар тушунчаси (қ. Множество) ва уларнинг тенг қувватлилиги, яъни бир тўплам элементларини иккинчи тўплам элементларига мос қўйиш мумкинлиги тушунчалари асосида кўрсатди (қ. Эквивалентные множества, Кантора—Бернштейна теорема). Тўпламдаги буюмлар сони, тўпламнинг элементлари сони мазкур тўплам ва унга эквивалент бўлган бошқа ҳар қандай тўплам учун умумий бўлган миқдор сифатида таърифланади. Натурал соннинг бошқа бир тушунчасини итальян математиги Пеано ўзи таърифлаган аксиомалар асосида берган (қ. Пеано аксиомы).

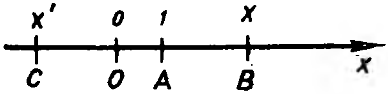
Натурал сонларнинг биринчи умумлаштирилиши каср сонлар бўлди; каср сонлар бирор миқдорни ўлчаш, яъни уни эталон деб қабул қилинган бошқа бирор миқдорга солиштириш орқасида пайдо бўлган (қ. Дроби). Сон тушунчасининг бундан кейинги кенгайтирилишига санаш ва ўлчаш эҳтиёжлалари эмас, балки фаннинг ривожланиши сабаб бўлган. Булардан биринчиси алгебранинг ривожланиши туфайли киритилган манфий сонлар бўлди. Европада манфий сонларни француз олими Декарт XVII асрда жорий қилди. Сўнгра иррационал сонлар (қ. Иррациональные числа) ишлатила бошлади. Дедекинд (қ.), Кантор (қ.), Вейерштрасс (қ.) каби немис математикларининг асарларида узлуксизлик тушунчасини ўрганиш сон тушунчасини ва унинг хоссаларини аниқлаштиришга олиб келди. Алгебраик тенгламалар назариясининг ривожланиши натижасида (XVIII аср) комплекс сон тушунчаси пайдо бўлди (қ. Комплексные числа).

Комплекс сонлар майдон ҳосил қилади; ҳамма комплекс сонлар тўпламини унга янги сонлар қўшиб олиш ҳисобига кенгайтириш мумкин эмас эканлигини, лекин кенгайтирилган тўпламда комплекс сонлар тўпламида ўринли бўладиган амаллар қонунлари ўринли бўлмаслигини Вейерштрасс кўрсатди.

Бу терминларга қаранг: Натуральное число, Рациональное число, Иррациональное число, Действительное число, Комплексное число, Алгебраическое число, Трансцендентное число, Кардинальное число, Трансфинитное число, *e*-число, Пи-число.

Адаб.: Энц. элем. матем., т. 1, М. — Л., 1951; И. Я. Депман, История арифметики, Учпедгиз, М., 1959.

ЧИСЛОВАЯ ОСЬ — СОНЛАР ЎҚИ — ҳақиқий сонларни тасвирлайдиган тўғри чизиқ бўлиб, унда: 1) мусбат йўналиш (*O* дан *A* га), 2) саноқ боши — *O* нуқта ва 3) *OA* бирлик кесма (масштаб) берилган. Ҳар қандай ҳақиқий сон қуйидаги қоидалар бўйича С. ў. да нуқта билан тасвирланади: ноль сони *O* нуқта билан тасвирланади. Ҳақиқий мусбат x сони шундай B нуқта (у ҳам x билан белгиланади) билан тасвирланадики, OB кесма OA кесма (ўқдаги мусбат йўналиш) билан бир хил йўналади ва OB кесма узунлигининг OA кесма узунлигига нисбати x га тенг бўлади. Ҳақиқий манфий x' сони шундай C нуқта (у ҳам x' билан белгиланади) билан тасвирланадики, OC кесманинг йўналиши OA кесма йўналишига қарама-қарши бўлади (яъни манфий йўналишли) ва OC кесма узунлигининг OA кесма узунлигига нисбати x' сонининг абсолют қийматига тенг бўлади (319-расм).



319-расм.

Сонлар билан С. ў. нинг нуқталари орасидаги бу ўзаро мослик ўзаро бир қийматлидир. Шунинг учун кўпинча x сони билан С. ў. даги унга мос нуқта (бу нуқта ҳам x нуқта билан белгиланиши мумкин) бир-биридан фарқ қилинмайди. С. ў. даги x_1 ва x_2 нуқталар орасидаги масофа $|x_2 - x_1|$ га, яъни тегишли x_1 ва x_2 сонлар айирмасининг абсолют қийматига тенг.

ЧИСЛОВАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ — СОНЛАР КЕТМА-КЕТЛИГИ — ҳадлари сонлардан иборат бўлган кетма-кетлик (қ. Последовательность).

ЧИСЛОВАЯ ПРЯМАЯ — СОНЛАР ТЎҒРИ ЧИЗИҒИ — сонлар ўқининг худди ўзи (қ. Числовая ось).

ЧЛЕН МНОГОЧЛЕНА — КЎПҲАДНИНГ ҲАДИ. n та $x_1, x_2, \dots, x_n$ номаълумли (ёки ўзгарувчили) бирор P майдондаги кўпҳаднинг ҳади—

$$Ax_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n} \qquad (*)$$

кўринишдаги ифода (функция), бу ерда $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ — тегишли номаълумларнинг даража кўрсаткичлари бўлган манфиймас бутун сонлар, A коэффициент — ўша P майдонининг элементи. Кўпҳаднинг ҳадида кўпайтувчиларнинг келиш тартибини ихтиёрий равишда ўзгартириш мумкин.

Бир қанча К. ҳ. ларнинг йиғиндиси P майдондаги кўпҳад деб аталади (қ. Многочлен). Агар К. ҳ. (*) кўринишда бўлса, у ҳолда $A \neq 0$ бўлганда α_i сон (*) ҳаднинг x_i номаълумга нисбатан даражаси деб аталади; (*) ҳаднинг барча номаълумлар тўпламига нисбатан даражаси деб $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i$ га тенг сонга айтилади.

ЧЛЕН ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ — ДЕТЕРМИНАНТНИНГ ҲАДИ. n-тартибли

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (*)$$

детерминантнинг ҳади — бу детерминантнинг ҳар бир сатри ва ҳар бир устунидан биттадан олинган n та элементининг ҳар қандай кўпайтмаси.

(*) детерминантнинг ҳаммаси бўлиб $n!$ ҳади бор. Масалан, $n=4$ бўлганда бу детерминантнинг ҳади $a_{12}\, a_{21}\, a_{34}\, a_{43}$ кўпайтма бўлади, лекин $a_{13}\, a_{32}\, a_{22}\, a_{41}$ кўпайтма Д. ҳ. бўлолмайди, чунки охирги кўпайтмада айни бир (иккинчи) устунга тегишли бўлган (турли устунларда ётмаган) a_{22} ва a_{32} элементлар қатнашади.

Ш

ШАР — ШАР — сфера (қ.) билан чегараланган геометрик жисм. Ш. ни доирани ўз диаметри атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган жисм деб ҳисоблаш мумкин. Ш. ни текислик билан ҳар қандай кесганда ҳосил бўлган кесим доирадир.

Радиуси R бўлган Ш. сиртининг юзи $S = 4\pi R^2$ формула билан, Ш. ҳажми $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ формула билан аниқланади. Маркази $O(a, b, c)$ ва радиуси R бўлган Ш. — фазонинг координаталари қуйидаги шартга бўйсунувчи (x, y, z) нуқталарининг геометрик ўрнидир (қ. Геометрическое место):

$$0 \leqslant \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} \leqslant R.$$

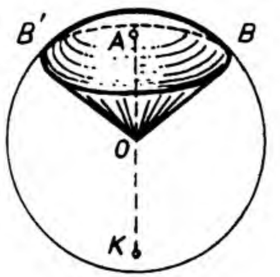
ШАРОВОЙ ПОЯС — ШАР КАМАРИ — шар сиртининг (сферик сиртнинг) иккита параллел кесувчи текислик орасидаги қисми. Ш. к. зона деб ҳам аталади. Ш.к. шар қатламининг (қ. Шаровой слой) ён сиртидан иборатдир.

ШАРОВОЙ СЕГМЕНТ — ШАР СЕГМЕНТИ — шарнинг кесувчи текислик билан сферик сиртининг икки қисмидан бири орасидаги қисми. Қ. Сегмент.

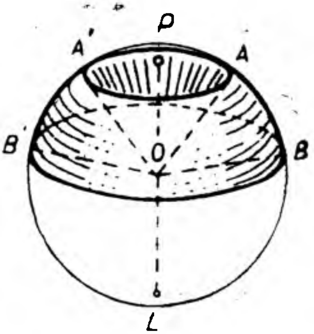
ШАРОВОЙ СЕКТОР — ШАР СЕКТОРИ — доиравий секторни унинг ёйи билан ички нуқталарга эга бўлмаган диаметр атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган геометрик жисм.

Биринчи тур ва иккинчи тур Ш. с. лари бўлади. Агар доиравий секторнинг радиуси айланиш ўқида, яъни AK диаметрда ётса (320- расм), у ҳолда ҳосил бўлган Ш. с. (BOB') биринчи тур Ш. с. дейилади. Агар PL диаметр доиравий AOB секторнинг AB ёйини кесиб ўтмаса, бу ҳолда ҳосил бўлган $ABOB'A'$ Ш. с. иккинчи тур Ш. с. деб аталади (321- расм).

Биринчи тур Ш. с. асосининг сирти — шар сегменти сирти, иккинчи тур Ш. с. асосининг сирти — шар камари. Биринчи тур Ш. с. — қавариқ фигура (қ. Выпуклая фигура), иккинчи тур Ш. с. қавариқмас (ботиқ) фигура.



320- расм.



321- расм.

ШАРОВОЙ СЛОЙ — ШАР ҚАТЛАМИ — шарнинг кесувчи параллел текисликлар орасидаги қисми.

ШАРОВЫЕ ФУНКЦИИ — ШАР ФУНКЦИЯЛАРИ — n-даражали бир жинсли гармоник полиномлар:

$$U_n = \sum_{p+q+r=n} a_{p,q,r}\, x^p y^q z^r.$$

Ш. ф. дан иборат бўлган n-даражали бир жинсли чизиқли эркли гармоник полиномларнинг умумий сони $2n+1$ га тенг. (r, θ, φ) сферик координаталар қўлланилганда Ш. ф. қуйидаги формула бўйича $y_n(\theta, \varphi)$ сферик функциялар (қ.) орқали ифодаланади:

$$U_n = r^n y_n(\theta, \varphi).$$

n-даражали ҳар бир U_n Ш. ф. га $(n-1)$-даражали $r^{-2n-1}U_n$ Ш. ф. мос келади. Ш. ф. математик физика масалаларидаги Лаплас тенгламасининг сферик сиртлар билан чегараланган соҳалардаги ечимидир.

ШЕННОНА ТЕОРЕМА — ШЕННОН ТЕОРЕМАСИ — информация назариясининг асосий теоремаларидан биридир. Қ. Теория информации.

ШТЕЙНЕРА ПОСТРОЕНИЯ — ШТЕЙНЕРНИНГ ГЕОМЕТРИК ЯСАШЛАРИ — текисликда фақат битта чизғич (бир томонлама, математик чизғич) ёрдамида бажариладиган геометрик ясашлар (қ. Построения геометрические). Ш. г. я. ни асосан швецариялик геометр Я. Штейнер ишлаб чиққан; текисликда доира берилган ва унинг маркази маълум бўлган ҳолда, фақат циркуль ва чизғич ёрдамида ечиладиган ҳар қандай планиметрик масалани фақат чизғич ёрдамида ечиш мумкин эканлигини Штейнер исбот қилган. Ш. г. я. проектив характерда бўлиб, Маскеронининг фақат циркуль ёрдамида бажариладиган ясашларига қарама-қарши қўйилади (қ. Маскерони построения).

ШТУРМА — ЛИУВИЛЛЯ ЗАДАЧА — ШТУРМ — ЛИУВИЛЛЬ МАСАЛАСИ — қуйидаги дифференциал тенгламага доир чегаравий масала (қ. Граничная задача):

$$[-p(x)y']' + q(x)y = \lambda y,$$
$$A_1 y(a) + B_1 y'(a) = 0,$$
$$A_2 y(b) + B_2 y'(b) = 0.$$

Нолдан фарқли ечимларни (хусусий функцияларни, қ. Собственная функция), шунингдек, λ параметрнинг бу ечимлар мавжуд бўладиган қийматларини (хусусий қийматларни, қ. Собственное значение) топиш лозим. Агар $p(x)$ ва $q(x)$ га бирор шартлар қўйилса, у ҳолда Ш. — Л. м.

$$-y'' + q(x)y = \lambda y \qquad (*)$$

тенгламага оид масалага келтирилади. Агар (*) тенгламадаги $q(x)$ функция $[a,b]$ да узлуксиз ва ҳақиқий бўлса, A_1, B_1, A_2, B_2 — ҳақиқий сонлар бўлса, у ҳолда ҳақиқий хусусий қийматларнинг чексизликка интилувчи ўсувчи $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$ кетма-кетлиги мавжуд бўлади ва λ_n нинг ҳар бир қийматига $\varphi_n(x)$ хусусий функция мос келади (ўзгармас кўпайтувчи аниқлигида), бу хусусий функция $a < x < b$ қисмида роса n та нолга эга бўлади. $\varphi_n(x)$ функциялар $[a, b]$ да функцияларнинг тўлиқ ортогонал системасини ҳосил қилади.

Адаб.: Б. М. Левитан, Разложение по собственным функциям дифференциальных уравнений второго порядка, Гостехиздат, М.—Л., 1950.

ШТУРМА ПРАВИЛО — ШТУРМ ҚОИДАСИ — ҳар бири берилган кўпҳаднинг биттадан илдизига эга бўлган кесишмайдиган интервалларни топишга имкон берадиган қоида. Ш. қ. қуйидагидан иборат. Илдизлари каррали бўлмаган $f(x)$ кўпҳад берилган (каррали илдизларни ажратиш усулини Кратный корень терминидан қараб олинг). $f_0(x), f_1(x), \ldots, f_s(x)$ кўпҳадлар системасини қараб чиқамиз, бу ерда $f_0(x) = f(x)$, $f_1(x) = f'(x), \ldots, f_{k+1}(x) = f_k(x)\, q_k(x) - f_{k-1}(x)$ бўлиб $(k = 1, 2, 3, \ldots, s-1)$, $q_k(x)$ шундай кўпҳадки, $f_{k+1}(x)$ нинг даражаси $f_k(x)$ нинг даражасидан кичик бўлади. Бу система қуйидаги хоссаларга эга: 1) f_k билан f_{k+1} нинг ($k = 0, 1, \ldots, s-1$) умумий ечимлари йўқ, 2) f_s кўпҳаднинг ҳақиқий илдизлари йўқ, 3) $f_k(x_0) = 0$ эканлигидан $f_{k-1}(x_0) \cdot f_{k+1}(x_0) < 0$ экани келиб чиқади ($k = 1, 2, \ldots, s-1$), 4) $f(x_0) = 0$ эканидан $f_1(x_0) \cdot f'(x_0) > 0$ экани келиб чиқади. $f_0(a), f(a), \ldots, f_s(a)$ сонлар қаторида ишоралар ўзгариш сонини $\theta(a)$ билан белгилаймиз. У ҳолда $\theta(b) - \theta(a)$ айирма a билан b орасидаги ҳақиқий илдизлар сонига тенг бўлади.

Адаб.: А. Г. Курош, Курс высшей алгебры, изд. 7, Физматгиз, М. — Л., 1962.

ШТУРМА ТЕОРЕМЫ — ШТУРМ ТЕОРЕМАЛАРИ — 2-тартибли чизиқли дифференциал тенгламалар ечимларининг ноллари ҳақидаги теоремалар. $y'' + q(x)y = 0$ тенгламанинг чизиқли эркли ечимлари $y_1(x)$ ва $y_2(x)$ бўлсин. Агар x_1, x_2 лар $y_1(x)$ ечимининг кетма-кет келган ноллари бўлса, у ҳолда $y_2(x)$ ечим x_1 билан x_2 орасида роса битта нолга эга бўлади.

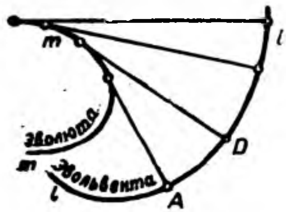
Таққослаш теоремаси деб аталувчи қуйидаги теорема жуда муҳимдир: $y'' + q_1(x)y = 0$, $z'' + q_2(x)z = 0$ икки тенглама берилган ва (a, b) интервалда $q_2(x) \geqslant q_1(x)$; унда биринчи тенгламанинг ҳар қандай $y_1(x)$ ечимининг иккита ноли орасида иккинчи тенгламанинг ҳар бир $z_1(x)$ ечимининг камида битта ноли бўлади.

Ш. т. Штурм—Лиувилль (қ.) масаласининг, яъни бир жинсли чегаравий шартли $y'' + q(x)y = \lambda y$ тенгламанинг хусусий қийматларини (қ. Собственное значение) тадқиқ этишда қўлланилади.

Э

ЭВОЛЮТА кривой l — l эгри чизиқ **ЭВОЛЮТАСИ** — l эгри чизиқ эгрилик марказларининг геометрик ўрни (қ. Центр кривизны). l эгри чизиқ ўзининг Э. га нисбатан эвольвента (қ.) ёки инволюта деб аталади. Э. га ўтказилган уринмалар эвольвентага нормаль бўлади.

ЭВОЛЬВЕНТА кривой m — m эгри чизиқ **ЭВОЛЬВЕНТАСИ** — шундай l эгри чизиқки, унинг учун m эгри чизиқ эволюта (қ.) бўлади. Э. эгри чизиққа ўраладиган ёки ундан тарқатиладиган ипнинг A ёки D учининг траекторияси сифатида ҳосил қилиниши мумкин (322- расм); Э. сўзи «ёйилма» маъносини англатади.



322- расм.

Фазовий эгри чизиқнинг Э. ни бу эгри чизиққа ўтказилган уринмаларининг ортогонал траекторияси деб таърифлаш мумкин.

Лат. evolvo — ёяман.

Адаб.: П. К. Рашевский. Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, М., 1950.

ЭЙЗЕНШТЕЙНА КРИТЕРИЙ — **ЭЙЗЕНШТЕЙН КРИТЕРИЙСИ** — коэффициентлари бутун сонлар бўлган кўпҳад рационал сонлар майдонида келтирилмайдиган бўлишининг етарли шартлари. Агар $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$ — коэффициентлари бутун сон бўлган кўпҳад бўлса, Э. к. бундай даъво қилади: $f(x)$ кўпҳаднинг рационал сонлар майдонида келтирилмайдиган бўлиши учун шундай p туб соннинг мавжуд бўлиши етарлидирки, бунда a_0 коэффициент p га бўлинмайди, a_i эса ($i = 1, 2, \ldots, n$ бўлганда) p га бўлинади, лекин a_n ҳад p^2 га бўлинмайди. Масалан, $x^n \pm 2$, $x^n \pm 10$, $x^n \pm 6$ кўпҳадлар ҳар қандай $n > 1$ натурал сонда Э. к. га мувофиқ, рационал сонлар майдонида келтирилмайди.

ЭЙЛЕРА ИНТЕГРАЛЫ первого и второго рода — биринчи тур ва иккинчи тур **ЭЙЛЕР ИНТЕГРАЛЛАРИ** — қуйидаги кўринишдаги интеграллардир:

$$\mathrm{B}(p, q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}\,dx \quad \text{ва} \quad \Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t}t^{z-1}dt.$$

Биринчи тур Э. и. икки p ва q параметрга боғлиқ бўлган функция — B(бета) функциядир. Бу функцияни И. Ньютон, Ж. Валлис, Эйлер ўрганган. Лежандрнинг таклифига мувофиқ, бу интеграл Э. и. деб аталган. $\mathrm{B}(p, q)$ функция симметрикдир, яъни $\mathrm{B}(p,q) = \mathrm{B}(q,p)$; қуйидаги формула ўринлидир:

$$\mathrm{B}(a, b) = \frac{b-1}{a+b-1}\mathrm{B}(a, b-1),$$

бу формулани кетма-кет татбиқ этганда (b параметр натурал n сонига тенг бўлганда) бундай формула ҳосил бўлади:

$$B(a, n) = \frac{n-1}{a+n-1} \cdot \frac{n-2}{a+n-2} \cdots \frac{1}{a+1} B(a, 1) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1)}{a(a+1)(a+2) \ldots (a+n-1)},$$

агар a ҳам натурал m сонига тенг бўлса, у ҳолда:

$$B(m, n) = \frac{(n-1)!\,(m-1)!}{(m+n-1)!} \quad (0! = 1).$$

Қуйидаги формулалар ҳам ўринлидир:

$$B(p, q) = \int_0^\infty \frac{y^{p-1}}{(1+y)^{p+q}} dy,\ B(a, 1-a) = \frac{\pi}{\sin a\pi},\ 0 < a < 1,\ B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \pi.$$

Иккинчи тур Э. и. $\Gamma(z)$ гамма-функция бўлиб, уни Эйлер 1729 — 1730 йилларда ўрганган. Буни ҳам Лежандр Э. и. деб атаган.

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt$$

формула мавҳум ўқдан ўнг томонда регуляр функцияни аниқлайди, бу функцияни мавҳум ўқдан чап томонга давом эттириш мумкин. $\Gamma(z)$ функция $z = -n$ қутбда $(-1)^n\, n!$ чегирмага эга бўлган $z = 0, -1, -2, \ldots, -n$ оддий қутбли мероморф функция (қ.) экан. $\Gamma(z)$ нинг бир қатор ажойиб хоссалари бор:

$$\Gamma(z+1) = z\,\Gamma(z),\ \Gamma(z)\,\Gamma(1-z) = \pi : \sin \pi z,\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}.$$

Биринчи ва иккинчи тур Э. и. бир-бирига

$$B(p, q) = \Gamma(p)\,\Gamma(q) : \Gamma(p+q)$$

муносабат билан боғланган. $z = a > 0$ бўлганда машҳур Эйлер — Гаусс формуласи ҳосил бўлади:

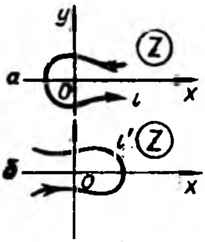
$$\Gamma(a) = \lim_{n\to\infty} \frac{(n-1)!}{a(a+1) \ldots (a+n-1)}.$$

n натурал бўлганда $\Gamma(n+1) = n!$, $\Gamma(a+n) = (a+n-1)(a+n-2) \ldots (a+1) \cdot a \cdot \Gamma(a)$, $n \to \infty$ да $\Gamma(a) \to \infty$. $(\Gamma(z))^{-1}$ учун чексиз кўпайтма кўринишдаги ифода ҳосил қилиниши мумкин (қ. Бесконечное произведение):

$$[\Gamma(z)]^{-1} = e^{Cz} z \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{z}{k}\right) e^{-\frac{z}{k}},$$

бу ерда C — Эйлер доимийси (қ. Эйлера постоянная), k — натурал сон. Бу формуладан $\frac{1}{\Gamma(z)}$ нинг бутун функция экани кўриниб турибди (қ. Целая функция). Қуйидаги формула ҳам ўринлидир:

$$\Gamma(z)\,\Gamma\left(z+\frac{1}{m}\right)\Gamma\left(z+\frac{2}{m}\right) \ldots \Gamma\left(z+\frac{m-1}{m}\right) = (2\pi)^{\frac{1}{2}(m-1)} \cdot m^{\frac{1}{2} - mz}\,\Gamma(mz),$$



323- расм.

$\Gamma(z)$ функцияни контурли интеграл билан ҳам ифодалаш мумкин:

$$\Gamma(z) = (1:e^{2\pi\, iz} - 1) \int_{(l)} e^{-t} t^{z-1} dt,$$

бу ерда l—323-*а* расмда тасвирланган ёки

$$1:\Gamma(z) = (1:2\pi i) \int_{(l')} e^{\tau} \tau^{-z} d\tau$$

кўринишдаги контур (l' контур 323-*б* расмда кўрсатилган). Гипергеометрик функция Эйлер интеграли орқали ифодаланиши мумкин:

$$F(\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ 1) = \Gamma(\gamma)\cdot\Gamma(\gamma-\alpha-\beta):\Gamma(\gamma-\alpha)\,\Gamma(\alpha-\beta).$$

Адаб.: В. И. Смирнов, Курс высшей математики, т. III, ч. 2, Гостехиздат, М., 1956; Г. М. Фихтенгольц, Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, II т., 1958.

ЭЙЛЕРА КРИТЕРИЙ — ЭЙЛЕР КРИТЕРИЙСИ. Таққосламалар назариясида **Э. к.** p туб модул бўйича квадратик чегирмаларни (қ. Квадратический вычет) **ва квадратик** чегирмамасларни (қ. Квадратический невычет) аниқлаш учун ишлатилади. Э. к. бундай таърифланади: агар $(a,\ p) = 1$ бўлса, у ҳолда

$$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv \left(\frac{a}{p}\right) (\mathrm{mod}\ p)$$

бўлади, бу ерда p — тоқ туб сон, $\left(\frac{a}{p}\right)$ — Лежандр символи (қ.).

ЭЙЛЕРА МЕТОД ломаных — синиқ чизиқларнинг **ЭЙЛЕР МЕТОДИ** — дифференциал тенгламаларни тақрибий (сонли) ечишнинг энг содда усулларидан бири; **буни** Эйлер 1768 йилда топган. Бу усулнинг асосий ғояси дифференциал тенгламанинг $y(x)$ ечимининг бирор тайин $[x_0,\ b]$ кесманинг $x_1,\ x_2,\ \ldots\ x_n$ нуқталаридаги тақрибий қийматларини ҳисоблаб топишга қаторларни татбиқ этишдан иборат, бу ерда x_0 нуқта $y_0 = y(x_0)$ бошланғич шартни белгилайди.

$y(x_1)$ ни ҳисоблаб чиқариш учун унн $h = x_1 - x_0$ нинг даражалари бўйича қаторга ёйиш ва бу қаторнинг чекли сондаги ҳадларини олиш керак, бу ерда $x_1 = x_0 + h,\ h = \frac{b - x_0}{n}$. Агар қаторнинг дастлабки иккитагина ҳади олинса:

$$y(x_k) = y(x_{k-1}) + hf(x_{k-1},\ y_{k-1}),\ x_k = x_0 + hk.$$

Синиқ чизиқлар методи мана шундан иборат: ҳар бир $[x_k,\ x_{k+1}]$ кесмада **интеграл** эгри чизиқ Эйлер синиқ чизиғининг тўғри чизиқли кесмаси билан алмаштирилади. $h \to 0$ да Эйлер синиқ чизиклари ҳамиша интеграл эгри чизиққа интилиши умумийроқ фаразларда исбот қилинади.

ЭЙЛЕРА ОКРУЖНОСТЬ — ЭЙЛЕР АЙЛАНАСИ — тўққиз нуқта айланасининг **худди** ўзи (қ. Окружность девяти точек).

ЭЙЛЕРА ПОДСТАНОВКИ — ЭЙЛЕР АЛМАШТИРИШЛАРИ — $\int R(x,\ y)dx$ кўринишдаги интегралларни рационал функциялардан олинган интегралларга келтирадиган уч хил алмаштиришлар, бу ерда $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ ва $R(x,\ y)$ — x **ва** y **нинг** рационал функцияси.

$a > 0$ бўлса, биринчи Э. а. қўлланилади: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = t - x\sqrt{a}$; агар $c > 0$ бўлса, иккинчи Э. а.: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = xt + \sqrt{c}$; агар $ax^2 + bx + c$ учҳаднинг илдизлари ҳақиқий ва λ — бу илдизлардан бири бўлса, учинчи Э. а. ишлатилади: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = t(x - \lambda)$.

ЭЙЛЕРА ПОСТОЯННАЯ — ЭЙЛЕР ДОИМИЙСИ — қуйидаги лимитдир:

$$\lim_{n\to\infty}\left\{\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}-\ln n\right\}=C=0{,}577215\ \ldots$$

Бу доимийни Эйлер текширган ва C ни қатор ва интеграллар орқали ифодалаган, масалан:

$$C=\int_0^1\left(\frac{1}{1-x}+\frac{1}{\ln x}\right)dx,\quad 1-C=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}\{\zeta(n)-1\},$$

бу ерда $\zeta(n)$ — дзета-функция. Э. д. махсус функцияларнинг ҳар хил синфларида учрайди.

ЭЙЛЕРА ПРЯМАЯ — ЭЙЛЕР ТЎҒРИ ЧИЗИҒИ — учбурчакнинг M оғирлик маркази (медианаларнинг кесишув нуқтаси), ташқи чизилган доиранинг O маркази ва H ортомарказ жойлашган тўғри чизиқ. Бунда

$$OM : MH = 1 : 2$$

тенглик ўринлидир. Турли томонли ва тенг ёнли учбурчакларда ягона Э. т. ч. мавжуд; тенг ёнли учбурчакда Э. т. ч. — учбурчакнинг симметрия ўқидир. Тенг томонли учбурчакда Э. т. ч. дастаси мавжуд.

Бу тўғри чизиқ унинг бу хоссасини топган улуғ математик Л. Эйлер шарафига Э. т. ч. деб аталган.

Адаб.: С. И. Зетель, Новая геометрия треугольника, Учпедгиз, М., 1940; **Д. И. Перепелкин**, Курс элементарной геометрии, Гостехиздат, М., — Л., 1948.

ЭЙЛЕРА СПИРАЛЬ — ЭЙЛЕР СПИРАЛИ — Корню спирали (қ.) ёки клотоиданинг (қ.) худди ўзи.

ЭЙЛЕРА ТЕОРЕМА — ЭЙЛЕР ТЕОРЕМАСИ. 1°. Таққосламалар назариясида Э. т. бундай даъво қилади: агар $(a, m)=1$ бўлса, у ҳолда $a^{\varphi(m)}\equiv 1\ (\mathrm{mod}\ m)$, бу ерда $\varphi(m)$ — Эйлер функцияси (қ.).

2°. Кўпёқлар тўғрисидаги Э. т. бундай даъво қилади: нолинчи жинсли ҳар қандай кўпёқ учун қуйидаги формула ўринлидир:

$$В+Г-Р=2,$$

бу ерда $В$ — кўпёқнинг учлари сони, $Г$ — ёқлари сони, $Р$ — қирралари сони. Лекин бу боғланишни биринчи бўлиб Декарт пайқаган. Шунинг учун Эйлернинг кўпёқлар тўғрисидаги теоремасини тарихий нуқтаи назардан кўпёқлар тўғрисидаги Декарт — Эйлер теоремаси деб аташ тўғри бўлади. $В+Г-Р$ сон кўпёқнинг Эйлер берган характеристикаси деб аталади. Қ. Род поверхности, Связность.

ЭЙЛЕРА ТОЖДЕСТВА — ЭЙЛЕР АЙНИЯТЛАРИ. 1°. Бешбурчакли сонлар тўғрисида Э. а.:

$$\prod_{n=1}^{\infty}(1-x^n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k x^{\frac{3k^2-k}{2}}$$

(қ. Пентагональные числа).

2°. Туб сонлар тўғрисида Э. а.:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-s} = \prod_{p} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1},$$

бу ерда кўпайтма барча p туб сонлар бўйича олинади.

3°. Тўрт квадрат тўғрисида Э. а.:

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(p^2 + q^2 + r^2 + s^2) = (ap + bq + cr + ds)^2 + (aq - bp + cs - dr)^2 + \\ + (ar - bs - cp - dq)^2 + (as + br - cq - dp)^2.$$

Эйлера формулы терминига ҳам каранг.

ЭЙЛЕРА УРАВНЕНИЕ дифференциальное—**ЭЙЛЕРНИНГ дифференциал ТЕНГЛАМАСИ:** 1°. Эйлернинг оддий д. т. — куйидаги кўринишдаги дифференциал тенгламадир:

$$x^n \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 x^{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1} x \frac{dy}{dx} + a_n y = 0,$$

бу ерда $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — ўзгармас миқдорлар. $x = e^t$ алмаштириш ишлатилганда бу тенглама ўзгармас коэффициентли тенгламага келтирилади. Масалан,

$$x^2 y'' + 2xy' - n(n+1)y = 0$$

тенгламада $x = e^t$ деб олиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} - n(n+1)y = 0.$$

2°. $\frac{dx}{\sqrt{X}} + \frac{dy}{\sqrt{Y}} = 0$ кўринишдаги дифференциал тенгламани Эйлер 1753 йили бир қатор ишларида текширган, бу тенгламада

$$X = a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4, \quad Y = a_0 y^4 + a_1 y^3 + a_2 y^2 + a_3 y + a_4.$$

Эйлер бу тенгламанинг умумий ечими (қ. Общее решение) $F(x, y) = 0$ кўринишда эканини кўрсатди, бу ерда $F(x, y)$ — x ва y нинг тўртинчи даражали симметрик кўпҳадидир (қ. Симметрические многочлены); Эйлер топган бу натижа эллиптик интеграллар назариясида катта роль ўйнайди (қ. Эллиптические интеграллы).

Адаб.: В. В. Степанов, Курс дифференциальных уравнений, М., 1953.

ЭЙЛЕРА ФОРМУЛА — ЭЙЛЕР ФОРМУЛАСИ. Эйлернинг аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблаш формуласи — $\int_a^b f(x)dx$ интегрални $f(x)$ функция ва унинг ҳосилаларининг баъзи нуқталардаги қийматлари орқали ифодалайдиган формула:

$$\int_a^b f(x)dx = h\left\{\frac{1}{2} f(a) + f(a+h) + f(a+2h) + \ldots + f[a + (n-1)h] + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2} f(b)\right\} - \frac{h^2}{12}[f'(b) - f'(a)] + \frac{h^4}{720}[f'''(b) - f'''(a)] + \ldots +$$
$$+ (-1)^n \frac{B_p h^{2p}}{(2p)!}[f^{(2p-1)}(b) - f^{(2p-1)}(a)] + R_{2p},$$

бу ерда

$$R_{2p} = (-1)^p h^{2p+1} \int_a^b f^{(2p+1)}(x)\, Q_{2p+1}(x)\, dx,$$

$$Q_{2p+1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2\pi n(x-a)}{2^{2p}\pi^{2p+1}\, n^{2p+1}}, \quad h = \frac{b-a}{n},$$

B_p — Бернулли сонлари (қ. Бернулли числа). Эйлернинг бу формуласи жуда аниқдир: агар талаб қилинадиган аниқлик унча катта бўлмаса, у ҳолда бир неча биринчи тартибли ҳосилалар қатнашган ҳадлар билан чегараланиш мумкин. Э. ф. Вольтернинг иккичи жинсли интеграл тенгламасини тақрибий ечишда ҳам қўлланилади (қ. Интегральные уравнения).

Адаб.: А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, изд. 6, М., 1954.

ЭЙЛЕРА ФОРМУЛЫ — ЭЙЛЕР ФОРМУЛАЛАРИ — Эйлер топган баъзи энг муҳим формулалар.

Тригонометрик ва кўрсаткичли функцияларни бир-бирига боғловчи Э. ф.:

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}, \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i},$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x.$$

$\sin x$ функциянинг чексиз кўпайтма кўринишидаги ёйилмасини тасвирловчи Э. ф.:

$$\frac{\sin x}{x} = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{k^2\pi^2}\right).$$

Эйлернинг эгриликлар тўғрисидаги формуласи; бу формула сиртнинг ҳар қандай нормал кесимининг $\frac{1}{R}$ эгрилигини унинг $\frac{1}{R_1}$ ва $\frac{1}{R_2}$ бош эгриликлари ва бош йўналишлардан бири билан мазкур йўналиш орасидаги φ бурчак орқали ифодалайди:

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \varphi}{R_1^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{R_2^2}.$$

Эйлер — Маклореннинг қўшишга оид формуласи ва функцияларни тригонометрик қаторга ёйишдаги коэффициентларни ифодаловчи Эйлер — Фурье формулалари ҳам маълумдир. Қ. Эйлера тождества.

ЭЙЛЕРА ФУНКЦИЯ в теории чисел — сонлар назариясида **ЭЙЛЕР ФУНКЦИЯСИ.** n аргументнинг бутун мусбат қийматлари учун аниқланган $\varphi(n)$ Э. ф. деб, n билан ўзаро туб бўлган ва n дан ошмайдиган бутун мусбат сонларнинг нечта эканини кўрсатувчи сонга айтилади. Масалан, $\varphi(10)=4$, $\varphi(1)=1$, $\varphi(17)=16$. Э. ф. мультипликатив функциядир (қ.), Э. ф. таққосламалар назариясидаги Эйлер теоремасида (қ.) қўлланилади. Агар n сонининг туб сонлар кўпайтмаси шаклидаги каноник ёйилмаси

$$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$$

кўринишда бўлса, у ҳолда $\varphi(n)$ Э. ф. қуйидагича бўлади:

$$\varphi(p_1^{\alpha_1}p_2^{\alpha_2}\ldots p_k^{\alpha_k})=(p_1^{\alpha_1}-p_1^{\alpha_1-1})(p_2^{\alpha_2}-p_2^{\alpha_2-1})\ldots(p_k^{\alpha_k}-p_k^{\alpha_k-1}),\ \text{яъни}$$

$$\varphi\left(\prod_{i=1}^{k}p_i^{\alpha_i}\right)=\prod_{i=1}^{k}\left(p_i^{\alpha_i}-p_i^{\alpha_i-1}\right).$$

ЭЙЛЕРОВА ХАРАКТЕРИСТИКА — ЭЙЛЕР ХАРАКТЕРИСТИКАСИ — кўпёқнинг учлари сони (B), ёқлари сони ($Г$), қирралари сони (P) орасидаги миқдорий муносабатни ифодалайдиган $B+Г-P$ сон. Агар кўпёқ қавариқ ёки қавариққа гомеоморф (қ.) бўлса, у ҳолда унинг Э. х. иккига тенг бўлади. Қ. Род поверхности, Связность.

ЭЙЛЕРОВЫ УГЛЫ — ЭЙЛЕР БУРЧАКЛАРИ — тўғри бурчакли $Ox'y'z'$ декарт координаталари системасининг ўшандай ориентацияли (қ.) тўғри бурчакли бошқа $Oxyz$ декарт координаталари системасига нисбатан вазиятини аниқлайдиган φ, ψ, θ бурчаклар (қ. Прямоугольные координаты); бу бурчакларни Эйлер 1748 йили киритган. Э. б. бир системани иккинчи системанинг ўқлари атрофида бирин-кетин айлантириб, иккала системани устма-уст тушириш учун буриш керак бўладиган бурчаклар деб қаралади. Биринчи марта Oz ўқ атрофида φ бурчакка бурилади, сўнгра $Ox_1y_1z_1$ оралиқ система Ox_1 ўқ атрофида θ бурчакка бурилади ва, ниҳоят, шундай қилиб ҳосил бўлган система Oz' ўқ атрофида ψ бурчакка бурилади. φ, ψ, θ Эйлер бурчаклари айланиш йўналишини эътиборга олиб ҳисобланади. x', y', z' координаталардан x, y, z координаталарга ўтиш формуласини Э. б. дан фойдаланиб ёзиш мумкин:

$$x=(\cos\varphi\cos\psi-\sin\varphi\sin\psi\cos\theta)x'-(\cos\varphi\sin\psi+\sin\varphi\cos\psi\cos\theta)y'+$$
$$+\sin\varphi\sin\theta\cdot z';\ y=(\sin\varphi\cos\psi+\cos\varphi\sin\psi\cos\theta)x'+(-\sin\varphi\sin\psi+$$
$$+\cos\varphi\cos\psi\cos\theta)y'-\cos\varphi\sin\theta\cdot z';$$
$$z=\sin\varphi\sin\theta\cdot x'+\cos\psi\sin\theta\cdot y'+\cos\theta\cdot z'.$$

Механикада битта қўзғалмас нуқтага эга бўлган қаттиқ жисмнинг ҳаракатини ўрганишда ҳамма вақт бу формулалардан фойдаланилади.

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ — ЭКВИВАЛЕНТ МИҚДОРЛАР. 1°. Чексиз катта Э. м. — $x\to x_0$ да $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=1$ бўладиган $\alpha(x)$ ва $\beta(x)$ чексиз катта миқдорлар; бундай ёзилади: $\alpha(x)\sim\beta(x)$. Масалан, $x\to\dfrac{\pi}{2}-0$ да $\operatorname{tg}x\sim$ $\sim\dfrac{1}{\frac{\pi}{2}-x}$, $x\to\infty$ да $x+\sin x\sim x\sim x+1\sim x+2$.

2°. Чексиз кичик Э. м. — $x\to x_0$ да $\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=1$ бўладиган $\alpha(x)$ ва $\beta(x)$ чексиз кичик миқдорлар; бундай ёзилади: $\alpha(x)\sim\beta(x)$. Масалан, $x\to0$ да $\sin x\sim x$.

Лимитларни излашда ҳар қандай чексиз кичик ва чексиз катта миқдорларни ўзига эквивалент миқдорлар билан алмаштириш мумкин.

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ МНОЖЕСТВА — ЭКВИВАЛЕНТ ТЎПЛАМЛАР — элементлари орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатиш мумкин бўлган тўпламлар. Э. т. тенг қувватли тўпламлар деб ҳам аталади. Шундай қилиб, ҳар қандай икки тўплам бир-бирига эквивалент бўлади ёки эквивалент бўлмайди. Тўпламларнинг эквивалентлик муносабати рефлексив, симметрик ва транзитивдир (қ. Рефлексивность, Симметричность, Транзитивность), Шунинг учун барча тўпламларнинг тўплами эквивалент тўпламлар синфларига ажралади. Бу йўлда биз тўпламнинг қуввати (қ. Мощность множества) тушунчасига ва натурал сонларнинг (қ. Натуральное число) умумлаштирилишидан иборат бўлган кардинал сонлар тушунчасига келамиз (қ. Кардинальное число).

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ — ЭКВИВАЛЕНТ ТЕНГЛАМАЛАР — тенг кучли тенгламаларнинг худди ўзи (қ. Равносильные уравнения).

ЭКВИДИСТАНТА — ЭКВИДИСТАНТА — Лобачевский текислигида u тўғри чизиқдан бир тарафда ва ундан бир хил узоқликда жойлашган нуқталарнинг геометрик ўрни. u тўғри чизиқ Э. нинг базаси деб, h масофа — Э. нинг баландлиги деб аталади. Ҳар бир тўғри чизиқни баландлиги $h = 0$ бўлган Э. деб қараш мумкин. Ҳар қандай тўғри чизиқ Э. билан кўп деганда икки умумий нуқтага эга бўлади. Евклид текислигида тўғри чизиқдан бир томонда ва ундан тайин бир h масофада жойлашган нуқталарнинг геометрик ўрни тўғри чизиқ бўлгани ҳолда Лобачевский текислигида бу нуқталарнинг геометрик ўрни Э. деб аталувчи эгри чизиқдир. Лобачевский планиметриясида Э. лар текисликдаги силжишларга нисбатан инвариант бўлиб қолаверади. Э. баъзан гиперцикл деб ҳам аталади. Э. ни тенг масофалар эгри чизиғи деб талқин этиш мумкин.

Лат. aequidistans — тенг узоқлашган.

ЭКВИДИСТАНТНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ — ЭКВИДИСТАНТ СИРТ — Лобачевский фазосида бирор α текисликдан бир тарафда ва ундан бир хил узоқликда жойлашган нуқталарнинг геометрик ўрни. α текислик Э. с. нинг базаси деб, Э. с. нинг бирор нуқтасидан базага туширилган перпендикуляр Э. с. нинг баландлиги деб аталади. Евклид геометриясида, масалан, параллел текисликлар параллел тўғри чизиқларнинг фазовий аналоги, сфера эса айлананинг фазовий аналоги бўлганига ўхшаш Э. с. ҳам эквидистантанинг (қ.) фазовий аналогидир. Эквидистантани ўзининг ўқларидан бири атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган сирт Э. с. дир.

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ — ЭКСПОНЕНЦИАЛ ФУНКЦИЯ — e^x ёки a^x $(a > 0)$ функция, яъни кўрсаткичли функция. Э. ф. $\exp x$ билан ҳам белгиланади.

ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ — ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ — ҳодисанинг бир қисмини кузатишдан олинган натижаларни унинг бошқа қисмига жорий қилиш. Масалан, $y = f(x)$ функциянинг $[x_0, x_n]$ кесмадаги қийматлари маълум бўлса, у ҳолда функциянинг $x_0, x_1, \ldots, x_n (x_0 < \ldots < x_n)$ нуқталардаги қийматларига қараб унинг $[x_0, x_n]$ кесмадан ташқарида ётган нуқталардаги қийматларини аниқлаш мумкин. Бу мақсадда, масалан, параболик Э. қўлланилади, бу Э. да x нуқтадаги $f(x)$ қиймат сифатида n-даражали $P_n(x)$ кўпҳаднинг қиймати олинади, бу кўпҳад $n + 1$ дона x_i нуқтада берилган $y_i = f(x_i)$ қийматлар қабул қилади.

Параболик Э. учун одатдаги интерполяцион формулалар, масалан, бир-биридан тенг узоқликда жойлашган $x_i = x_0 + th$ нуқталарга оид Ньютон формулалари қўлланилади:

$$P_n(x_n + th) = y_n + \frac{t}{1!} \Delta y_{n-1} + \frac{t(t+1)}{2!} \Delta^2 y_{n-2} +$$

$$+ \frac{t(t+1)(t+2)}{3!} \Delta^3 y_{n-3} + \ldots + \frac{t(t+1)\ldots(t+n-1)}{n!} \Delta^n y_0,$$

бу ерда $\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i$. Масалан, $y = f(x)$ функция учун $a, a + h, \ldots, a + nh$ ларга оид $y_0, y_1, y_2, \ldots, y_n$ хусусий қийматлар тузилган бўлса, у ҳолда $\Delta y_0 = y_1 - y_0$, $\Delta y_1 = y_2 - y_1$, $\Delta y_2 = y_3 - y_2, \ldots$
$\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0$, $\Delta^2 y_1 = \Delta y_2 - \Delta y_1$, $\Delta^2 y_2 = \Delta y_3 - \Delta y_2$ ва ҳоказо;

ниҳоят, $\Delta^k y_0 = \Delta^{k-1} y_1 - \Delta^{k-1} y_0, \ldots, \Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i, t = \frac{x - x_n}{h} >$
> 0 ва $x > x_n$.

$f(x)$ нинг $x = x_n + th$ нуқтадаги қийматини бу формула билан ҳисоблаганда чиқадиган хато

$$Mh^{n+1}\frac{t(t+1)\ldots(t+n)}{(n+1)!}$$

миқдордан ошмайди, бу ерда M — $f(x)$ функциянинг $[x_0, x]$ кесмадаги $(n+1)$-тартибли ҳосиласи абсолют қийматининг максимуми.

ЭКСТРЕМАЛЬ — ЭКСТРЕМАЛЬ — Эйлер дифференциал тенгламасининг вариацион ҳисобда (қ. Вариационное исчисление) қўлланиладиган интеграл эгри чизиғи (қ. Эйлера уравнение).

ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ ТОЧКА — ЭКСТРЕМАЛ НУҚТА — функция экстремумга (қ.) эга бўладиган нуқта.

ЭКСТРЕМУМ — ЭКСТРЕМУМ — максимум (қ.) ва минимум (қ.) терминларининг умумий номи. Кўп ўзгарувчили функцияларда баъзан абсолют Э. (қ.) нисбий Э. дан фарқ қилинади (қ. Относительный экстремум).

Лат. extremum — четки қиймат.

ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ — ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ. 2-тартибли эгри чизиқнинг (конус кесимининг) Э. — 2-тартибли эгри чизиқнинг истаган нуқтасидан фокусгача бўлган масофанинг бу нуқтадан тегишли директрисагача (қ.) бўлган масофага нисбатига тенг сон. Эллипснинг Э. бирдан кичик, гиперболанинг Э. бирдан катта, параболанинг эксцентриситети бирга тенг. Э. 2-тартибли эгри чизиқнинг шаклини характерлайди: агар 2-тартибли икки эгри чизиқнинг Э. лари тенг бўлса, бу эгри чизиқлар ўхшаш (яъни сиқилиши бир хил) бўлади.

Эллипснинг Э. нолга яқинлашса, эллипс шакли айланага ўхшай боради, борди-ю эллипснинг Э. бирга яқинлашса, эллипс чўзилиб (сиқилиб), ўзининг $2a$ га тенг бўлган катта ўқи вазиятини олишга интилади.

Гиперболанинг Э. бирга интилса, асимптоталарининг бурчак коэффициенти модули бўйича нолга интилади, бинобарин, гиперболанинг тармоқлари борган сайин ҳақиқий x ўққа яқинлашиб, икки нур бўлиб кетишга интилади, борди-ю гиперболанинг Э. чексиз ортса ($\to \infty$), у ҳолда гиперболанинг тармоқлари борган сари тўғриланиб, иккита $x = a$ ва $x = -a$ тўғри чизиқлар вазиятини олишга интилади.

Лат. ex — ташқаридаги, centrum — марказ.

ЭЛЕКТРОННЫЕ ЦИФРОВЫЕ МАШИНЫ— РАҚАМЛИ ЭЛЕКТРОН МАШИНАЛАР — ҳар хил математик ва мантиқий масалаларни тез ва жуда аниқ ечишга имкон берадиган энг такомиллашган рақамли ҳисоблаш машиналари. Бу машиналарнинг техник асоси турли хил операцияларни (буйруқларни) тез ва аниқ бажаришни таъминловчи жуда мураккаб электрон схемалардир. Р. э. м. қуйидаги қисмлардан тузилади: 1) сонлар устида амал бажаришга мўлжалланган арифметик қурилма; 2) сон ва буйруқларни қабул қилиш сақлаш ва бериш учун мўлжалланган ёдлаб қолувчи қурилма (хотира); 3) машинанинг автоматик ишлашини бошқаришга мўлжалланган бошқариш қурилмаси.

Ҳар бир операцияни машина махсус бошқарувчи сигнал — буйруқ таъсири остида бажаради. Буйруқлар кетма-кетлиги машина ишининг программасини ташкил этади (қ. Программирование). Бундай машиналарнинг ҳозирги замондаги асосий ғоялари ва ишлаш принципларини америкалик математик Д. фон Нейман (1946) таърифлаб берган.

СССР да биринчи тезкор электрон ҳисоб машинаси (БЭСМ) акад. С. А. Лебедев раҳбарлигида 1953 йили қурилган. Ҳозирги вақтда саноатимиз секундига бир неча ўн минг операция бажарадиган ва ички хотираси кенг бўлган хилма-хил Р. э. м. ишлаб чиқармоқда.

Адаб.: А. И. Китов, Электронные цифровые машины, М., 1956; А. И. Китов и Н. А. Криницкий, Электронные цифровые машины и программирование, М., 1959.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ АЛГЕБРА — ЭЛЕМЕНТАР АЛГЕБРА — элементар математиканинг (қ.) бўлими бўлиб, бу бўлимда асосан биринчи ва иккинчи даражали тенглама ва тенгсизликлар, юқори даражали тенгламаларнинг хусусий ҳоллари, энг содда (элементар) функциялар, сон ва лимит тушунчалари, айний алмаштиришлар ва комбинаторика масалалари ўрганилади. Э. а. мазмунининг чегараси аниқ белгиланган эмас. Э. а. кенгроқ маънода тушуниладиган алгебранинг (қ.) қисми ҳамдир.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ЭЛЕМЕНТАР ГЕОМЕТРИЯ — асосан ҳаракатлар группаси (қ. Движение) ва ўхшашлик группаси (қ. Подобие) билан аниқланадиган геометрия.

Лекин Э. г. нинг мазмуни айтиб ўтилган алмаштиришлар билан чекланиб қолмайди. Э. г. да инверсия алмаштиришлари (қ. Инверсия), сферик геометрия элементлари, геометрик ясашлар элементлари (конструктив геометрия) геометрик миқдорларни ўлчаш назарияси ва математиканинг бошқа бўлимлари ҳам ўрганилади. Э. г. аниқ, қатъий чегараланган мазмунга эга эмас. Э. г. бошқа геометриялар каби, ҳозир ҳам ривожланмоқда.

Ўрта мактабда ўрганиладиган Э. г. Евклид геометрияси (қ.) деб аталади.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА — ЭЛЕМЕНТАР МАТЕМАТИКА — математиканинг асосан ўрта мактаб ҳажмидаги бўлимларини ўз ичига олган бир қадар иоаниқроқ тушунча. Э. м. га математиканинг ўзгарувчи, функция, лимитнинг умумий тушунчалари, тўпламнинг умумий тушунчаси ишлатилмайдиган бўлим, масала ва методлари киради, яъни унга арифметика, сонларнинг элементар назарияси, элементар алгебра, элементар геометрия ва тригонометрия (қ.) каби ўқув предметлари киради. Э. м. ни «ўзгармас миқдорлар математикаси» деб таърифлайдилар, лекин бу таъриф унча тўғри эмас. Э. м. да фақат ўзгармас миқдорларгина эмас, балки ўзгарувчи миқдорлар ҳам (масалан, тригонометрик функциялар ёки геометрик фигуралар) ўрганилади, бунда уларнинг миқдори эмас, балки, масалан, жойлашиши текширилади. Лекин Э. м. да гап баъзи бир конкрет функциялар устида боради.

Масалан, айлана узунлигини аниқлашда аслида лимит тушунчасидан фойдаланилади лекин бу тушунча умумий кўринишда бўлмай, балки маълум бир кетма- кетлик (ички чизилган ва ташқи чизилган кўпбурчаклар периметрларининг кетма- кетлиги) учун бўлади.

Ф. Энгельс берган характеристика: «Элементар математика, ўзгармас миқдорлар математикаси, ҳеч бўлмаганда умуман, формал логиканинг ички чегаралари ичида ҳаракат қилади; . . .» (Маркcча-ленинча философия хрестоматияси, Т., 1971, 311-бет). Функция, лимит, эгри чизиқ, сирт ва бирор аниқ ясаш орқали берилмаган фигуранинг умумий тушунчалари Э. м. да ўрганилмайди.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ДЕЛИТЕЛИ — ЭЛЕМЕНТАР БЎЛУВЧИЛАР. $A = \|a_{ik}\|_1^n$ квадрат матрицанинг (қ.) Э. б. —

$$\Delta\lambda = \begin{vmatrix} \lambda - a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda - a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & \lambda - a_{nn} \end{vmatrix} = 0$$

характеристик тенгламадан (қ. Характеристическое уравнение) қуйидаги йўл билан ҳосил қилинадиган $(\lambda - \lambda_1)^{p_1}$, $(\lambda - \lambda_2)^{p_2}$, . . ., $(\lambda - \lambda_s)^{p_s}$ иккиҳадларнинг даражаларидир. $\Delta(\lambda)$ детерминантнинг k- тартибли ҳар қандай минори λ га нисбатан кўпҳад бўлади. $D_k(\lambda)$ —барча бундай $D_n(\lambda) = \Delta(\lambda)$ кўпҳадларнинг энг катта умумий бўлувчиси бўлсин. $D_0(\lambda) \equiv 1$, $D_1(\lambda)$, $D_2(\lambda)$, . . ., $D_n(\lambda) = \Delta(\lambda)$ кетма- кетликдаги ҳар бир кейинги кўпҳад ўзидан олдингисига бутунлай бўлинади. Бундай бўлинмаларни комплекс сонлар майдонида кўпайтувчиларга ажратамиз:

$$\frac{D_n(\lambda)}{D_{n-1}(\lambda)}=(\lambda-\lambda')^{a_1}(\lambda-\lambda'')^{a_2},$$

$$\frac{D_{n-1}(\lambda)}{D_{n-2}(\lambda)}=(\lambda-\lambda')^{b_1}(\lambda-\lambda'')^{b_2},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

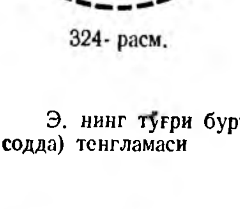
$$\frac{D_1(\lambda)}{D_0(\lambda)}=(\lambda-\lambda')^{e_1}(\lambda-\lambda'')^{e_2}.$$

$(\lambda-\lambda')^{a_1}$, $(\lambda-\lambda'')^{a_2}$, ..., $(\lambda-\lambda')^{e_1}$, $(\lambda-\lambda'')^{e_2}$ даражалар A матрица Э. б. нинг тўлиқ системасини ҳосил қилади (ноль кўрсаткичли даражалар олинмайди).

Э. б. нинг кўпайтмаси характеристик кўпҳадга тенг. Э. б. A матрицанинг Жордан формасини аниқлайди (қ. Нормальная жорданова форма).

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ — ЭЛЕМЕНТАР ФУНКЦИЯЛАР — кўпҳадлар, рационал функциялар, кўрсаткичли, даражали, логарифмик ва тригонометрик функциялар, тескари тригонометрик функциялар (қ. Обратные тригонометрические функции), шунингдек айтиб ўтилган бу функциялардан тўрт арифметик амал ва чекли марта қўлланилган суперпозициялар (қ. Образование сложной функции) ёрдамида ҳосил қилинадиган функцияларни ўз ичига олган функциялар синфи. Масалан, $y=\frac{e^{x^3}-8}{\sin 4x}$, $y=\operatorname{ch}x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ ва ҳоказо. Э. ф. синфи яхши ўрганилган ва у амалий математикада кўп қўлланилади. Э. ф. нинг ҳосиласи ҳамиша Э. ф. бўлади, лекин Э. ф. дан олинган интеграл Э. ф. бўлмаслиги ҳам мумкин.

ЭЛЛИПС — ЭЛЛИПС — α текисликдаги шундай нуқталарнинг геометрик ўрнидирки, бу нуқталарнинг ҳар биридан α текисликда ётувчи иккита берилган F_1 ва F_2 нуқтагача бўлган масофаларнинг йиғиндиси ўзгармас миқдор бўлиб, бу миқдор F_1 билан F_2 орасидаги масофадан катта ва берилган $2a$ сонига (ёки $2a$ кесмага) тенг. F_1 ва F_2 нуқталар Э. нинг фокуслари деб аталади. Фокуслар орасидаги масофа $2c$ билан белгиланиб фокал масофа деб аталади. Берилган $2a$ сони (кесма) Э. нинг катта ўқи деб аталади.



324- расм.

Э. ни бундай чизиш мумкин. Узунлиги $2a$ бўлган чўзилмайдиган ип олиб, унинг учларини F_1 ва F_2 нуқталарга боғлаймиз (324- расм). Сўнгра бу ипни қалам учи билан тортиб, қалам учини қоғозда юргизамиз. Қалам учи ҳаракатининг траекторияси ёпиқ эгри чизиқ — Э. бўлади, бунда $MF_1+MF_2=2a$, MF_1 ва MF_2 кесмалар фокал радиуслар деб аталади.

Э. нинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги каноник (энг содда) тенгламаси

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

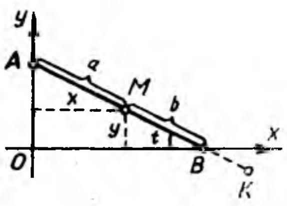
кўринишда бўлади; бу ерда $b^2=a^2-c^2$; $2b$ сони (кесма) Э. нинг кичик ўқи деб аталади.

Э. нинг тенгламасидан $\frac{x^2}{a^2}\leqslant 1$ ва $\frac{y^2}{b^2}\leqslant 1$ экани келиб чиқади. Бундан Э. нуқталарининг координаталари $|x|\leqslant a$ ва $|y|\leqslant b$ шартни қаноатлантириши, яъни

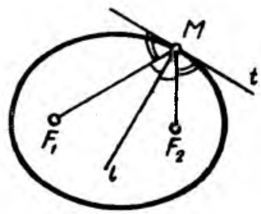
Э. томонлари $2a$ ва $2b$ бўлган тўғри тўртбурчак ичида жойлашганлиги келиб чиқади. Э. нинг маркази ва иккита симметрия ўқи борлиги ҳам унинг тенгламасидан келиб чиқади.

$e=\frac{c}{a}$ сони Э. нинг эксцентриситети деб аталади. Э. учун ҳамиша $e<1$. Агар $F_1 \equiv F_2$ бўлса (фокуслар устма-уст тушса), Э. айлана бўлиб қолади, бу айлана учун устма-уст тушган фокуслар марказ бўлади, эксцентриситет эса $e=0$ бўлади (чунки бу ҳолда $c=0$).

Э. нинг параметрик тенгламалари $x=a\cos t$ ва $y=b\sin t$ кўринишда бўлади, булар 325-расмдан яққол кўринади: агар узунлиги ўзгармас бўлган кесманинг учлари ўзаро перпендикуляр бўлган икки тўғри чизиқ бўйича сирпанса, у ҳолда бу кесманинг M нуқтаси Э. чизади. Агар M нуқта AB кесманинг давомида олинса (расмдаги K нуқта), унинг чизадиган эгри чизиғи ҳам Э. бўлади. Турли ўқли Э. лар чизадиган асбоб, яъни эллиптик циркуль (қ.) бу хоссага асосланиб тузилган.



325- расм.



326- расм.

Агар бирор айланани унинг текислигига перпендикуляр ҳам бўлмаган, параллел ҳам бўлмаган текисликка проекциялаcак, проекцияда Э. ҳосил бўлади. Агар доиравий цилиндрни қия текислик билан ёки доиравий конусни унинг қарама-қарши ясовчилари билан турли хил умумий нуқталарга эга бўлган қия текислик билан кессак, кесимда Э. ҳосил бўлади.

Тенгламалари $x=\pm\frac{a}{e}$ бўлган тўғри чизиқлар Э. нинг директрисалари (қ.) деб аталади.

Э. га ўтказилган t уринма уриниш нуқтасига ўтказилган фокал радиуслар билан тенг бурчаклар ҳосил қилади (326-расм). Бундан уриниш нуқтасида уринмага ўтказилган l перпендикуляр фокал радиуслар билан бир хил бурчаклар ҳосил қилади деган хулоса чиқади. Бу хоссани оптикада ўрганиладиган тушиш ва қайтиш бурчакларининг хоссалари сифатида талқин қилиш мумкин: агар нуқтавий ёруғлик манбаини F_1 фокусга ўрнатиб, ёруғлик нурини t кўзгу сиртига F_1M бўйича юборсак, у ҳолда қайтган нур MF_2 бўйича кетади, яъни F_2 нуқтага тушади. Фокус номи ўшандан олинган (лат. focus — ўчоқ, олов).

Э. нинг хоссалари техникада эллипс шаклидаги тишли ғилдираклари бўлган баъзи станокларнинг тузилишида қўлланилади. Қуёш системасидаги планеталарнинг ҳаракат траекториялари ҳам турли хил Э. лардир. Планеталар ҳаракатининг қонунларини, яъни Кеплер қонунларини ўрганишда ҳам Э. нинг хоссаларидан фойдаланилади. Э. нинг қутб тенгламаси

$$r=\frac{p}{1-e\cos\alpha}$$

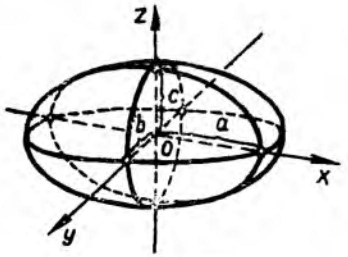
кўринишда бўлади, бу ерда $e<1$ ва p — фокал параметр.

Э. ни ўзининг ўқларидан бири атрофида айлантирганда 2- тартибли сирт— айланиш эллипсоиди (қ.) ҳосил бўлади. Қ. Конические сечения.

Грек. ἔλλειψις — камчилик, эксцентриситетининг 1 га етмаслиги маъносидаги камчилик.

ЭЛЛИПСОИД — ЭЛЛИПСОИД — 2- тартибли сиртлардан бири бўлиб, унинг тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги каноник (энг содда) тенгламаси

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$



327- расм.

кўринишда бўлади, бу ерда a, b, c — Э. нинг ярим ўқлари. Э. нинг маркази, учта симметрия ўқи ва учта симметрия текислиги бўлади (327- расм). Э. ни текислик билан кесгандаги ҳар қандай кесим эллипс (қ.) бўлади, жумладан кесимлар айлана бўлиши ҳам мумкин (қ. Омбилические точки). Учала $2a$, $2b$, $2c$ ўқи турлича бўлган Э. уч ўқли Э. деб аталади. Агар Э. нинг икки ўқи бир хил бўлса ($2a = 2b$, ёки $2a = 2c$, ёки $2b = 2c$), у ҳолда Э. айланиш Э. деб аталади. Агар Э. нинг учала ўқи бир хил бўлса ($2a = 2b = 2c$), Э. сферага айланади. Грек. ἔλλειψις — камчилик, εἶδος — кўриниш.

ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ — ЭЛЛИПСОИДАЛ КООРДИНАТАЛАР — қуйидаги тенглама билан берилган 2- тартибли сиртлар оиласига боғланган координаталар:

$$\frac{x^2}{a^2+\theta}+\frac{y^2}{b^2+\theta}+\frac{z^2}{c^2+\theta}=1\ \ (a>b>c>0); \qquad (*)$$

бунда ҳар бир тайин $P(x, y, z)$ нуқтага θ миқдорининг (*) тенгламани қаноатлантирувчи турли хил уч қиймати λ, μ, ν мос келади. P нуқтанинг Э. к. деб λ, μ, ν сонларга қуйидаги муносабатлар орқали боғланган α, β, γ сонларга айтилади:

$$\lambda = -(a\,\mathrm{cn}\,\alpha)^2-(b\,\mathrm{sn}\,\alpha)^2,\quad \mu=-(a\,\mathrm{cn}\,\beta)^2-(b\,\mathrm{sn}\,\beta)^2,\quad \nu=-(a\,\mathrm{cn}\,\gamma)^2-(b\,\mathrm{sn}\,\gamma)^2;$$

бу ерда $\mathrm{sn}\,\alpha$ ва $\mathrm{cn}\,\alpha$ — Якобининг эллиптик функцияларидир (қ.). Э. к. математик физиканинг турли хил масалаларида қўлланилади. Э. к. баъзан фазодаги эллиптик координаталар деб ҳам аталади.

ЭЛЛИПТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — ЭЛЛИПТИК ГЕОМЕТРИЯ — Риман геометриясининг (қ.) худди ўзи.

ЭЛЛИПТИЧЕСКАЯ ТОЧКА поверхности — сиртнинг **ЭЛЛИПТИК НУҚТАСИ** — бош эгриликлар мусбат бўладиган нуқта (қ. Главные кривизны). Бундай нуқтада Дюпен индикатрисаси (қ.) эллипсдир. Агар бош эгриликлар бир-бирига тенг бўлса, индикатриса айлана бўлади, Э. н. эса омбилик нуқта ёки юмалоқланиш нуқтаси деб аталади. Ҳар бир нуқтаси омбилик нуқта бўлган сирт сферадир, деган теорема ўринлидир. Э. н. нинг атрофида (жуда кичик атрофида) сирт ўша нуқтада ўтказилган уринма текисликдан бир тарафда ётади.

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ИНТЕГРАЛЫ — ЭЛЛИПТИК ИНТЕГРАЛЛАР — қуйидаги кўринишдаги интеграллардир:

$$\int R\left(x, \sqrt{ax^3+bx^2+cx+d}\right)dx,\qquad \int R\left(x, \sqrt{ax^4+bx^3+cx^2+dx+e}\right)dx,$$

бу ерда R — ўз аргументларининг рационал функцияси. Бу интеграллар, одатда, элементар функцияларда ечилмайди; агар бу интеграллар элементар функцияларда ечилса, улар псевдоэллиптик интеграллар деб аталади. Барча Э. и. элементар ўрнига қўйишлар ёрдамида қуйидаги учта стандарт интегралга (чекли кўринишда ифодаланадиган қўшилувчилар аниқлигида) келтирилади:

$$\int \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}}, \quad \int \frac{z^2dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}},$$

$$\int \frac{dz}{(1+hz^2)\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}} \quad (0 < k < 1).$$

Лиувиллнинг кўрсатишича, бу интеграллар чекли кўринишда ҳисобланмайди. Бу интегралларни Лежандр мос равишда биринчи, иккинчи ва учинчи тур Э. и. лар деб атаган. Дастлабки икки интеграл фақат k га боғлиқ, учинчиси эса яна битта, умуман айтганда, комплекс h параметрга ҳам боғлиқ. Бу интеграллар Лежандр берган шаклда ҳам ёзилиши мумкин:

$$\int \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}, \quad \int \sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}\, d\varphi, \quad \int \frac{d\varphi}{(1+h\sin^2\varphi)\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}.$$

Агар k параметрнинг дастлабки икки интегралдаги ихтиёрий ўзгармас қийматларини $\varphi = 0$ бўлганда бу параметрлар нолга айланиб кетадиган қилиб танласак, у ҳолда мутлақо аниқ $F(k, \varphi)$ ва $E(k, \varphi)$ функцияларга эга бўламиз. Бу функциялар жуда яхши ўрганилган, анализда ва унинг татбиқларида муҳим роль ўйнайди. $\varphi = \frac{\pi}{2}$ бўлганда Лежандрнинг $F(k)$ ва $E(k)$ Э. и. ларн тўлиқ Э. и. деб аталади.

Адаб.: Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. т. II, III, Физматгиз, М., 1963.

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ — ЭЛЛИПТИК КООРДИНАТАЛАР — фокусдош эллипс ва гиперболалар оиласига боғланган координаталар. M нуқтанинг u, v Э. к. унинг x ва y декарт координаталари билан $x = b\operatorname{ch} u \cos v$, $y = b\operatorname{sh} u \sin v$ муносабатлар орқали боғланади. Э. к. ни эллипсоидал координаталарнинг хусусий ҳоли деб қараш мумкин; улар математика, физика ва техникада кенг қўлланилади.

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ЭЛЛИПТИК ФУНКЦИЯЛАР. Э. ф. икки хил даврли мероморф функциялардир, яъни шундай $f(z)$ мероморф функциялардирки, булар учун иккала τ ва τ' асосий давр нолдан фарқли (қ. Периодические функции), уларнинг барча даврлари $T = n\tau + n'\tau'$ ($n, n' = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$) кўринишда бўлади. Абель теоремасига (қ.) асосан, $\frac{\tau}{\tau'}$ нисбат ҳақиқий бўла олмагани учун, O координаталар боши ва комплекс текисликнинг τ, τ' ва $\tau+\tau'$ нуқталари айнимаган параллелограммнинг учлари бўлади; бу параллелограмм ва унга конгруэнт (қ.) бўлган ҳар бир параллелограмм даврлар параллелограмми деб аталади. Даврлари τ ва τ' бўлган Э. ф. нинг ҳар қандай рационал комбинацияси $R(f_1, \ldots, f_n)$ ҳам даврлари τ ва τ' бўлган даврий функциядир; бу фикр эллиптик функциянинг ҳосиласи учун ҳам тўғри бўлади.

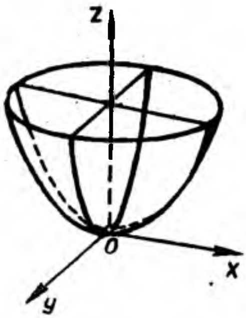
ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ПАРАБОЛОИД — ЭЛЛИПТИК ПАРАБОЛОИД — тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги энг содда тенгламаси қуйидагича бўлган 2-тартибли сирт:

$$\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}=2z$$

(p, $q>0$ ўзгармас миқдорлар Э. п. нинг параметрлари деб аталади).

Э. п. 328-расмда тасвирланган шаклда бўлади. Э. п. ни xOy текисликка параллел бўлган $z=h$ текисликлар билан кесгандаги кесимлар ўхшаш эллипслар бўлиб, уларнинг xOy текисликка туширилган проекциясининг тенгламаси

$$\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}=2h \quad \text{ёки} \quad \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$



328-расм.

бўлади, бу ерда $a=\sqrt{2ph}$, $b=\sqrt{2qh}$. xOz ва yOz текисликлар Э. п. ни $x^2=2pz$ ва $y^2=2qz$ параболалар (бош параболалар) бўйича кесиб ўтади, буларнинг параметрлари p ва q бўлиб, ўқи Oz. Агар $p=q$ бўлса, Э. п. айланиш параболоиди деб аталади. Айланиш параболоиди параболани ўз ўқи атрофида айлантиришдан ҳосил бўлади. Парабола ёйини ўз ўқи атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган параболик кўзгунинг фокусига ёруғлик манбаи ўрнатилса, кўзгули сиртдан акс этган нурлар параллел тарқалади; параболик кўзгунинг бу хоссасидан прожектор қурилмаларида фойдаланилади. Қ. Параболоиды.

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ЦИЛИНДР — ЭЛЛИПТИК ЦИЛИНДР — тўғри бурчакли декарт координаталари системасидаги энг содда тенгламаси

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

кўринишда бўлган 2-тартибли сиртлардан бири. Бу Э. ц. нинг ясовчилари z ўқига параллел, йўналтирувчи чизиғи эса эллипсдир. Қ. Цилиндр.

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ЦИРКУЛЬ — ЭЛЛИПТИК ЦИРКУЛЬ (қ. Циркуль).

ЭМПИРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ — ЭМПИРИК ФОРМУЛАЛАР — кузатиш ва эксперимент воситасида тажрибадан олинган формулалар. $x_1, x_2, \ldots, x_n$ бошланғич маълумотлар тўплами бўлгани ҳолда тажриба натижасида бу бошланғич маълумотларга мос $y_1, y_2, \ldots, y_n$ натижалар олинади. Функцияларнинг олдиндан берилган бирор синфида реал боғланишдан фарқи имкон борича кичик бўладиган функцияни излаб топиш тўғрисида масала қўйилади. Топилган муносабат Э. ф. деб аталади. Э. ф. топиш масаласи бир қийматли эмас. $f(x)$ функциянинг реал боғланишдан четланиш ўлчови сифатида қуйидаги миқдорлар олинади:

$$S_1=\sum_{i=1}^{n}|y_i-f(x_i)| \quad \text{ёки} \quad S_2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-f(x_i))^2 \quad \text{ва ҳоказо.}$$

Четланиш ўлчови бошқаларникига қараганда кичик бўлган Э. ф. аниқроқ формула деб ҳисобланади.

Э. ф. нинг акси назарий формулалар бўлиб, улар текширилаётган миқдорларга оид бирор фаразларда дедуктив йўл билан ҳосил қилинади.

ЭНДОМОРФИЗМ — ЭНДОМОРФИЗМ — тўпламни ўзини-ўзига акслантириш бўлиб, мазкур тўпламда берилган алгебраик операцияларни сақлаб қолади. Масалан, чизиқли фазонинг бирор ярим фазога туширилган проекцияси чизиқли фазонинг Э. дир (бу Э. векторларни қўшиш ва сонга кўпайтириш операциясини сақлаб қолади). Автоморфизм, Изоморфизм, Гомоморфизм терминларига қаранг.

ЭНТРОПИЯ — ЭНТРОПИЯ — моддий системаларнинг ҳолатини ва ҳолатининг мумкин бўлган ўзгаришларини характерлайдиган термодинамик функциялардан бири. Э. тушунчасининг муҳимлиги шундаки, унинг хоссалари система иссиқлик ҳолатининг ўзига хос томонларини акс эттиради. Э. тушунчаси 1865 йили киритилган. Э. тушунчаси статистик физикада янада умумлаштирилди. Кейинги вақтларда Э. тушунчаси информация назариясида (қ. Теория информации) кенг қўлланиладиган бўлди.

Грек. εν — *га*, *да* суффикслар, τροπή — айланиш.

ЭПИТРОХОИДА — ЭПИТРОХОИДА — трохоиданинг (қ.) хусусий ҳоли бўлган циклоидал эгри чизиқдир.

ЭПИЦИКЛОИДА — ЭПИЦИКЛОИДА — қўзғалмас айланага ташқаридан уриниб унинг устида сирпанмасдан ғилдирайдиган айланадаги ихтиёрий M нуқта чизадиган текис эгри чизиқ. Қўзғалмас ва қўзғалувчи айланаларнинг радиуслари орасидаги муносабатга қараб турли кўринишдаги Э. ҳосил бўлади. Масалан, бу айланаларнинг радиуслари тенг бўлса, кардиоида (қ.) ҳосил бўлади.

Э. нинг параметрик тенгламалари:

$$x = (r + R)\cos\theta - r\cos\left[(r + R)\frac{\theta}{r}\right],$$

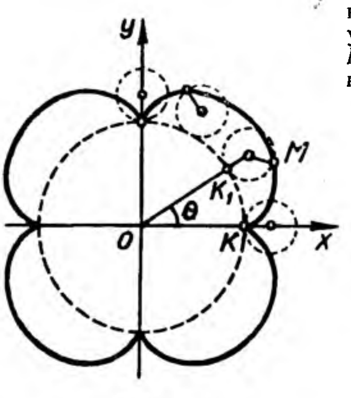
$$y = (r + R)\sin\theta - r\sin\left[(r + R)\frac{\theta}{r}\right];$$

бу ерда r — қўзғалувчи айлананинг радиуси, R — қўзғалмайдиган айлананинг радиуси, θ — учлари айланаларнинг K ва K_1 уриниш нуқталарида бўлган ёйга тиралувчи бурчак.

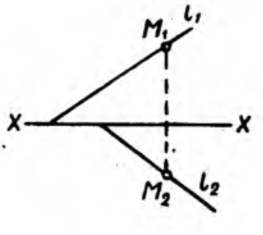
Агар $r = R$ бўлса, Э. нинг битта ёйи (сиртмоғи) бўлади ва у кардиоида деб аталади; агар $r = \frac{R}{2}$ бўлса, Э. иккита тенг ёйдан иборат; агар $r = \frac{R}{n}$ бўлса, Э. n та тенг ёйдан иборат бўлади. $r = \frac{R}{4}$ бўлган ҳол 329- расмда кўрсатилган. Қ. Гипоциклоида.

Грек. ἐπι — устида, κύκλος — доира.

ЭПЮР — ЭПЮР — фазовий фигуранинг Монж методи билан ҳосил қилинадиган икки картинали (комплекс) чизмаси; Монж методи фигурани ўзаро ортогонал H (горизонтал) ва V (вертикал) текисликларга ортогонал проекциялаш ва сўнгра бу текисликларни бир-бирининг устига туширишдан иборатдир. Бунда H ва V проекция текисликлари бир-бирининг устига V ни проекцияларнинг x



329- расм.



330- расм.

ўқи — бу текисликларнинг кесишиш чизиғи бўйича айлантириш йўли билан туширилади. Проекциялар ўқида ҳам, (H, V) икки ёқли бурчакнинг иккита биссектрисал текислигидан бирида ҳам ётмайдиган нуқта Э. да икки нуқта билан: унинг M_1 горизонтал проекцияси ва M_2 вертикал проекцияси билан тасвирланади, яъни фазонинг M нуқтаси Э. да иккига ажралгандек бўлади (M_1 ва M_2 лар M нуқтанинг координаталари ролини ўйнайди). Вазияти умумий бўлган l тўғри чизиқ Э. да икки тўғри чизиқ билан: горизонтал проекция ва вертикал проекция билан тасвирланади (330- расм).

Э. фигуранинг аксонометрик проекциясига, яъни аксонометриясига (қ.) нисбатан унча яққол бўлмаган тасвиридир. Қ. Начертательная геометрия.

ЭРАТОСФЕНА РЕШЕТО — ЭРАТОСФЕН ҒАЛВИРИ — барча натурал сонлардан туб сонларни ажратиб олишнинг («ғалвирдан ўтказишнинг») энг қадимги усулларидан бири. Бу усулни қадимги грек олими Эратосфен (эрамиздан олдинги III аср) топган. Э. ғ. да n гача бўлган сонлардан барча туб сонларни ажратиб олиш учун 2 дан $\sqrt{n}$ гача бўлган барча натурал сонлар ёзиб чиқилади. Сўнгра 2 нинг туб сон эканини аниқлаб олиб, ҳар қайси иккинчи сон, яъни иккига каррали бўлган барча сонлар ўчирилади; бунда ўчирилмай қолган биринчи сон — 3 сони туб сон бўлади. Бундан кейин ҳар бир учинчи сон, яъни 3 га каррали бўлган барча сонлар ўчирилади; бунда ўчирилмай қолган биринчи сон—5 сони туб сон бўлади ва ҳоказо.

Ҳозирги вақтда Э. ғ. нинг такомиллашишидан иборат бўлган қатор «ғалвирлар» маълум.

ЭРГОДИЧЕСКАЯ ТЕОРЕМА — ЭРГОДИК ТЕОРЕМА. **1. Стационар эҳтимолли процессларга оид Э. т.** шундай шартларни аниқлайдики, бу шартларда $x(t)$ процесснинг вақт бўйича олинган ўрта қийматлари унинг математик кутилишига интилади (процесс стационар бўлгани учун $\mathbf{M}x(t)$ миқдор t вақтга боғлиқ эмас), яъни бу теорема

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt=\mathbf{M}x(t)$$

тенгликнинг бирга тенг эҳтимоллик билан ўринли бўлиш шартларини аниқлайди (қ. Стационарный вероятностный процесс). Бу Э. т. статистик физикада катта аҳамиятга эга.

2°. Марков занжирларига оид Э. т.: маълум шароитларда n- синовнинг бирор тайин натижасининг эҳтимоли $n\to\infty$ да бу натижанинг ўзигагина боғлиқ бўлган лимитга интилади (қ. Маркова цепи). Бу теоремани биринчи марта рус олими А. А. Марков (катгаси) топган.

Адаб.: Б. В. Гнеденко Курс теории вероятностей, Гостехиздат, М., 1954.

ЭРЛАНГЕНСКАЯ ПРОГРАММА — ЭРЛАНГЕН ПРОГРАММАСИ — турли хил геометрияларни алмаштиришлар группаси нуқтаи назаридан таърифлашга ягона ёндашиш. Масалан, Евклид геометрияси ҳаракатлар группаси билан (қ. Группа, Движение), аффин геометрия аффин алмаштиришлар группаси билан, проектив геометрия проектив алмаштиришлар группаси билан аниқланади, бирор доира ёки ихтиёрий конус кесимини ўзига ўтказувчи проектив алмаштиришлар группаси Лобачевский геометриясини аниқлайди ва ҳоказо.

Э. п. ни немис математиги Ф. Клейн Германиянинг Эрланген шаҳридаги университетда 1872 йили ўқиган лекциясида баён этган.

Ҳар хил геометрияларни аксиоматик нуқтаи назардан ҳам таърифлаш мумкин.

Адаб.: Ф. Клейн, Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований (Эрлангенская программа), сб. «Об основаниях геометрии», ГИТТЛ, М., 1956; Ф. Клейн, Элементарная математика с точки зрения высшей, ОНТИ, М.—Л., 1934; Ф. Клейн, Высшая геометрия, ОНТИ, М.,—Л., 1939.

ЭРМИТОВА ФОРМА — ЭРМИТ ФОРМАСИ — $\sum a_{ik} x_i \bar{x}_k$ кўринишдаги форма, бу ерда $a_{ik} = \bar{a}_{ki}$ (ҳарф устидаги чизиқ комплекс қўшмаликни билдиради). Чизиқли комплекс фазода вектор узунлигининг квадрати (бинобарин, векторлар орасидаги бурчаклар) Э. ф. орқали ифодаланади. Э. ф. назарияси квадратик формалар назариясига кўп жиҳатдан ўхшашдир. Масалан, Э. ф. унитар алмаштиришлар ёрдамида

$$\sum \lambda_i x_i \bar{x}_i$$

кўринишга келтирилади, бу ерда λ — ҳақиқий сонлар (қ. Унитарное преобразование). Бу формани француз олими Ш. Эрмит киритган.

Я

ЯДРО—ЯДРО: 1°. $L(\varphi) = \int\limits_{\Omega} k(x, y)\varphi(y)dy$ **интеграл операторнинг Я. си**—$k(x,y)$ функциядир.

2°. Гомоморфизм (қ.) Я. си — ҳалқа ёки алгебранинг мазкур гомоморфизм ёрдами билан нолга (гомоморфизмлар группаси ёрдамида бирга) ўтувчи элементлари тўплами.

ЯКОБИАН — ЯКОБИАН — кўриниши қуйидагича бўлган детерминант:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_2}{\partial x_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial x_n} \end{vmatrix}, \qquad (*)$$

бу ерда $y_i = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — бирор Δ соҳада узлуксиз хусусий ҳосилаларга эга бўлган функциялар, $1 \leqslant i \leqslant n$. Я. қисқача $\frac{D(y_1, y_2, \ldots, y_n)}{D(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$ шаклида белгиланади. Унга немис математиги Якобининг номи берилган. Агар $y_1 = f_1(x_1, x_2)$ ва $y_2 = f_2(x_1, x_2)$ функциялар ва улар билан бирга x_1x_2 текисликнинг Δ соҳасини y_1y_2 текисликнинг Δ_1 соҳасига акслантириш берилган бўлса, у ҳолда бу акслантиришдаги Я. нинг роли бир ўзгарувчили функция ҳосиласининг ролига кўп жиҳатдан ўхшайди. Масалан, Я. нинг бирор нуқтадаги абсолют қиймати юзларининг бу нуқтадаги бузилиш коэффициентига тенг. Я. каррали интегралларнинг алмаштириш формулаларида қўлланилади, масалан:

$$\iint\limits_{\Delta_1} \Phi(y_1, y_2)\, dy_1 dy_2 = \iint\limits_{\Delta} \Phi\,[y_1(x_1, x_2), y_2(x_1, x_2)] \left|\frac{D(y_1, y_2)}{D(x_1, x_2)}\right| dx_1 dx_2.$$

Я. ошкормас функциялар назариясида кўп қўлланилади. Масалан,

$$\Phi_k(x_1, \ldots, x_n; y_1, \ldots, y_m) = 0 \quad (1 \leqslant k \leqslant m) \qquad (**)$$

тенгламалар орқали ошкормас ҳолда берилган $y_1, y_2, \ldots, y_n$ функцияларни $M(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0; y_1^0, \ldots, y^0_m)$ нуқта атрофида ошкор ҳолда ифодалаш учун M нуқтанинг координаталари (**) тенгламаларни қаноатлантириши ва $\frac{D(\Phi_1, \ldots, \Phi_m)}{D(y_1, \ldots, y_m)}$ Якобиан M нуқтада нолдан фарқли бўлиши талаб этилади. Я. учун қуйидаги формула ўринлидир:

$$\frac{D(z_1, z_2, \ldots, z_n)}{D(y_1, y_2, \ldots, y_n)} \cdot \frac{D(y_1, y_2, \ldots, y_n)}{D(x_1, x_2, \ldots, x_n)} = \frac{D(z_1, z_2, \ldots, z_n)}{D(x_1, x_2, \ldots, x_n)}.$$

ЯКОБИ МНОГОЧЛЕНЫ — ЯКОБИ КЎПҲАДЛАРИ — қуйидаги формула билан аниқланадиган кўпҳадлар:

$$T_n^{(\alpha,\ \beta)}(x) = \frac{(-1)^n}{2^n \cdot n!}(1-x)^{-\alpha}\ (1+x)^{-\beta}\frac{d^n}{dx^n}[(1-x)^{\alpha+n}\ (1+x)^{\beta+n}].$$

Я. к. $(-1,\ 1)$ ораликда $(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}$ вазнга нисбатан ортогоналдир. Я. к. ни немис математиги К. Якоби топган. Я. к. — гипергеометрик функциянинг (қ.) хусусий ҳолидир. Я. к. учун қуйидаги формула ўринлидир:

$$\int_{-1}^{1}(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}[T_n^{(\alpha,\ \beta)}(x)]^2dx = \frac{2^{\alpha+\beta+1}}{\alpha+\beta+2n+1}\cdot\frac{\Gamma(\alpha+n+1)\cdot\Gamma(\beta+n+1)}{n!\Gamma(\alpha+\beta+n+1)}.$$

Я. к. группаларни тасвирлаш назариясида қўлланилади (қ. Представление группы).

Адаб.: И. П. Натансон, Конструктивная теория функций, М.—Л., 1949.

ЯКОБИ СИМВОЛ — ЯКОБИ СИМВОЛИ — Лежандр символининг (қ.) умумлаштирилиши. Я. с. $\left(\frac{a}{p}\right)$ билан белгиланади ва «p га нисбатан a символ» ёки «p устида a символ» деб ўқилади. Агар a сони p $(p = p_1p_2\ \ldots\ p_k)$ сон билан ўзаро туб бўлса, у ҳолда Я. с. Лежандр символларининг кўпайтмаси сифатида аниқланади:

$$\left(\frac{a}{p}\right) = \left(\frac{a}{p_1}\right)\left(\frac{a}{p_2}\right)\ \ldots\ \left(\frac{a}{p_k}\right),$$

бу ерда $p_1, p_2, \ldots, p_k$ — туб сонлар. a сони p модул бўйича квадратик чегирма бўлиши ёки p модул бўйича чегирмамас бўлиши масаласини ҳал қилишда Я. с. Лежандр символи сифатида қўлланилади (қ. Квадратический вычет).

ЯКОВКИНА СХЕМЫ — ЯКОВКИН СХЕМАЛАРИ — кўпҳадларни бўлиш ва кўпҳадлардан квадрат илдиз чиқариш схемалари; бу схемаларни М. В. Яковкин ишлаб чиққан.

Қолдиқли бўлиш амали бўлинувчидан биринчи қолдиққа, биринчи қолдиқдан иккинчисига ўтишдан ва ниҳоят қолдиқда даражаси бўлувчининг даражасидан кичик бўлган кўпҳад ҳосил бўлгунча шу тариқа қолдиқдан қолдиққа ўтишдан иборатдир. Одатда бир тақлидда такрорланадиган бу амаллар бурчакли бўлиш ёрдамида бажарилади; бундай бўлишда ҳисоблар қуйидаги мисолда кўрсатилганча ёзилади:

$$\begin{array}{r|l}
-\ 2x^5+3x^4-2x^3+7x^2-10x+4 & x^3-2x^2+x-1 \\
\underline{2x^5-4x^4+2x^3-2x^2\qquad\qquad\quad} & \overline{2x^2+7x+10} \\
-\ 7x^4-4x^3+9x^2-10x & \\
\underline{7x^4-14x^3+7x^2-7x} & \\
-\ 10x^3+2x^2-3x+4 & \\
\underline{10x^3-20x^2+10x-10} & \\
22x^2-13x+14 &
\end{array}$$

Я. с. га асосан, чала бўлинма ҳадларини топиш учун оралик қолдиқларнинг энг катта даражали ҳадларини бўлувчининг энг катта даражали ҳадига бўлиш керак, шундай қилинганда бу қолдиқларнинг ўзини топишга эҳтиёж қолмай, уларнинг энг катта даражали ҳадларини билишнинг ўзи етарли бўлади. Юқорида кўриб ўтилган мисолга татбиқ этилганда Я. с. қуйидагича бўлади:

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 & 2x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 10x + 4 \\
\hline
2x^2 & \quad 4x^4 - 2x^3 + 2x^2 \\
-x & \qquad\qquad 14x^3 - 7x^2 + 7x \\
1 & \qquad\qquad\qquad\quad 20x^2 - 10x + 10 \\
\hline
 & 2x^2 + 7x + 10 \,\|\, 22x^2 - 13x + 14.
\end{array}
$$

Бу ерда юқориги чап бурчакка бўлувчининг энг катта ҳади ёзилган, қолган ҳадлари эса тескари ишора билан олиниб, устун қилиб ёзиб чиқилган. Бўлинувчи юқориги сатрга ёзилган. Пастки қатордаги $2x^2$ — бўлинманинг энг катта ҳади. Бўлувчининг энг катта ҳади билан бўлинманинг энг катта ҳади кўпайтмаси ёзилмаган, чунки бу кўпайтма бўлинувчидан айрилганда қисқариб кетади. Бўлинманинг энг катта ҳадининг бўлувчининг тескари ишора билан олинган қолган ҳадларига кўпайтмаси иккинчи сатрга ёзилган. Сўнгра биринчи қолдиқнинг энг катта $3x^4 + 4x^4 = 7x^4$ ҳади бўлувчининг энг катта ҳадига бўлинади, бунда бўлинманинг иккинчи ҳади ($7x$) ҳосил бўлади ва ҳоказо. Устун қилиб ёзилган ўхшаш ҳадлар қўшиб чиқилганда $22x^2 - 13x + 14$ қолдиқ ҳосил бўлади.

Я. с. да x нинг даражаларини ташлаб юбориш мумкин. Бўлувчи $b_m x^m - b_0$ иккиҳад бўлган хусусий ҳолда Я. с. Горнернинг (қ.) машҳур схемасини умумлаштиради: $m = 1$ ва $b_m = 1$ бўлганда Я. с. нинг бу хусусий ҳолидан Горнер схемаси ҳосил бўлади.

М. В. Яковкин кўпҳадларни бўлишга оид схема билан бир қаторда кўпҳадлардан квадрат илдиз чиқариш схемасини ҳам ишлаб чиққан.

Адаб.: М. В. Яковкин, О схеме деления многочленов, «Математика в школе», 1954, № 5; С. И. Новоселов, Специальный курс элементарной алгебры, Высшая школа, М., 1956; М. В. Яковкин, Вычислительные действия над многочленами, Учпедгиз, М., 1961.

На узбекском языке

ОЛЕГ ВАСИЛЬЕВИЧ МАНТУРОВ
ЮРИЙ КОНСТАНТИНОВИЧ СОЛНЦЕВ
ЮРИЙ ИСААКОВИЧ СОРКИН
НИКОЛАЙ ГЕОРГИЕВИЧ ФЕДИН

ТОЛКОВЫЙ СЛОВАРЬ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕРМИНОВ

Пособие для учителей

Перевод с издания изд-ва «Просвещение», М., 1965.

Издательство «Ўқитувчи»
Ташкент — 1974

Таржимонлар: *М. Қамолов* (А — З ҳарфлари), *Ж. Икромов* (И — О ҳарфлари), *Р. Сайдалиев* (П — Я ҳарфлари)

Махсус редактор *А. Ҳикматов*
Нашриёт редактори *Р. Сайдалиев*
Бадиий редактор *П. Бродский*
Техредактор *Н. Сорокина*
Корректор *Д. Умарова*

Теришга берилди 14/XI-1973 й. Босишга рухсат этилди 14/V-1974 й. Қоғози № 2. 60×90$^1/_{16}$. Физик. л. 34,5. Нашр. л. 43,9. Тиражи 50000. «Ўқитувчи» нашриёти. Тошкент. Навоий кўчаси 30. Шартнома 322—67. Баҳоси 79 т. Муқоваси 20 т.

ЎзССР Министрлар Советининг нашриётлар, полиграфия ва китоб савдоси ишлари бўйича Давлат комитетининг Тошкент полиграфия комбинати. Навоий кўчаси, 30. 1974 й. Зак. № 1334.

Ташполиграфкомбинат Государственного Комитета Совета Министров УзССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Навои, 30.