O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
XALQ TA'LIMI VAZIRLIGI

RESPUBLIKA TA'LIM MARKAZI

ABBOS AKMALOV

MATEMATIKADAN SINFDAN TASHQARI MASHG'ULOTLAR

(O'qituvchilar uchun metodik qo'llanma)

$$6^2 - 5^2 = 11$$

$$56^2 - 45^2 = 111$$

$$556^2 - 445^2 = 1111$$

$$5556^2 - 4445^2 = 11\ 111\ 111$$

$$55556^2 - 44445^2 = 1\ 111\ 111\ 111$$

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI XALQ TA’LIMI VAZIRLIGI

RESPUBLIKA TA’LIM MARKAZI

ABBOS AKMALOV

MATEMATIKADAN SINFDAN TASHQARI MASHG‘ULOTLAR

(O‘qituvchilar uchun metodik qo‘llanma)

Toshkent - 2017

УЎК: 87(398)57
КБК:85.5(879)-32

Akmalov Abbos
Matematikadan sinfdan tashqari mashg'ulotlar – Toshkent, «Adabiyot uchqunlari» nashriyoti – 2017, 80 b.

ISBN 978-9943-4658-7-9

Metodik qo'llanmada umumiy o'rta ta'lim muassasalari o'quvchilarini matematika o'quv faniga tayanch kompetensiyalar yondashuvi asosida yondashib, kreativ fikrlashga o'rgatish, kommunikativ kompetensiya asosida matematik muammo, masala, misollarni hamkorlikda va mustaqil yechish ko'nikmasi, malakalarini rivojlantirishga, bo'sh vaqtlarini mazmunli o'tkazish uchun to'garaklar, sinfdan va maktabdan tashqari mashg'ulotlarni tarixiy ma'lumotlar, viktorinalar, sofizmlar, sonlarni bo'linish belgilari, interfaol metodlarda yechimini topishga oid qiziqarli masala va misollardan tanlangan. O'qituvchi va o'quvchilar ijodiy foydalanishlari uchun metodik tavsiyalar berilgan.

Mas'ul muharrir: Turg'un Azlarov - O'zbekiston Qahramoni, O'zbekiston Respublikasi xalq o'qituvchisi, pedagogika fanlari nomzodi, dotsent

Taqrizchilar: Shukur Po'latov - Toshkent shahar XTXQTUMO instituti dotsenti, pedagogika fanlari nomzodi, O'zbekistonda xizmat ko'rsatgan yoshlar murabbiysi
Qahramon Alimardonov - Toshkent shahar xalq ta'limi bosh boshqarmasi metodik markazinining aniq fanlar bo'yicha metodisti
Mavjuda Shaniyazova - Toshkent shahar 300–maktabning oliy toifali matematika o'qituvchisi

Metodik qo'llanma Respublika ta'lim markazi qoshidagi matematika fani bo'yicha ilmiy - metodik Kengashning 23. 06. 2017 yildagi qaroriga muvofiq nashrga tavsiya qilingan.

Kirish

O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2017-yilda "Umumiy o'rta va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limining Davlat ta'lim standartlarini tasdiqlash to'g'risida"gi qarorida umumiy o'rta ta'limining davlat ta'lim standartida matematika fanini o'qitishning asosiy **maqsadlari va vazifalaridan:**

o'quvchilarda kundalik faoliyatda qo'llash, fanlarni o'rganish va ta'lim olishni davom ettirish uchun zarur bo'lgan matematik bilim va ko'nikmalar tizimini shakllantirish va rivojlantirish;

milliy, ma'naviy va madaniy merosni qadrlash, tabiiy-moddiy resurslardan oqilona foydalanish va asrab-avaylash, matematik madaniyatni umumbashariy madaniyatning tarkibiy qismi sifatida tarbiyalash;

o'quvchilar tomonidan matematik tushunchalar, xossalar, shakllar, usullar va algoritmlar haqidagi bilim, ko'nikmalar egallanishini ta'minlash;

o'quvchilarning individual xususiyatlarini rivojlantirgan holda, mustaqil ta'lim olish ko'nikmalarini shakllantirish;

fanlar integratsiyasini inobatga olgan holda o'quvchilarda, milliy va umuminsoniy qadriyatlarni, kreativlikni shakllantirish hamda ongli ravishda kasb tanlashga yo'naltirishdan iborat, deb begilangan.

Matematika o'quv fanini o'qitishga kompetensiyaviy yondashuv deganda- mavjud bilim, ko'nikma va malakalarni kundalik faoliyatda samarali qo'llay olishi uchun harakat qilishga imkon beradigan amaliy ko'nikmalarni shakllantirish va rivojlantirish qobiliyati nazarda tutiladi.

Ilmiy pedagogik, psixologik manbaglarda kompetensiyaviy yondashuv- "samaradorlik", "moslashuvchanlik", "sifat", "moslik", "uquvlilik" kabi tushunchalar asosida tavsiflanmoda.

"Aniq va tabiiy fanlarni o'qitishning zamonaviy metodologiyasi: muammo va yechimlar" mavzusida aniq va tabiiy fanlari o'qituvchilari Respublika Forumida: "... O'quvchilarni fanlarga qiziqtirish, ijodiy fikrlashga o'rgatish, topshiriqlarni mustaqil yechish ko'nikmasiga ega bo'lish malakalarini rivojlantirish, bo'sh vaqtlarini mazmunli o'tkazish uchun to'garaklar, sinfdan va maktabdan tashqari mashg'ulotlarni jonlashtirish." – masalalariga e'tiborni kuchaytirish ta'kidlab o'tilgan.

O‘quv va darsdan tashqari mashg‘ulotlarda o‘quvchilarning yoshlariga mos holda muammoli, mantiqiy masala va misollarni yechimlarini izlashda ijodiy, ilmiy, mantiqiy fikrlab muhokama qilish, mustaqil ravishda taxmin va xulosalarni isbotlash, o‘zlashtirgan bilim va ko‘nikmasini amalda qo‘llaydigan, yangilik kashf qiluvchi ijodkor shaxs darajasida shakllananishiga asos bo‘ladi. Bunday masalalarni yechish matematik tafakkur qilishning yangi usullarini vujudga keltiradi, yangi bilimlar paydo bo‘lishiga olib keladi va o‘quvchiga o‘ziga xos "yangilik kashf etgandek" estetik zavq bag‘ishlaydi.

Dars va sinfdan tashqari tadbirlarni tashkil etishga tayyorgarlik ko‘rish va o‘tkazishda ota–ona, o‘qituvchilar ta’lim, fan, sport va san’at sohalaridagi metodik mahsulotlar va boshqa resurslarni, rasmiy ma’lumotlarni axborot - ta’lim portali va "ZiyoNET" axborot tarmog‘i orqali xalqaro internet tizimidan izlash, olish, foydalanishlari davr talabidir. O‘quvchilarga taqdimotlar tayyorlash, videokonferensiya kabi axborot uzatishning elektron usullaridan foydalanishni o‘rgatish va nazorat qilish ota–ona, o‘qituvchilarning vazifasidir. O‘quvchilarni maktab kutubxonalari, axborot-resus markazlarida ilmiy – ommabop, metodik adabiyotlar, jurnallar va gazetalardan ijodiy foydalanishga o‘rganishlari bo‘sh vaqtlarini mazmunli, maqsadli o‘tkazishlariga yordam beradi.

Kompetensiyaviy yondashuv asosida o‘quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirishga doir masala va misollar

"Ta’lim to‘g‘risida"gi Qonundagi "Bilimli bo‘lishni va iste’dodni rag‘batlantirish" bo‘yicha birinchi navbatda iqtidorli, yuksak iste’dod sohiblariga, bilimning tegishli sohalari va fanning aniq yo‘nalishlari bo‘yicha o‘z qobiliyatlarini namoyon etish va rivojlantirish, o‘zlaridagi noyob iste’dodni ro‘yobga chiqarish uchun keng imkoniyatlar yaratilgan. Umumiy o‘rta ta’lim tizimida o‘quv fanlari bo‘yicha ixtisoslashgan maktab va sinflar uchun yaratilgan o‘quv dasturlari asosida iqtidorli o‘quvchilarga ta’lim berilmoqda.

Matematika, algebra va geometriya o‘quv fanlaridan dars jarayonida o‘qituvchi faqat darslik bilan cheklanib ta’lim berish yetarli emas. O‘quv fanlarga ixtisoslashgan sinflarda iqtidorli o‘quvchilarga mavzularga oid misollarni tanlashda matematik, algebraik va geometrik tushunchalar mohiyatini chuqurroq o'zlashtirishlari uchun qo'shimcha ma'lumotlar berish maqsadga muvofiq bo'ladi.

Matematika boshqa o'quv fanlari qatorida o'z ichki qonuniyatlar bo'yicha ham – turli tushunchalar, nazariyalarni umumlashtirish, mantiqiy tugallanganlikka erishish, boshlang'ich tushunchalar, nazariyalarning davrlar o'tib, ularni tahlil qilish natijasida rivojlanib borishi va hozirgi zamonda erishilgan yutuqlari nuqtai – nazaridan qiyoslab tushuntirib borish zamonaviy darslarga qo'yilgan talablardir. Umumiy o'rta ta'lim tizimida matematika o'qitish jarayonida o'quvchilarning ilmiy izlanish tafakkurini rivojlantirishda o'qituvchining bilim, ko'nikma va malakasi hamda pedagogik, metodik mahorati: kuzatish va tajriba, taqqoslash, tahlil va sintez, umumlashtirish, mâvhum tushunchalarni toifalash, aniqlashtirish kabi metodlardan foydalanishiga bog'liqdir.

Ijodiy masalalar ob'yekt va sub'yektlarning o'zaro munosabatlari bilan aniqlanadi, chunki har bir masala, o'quvchi bu masalaning yechilish usulini bilish yoki bilmasligiga qarab, yechimini topish natijasida yangi bilimlar ola bilishiga qarab ijodiy yoki oddiy bo'lishi mumkin. Ijodiy masalalar yechishning mavjud asoslari – bilimlardan qisqa, xususiy xulosalar chiqarish yo'li amalga oshirilishi doim to'g'ri bo'lmasligi mumkin, chunki natijaviy xulosalar chiqarishda yetarli bo'lmaydi, buning uchun ularni ma'lum tartibga solish kerak. O'quvchi ijodiy masalalar yechimini izlashda matematika nazariyasi sohasida ijod qilayotgan matematik tadqiqotchilar tafakkurlari jarayonini o'zida aks ettiradi. Bu ma'noda olganda, ijodiy masalalar yechish o'quvchilarning qobiliyati, matematik tafakkurini rivojlanishi va shakllanishida salmoqli o'rin tutadi.

(Izoh: mashg'ulotlarga savol, masala va misollardan tanlash o'qituvchi va o'quvchilar ixtiyorida).

5 – sinflar uchun masala va misollar

1) 7dan katta istalgan natural sonni har bir qo'shiluvchisi 3 yoki 5 bo'lgan yig'indi shaklida ifodalash mumkinligini ko'rsating.

Yechimi: 8 = 3+5; 9 = 3+ 3+ 3; 10 = 5+ 5; 11 = 3+5+3; 12 = 3+3+3+3; 13= 5+5+3; 14 = 3+5+3+3; ... Qoida: keyingi sonlarni 3ni qo'shish bilan ifodalash mumkin.

2) Qanday natural sonlarning oxirgi raqamlarini o'chirish bilan butun son marta qisqartirish mumkin.

Yechimi: 100; 200; 300;... ikki xonali sonlardan 11; 22; 33; 44;...99.

12; 24; 36; 48; 13; 14; 26;39; 15; 16; 17; 18; 19.

Qoida: Oxiri nol bilan tugaydigan va ikki xonali sonlar.

3) Ketma–ket kelgan ikkita toq sonning yig'indisi 4ga karrali ekanlgini isbotlang.

Isboti: Ketma – ket kelgan toq sonlarni umumiy holda $2n - 1$; $2n + 1$ ifodalasak va ularni qo'shsak: $2n - 1 + 2n + 1 = 4n$ bo'ladi.

Quyidagilarni isbotlang:

a) beshta ketma-ket kelgan natural sonning yig'indisi 5 ga bo'linadi;

b)to'rtta ketma-ket kelgan natural sonning yig'indisi 4 ga bo'linadi;

v) to'rtta ketma–ket kelgan toq natural sonning yig'indisi 8 ga bo'linadi;

g) to'rtta ketma - ket kelgan juft natural sonning yig'indisi 4 ga bo'linadi.

3a) Ikkita a va b natural sonlarning quyidagi xossalarga ega ekanligini isbotlang: yoki a, yoki b, yoki $a + b$,yoki $a - b$, 3ga bo'linishini isbotlang.

Ko'rsatma: Agar a 3ga bo'linmasa va b ham 3 ga bo'linmasa, quyidagi hollar: a) a va b ni 3ga bo'lganda qoldiq 1 ga; b) a va b ni 3ga bo'lganda qoldiq 2 ga; v) a va b sonlardan bittasini 3 ga bo'lganda qodiq 1 ga, boshqa holda 2 ga teng bo'ladi.

3b) Ali sinfdoshi Akbarga: "Shunday misolni o'yladim, bunda bo'linuvchi, bo'luvchi, bo'linma va qoldiq mos ravishda 1,3,5 va 7ga tugaydi." Akbar o'ylab turib: "Ali, bu misol shartida xato qilmadingmi?" – deb so'radi. Sizningcha, Akbarning mulohazasi to'g'rimi?

Yechimi: Alining muohazasi bo'yicha, bo'lishga doir shunday misol mavjud bo'lsin. U holda a bo'linuvchi, b bo'luvchi, q bo'linma va qoldiq - r toq son. Ammo $a = bq + r$ tenglikdan, a juft son. Bu esa Ali mulohazasini inkor etadi. Demak, Akbar to'g'ri mulohaza qilgan.

3v) Akbar sinfdoshi Aliga: "Sen noldan boshqa bir sonni o'yla, ammo menga aytma va men aytgan amallarni bajarsang, o'ylagan soningni to'g'ri topaman."- dedi. Ali: "Bitta son o'yladim, qanday amallarni bajaray", – dedi. Akbar: "O'ylagan songa, teng sonni qo'sh va masalan 5ga ko'paytir, natijani birinchi o'ylagan songa bo'l, sen o'ylagan son 10". Akbar qanday qoidadan foydalandi?

4) a) Hisoblang: $2379 \cdot 23782378 - 2378 \cdot 23792379$

Yechimi: $2378 = x$ deb belgilaymiz. U holda $2379 = x + 1$ bo'ladi.

$23782378 = 10000\,x + x$; va $23792379 = 10000(x + 1) + x + 1$

$(x + 1) . 10000\,x + x - x(10000(x + 1) + x + 1) = 0.$

b) $96 \cdot \frac{7}{125} + 97 \cdot \frac{11}{125} - \frac{2}{125} - 192 \cdot \frac{9}{125}$;

Ko'rsatma: $\frac{9}{125} = a$ va $\frac{2}{125} = b$ deb belgilang. J: $\frac{9}{125}$

5) Sinfdagi 41 o'quvchi uchtadan yozma ish yozishdi. Yozma ishlarni tekshirish natijasiga ko'ra o'qituvchi bitta ham qoniqarsiz baho qo'ymagan. Buning natijasi sifatida har bir o'quvchiga boshqa ijobiy baholardan qo'yilgani ma'lum bo'ldi. Sinfdagi o'quvchilardan biri - kamida 7 o'quvchi bir xil baho olgan desa, boshqa bir o'quvchi o'ylab turib - bir xil baho olgan o'quvchilar 8 ta bo'lishi mumkin, deb aytdi. Qaysi o'quvchining javobi to'g'ri. Isbotlay olasizmi? (izoh: baholash besh ballik tizimda).

Yechimi: O'quvchilarning olgan ijobiy baholari 3,4 yoki 5 bo'lsa ularni guruhlarga ajratamiz: 3,4,5; 3,5,4; 4,3,5; 4,5,3; 5,4,3; 5,3,4. ya'ni 6 guruhga ajaratildi. Agar har bir guruhdagi baho olgan o'quvchilar soni 6 tadan ortiq bo'lmasa, u holda sinfdagi o'quvchilar soni 36 tadan oshmaydi. Bundan guruhlardagi baholardan olgan o'quvchilar soni 7 tadan kam emasligi kelib chiqadi. Masalan: bir guruhda baholardan 6 o'quvchi olgan bo'lsa, qolgan guruhlardagi baholardan 7 tadan o'quvchi olgan bo'ladi.

Olingan natijaga ko'ra birinchi o'quvchining tasdig'i to'g'ri bo'lib chiqadi, sababi guruhlardan biridagi baholarni 8 o'quvchi olgan bo'lsa o'quvchilar soni 41dan ortib ketishi mumkin. Yechimning boshqa variantlarni o'ylab ko'ring.

6) 1dan 100gacha natural sonlardan 71 soni tanlanganda, 71 dan keyingi sonlarning yig'indisiga teng bo'lishi mumkinmi?

Yechimi: 1dan 100gacha natural sonlarning yig'indisi 5050. 1dan 71gacha sonlarning yig'indisi 1+ 2+ 3 + 4+......+70+ 71 = 2556 ga teng bo'lsa, u holda 2556 soni 5050 soning yarmidan katta. Demak, talab qilayotgan 71 sonini tanlab bo'lmaydi.

7) Yig'indilarni qanday usulda tez hisoblash mumkin?

1) 1+3+5+ 7+ 9+... +97+99=?

2) 99+95+91+ ...+7+3 – 1- 5-...-89- 93- 97=?

Yechimi: 1) (1+99) + (3+97)+...+(49+51) =

2) (99- 95)+ (95-93) +...(7-5) + (3-1) =

8) Ikkita natural sonning ko'paytmasi 100dan katta bo'lsa, u holda har bir son 10dan katta bo'lishi mumkinmi?

Yechimi: Yo'q. Masalan: $8\cdot13 = 104$ bo'ladi. 104 soni 100dan katta bo'lgani uchun javob har bir son 10 dan katta bo'la olmaydi. Boshqa ko'paytmalarni ham o'ylab ko'ring.

9) 45 sonini shunday natural sonlar yig'indisida shaklida yozingki, natijada ularning ko'paytmalari ham 45 ga teng bo'lsin.

Yechimi: 45=15+3+1+1+1+1+1+...+1 bunda 1lar soni 27 ta. J: $45= 15\cdot3\cdot1$

10) Shunday ikki xonali sonni topingki, bu sonni bo'lganda bo'luvchisidagi raqamlar yig'indisiga teng bo'lsin.

Yechimi: Bo'linuvchi bo'luvchisiga teng bo'lishi o'z – o'zidan ma'lumki izlanayotgan ikki xonali son, bir xonali sonning kvadratiga teng : $3\cdot3=9$; $4\cdot4=16$; $5\cdot5=25$. va x.k. Izlanayotgan son 16, 25, 36,49, 64, 81 sonlar orasida bo'ladi. Masala sharti bo'yicha faqat 81 qanoatlantiradi: 81: (8+1) = 9.

11) Ķitobning betlarini nomerlash uchun 1392 ta raqam ishlatilgan bo'lsa, kitob necha betli bo'lgan?

Yechimi: Kitobni betlarini nomerlashda 1- 9 betlarga bittadan, 10 - 99 betlariga ikkitadan, 100 - 500 betlariga uchtadan raqamlar ishlatilgan bo'lsa, u holda buni matematik ifodasi: $1\cdot9+ 2\cdot90 +3\cdot401= 1392$

Demak, kitob 9+90+ 401= 500 betlik ekan.

12) 1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlarni yozilish tartibini o'zgartirmay oralariga plyus va minus belgilarini shunday qo'yingki, natijada 100 hosil bo'lsin.

Yechimi: 123 – 45 – 67 +89=100

Masala shartini rivojlantirib, plyus va minus hamda ko‘paytiruv, bo‘luv amallarini, kasr ko‘rinishda ham bajarish bilan hisoblash so‘ralishi mumkin.

$1+2+3+4+5+6+7+8\cdot9=100$; $1+2\cdot3+4\cdot5-6+7+8\cdot9=100$;

$1\cdot2+34+56+7-8+9=100$; $1+2\cdot3+4+5+67+8+9=100$;

$123+45+67+8-9=100$; $123-45-67+89=100$; $(1+2-3-4)\cdot(5-6-7-8-9)=100$;

13) 40ta yong‘oqni 7ta odamga toq donadan bo‘lib bersa bo‘ladimi?

14) *1*3**4*5= 100 ifodadagi yulduzchalar o‘rniga plyus va minus hamda ko‘paytiruv amallarini hamda qavslar qo‘yilganda tenglik o‘rinli bo‘lsin.

Yechimi: $(1\cdot2+3)\cdot4\cdot5=100$.

15) a) Birlik kasrdan foydalanib, yettita nonni 8 kishiga qanday bo‘lish mumkin?

Ko‘rsatma: $\frac{7}{8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

b) 7 ta bir xil olmaning har birini 4dan ortiq bo‘lakka bo‘lmasdan 12ta bolaga teng bo‘lib bering.

Yechimi: $\frac{7}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$. Shuning uchun 4ta olmaning har birini 3 ta teng bo‘lakka, qolgan 3 ta olmaning har birini 4 ta teng bo‘lakka bo‘lish kerak.

6 – sinflar uchun masala va misollar

1 - a) To‘g‘ri va noto‘g‘ri kasrlardan qaysini birga yaqin?

Yechimi: $1-\frac{m}{n}$ va $\frac{n}{m}-1$ ayirmalar taqqoslanadi. Bunda m va n natural sonlar bo‘lib m, n dan kichik. Demak, to‘g‘ri kasr birga yaqin.

b) Masala: t- har qanday butun son bo‘lganda ham $\frac{m+1}{2m+1}$ kasr qisqarmas kasr ekanini isbot qiling.

Yechimi: $t+1$ va $2t+1$ sonlarning eng katta umumiy bo‘luvchisi $2(t+1)-(2t+1)$ sonning ham umumiy bo‘luvchisi bo‘ladi. Lekin $2(t+1)-(2t+1)=1$ bo‘ladi. Demak, $t+1$ va $2t+1$ sonlarning eng katta umumiy bo‘luvchisi 1 bo‘ladi.

2) 4dan katta va egizak tub sonlar orasidagi sonni 6 ga karrali ekanligini isbotlang. (Egizak tub sonlar deb, toq sonlar qatorida bo‘lib yonma – yon turgan sonlar ataladi.)

Yechimi: m va n egizak tub sonlar bo'lsin va $3mkn$, bunda k - juft son va u 2ga karrali. m , k, n, - ketma-ket kelgan natural sonlar. Demak, bulardan bittasi 3 ga karrali. m va n, 3ga bo'linmasa, u holda k 3ga bo'linadi. Bundan k 2ga va 3ga bo'linar ekan, k 6 ga ham bo'linadi.

Masala sharti bo'yicha sonlar qatorini tuzamiz va egizak tub orasidagi 6 ga karrali sonlarni aniqlaymiz :5,**6**,7,8,9,10,11,**12**,13,... 29,**30**,31... 41,**42**,43...

3) Bu masalani tarixi shunday – 1742 yili Peterburg fanlar Akademiyasining a'zosi X.Goldbax mashhur matematik L.Eylerga yozgan xatlarida **"5 dan katta har qanday natural sonni uchta tub sonning yig'indisi shaklida yozish mumkin. Masalan, 15 = 7 + 5 + 3"** – degan fikrni bildirgan, ammo isbot qilmadi va matematika fanida Goldbax problemasi degan nom oldi. Bu problema qariyb 200 yildan keyin akademik I.M.Vinogradov tomonidan ma'lum, lekin yetarlicha katta sondagi toq sonni uchta tub sonning yig'indisi shaklida yozish mumkinligi deyarli to'la isbot qilindi. Bundan, har qanday yetarlicha katta juft sonni to'rtta tub sonning yig'indisi shaklida yozish mumkinligi kelib chiqadi.

$$16 = 7+5+3+1$$

1) 6 dan 9 000 000gacha natural sonlari to'plami uchun Goldbax problemasi o'rinli ekanligi tajribada sinab ko'rilgan.

2) 9 000 000 dan juda katta chekli sondagi Vinogradov topgan songacha problema o'rinli yoki yo'q ekani hozirgacha to'la isbotlanmagan.

3) Vinogradov sonlaridan boshlab natural sonlarning cheksiz to'plami uchun Goldbax problemasi hamma toq sonlar uchun isbotlangan.

3a) 64 sonini uchta tub sonlar yig'indisi ko'rinishida tasvirlash mumkinmi?

Yechimi: Mumkin masalan: $64 = 19+ 43+2$

4) Ikkita kasr sonlarning ko'paytmasi butun son bo'lishi mumkinmi?

Yechimi: Mumkin, masalan: $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{3} = 2$

5) Manfiy songa uning kvadrati qo'shilsa, musbat son hosil bo'ladimi?

Yechimi: $- 0,1 + (- 0,1)^2 = - 0,09 < 0$; javob yo'q.

6) 17 ta butun sonlarni shunday ketma–ket joylashtiringki, to'rtta ketma-ket kelgan sonlarni ko'paytmasi manfiy, hamma sonlarni ko'paytmasi musbat bo'ladigan qilib yozish mumkinmi?

Yechimi: Masalan: 2,2,2, (-3), 2,2,2, (-3), (-3),2,2,2, , 2,2,2, (-3), 2.

7) Yuzasi 201201201201 kv.b. teng, tomoni butun son bo'ladigan kvadrat mavjudmi?

Yechimi: Bu masala 3 va 9 ga bo'linish belgilariga doirdir. Ma'lumki, 201201201201 soni 3 ga bo'linadi, ammo 9ga bo'linmaydi. Demak, tomoni butun son bo'lgan kvadrat mavjud emas.

8) Ueh xonali son yozing va yoniga shu sonni yozib olti xonali son hosil qiling. Hosil qilingan sonni 7ga, natijani 11ga, buning natijasini 13ga bo'ling.($13 \cdot 11 \cdot 7$ hisoblab qonuniyatni toping).

9) Sonlarni 4 va 9ga bo'linish belgilariga oid masala.

52*2* ifodadagi yuzlik va birlik xonalardagi raqamlarni o'rnidagi yulduzchalar o'rniga shunday raqamlarni qo'yingki, natijada hosil bo'lgan son 36ga bo'linsin.

Javobi: izlanayotgan sonlar 52128 yoki 52524.

10) Qoldiqli bo'lishga doir masala.

Ikki xonali sonlardan 4ga bo'lganda qoldiqda 1 qoladigan sonlarning yig'indisini toping.

Yechimi: Masala sharti bo'yicha eng kichik ikki xonali son 13, eng kattasi 97 bo'lsa, yig'indi 13+ 17+ 21+25+....85+89+93+97 ni hisoblash so'raladi.

(13+97)+ (17+93)+...+(45+65)+(49+61)+(53+57) =1210.

7- sinflar uchun masala va misollar

1) Bir noma'lumli chiziqli tenglamalar nechta ildizga ega bo'lishi mumkin?

Javob: bitta; ildizga ega bo'lmaydi; cheksiz ko'p ildizga ega .

2) $ax + by = c$ tenglamaning grafigi qanday shart bajarilganda: a) abtsissa o'qiga parallel; b) ordinata o'qiga parallel; c) koordinatlar boshidan o'tadi; g) 1 va 4 chorak burchaklari bissektrisasi bilan ustma – ust tushadi.

Javobi: a) $a = 0$; $b = 0$; b) $b = 0$; $a = 0$; c) $c = 0$; g) $a = b = 1$; $c = 0$;

3) Ketma-ket kelgan uchta butun sonlardan o'rtadagi sonning kvadrati, chetki sonlarning ko'paytmasidan katta ekanligini isbotlang.

Yechimi: uchta ketma – ket kelgan sonlarni ifodalaymiz: $(p-1)$;p ; $(p-1)$;

$$n^2 > (p\text{-}1)\,(p+1); \quad n^2 - 1 < n^2.$$

4) Qanday shart bajarilganda ikkita natural sonlar kvadratlarining ayirmasi tub son bo'ladi.

Yechimi: $n^2 - (n+1)^2 = n^2 - n^2 - 2n - 1 = -(2n+1)$.
Agar ularning yig'indisi tub son bo'lsa, ayirmasining moduli 1ga teng.

Ikki son yig'indisining kvadratiga oid masalalar.

Tarixiy ma'lumotlarga asosan Ibn Sino $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ teoremani geometrik usulda isbotlagan. Ibn Sino masalalari:

1. Agar son 9 ga bo'linib, qoldiqda 1 yoki 8 qolsa, u holda bunday sonlarning kvadrati 9ga bo'linganda qoldiqda 1 qoladi.

Masalan: 10 yoki 17 desak: $10 = 9\cdot1+1$; $17 = 9\cdot1+8$; $10^2 = 9\cdot11+1$; $17^2 = 9\cdot32+1$;

Isboti: Berilgan sonlar M va N bo'lsin. Qoidaga ko'ra: $M = 9\cdot p+1$; $N = 9\cdot k+8$

$$M^2 = (9\cdot p+1)^2 = 81p^2 + 18p + 1 = 9(9p^2 + 2p) + 1;$$

$$N^2 = (9\cdot k+8)^2 = 81k^2 + 144k + 64 = 81k^2 + 144k + 63 + 1 = 9(9k^2 + 16k + 7) + 1;$$

2. Agar son 9 ga bo'linib, qoldiqda 2 yoki 7 qolsa, u holda bunday sonlarning kvadrati 9ga bo'linganda qoldiqda 4 qoladi.
3. Agar son 9 ga bo'linib, qoldiqda 4 yoki 5 qolsa, u holda bunday sonlarning kvadrati 9ga bo'linganda qoldiqda 7 qoladi.
4. Agar son 9 ga bo'linib, qoldiqda 3,6 yoki 9 kabi sonlar qolsa, u holda bunday sonlarning kvadrati 9ga bo'linganda qoldiqda 9 qoladi.
5. Agar son 9 ga bo'linib, qoldiqda 1,4 va 7 qolsa, u holda bunday sonlarni kubga ko'targanimizda natijasi 9ga bo'linib, qoldiqda hamisha 1 qoladi.

Isboti. $M = 9p+1$ bo'lsin, u holda $M^3 = (9p+1)^3 = 729p^3 + 243p^2 + 27p + 1$;

$729p^3 + 243p^2 + 27p$ ifoda 9 ga bo'linadi va qoldiqda 1.

b) $N = 9k + 4$ bo'lsin. $N^3 = (9k+4)^3 = 729k^3 + 972k^2 + 432k + 64 = 729k^3 + 972k^2 + 432k + 63 + 1$, $729k^3 + 972k^2 + 432k + 63$ ifoda 9 ga bo'linadi va qoldiqda 1.

v) $R = 9m+4$ bo'lsin. $P^3 = (9m+7)^3 = 729m^3 + 1701m^2 + 1323m + 729m^3 + 1701m^2 + 1323m + 342 + 1$, $729m^3 + 1701m^2 + 1323m + 342$ ifoda 9 ga bo'linadi va qoldiqda esa 1.

Masalan,

$28=9\cdot3+1$ $\quad 28^3=21952=9\cdot2439+1,$

$22=9\cdot2+4$ $\quad 22^3=10648=9\cdot1183+1,$

$25=9\cdot2+7$ $\quad 25^3=15625=9\cdot1736+1,$

6. Agar son 9 ga bo'linib, qoldiqda 3,6 yoki 9 qolsa, u holda bunday sonlarni kubi 9ga bo'linib, qoldiqda hamisha 9 qoladi.

7. Agar son 9 ga bo'linib, qoldiqda 2,5 va 8 qolsa, u holda bunday sonlarni kubni 9 ga bo'lganda, qoldiqda hamisha 8 qoladi.

5) Ko'paytuvchilarga ajrating : $(x^2 - 1 + x)(x^2 - 1 +3x)$;

Yechimi: $x^2 - 1 + x = m$ deb belgilasak, u holda $m(m +2 x) +x^2 = m^2 +2tx + x^2 = (x^2 - 1 + x)^2 + 2(x^2 - 1 + x) x + x^2 = x^2 (x^2 + 2)$;

6) $x^3 + 3x^2 + 2x - 6 = 0$ tenglamani yeching.

Bu misol ko'phadlarni ko'paytuvchilarga oid.

Yechimi: $x^2(x - 3) + 2(x - 3) = 0$ bundan $(x^2 + 2)(x - 3) = 0; x = 3$.

7) Qonuniyatini toping:

Matematika o'qituvchisi tenglamalar sistemasi mavzusiga oid nazorat ishi o'tkazishda har bir o'quvchiga kartochkalarda bir xil tipdagi quyidagi misollarni tavsiya qildi:

$$\begin{cases}3x + 4y = 5\\ 5x + 6y = 7\end{cases} \quad \begin{cases}2x + 3y = 4\\ 6x + 7y = 8\end{cases} \quad \begin{cases}5x + 6y = 7\\ 9x + 11y = 13\end{cases} \quad \begin{cases}4x + 7y = 10\\ 13x + 16y = 19\end{cases}$$

Bu misollarni tuzishda matematikaning qaysi qonuniyati qo'llanilganini ko'rsating.

Bunday tipdagi tenglamalar sistemasini yechimlarida javoblar bir xil

$x = -1;\ y = 2$ bo'lishini isbotlash talab etiladi.

Yechimi: Ko'rsatilgan tenglamalar sistemalarida koeffisentlar umumiy bir qoida asosida tuzilganiga e'tibor qaratish kerak. Sistemadagi har bir keyingi koeffisent tenglamaning o'ng qismini ham hisobga olib, bundan oldingi koeffisentga bir xil son qo'shish bilan hosil qilinadi, masalan, oldingi ikki sistemada har qaysi koeffisentga bir, uchinchi sistemada sistemada uch, beshinchi sistemada besh qo'shiladi va hokazo.(bu xilda tuzilgan sonlar ketma – ketligi arifmetik progressiya deb atalishini yuqori sinflarda o'rganilishini o'qituvchi eslatib o'tadi).

Koeffisentlari shunday qoida bilan tuzilgan tenglama sistemalarining hammasi shu sistemaning birinchi har qanday son bo'lganda va koeffisentiga qo'shiladigan o'zgarmas son ham har qanday bo'lganda $x = -1, \; y = 2$ yechimga ega ekanligini isbot qilamiz.

Buning uchun shunga o'xshash harfiy koeffisentli bir sistema olamiz:

$$\begin{cases} ax + (a+n)y = a + 2n \\ (a+3n)x + (a+4n)y = a + 5n. \end{cases}$$

Birinchi tenglamani ikkinchidan hadma – had ayirib,

$3nx+3ny = 3n$ yoki $x + y = 1$ tenglamani hosil qilamiz.

Bu tenglamadan: $x = 1 - y$. Bu qiymatni berilgan birinchi tenglamaga qo'ysak,

$y = 2$ hosil bo'ladi, demak: $x = -1$, $y = 2$ yechimga egadir.

Yana ham umumiyroq shakldagi ikki noma'lumli ikki tenglamalar sistemasi quyidagi:

$$\begin{cases} ax + (a+\kappa)y = a + 2\kappa \\ bx + (b+m)y = b + 2m \end{cases}$$

$a \neq b$, $k \neq m$ faraz qilib mustaqil isbotlang.

8) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ formulaning ba'zi bir tatbiqlari.

Ajoyib tengliklar:

$$6^2 - 5^2 = 11$$

$$56^2 - 45^2 = 111$$

$$556^2 - 445^2 = 1111$$

$$5556^2 - 4445^2 = 11\,111\,11$$

$$55556^2 - 44445^2 = 1\,111\,111\,11$$

Bu tengliklar quyidagicha chiqariladi.

Masalan: $a+b = 1001$, $a - b = 111$ bo'lsin. a va b ni topamiz:

$a + b = 1001$

a - b = 111

Bu tengliklarni hadma –had qo'shib va ayirib quyidagilarni topamiz:

2a = 1112, bundan a=556;

2b = 890, bundan b = 445.

a+ b va *a - b* ni mos ravishda: *101* va *11; 10001* va *1111* va hokazo qabul qilsak, jadvalning qolgan sonlarini hosil qilamiz.

11) Jamshid Koshiy masalasi: Bir necha kishi boqqa kirdi, birinchisi bitta, ikkinchisi ikkita, uchinchisi uchta va hokazo anor uzdilar. So'ng hamma anorlarni jamlab, o'rtada teng bo'lishgan edi, har bir kishiga oltitadan anor tegdi. Boqqa necha kishi kirgan?

Yechimi: Jamshid Koshiy masalani quyidagicha yechadi: kishilar soni x deydi va unga birni qo'shadi, so'ng $\frac{x}{2}$ ga ko'paytiradi. Bu hamma terilgan anorlar sonini beradi. So'ng x ni 6 ga ko'paytiradi, u ham hamma terilgan anorlar sonini beradi, oldin hosil ifodani $6x$ ga tenglab, noma'lumni topadi, u 11 kishi.

Hozirgi belgilashlarda $(x+1)\cdot\frac{x}{2} = 6$ tenglama ko'rinishiga keltiriladi.

Boshqa bir masalasi: Uch xil – oltin, gavhar va durdan yasalgan bezak bor.Uning og'irligi uch misqol, bahosi 60 dinar, bir misqol oltin 4 dinar, gavhar 20 dinar, dur 30 dinar. Ularning har birining og'irligini bilmoqchimiz.

Yechimi: Koshiy bu masalani uch xil yechimi borligini aytadi va bu usullarning har birining yechimini bayon qiladi. Biz uning uchinchi usulini hozirgi belgilarda keltiramiz.

Oltinning og'irligi x, gavharning og'irligi u, durning og'irligini

3- $(x + u)$ bilan belgilaymiz – deydi Koshiy, biz esa durning og'irligini z bilan belgilaymiz va masala mazmuniga ko'ra tenglamalar sistemasini tuzamiz:

$$\begin{cases} x + u + z = 3 \\ 4x + 20u + 30z = 60 \end{cases}$$

Uch noma'lumli noaniq tenglamalar sistemasi hosil bo'ldi. Bu tizim cheksiz ko'p yechimga ega. Ammo tenglama ildizlari manfiy bo'lib qolmasligi uchun

$x \geq \frac{30}{26}$ sharti bajarilishi kerakligiga e'tibor qiling.

12) 1 dan 10 gacha bo'lgan natural sonlarning ko'paytirgandagi oxirgi uchta raqamini toping.

Yechimi: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 10 = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$ ko'paytmaning oxirgi ikkita raqami nol bilan tugaydi. Demak, ko'paytmaning oxiridan uchinchi raqami $2^8 \cdot 3^4 \cdot 7$ sonlarning ko'paytmasining oxiri raqamiga teng va 8.

13) $102 + 1 = 101$ ifodada bitta raqamning o'rnini shunday almashtiringki, tenglik to'g'ri bo'lsin. Yechimi: $10^2 + 1 = 101$.

14) $3^{10}, 2^7, (-4)^6, (-7)^5$ ifodadagi ortiqchasini o'chiring.

Yechimi: $(-7)^5$ ifoda musbat sonlar orasida yagona manfiy son.

15) $5ab^2, -3k \cdot 2c,\ 85x^2 - xy + y,\ n^3$ ifodadagi ortiqchasini o'chiring.

Yechimi: $85x^2 - xy + y$ ifoda birhadlar orasida yagona ko'phaddir.

8- sinflar uchun masala va misollar

Algebraik kasrlar

1) $0 < m < n$ bo'lganda $\frac{m}{n}$ - qisqarmas kasr . $\frac{m}{n} = \frac{1}{k+1} + \frac{m-r}{n(k+1)}$, bunda k – n ni m ga bo'lgandagi to'liqsiz qoldiq, r – qoldiq.

Bu formuladan foydalanib $\frac{7}{11}$; $3\frac{35}{47}$; $\frac{22}{115}$ kasrlarni mahrajlari turlicha va surati bir bo'lgan kasrlar yig'indisi shaklida ifodalang.

2) $\frac{a+b}{b} = 7$ ma'lum bo'lsa $\frac{a^2-b^2}{b^2}$ ifodaning qiymatini toping.

Yechimi: $a + b = 7b$, $a = 6b$, o'rniga qo'ysak $\frac{36b^2-b^2}{b^2} = 35$.

3) Quyidagi ifodalarning qiymatlarini toping.

a) $\frac{x^2+3x+7}{x+2}$ bunda $x = 53$.

Yechimi: $\frac{x(x+3)+7}{x+2}$ shaklga keltirib, natija $54\frac{1}{11}$ bo'ladi.

b) $\frac{7x^2-6xy-y^2+4}{x-y}$ bunda $x = 6$, $y = 129$. Javob: $170\frac{119}{123}$

Kvadrat tenglamalarga misollar

Quyidagi kvadrat tenglamalar doir misol va masalalar soddadan murakkabligiga qarab tanlangan.

1. Shunday sonni topingki, kvadratining uch barobari, so'ralgan sondan ikki barobar kichik bo'lsin. $3x^2 = \frac{x}{2}$

2. a)Ketma – ket kelgan ikkita natural sonning ko'paytmasi, kichik sonning besh barobaridan kichik bo'ladigan sonlarni toping. $x(x+1) = 5x$

b) Ketma – ket kelgan ikkita natural sonning ko'paytmasining uchdan biri, bu sonlarning kichigiga teng. Ikkita sondan kattasini toping. $\frac{x(x+1)}{3} = x$

3. Tenglamalarni yeching.

a) $x^2 - c = 0$; (javobi:$\pm\sqrt{c}\,, agar\ c \geq 0; c < 0$ bo'lsa yechimi yo'q.)

b) $ax^2 - 1 = 0$; (javobi: $\pm\frac{1}{\sqrt{a}}, a \neq 0$; agar $a > 0$, yechimga ega, agar $a \leq 0$ bo'lsa yechimi yo'q.)

v) $ax^2 + c = 0$; (javobi: $\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$, agar a va c sonlari turli ishorali bo'lsa, yechimga ega , agar a va c sonlari bir xil ishorali bo'lsa yoki $a = 0, c \neq 0$ bo'lsa, yechimga ega emas. $a = 0, c = 0$ bo'lsa yechimi mavjudmi?)

g) $ax^2 + \frac{1}{a} = 0$; (javobi: yechimi yo'q.)

4. Quyida berilganlar bo'yicha tenglamalarni umumiy ko'rinishini yozing.

a) ildizlaridan biri nolga teng; (javobi: $ax^2 + bx = 0, (a \neq 0)$;)

b) moduli bo'yicha ildizlari teng va qarama – qarshi ishorasi bo'yicha

(javobi: $ax^2 + c = 0, (ac < 0)$;)

5. Tenglamalarni yeching:

1) a) $\frac{3x^2-5x}{2} = \frac{x^2+x}{3}$; $\left(j: 0; \frac{17}{7}\right)$; $b)$ $\frac{5x^2-x}{4} = \frac{4x-x^2}{5}$; $\left(j: 0; \frac{21}{29}\right)$;

2) a) $\frac{x}{5} + \frac{5}{x} = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}$; $(j: \pm 2\sqrt{5})$; $b)$ $\frac{x}{7} - \frac{7}{x} = \frac{x}{3} - \frac{3}{x}$; ($j: yechimi\ yo'$q.)

6. $x^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglama a) 1, agar $a+b+c = 0$,

b) -1, agar $a - b+c = 0$ ildizlarga ega bo'lishini isbotlang.

7. Ildizlari 1) $a, -a$; 2) $a^2, -a^2$; 3) $\frac{1}{a}, -\frac{1}{a}$; sonlarga teskari bo'lgan kvadrat tenglama tuzing. Tenglamalarda qaysi had bo'lmaydi?

8. Agar t va p butun sonlar, $m^2 - 9n^2 = 6mn$ bo'lsa $t = p = 0$ ekanini isbotlang.

Isboti: $m^2 - 9n^2 = 6mn$ tenglamani m ga nisbatan kvadrat tenglama sifatida yechib, diskriminanti $18n^2$ ekanini topamiz. Tenglama butun sonli yechimga ega bo'lishi uchun, $18n^2 = k^2$ bo'lishi kerak, bunda $k \in Z$; $k \in Z$ ekanidan tenglama faqat $p = 0$ *da* butun yechimga ega. Bundan $t = 0$ ekani kelib chiqadi.

9. $2x^2 - 3xy - 2y^2 = -7$ tenglamani butun sonlardagi yechimini toping.

Yechimi: Tenglamani x ga nisbatan yechamiz. Tenglama diskriminanti $D = 9y^2 + 16y^2 - 56 = 25y^2 - 56$. Tenglama butun sonlarda yechimga ega bo'lishi uchun diskriminanti to'la kvadrat bo'lishi kerak. $25y^2 - 56 = k^2$ bo'lsin, bunda $k \in Z$.

U holda $(5y - k)(5y+k) = 56$. Endi 56 sonini ikkita butun sonning ko'paytmasi bo'lishi mumkin bo'lganlarini tanlaymiz va $y = 3$ yoki $y = -3$. Bundan ikki juft butun sonlardagi ildizlarni topamiz: (-1;3) va (1;-3).

1- 9 tenglamalarni yechimlarini izlash darsliklardagi qoidalarga o'xshashdir.

Modul belgisi bilan berilgan misollar maktab darsligida kam uchraydi va ularni yechimlarini izlash o'quvchilar uchun qiyin tuyiladi. Modul belgisi bilan berilgan kvadrat tenglamalarda "modulni ochish"ni an'naviy qoidasi bilan bir qatorda o'quvchilarga ayrim modulli tenglamlarni yechimini topishda qo'shimcha qoidalardan foydalanish tavsiya qilinadi.

1. $|f(x)| = a,$ tenglamada a manfiy son emas, u holda $\left[\begin{array}{l}|f(x)|=a\\|f(x)|=-a\end{array}\right.$ tenglamalarga teng kuchli. Agar $a < 0$ bo'lsa tenglama yechimga ega emas.

2. $|f(x)| = |q(x)|$ tenglama $\left[\begin{array}{l}f(x)=q(x)\\f(x)=-q(x)\end{array}\right.$ tenglamalarga teng teng kuchli.

3. $|f(x)| = q(x)$ tenglamani yechimi $\begin{cases}f(x) = q(x)\\ f(x) \geq 0\end{cases}$ yoki $\begin{cases}f(x) = -q(x)\\ f(x) \leq 0\end{cases}$ kabi teng kuchli tenglamalar sistemasiga asoslanib topiladi.

Bunday tenglamalarning ildizlarini topish usullarini tanlashda ko'p hollarda $f(x)$ yoki $q(x)$ ifodalardan qaysi biri nolga tengligi tanlanishi ma'lum. Masalan: $|x^2-3x+1|=5x-2$ tenglama $\begin{cases} x^2-3x+1=\pm(5x-2) \\ 5x-2\geq 0 \end{cases}$ tenglamalar sistemasiga teng kuchli. Bundan: $x=4\pm\sqrt{13}$ va $x=-1\pm\sqrt{2}$ bulardan faqat $x=-1-\sqrt{2}$, $5x-2\geq 0$ shartni qanoatlantirmaydi. Demak, berilgan tenglamaning izlangan ildizlari $4\pm\sqrt{13}$ va $-1+\sqrt{2}$.

Tenglamalarni yeching:

1. a) $x^2-7|x|=0$; *ko'rsatma:* $x^2=|x|^2$, *tenglamani* $|x|\cdot(|x|-7)=0$ ko'rinishga keltiring. (j: 0; ±7);

   b) $2x^2+|x|=0$; (j: 0;);

2. a) $3x^2+|x|-2x=0$; $\left(j: 0; \frac{1}{3}\right)$;

   b) $x^2-5|x|+3x=0$; (j: 0; 2;);

3. a) $x^2-\frac{|x|}{x}=0$; (j: 1); b) $x^2+\frac{9x}{|x|}=0$; (j: −3);

4. a) $\frac{x^3}{|x|}+1=0$; (j: −1); b) $\frac{x^3}{|x|}-9=0$; (j: 3);

5. a) $x^2-8x-\frac{9x}{|x|}=0$; (j: 9); b) $\frac{x^3}{|x|}+10x-\frac{11|x|}{x}=0$; $\left(j: 1; -5\pm\sqrt{14}\right)$;

6. a) $\frac{|x|^3}{x}+8x-9=0$; (j: 1;); b) $\frac{x^3}{|x|}-10x-11=0$; $\left(j: 11; -5\pm\sqrt{14}\right)$;

7. a) $x\cdot|x|+\left(\sqrt{x}\right)^2-20=0$; ($j$: 4;);

   b) $\left(\sqrt{x}\right)^4-\frac{x^2}{|x|}-20=0$; ($j$: 5;);

8. $x^2+4x=5\cdot|x+2|+2$; (j: 4; −8); Ko'rsatma: Tenglamani $(x+2)^2-5(x+2)-6=0$ ko'rinishga keltiring va $(x+2)=y$ deb belgilang, $y^2-5y-6=0$ tenglamani yeching.

9. a) $|x^2+7|=8x$; (j: 1; 7); b) $|x^2+3|=-4x$; (j: −3; −1);

10. a) $|x^2+7|=|8x|$; (j: ±1; ±7); b) $|x^2+3|=|4x;|$ (j: ±1; ±3);

11. a) $|x^2+12x+37|=34+2x-2x^2$; $\left(j: -3; -\frac{1}{3}\right)$;

Ko'rsatma: $x^2+12x+37=(x+6)^2+1>0$ bo'lgani uchun tenglama

$x^2+12x+37=34+2x-2x^2$ ko'rinishga ega bo'ladi.

b) $|3x^2+6x+4|=x^2+x+2;$ $\left(j:-2;-\frac{1}{2}\right);$

12. a) $|x^2+12x+37|=|34+2x-2x^2|$ $\left(j:-3;-\frac{1}{3};7\pm\sqrt{120};\right);$

b) $|3x^2+6x+4|=|x^2+x+2|$ $\left(j:-2;-\frac{1}{2}\right);$

13. a) $2x^2-|x+2|=1;$ $(j:-1;1{,}5;);$

b) $3x^2+|x-2|=2;$ $\left(j:0;\frac{1}{3}\right);$

14. a) $x^2-3|x|=0;$ $(j:-3;0;);$ b) $5|x|+2x^2=0;$ $(j:0;);$

15. a) $x^2-7|x|+12=0;$ $(j:-4;-3;3;4);$

Ko'rsatma: Tenglamada $|x|$ ni kvadrat munosabatda qarang.

b) $x^2-|x|-20=0;$ $(j:-5;5;);$

16. a) $x^4-3x\cdot|x|-4=0;$ $(j:-1;2;);$

b) $x^4+8x\cdot|x|-9=0;$ $(j:-3;1;);$

Demak, modulli tenglamalarni yechishda ushbu jarayonlar amalga oshirilsa, o'quvchilarning fikrlash salohiyatini oshiribgina qolmay, balki, ularning malakasini rivojlantirishga zamin yaratadi.

VIET TEOREMASI

Al-Xorazmiyning **"Al- kitob al – muxtasar fi hisob al – jabr val – muqobala"** (" Aljabr al - muqobala hisobi haqida qisqacha kitob")ida keltirgan qoidalar bo'yicha kvadrat tenglamalarni yechish deyarli XVI asrgacha qo'llanib kelindi. Buning sabablaridan biri tenglamalarning bizga odat bo'lib qolgan harfiy yozilishi $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$ XVI asrda uzil-kesil shakllanganidir. Harfiy yozilishi va ildizlarning hisoblashlarni asoschilari deb matematika tarixiga oid manbaalarida Rene Dekart (1596-1662) va Fransua Viet (1540-1603) e'tirof etilgan. $\boldsymbol{x^2+bx=c}$ ko'rinishdagi kvadrat tenglamani $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ koeffisentlarning turli kombinatsiyalarida umumiy yechimlarini topish qoidalari Yevropada 1544 yil M.Shtifel tomonidan kiritilgan.

F.Viet $x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots a_{n-1}x + a_n = 0$ tenglamaning $x_1, x_2, \ldots x_n$ ildizlari bilan uning koeffisentlari orasidagi ushbu munosabatlarni o'rganib isbotlagan:

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = -a_1;$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + \cdots + x_{n-1} \cdot x_n = a_2$$

$$x_1 x_2 x_3 \ldots x_n = (-1)^n \cdot a_n;$$

Bu tasdiq Viet teoremasi deyiladi. Keltirilgan kvadrat tenglamalarning yechimlarini topishning umumiy formulasi Fransua Vietning 1591-yildagi asarlarida teorema sifatida isbot qilingan. Kvadrat tenglama uchun Viet teoremani shunday ifodalagan: " ***Agar B+D ni A ga ko'paytirilsa va minus A^2 bo'lsa u holda BD ga teng bo'ladi.***" .

Viet asarlarida *A* noma'lumni ifodalagan (hozirdagi "*x*") *B* va *D* noma'lum oldidagi koeffisentlar. Teoremani hozirgi belgilanishlarda ifodalanishi: $(b + d)x - x^2 = bd$, $x^2 - (b + d)x + bd = 0$, $x_1 = b$, $x_2 = d$.

Kvadrat tenglamalarni harfiy belgilashda $x^2 + px + q = 0$ ko'rinishi hosil bo'ladi va x_1 hamda x_2 uning ildizlari deb belgilanadi. F.Vietning belgilash simvolikasi biz foydalanaiyotgan simvolikadan farq qiladi. Masalan: $3x^2 - 5x = 2$ tenglamani $3Q - 5N\ alqual\ 2$ deb yozgan. Bunda *N* orqali noma'lum, *Q* orqali noma'lumning kvadrati belgilangan, "*alqual*" so'zi tenglikni bildirar edi.

Bu holda $(x - x_1)(x - x_2) = x^2 + px + q$ bundan:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = x^2 + px + q; \quad x_1 \cdot x_2 = q; \quad (x_1 + x_2) = -p.$$

Bu keltirilgan kvadrat tenglamalar uchun Viet teoremasi deyiladi. Viet ham faqat tenglamalarning musbat ildizlarini topish bilan chegaralangan.

$x^2 + px + q = 0$ uchun ildizlarni topishning umumiy formulasi

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ ko'rinishda bo'ladi. Bu formula har qanday kvadrat tenglamaning ikkita ildizi mavjudligini bildiradi. Ammo $\left(\frac{p}{2}\right)^2 < q$ bo'lganda bu ildizlar mavhum bo'lishi ham mumkin. Agar $\left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 = q\right]$ bo'lsa ikkala ildizi bir xil bo'lishi mumkin. Ayniqsa p – butun juft son bo'lsa, tenglamaning ildizlarini topish oson bo'ladi.

$ax^2 + bx + c = 0$ (1) tenglama uchun (ya'ni x ning oldidagi koeffisent butun juft son bo'lsa) ildizlar formulasi $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ ko'rinishda bo'ladi.

(1) Tenglamaning koeffisentlari va ildizlari uchun ushbu munosabatlar o'rinli:

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{a}\,; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}\,;$$

$ax^2 + bx + c = 0$ Tenglamaning koeffisentlarining yig'indisi

$a + b + c = 0$ bo'lsa, u holda ildizlari **-1** va $-\frac{c}{a}$ ga teng bo'ladi.

Bu munosabatlar keltirilgan kvadrat tenglamalar uchun qulaydir.

Viet teoremasining she'riy bayoni

She'rlarga qo'shib kuylasa arzir,
Viet teoremasi ildiz xossasin.
Ayting-chi, bundan ham yaxshi nima bor;
Ildizlarin ko'paytsang kasri tayyor;
Suratda ***c*** -yu, mahrajda ***a*** bor,
Ildizlar yig'indisi bo'ladi kasr.
Minus bo'lsa, ne qilar axir –
Suratda ***b*** –yu, mahrajda ***a*** bor.

1- 4 misollarda berilgan ildizlari bo'yicha kvadrat tenglamalarni tuzing.

1. a) $-5\frac{1}{3}$ va -17; b) -2,4 va 0.
2. a) $1 - \sqrt{7}$ va $1 + \sqrt{7}$; b) $3 + \sqrt{2}$ va $3 - \sqrt{7}$.
3. a) 2 va $\sqrt{7}$; b) -3 va $\sqrt{5}$.
4. a) $\sqrt{2}$ va $-\sqrt{3}$; b) $-\sqrt{5}$ va $\sqrt{7}$.

5- 7 misollarda tenglamaning bitta ildizi berilgan bo'lib, ratsional koeffisentli kvadrat tenglama tuzing.

5. a) $-\sqrt{11}$; b) $\sqrt{8}$.
6. a) $5 - \sqrt{3}$; b) $4 + \sqrt{2}$.
7. a) $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$; b) $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}}$.

8 – 9 misollarda berilgan shartlarni qanoatlantiruvchi (a ; b) sonlar juftligini toping.

8. a) $a + b = 5$ va $ab = 4$; b) $a + b = 1$ va $ab = -6$.
9. a) $a + b = 6$ va $ab = 7$; b) $a + b = 10$ va $ab = 13$.

10. a) $a+b=2-\sqrt{7}$ $ab=-\sqrt{28}$; b) $a+b=-3-\sqrt{5}$ va $ab=\sqrt{45}$.

11. $2x^2+5x-1=0$ tenglamani ildizlarini hisoblamasdan quyidagilarni toping:

a) $x_1\cdot x_2^2+x_2\cdot x_1^2$; b) $x_1^2+x_2^2$; v) $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}$; g) $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$;

d) $x_1^3+x_2^3$; e) $\frac{x_1}{x_2^2}+\frac{x_2}{x_1^2}$ j) $x_1^4+x_2^4$; z) $\frac{x_1^3}{x_2}+\frac{x_2^3}{x_1}$;

12. $2x^2+7x-1=0$ tenglamaning ildizlari x_1 va x_2 bo'lsin.

Agar ushbu sonlar tenglama ildizlari bo'lsa, kvadrat tenglamalarni tuzing.

a) x_1+3 va x_2+3; b) $\frac{1}{x_1}$ va $\frac{1}{x_2}$; v) $\frac{x_1}{x_2}-3$ va $\frac{x_2}{x_1}-3$;

g) $x_1\cdot x_2^3$ va $x_2\cdot x_1^3$;

13. a) $x^2-4x+a=0$ tenglama ildizlari yig'indisining kvadrati 16 ga teng. a ni toping.

b) $x^2-2x+b=0$ tenglama ildizlari ayirmasining kvadrati 16 ga teng. b toping.

14. a) a ning qanday qiymatlarida $x^2-2a(x-1)-1=0$ tenglama ildizlarining yig'indisi, ildizlari kvadratlarining yig'indisiga teng bo'ladi?

b) b ning qanday qiymatlarida $x^2+b(x-2)-5=0$ tenglama ildizlarining yig'indisi, ildizlari ayirmasining kvadratiga teng bo'ladi?

15. a) a ning qanday qiymatlarida $x^2-(a+2)\cdot x+a=0$ tenglama ildizlari kvadratlarining yig'indisi eng kichik bo'ladi?

b) b ning qanday qiymatlarida $x^2+(b+1)\cdot x+b^2=1{,}5$ tenglama ildizlari kvadratlarining yig'indisi eng katta bo'ladi?

Javoblar va yechimlar

1. a) $3x^2+67x+272=0$; b) $x^2+2{,}4x=0$;
2. a) $x^2-2x-6=0$; b) $x^2-6x+7=0$;
3. a) $x^2-(2+\sqrt{7})x+2\sqrt{7}=0$; b) $x^2-(\sqrt{5}-3)x-3\sqrt{5}=0$;
4. a) $x^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})x-\sqrt{6}=0$; b) $x^2-(\sqrt{7}-\sqrt{5})x-\sqrt{35}=0$;
5. a) $x^2-11=0$; b) $x^2-8=0$;

6. a) $x^2 - 10x + 22 = 0$; b) $x^2 - 8x + 14 = 0$;

7. a) $x^2 - 4x - 1 = 0$; b) $x^2 - 6x + 3 = 0$;

Ko'rsatma: a) tenglamaning ildizini $\sqrt{9+4\sqrt{5}} = \sqrt{(2+\sqrt{5})^2} = 2+\sqrt{5}$ ko'rinishga keltiring.

8. a) (4; 1), (1; 4) ; b) (-2; 3), (3; -2) ;

9. a)$(3+\sqrt{2}; 3-\sqrt{2}), (3-\sqrt{2}; 3+\sqrt{2}$;

b) $(5-2\sqrt{3}; 5+2\sqrt{3}), (5+2\sqrt{3}; 5-2\sqrt{3})$.

10. a) $(2; -\sqrt{7}), (-\sqrt{7}; 2)$; b) $(-3; -\sqrt{5}), (-\sqrt{5}; -3)$.

11. a) $\frac{5}{4}$; b) $\frac{29}{4}$; v) 29; g) $-\frac{29}{2}$; d) $-\frac{155}{8}$; ye) $-\frac{155}{2}$; j) $\frac{833}{16}$; z) $-\frac{833}{8}$;

12. a) $2x^2 - 5x - 4 = 0$; Ko'rsatma: Ildizi 3 ga katta bo'lgan tenglamani $2(x-3)^2 + 7\cdot(x-3) - 1 = 0$ ko'rinishiga keltiring. Qavslarni ochib shakl almashtirishdan keyin $2x^2 - 5x - 4 = 0$; hosil bo'ladi va tenglamani Viet teoremasi yordamida yeching. b) $x^2 - 7x - 2 = 0$; v) $2x^2 + 65x + 179 = 0$; g) $16x^2 + 106x + 1 = 0$.

13. a) $a = 0$; b) $b = -3$. Ko'rsatma: $(x_1 - x_2)^2 = 16$ tenglamani $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16$ ko'rinishga keltiring va Viet teoremasidan foydalaning.

14. a) $a = 1$; $a = 0{,}5$. b) $b = -4$; $b = -5$.

15. a) $a = -1$. Ko'rsatma: Viet teoremasidan foydalanib: $x_1^2 + x_2^2 = (a+2)^2 - 2(a-3) = a^2 + 2a + 10 = (a+1)^2 + 9$ topamiz. $(a+1)^2 + 9$ ifoda $a = -1$ da eng kichik qiymatiga ega bo'ladi, chunki $a = -1$ da tenglamning diskriminanti musbat, demak tenglama haqiqiy ildizlarga ega. b) $b = -1$. Ko'rsatma: Tenglama ildizlari kvadratlarining yig'indisini $x_1^2 + x_2^2 = 5 - (b-1)^2$ ko'rinishga keltiring.

Qo'shimcha ishlash uchun misollar

Berilgan ildizlari bo'yicha kvadrat tenglama tuzing.

1. a) $x_1 = 5 + 2\sqrt{6}$, $x_2 = 5 - 2\sqrt{6}$; b) $x_1 = \frac{7}{3+\sqrt{2}}$, $x_2 = \frac{7}{3-\sqrt{2}}$.

2. a) $x_1 = 4m - 3n, x_2 = 3n - 4m$; b) $x_1 = 2a + b, x_2 = 0$.

3. a) $x_1 = -\frac{a}{4}, x_2 = \frac{a}{6}$; b) $x_1 = \frac{2a-b}{3}, x_2 = \frac{4a-2b}{3}$.

Vietning to'g'ri va teskari teoremalaridan foydalanib tenglamalarni yeching.

4. a) $x^2 - 16x + 63 = 0$;   b) $x^2 - 20x + 36 = 0$;

5. a) $x^2 + 4x - 21 = 0$;   b) $x^2 - 3x - 40 = 0$;

6. a) $x^2 - (\sqrt{2} + 3)x + 3\sqrt{2} = 0$;   b) $x^2 + (\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$;

7. a) Agar $ax^2 + bx + c = 0$; kvadrat tenglamaning koeffisentlarining yig'indisi nolga teng bo'lsa , ya'ni $a + b + c = 0$ u holda 1 tenglamaning ildizi ekanligini isbotlang.

b) Teskari tasdiqni ifodalang va isbotlang.

8. a) $2x^2 - 5x + a = 0$;   tenglamaning ildizlaridan biri 1 ga teng.

a va boshqa ildizini toping.

b) $3x^2 - (2a + 3)x + a + 1 = 0$; tenglamaning ildizlaridan biri 1 ga

teng. a va boshqa ildizini toping.

9. a) $x^2 + px + q = 0$ kvadrat tenglama berilgan (masalan

$x^2 - 4x + 1 = 0$) . Shunday kvadrat tenglamani tuzingki, uning

ildizlari:

1) berilgan tenglamaning ildizlari bilan faqat ishoralari bilan farq qilsin;
2) berilgan tenglamaning ildizlariga teskari bo'lsin;
3) berilgan tenglamaning ildizlaridan 2 marta katta bo'lsin;
4) berilgan tenglamaning ildizlaridan 3 marta kichik bo'lsin;
5) agar x_1 va x_2 berilgan tenglamaning ildizlari bo'lsa, $x_1^2 \cdot x_2$ va $x_2^2 \cdot x_1$ teng bo'lsin;

b) $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglama berilgan (masalan

$2x^2 + 5x + 1 = 0$) Shunday kvadrat tenglamani tuzingki, uning

ildizlari:

1) berilgan tenglamaning ildizlari faqat ishoralari bilan farq qilsin;
2) berilgan tenglamaning ildizlariga teskari bo'lsin;
3) berilgan tenglamaning ildizlaridan 3 marta kichik bo'lsin;

4) berilgan tenglamaning ildizlaridan 4 marta katta bo‘lsin;

5) agar x_1 va x_2 berilgan tenglamaning ildizlari bo‘lsa,

$\frac{x_2}{x_1^2}$ va $\frac{x_1}{x_1^2}$ teng bo‘lsin;

10. a) agar x_1 va x_2 $ax^2+bx+c=0$ tenglamaning ildizlari bo‘lsa:

1) $a(x-2)^2+b(x-2)+c=0$;

2) $a(3x)^2+b(3x)+c=0$ tenglamalarni ildizlarini toping.

b) agar x_1 va x_2 $ax^2+bx+c=0$ tenglamaning ildizlari bo‘lsa:

1) $a(x+1)^2+b(x+1)+c=0$;

2) $\left(\frac{x}{2}\right)^2+b\left(\frac{x}{2}\right)+c=0$ tenglamalarni ildizlarini toping.

11. a) $ax^2+(a^2+1)x+a=0$ $(a\neq 0)$ tenglamani yeching va ildizlari o‘zaro teskari ekanligiga ishonch hosil qiling.

b) berilgan ildizlari $x_1=\frac{a}{b}, x_2=\frac{b}{a}$ o‘zaro teskari bo‘lgan kvadrat tenglama tuzing.

Quyidagi tenglamalarni og‘zaki yechimini toping:

1. a) $2x^2-7x+5=0$; b) $3x^2+7x-10=0$.
2. a) $5x^2+151x-156=0$; b) $150x^2-157x+7=0$.

Kvadrat tenglamalar va uning tarixidan

Umumiy o‘rta ta’lim maktablarida matematika o‘quv fani bo‘yicha tashkil etilgan ixtisoslashtirilgan sinflarda “Kvadrat tenglamalar” mavzusi bo‘yicha takrorlash va umumlashtiruvchi darslarida, bu tipdagi tenglamalarga har bir davrlarda kiritilgan qoidalar, teoremalar, yechimlari tarixi bilan tanishtirish o‘quvchilarning matematik tafakkurini kengaytiradi.

Qadimgi Misrda

Yer o‘lchovlari, yuzalarini hisoblash ishlarini bajarishda birinchi va ikkinchi darajali tenglamalarga keltiriladigan masalalarning yechimini topishni qadimgi bobilliklar sonlarda hisoblashning umumiy qoidasini bilganlari miloddan avval 2000 yillarda papiruslarga yozilgan ma'lumotlarda aniqlangan.

Moskva muzeylarida saqlanayotgan papiruslardagi masalalardan biri quyidagichadir: "Yuzasi 12, eni, uzunligini 3/4 ga teng". Masalaning mazmuni, shakli to'g'ri to'rtburchak bo'lgan maydonning tomonlari uzunliklarini topishdan iborat. Masala shartini hozirgi belgilashlarda yozsak: $\frac{3}{4}x^2 = 12;\ x^2 = 16;\ x = 4$. bunda x –maydonning uzunligi. Papirusda keltirilgan yechim quyidagicha: $1 \div \frac{3}{4}; 12 \cdot 1\frac{1}{3} = 16;\ \sqrt{16} = 4.$

Ehtimol, masalani yechimini topishda quyidagicha mulohaza yuritilgan.

Maydon uzunligini $x_1 = 1$ deb olgan. U holda $p_1 = \frac{3}{4}$ ga teng . Masala shartiga ko'ra, yuza 12 ga teng.

Proportsiya tuzilgan: $\frac{x^2}{x_1^2} = \frac{p}{p_1};\ \frac{x^2}{1} = \frac{12}{\frac{3}{4}};\ x^2 = 16; x = 4.$

Ponasimon yozuvlardagi matnlarda chala kvadrat tenglamalar bilan bir qatorda $x^2 + x = \frac{3}{4};\ x^2 - x = 14\frac{1}{2}$ kvadrat tenglamalar ham keltirilgan, ammo ularning yechimlari tavsiya sifatida bayon qilingan. Bobilliklar kvadrat tenglamalarning umumiy yechimini topish va manfiy ildizlari to'g'risida ma'lumot bildirmaganlar.

Qadimgi Yunonistonda

Qadimgi yunonliklar kvadrat tenglamalarga keltiriladigan masalalarni geometrik usul, "geometrik algebra" yordamida yechganlar. Yevklid "Negizlar" II kitobida kvadrat tenglamalarni kesmani o'rta va chet nisbatlarda bo'lish yordamida yechgan.

Miloddan avval III asrda yashagan Diofant "Arifmetika" asarida algebra qoidalari sistemali bayon qilinmagan, ammo turli darajali tenglamalarni yechish qoidalarini misol va masalalar yordamida tushuntirib o'tgan. Tenglamalarni tuzish va yechimini izlashda Diofant noma'lumdan o'rinli foydalangan.

Diofant masalasi: "Yig'indisi 20, ko'paytmasi 96 ga teng bo'lgan ikkita sonni toping".

U masala yechimini topishda sharti bo'yicha shunday mulohaza yuritgan: izlanayotgan sonlar teng emas, chunki agar sonlar teng bo'lsa, u holda ko'paytma 96 ga teng bo'lmay, 100 bo'lishi kerak. Demak, sonlardan biri ularning yig'indisining yarmidan katta, ya'ni **10 + *x*,** ikkinchisi kam, ya'ni **10 - *x*.** Ularning ayirmasi $2x$. Masala sharti bo'yicha tenglama tuzilsa: $(10+x)(10-x)=96$, yoki $100-x^2=96$; $x^2-4=0$. Bundan $x=2$.

Izlanayotgan sonlarning biri **12** ga ikkinchisi **8** ga teng.

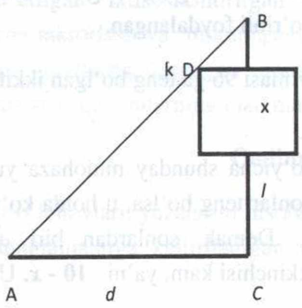
Agar bu masalada izlanayotgan sonlardan birini noma'lum sifatida olinsa, u holda $u(20-u)=96$ ko'rinishdagi tenglamaga keltiriladi va $u^2-20u+96=0$ kvadrat tenglamani ildizlari topiladi.

Tenglamaning ildizini topishda Diofant izlanayotgan sonlarning yarimini ayirmasi noma'lum sifatida tanlab, yechimni soddalashtirib, chala kvadrat tenglamaga keltirib topadi. Diofant hayoti va necha yoshga kirib vafot etgani to'g'risida qabr toshiga yozilgan masalani yunon olimi Metrodor quyidagicha bayon qilgan: Diofant o'z umrining oltidan bir qismini bolalikda, o'n ikkidan bir qismini o'smirlikda, yettidan bir qismini befarzandlikda o'tkazgandan 5 yil o'tgach bir o'g'il ko'radi. O'g'li otasining yarim yoshiga yetgach, vafot etadi. O'g'lidan keyin 4 yil yashab Diofant ham vafot etgan. Diofant necha yoshga kirgan? Masala shartiga ko'ra Diofant x yoshga kirgan deyilsa: $\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$ tenglamani yechimi $x=84$ ekani, ya'ni Diofant 84 yil umr ko'rgani aniqlanadi. Bu masala boshqa manbalarda she'rda bayon qilingan.

Qadimgi Xitoyda

Xitoyliklarning miloddan avvalgi II asrda yozilgan "To'qqiz kitobli matematika" sida ancha murakkab masalalar bilan bir qatorda kvadrat tenglamalarga keltiriladigan masalalarni ham yechishgan.

Masala: "Chegarasi kvadrat shaklida, tomonlarining o'lchami noma'lum, har bir tomonning markazida darvozasi bo'lgan shahar shahar bor. Shimoliy darvozadan 20 *bu (1bu= 1,6m.)* masofada (shahar tashqarisida) ustun turibdi. Agar janubiy darvozadan to'g'riga 14 *bu* yurib, so'ng g'arbga qarab 1775 *bu* yurilsa, ustunni ko'rish mumkin.Shahar chegarasining tomoni qanday ekani so'raladi?"



Kvadratning tomonini x bilan belgilaymiz. *BED* va *ABC* uchburchaklarning o'xshashligidan $\frac{k}{0,5x} = \frac{k+x+l}{d}$ munosabat hosil qilinadi.

Bundan kvadratning noma'lum tomonini topish uchun kvadrat tenglama hosil qilinadi: $\boldsymbol{x^2 + (k + l)x - 2kd = 0}$.

Masalaning shartlaridan bu tenglama $\boldsymbol{x^2 + 34x - 71000 = 0}$ ko'rinishda bo'ladi, bundan $x = 250$ *(bu)*.

Bu risolada manfiy sonlar ustida bajarilgan amallar bo'lsa-da, Xitoy matematiklari manfiy ildizni (berilgan masalada $x = -284$) qarashmaydi.

Qadimgi Hindistonda

Hind matematiklari Ariabxatta (V asr) va Brahmagupta (VII asr) kvadrat tenglamalar bilan maxsus shug'ullanib, ular bu tenglamalarni yechishning umumiy qoidalarini keltirganlar. Bunda Ariabhatta uchta nav tenglamalarning yechimlarini ko'rgan. Brahmagupta esa manfiy sonlardan foydalanib, Ariabhatta ko'rgan uchta qoidani birlashtirgan va

$\boldsymbol{ax^2 + bx = c}$, $a>0$ tenglamani yechishning umumiy qoidasini keltirgan. Bu tenglamada a musbat son, c va b musbat va manfiy bo'lishi mumkin. Bxaskaraning masalalardan biri she'riy tarzda bayon qilingan :

Ikki to'daga bo'linib,

Maymunlar o'ynar.

Sakkizdan birining kvadrati,

O'tloqda sakrar.

O'n ikkisi esa- chi,

Daraxtda sakrar.

Ayt-chi qancha maymunlar

To'dada quvnar?

Bu masalani ikkita ildizi borligi Bxaskaraga ma'lum bo'lgan bo'lishi mumkin.

Tenglama tuzsak: $\boldsymbol{\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x}$, Bxaskara $\boldsymbol{x^2 - 64x = -786}$ ko'rinishga keltiradi va tenglamaning chap tomonini kvadratga to'ldirish maqsadida ikki tomoniga 32^2 ni qo'shadi, natijada:

$$x^2 - 64x + 32^2 = -786 + 1024,$$

$$(x-32)^2 = 256; \quad x - 32 = \pm 16; \quad x_1 = 16, \ x_2 = 48.$$

Muhammad Muso al- Xorazmiyning "Al- kitob al – muxtasar fi hisob al – jabr val – muqobala" (" Aljabr al - muqobala hisobi haqida qisqacha kitob")ida kvadrat tenglamalar klassifikatsiyasi

Al-Xorazmiyning **"Al-kitob al–muxtasar fi hisob al–jabr val – muqobala"** asari kvadrat tenglamalarni sistemali klassifikatsiyalab yechimlari shakllantirilgan, geometrik isbotlari bayon qilingan kitobdir. "...Men ko'rdimki, aljabr va almuqobala hisobida ehtiyoj tushadigan sonlar uch xil bo'lar ekan: ildizlar, kvadratlar va ildizga ham, kvadratga ham munosabatda bo'lmagan oddiy sonlar. Ildiz – bu o'ziga ko'paytiriladigan har qanday narsa, xoh birdan katta yoki unga teng son, yoki xoh undan kichik kasr bo'ladi. Kvadrat – bu ildizni o'ziga ko'paytirishdan hosil bo'ladigan narsadir. Oddiy son- bu har qanday son bo'lib, ildiz yoki kvadratga munosabatisiz, so'z bilan ataladi.

Bu uch navning orasida shundaylari ham borki, ular bir – biriga tengdir. Masalan, sen mana bunday deysan: kvadratlar ildizlarga teng, kvadratlar songa teng yoki ildizlar songa teng.

...*Kvadratlarning ildizlarga tengligiga kelsak*, (hozirgi belgilashda $cx^2 = bx$;) masalan, agar sen: kvadrat o'zining beshta ildiziga teng, desang, u holda kvadratning ildizi besh, kvadrat esa yigirma besh, bu esa uning beshta ildiziga tengdir... $x^2 = 5x, x = 5$; $(x^2 = 25)$.

Kvadratlarning sonlarga tengligiga kelsak, (hozirgi belgilashda $cx^2=a$;): agar sen: kvadrat to'qqizga teng, desang, u holda to'qqiz kvadrat, uning ildizi esa- uch... $x^2 = 9, x = 3$.

Songa teng ildizlarga kelsak,(hozirgi belgilashda $bx = a$;) agar sen aytsang: ildiz uch soniga teng(desang), u holda ildiz – uch. Uning kvadrati - to'qqiz.... $x = 3$; $(x^2 = 9)$.

Bularda ***a*, *b*, *c*** - musbat sonlar.

Men topdimki, mana shu uch nav, ya'ni ildizlar, kvadratlar va sonlar uchtadan birlashadilar va uch xil birlashmalar bo'ladi , chunonchi: kvadratlar va ildizlar songa teng, kvadratlar va son ildizlarga teng, ildizlar va son kvadratlarga teng.

"Kvadratlar va ildizlarning songa teng ekanligiga kelsak, agar, masalan, sen aytsangki: kvadrat va o'nta ildiz o'ttiz to'qqiz dirhamga teng, /desang/, u holda bu, agar biror kvadratga o'nta ildizga teng narsani qo'shilsa, o'ttiz to'qqiz hosil bo'lishini anglatadi.

Qoida bunday: ildizlar / sonini/ ikkila, bu masalada besh hosil bo'ladi, buni o'ziga tengiga ko'paytir, yigirma besh bo'ladi.Buni o'ttiz to'qqizga qo'sh, oltmish to'rt bo'ladi. Bundan ildiz chiqar, sakkiz bo'ladi, undan ildizlar /sonining / yarmini, ya'ni beshni ayir, uch qoladi: mana shu sen qidirgan kvadrat ildizi bo'ladi, kvadrat esa to'qqiz.

$(\frac{5}{2})^2$	$\frac{5}{2}x$	$(\frac{5}{2})^2$
$\frac{5}{2}x$	x^2	$\frac{5}{2}x$
$(\frac{5}{2})^2$	$\frac{5}{2}x$	$(\frac{5}{2})^2$

Al-Xorazmiy mulohazasida $x^2 + 10x = 39$ tenglamani yechimi quyidagicha: katta kvadratning yuzasi $(x+5)^2$ ga teng. U yuzasi $x^2 + 10x$ ga, ya'ni tenglamaning chap tomoniga teng umumiy yuzasi 25 ga teng to'rtta kvadratdan tashkil topgan.

Bundan: $(x+5)^2 = 39 + 25$; $x + 5 = \pm 8$; $x_1 = 3$; $x_2 = -13$.

$x^2 + 10x = 39$ tenglamaning al - Xorazmiy taklif qilgan yechimini hozirgi belgilashda: $x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2} = \sqrt{25+39} - 5 = \sqrt{64} - 5 = 8 - 5 = 3$ ko'rinishda yozish mumkin.

Kvadratlar va sonlarning ildizlarga tengligiga kelsak, agar sen, masalan: kvadrat va yigirma bir dirham son uning o'nta ildiziga teng desang, bu ushbuni anglatadi: agar kvadratga yigirma bir dirham qo'shilsa, shu kvadratning o'nta ildiziga teng hosil bo'ladi. Buning qoidasi bunday: ildizlar /sonini / ikkila, besh hosil bo'ladi. Buni o'ziga tengiga ko'paytir, yigirma besh bo'ladi. Undan aytilgandek, kvadrat bilan birga bo'lgan yigirma birni ayir, to'rt qoladi.Bundan ildiz chiqar, ikki bo'ladi. Uni ildizlar / sonining /

yarmidan, ya'ni beshdan ayir, uch qoladi. Mana shu sen qidirgan kvadrat ildizi bo'ladi. Uning kvadrati to'qqiz. Agar xohlasang, shu ildizni ildizlar /sonining / yarmiga qo'sh, yetti bo'ladi; bu /ham / sen qidirgan kvadrat ildizidir, uning kvadrati qirq to'qqiz. Hozirgi belgilashlarda: $x^2 + 21 = 10x$;

Yechimi: $x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 5 \pm \sqrt{4} = 5 \pm 2; x_1 = 3, x_2 = 7.$ $(x_1^2 = 9, x_2^2 = 49)$

Al-Xorazmiy bu masalani yechimiga qo'shimcha quyidagilarni bayon qiladi: "Agar sen seni shu bobga olib keladigan masalaga duch kelsang, uning to'g'ri yechimini qo'shish yordamida topishga urinib ko'r, agar bu natija bermasa ayirish zarur.Bu bobda qo'shish ham, ayirish ham qo'llaniladi; u uchta bobning qolganlarida bu yo'q bo'lib, ularda ildizlar /soni / ikkilanadi. Bilginki, agar bu bobda ildizlar /sonini/ ikkilab, uni o'ziga tengiga ko'paytirganda ko'paytma dirhamlar sonining kvadrat bilan qo'shilganidan kichik bo'lsa, masalani / yechishning/ iloji yo'q. ($x^2 + a = bx$ *tenglama* $\left(\frac{b}{2}\right)^2 < a$ *da ikkita mavhum ildizga ega bo'ladi.)* Agar u dirhamlar / soniga/ aynan teng bo'lsa, kvadratning ildizi ildizlar /soning/ yarmiga qo'sh va ayirishsiz teng. ($x^2 + a = bx$ *tenglama* $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = a$ *da* $x = \frac{b}{2}$ *ildizga ega bo'ladi)* Har qachon senga ikkita kvadrat yoki ko'p, yoki kam duch kelganida, ularni, men senga birinchi bobda bayon qilganimga o'xshash, bitta kvadratga keltir.

Ildizlar va sonning kvadratga tengligi", tushuntirilib, isbotlab beradi. Al-Xorazmiy davrida manfiy sonlar to'g'risida tushuncha bo'lmagan, shuning uchun yuqorida bayon qilingan tenglamalarning hadlarida qo'shish amallari bajarilgan, ayirish amallari ko'rsatilmagan. Shu sababli Xorazmiy faqat kvadrat tenglamalarning musbat ildizlari yechimlarini bayon qilgan.

Umar Xayyom, Al-Karxiy, Abu-Komil, Sobit ibn Qurra, Nasriddin Tusiy, Jamshid Koshiy, Abu Ja'far al-Xozin Bahovuddin al-Omiliy va boshqa ko'plab sharq olimlari algebraik tenglamalarning yechimlarini topishda Xorazmiy usuliga keltirib yechishgan.

Yevropada kvadrat tenglamalarni tadqiqotlari

Yevropada kvadrat tenglamalarni al–Xorazmiy usulida yechimlarini topish italiyalik matematik Leonardo Fibonachchining 1202-yilda yozilgan "Abak kitobi"da bayon qilingan. Bu asarda qadimgi Yunoniston, Hindiston, Sharq olimlarining matematika sohasidagi, jumladan kvadrat tenglamalarning yechimlarini sharhlari aniq, ravon bayon qilingan. Leonardo Fibonachchi mustaqil ravishda yangi algebraik misol va masalalar yechimlarini topish metodlarini yaratish bilan bir qatorda birinchi bo'lib Yevropada manfiy sonlar tushunchasini kiritgan.

$x^2+bx=c$ ko‘rinishdagi kvadrat tenglamani b, c koeffisentlarning turli kombinatsiyalarida umumiy yechimlarini topish qoidalari Yevropada 1544 yil M.Shtifel tomonidan kiritilgan.

Kvadrat tenglamalarning yechimlarini topishning umumiy formulasi Fransua Vietning 1591-yildagi asarlarida teorema sifatida isbot qilingan bo‘lib, Viet ham faqat tenglamalarning musbat ildizlarini topish bilan chegaralangan. Viet teoremani shunday ifodalagan: “ ***Agar B+D ni A ga ko‘paytirilsa va minus A^2 bo‘lsa u holda BD ga teng bo‘ladi***” .

Viet asarlarida A noma’lumni ifodalagan (hozirdagi “x”) B va D noma’lum oldidagi koeffisentlar. Teoremani hozirgi belgilanishlarda ifodalanishi: $(a+b)x-x^2=ab$, $x^2-(a+b)x+ab=0$, $x_1=a$, $x_2=b$ Al-Xorazmiy keltirgan qoidalar bo‘yicha kvadrat tenglamalarni yechish deyarli XVI asrgacha qo‘llanib kelindi. Buning sabablaridan biri tenglamalarning bizga odat bo‘lib qolgan harfiy yozilishi $ax^2+bx+c=0$ XVI asrda uzil-kesil shakllanganidir. Harfiy yozilishi va ildizlarning hisoblashlarni asoschilari Rene Dekart (1596-1662) va Fransua Vietni (1540-1603) hisoblashadi. Vietning kvadrat tenglamalarni harfiy belgilashda $x^2+px+q=0$ ko‘rinishi hosil bo‘ladi va x_1 hamda x_2 uning ildizlari deb belgilandi.

Bu holda $(x-x_1)(x-x_2)=x^2+px+q$ bundan:

$$x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=x^2+px+q; \qquad x_1\cdot x_2=q; \ (x_1+x_2)=-p.$$

Bu keltirilgan kvadrat tenglamalar uchun Viet teoremasi deyiladi. XVI asrning o‘rtalarida italiyalik matematiklar Tartalya, Kardano, Bombelli tenglamalarning musbat va manfiy ildizlarini e’tirof etganlar. XVII asrda Jirar, Dekart, Nyuton va boshqa olimlarning asarlarida kvadrat tenglamalarning harfiy ifodalanishi va ildizlarini topish usullari va formulalari hozirgi ko‘rinishda bayon qilingan.

Uzoq vaqt davomida $x^2+1=0$; $2x^2+x+1=0$; kabi tenglamalarning haqiqiy sonlarda yechimlari mavjud bo‘lmagani sababli ularning yechimlari mavjud emas deb qaraganlar. Bu mulohazalar alebraning rivojlanishi bilan bir qatorda son tushunchasini ham kengayishiga ya’ni komleks sonlar tushunchasini XVI gacha qariyb uch asr davomida e’tirof etilishiga olib keldi. Italyan algebrachisi J.Kardano 1545-yilda haqiqiy sonlar to‘plamida yechimga ega bo‘lmagan tenglamalar ildizlarini topishda yangi tabiatli sonlarni kiritishni taklif qildi. Kardano bunday miqdorlarni “sof” manfiy va hattoki “g‘ayri mantiqiy manfiy” deb atadi, ularni foydasiz deb hisoblab, tatbiq qilmaslikka intildi.

1572-yilda italyan algebrachisi R.Bombellining bunday sonlar ustida arifmetik amallarning dastlabki qoidalari berilgan kitobi chiqdi. “Mavhum sonlar” nomini 1637-

yilda R.Dekrat kiritdi, 1777-yilda esa XVIII asrning buyuk matematiklaridan biri L.Eyler -1 sonni belgilash uchun frantsuz "*imaginaire*" ("mavhum") so'zining birinchi i harfidan foydalanishni taklif etdi. i simvoli K.Gauss asarlari orqali keng tarqaldi. XVII asr davomida mavhumlikning arifmetik tabiati, ularga geometrik talqin berish imkoniyatining muhokamasi davom ettirilib, komleks sonlar ustida amallar bajarish texnikasi, qoidalar XIX asrgacha davom etdi.

Kvadrat tenglamaning ildizlarini topish bosqichlari: qadimgi bobillik, yunon, xitoylik, hind, sharq va XVI asrgacha yevropa matematiklari musbat ildizlari, keyinroq nol va manfiy ya'ni haqiqiy sonlardagi ildizlarni topish yo'llari izlab topdilar, XIX asrda mavhum ildizlarini topish qoidalarini isbotlab berdilar. Algebraik tenglamalar, shu jumladan, kvadrat tenglamalarning yechimlarini topish qoidalari asrlar davomida bir necha marta "qayta kashf etilgan" bo'lsa-da al-Xorazmiyning kvadrat tenglamalarni klassifikatsiya qilgani muhim ilmiy ahamiyatga egadir.

Al-Xorazmiyning "Al- kitob al – muxtasar fi hisob al – jabr val – muqobala" asaridagi ayrim boblarga oid masalalar va ularning yechimlarini o'quvchilarga tushunarli bo'lishi uchun hozirgi belgilashlarda keltiramiz.

Olti masala haqida bob

1-masala: Agar senga aytilsa: sen o'nni ikki qismga ajratding, qismlarning birinchisini ikkinchisiga ko'paytiriding, keyin esa ularning birini o'ziga ko'paytiriding. U holda o'zining o'ziga ko'paytmasi qismlarning birini boshqasiga ko'paytirib, to'rt marta olinganiga teng bo'lib qoldi.

Buning qoidasi: $x^2 = 4x(10 - x)$; $x^2 = 40x - 4x^2$; $5x^2 = 40x$;

$x^2 = 8x$, $x = 8$; $masala\ shartiga\ ko'ra$: $10 - x = 2$,

Buni bilib qo'y: $ax^2 = bx$ qoida

2-masala: Sen o'nni ikki qismga ajratding va har bir qismni o'ziga ko'paytirding, keyin o'nni o'ziga ko'paytirding. O'nning o'ziga ko'paytmasi qismlardan birini o'ziga ko'paytirilib, yetti-yu to'qqizdan ikki marta olinganiga teng yoki boshqa qismni o'ziga ko'paytirilib, olti-yu chorak marta olinganiga teng.

Buning qoidasi: $10^2 = 2\frac{7}{9}\cdot x^2$, $100 = \frac{25}{9}x^2$, $x^2 = \frac{9}{25}\cdot 100 = \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}\right)\cdot$ $100 = 20 + 16 = 36$, $x = 6$; $10 - x = 4$. Buni bilib qo'y: $ax^2 = c$ qoida

3-masala: Sen o'nni ikki qismga ajratding, keyin ularning birini boshqasiga bo'lding, bo'linmada to'rt chiqadi.

Buning qoidasi: $\frac{10-x}{x} = 4,\ 10 - x = 4x, 10 = 5x, x = 2,\ 10 - x = 8.$
Buni bilib qo‘y: $bx = c$

4-masala: Sen molning uchdan birini va dirhamni molning choragiga va dirhamga ko‘paytirding, yigirma hosil bo‘ldi.

Buning qoidasi:

$$\left(\frac{x}{3}+1\right)\cdot\left(\frac{x}{4}+1\right) = 20,\ \frac{x^2}{12}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+1 = 20,\ \frac{x^2}{12}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4} = 19,$$

$$x^2 + 7x = 228,\ x = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 288} - \frac{7}{2} = \sqrt{12\frac{1}{4} + 288} - \frac{7}{8} =$$

$= \sqrt{240\frac{1}{4}} - \frac{7}{2} = 15\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = 12.$ Buni bilib qo‘y: $ax^2 + bx = c$

5- masala: Sen o‘nni ikki qismga ajratding, keyin har bir qismni o‘ziga ko‘paytirding va bularni qo‘shding, ellik sakkiz dirham hosil bo‘ldi.

Buning qoidasi: $x^2 + (10 - x)^2 = 58,\ x^2 + 100 - 20x + x^2 = 58,$

$$2x^2 + 100 - 20x = 58,\ 2x^2 + 100 = 58 + 20x,\ x^2 + 50 = 29 + 10x,$$

$$x^2 + 21 = 10x,\ x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 5 \pm \sqrt{25 - 21} = 5 \pm \sqrt{4} = 5 \pm 2,$$

$$x_1 = 7, x_2 = 3.$$

6 – masala: Sen molning uchdan birini uning choragiga ko‘paytirding, yigirma to‘rt dirham qo‘shilgan mol hosil bo‘ldi.

Buning qoidasi: $\frac{x}{3}\cdot\frac{x}{4} = x + 24,\ \frac{x^2}{12} = x + 24, x^2 = 12x + 288,$

$$x = \sqrt{288 + \left(\frac{12}{2}\right)^2} + \frac{12}{2}\sqrt{288 + 36} + 6 = \sqrt{324} + 6 = 18 + 6 = 24.$$

Muomala haqida bobdan: Bilginki; kishilar olish va sotish, almashish va ijara hamda shunga o‘xshash boshqa muomalalarida, so‘rovchi tomonidan tayinlanadigan – o‘lcham, baho, miqdor va qiymat kabi to‘rt xil son bilan ish ko‘radilar. O‘lchamga teng son qiymatga teng son ro‘parasida turadi, bahosiga teng son esa miqdoriga teng son son ro‘parasida turadi. Bu to‘rtta sondan uchtasi har doim ma’lum, bittasi esa noma’lum, ana shu haqida aytuvchi “qancha” deb aytadi va so‘rovchi so‘raydi. *Buning qoidasi mana bunday:* sen uchta ma’lum sonni olib ko'ryapsan, bularning orasida bir – biriga ro'para turgan albatta ikkitasi bo'ladi. Ikkita ro'para turgan ma'lum sonning har birini boshqasiga ko'paytir, ko'paytmani esa noma'lumning ro'parasida turgan boshqa ma'lum songa bo'l. Agar senda shu bo'linma bor bo'lsa, u so'rovchi so'rayotgan noma'lum son bo'lib, sen unga bo'layotgan sonning ro'parasida turadi. Hozirgi belgilashlarda: Agar $a:b = c:d\ bo'lsa, a \cdot d = bc, c = \frac{ad}{b}\ yoki\ b = \frac{ad}{c}$.

Agar so'rovchi so'rab: oylik maoshi o'n dirham bo'lgan ishchi olti kun ishlagan, uning ulushi qanday bo'ladi desa, sen bilsanki, olti kun oyning beshdan biridir va dirhamning ulushi esa uning bir oyda ishlagan [vaqtining] ulushi kabidir. *Qoida bunday:* agar, aytilgandek, bir oy o'ttiz kun bo'lsa – bu o'lcham, o'n dirham baho, olti kun – miqdor; ulush, ya'ni qiymat qancha ekanligi [so'ralyapti]. Bahoni, ya'ni o'nni uning ro'parasida turgan miqdorga, ya'ni oltiga ko'paytir, oltmish hosil bo'ladi, uni o'ttizga, ya'ni ma'lum son – o'lchamga bo'l, ikki dirham hosil bo'ladi. Mana shu qiymatdir. Hozirgi belgilashlarda: $30 : 10 = 6 : x$, $60 = 30x$, $x = 2$. Kishilarning mol almashish, hajm yoki vazn masalalari haqidagi muomalalari mana shundaydir.

Vasiyatlar kitobidan: Naqd va qarz haqida bob

Vafot etgan kishidan ikki o'g'il qolgan va u molining uchdan birini boshqa odamga vasiyat qilgan. U naqd o'n dirham va o'g'illaridan birining [ulushiga teng] qarzga berganini qoldirgan. *Qoidasi:* so'z bilan yechim algortmi bayon qilingan. Hozirgi belgilashlarda: agar qarzga berilganni x desak, butun mol $10 + x$ bo'ladi. Ikkala o'g'ilga va vasiyat qilinganga tegadigan ulushlarning har biri teng bo'lib, u $\frac{10+x}{3} + x$ bo'lgani uchun bundan $\frac{10}{3} = \frac{2}{3}x$ va $x = 5$. "Vasiyatlar kitobi"da "Dirham bilan vasiyat haqida bob", "To'ldiruvchi haqida bob", "Kasallikda uylanish haqida bob", "Bemorlikda qullarni ozod etish haqida bob", "Kasallikda garovga qo'yish haqida bob" va boshqa muammolarga oid masalalarning yechimlarining algoritmi bayon qilingan.

HAR XIL MASALALAR HAQIDA BOB

Bu bobdan ayrim masalalar tanlab olindi. Ba'zi masalalarning yechimi hozirgi belgilashlarda ko'rsatildi va boshqa masalalarning shartlarini matematik belgilar bilan ifodalandi va mustaqil yechish taklif qilinadi.

1-masala: *Agar aytilsa:* sen o'nni ikki qismga ajratding, keyin qismlarning birini beshga ko'paytirding va buni boshqasiga bo'lding, keyin senda hosil bo'lganning yarmini beshga ko'paytirilganiga qo'shding,shunda ellik dirham hosil bo'ldi. *Buning qoidasi bunday:* $\frac{1}{2} \cdot \frac{5x}{10-x} + 5x = 50,\ \frac{2\frac{1}{2}x}{10-x} = 50 - 5x,$

$$2\frac{1}{2}x = (50 - 5x)(10 - x) = 500 + 5x^2 - 100x,\ 100 + x^2 - 20x = \frac{1}{2}x,$$

$$100 + x^2 = 20\frac{1}{2}x,\ x = \frac{20\frac{1}{2}}{2} - \sqrt{\left(\frac{20\frac{1}{2}}{2}\right)^2 - 100} = 10\frac{1}{4} - \sqrt{\left(10\frac{1}{4}\right)^2 - 100} =$$

$$10\frac{1}{4} - \sqrt{105\frac{1}{16} - 100} = 10\frac{1}{4} - \sqrt{5\frac{1}{16}} = 10\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4} = 8.$$

2-masala: *Agar so'rovchi so'rasa:* sen o'nni ikki qismga ajaratding, keyin ularni bir – biriga ko'paytiriding, shunda yigirma bir dirham hosil bo'ldi [$desa$], *sen bilasanki,* o'nning qismlaridan biri narsa, boshqasi narsasiz o'ndir. Bu: $x(10 - x) = 21$;

3- masala: *Agar aytilsa:* sen o'nni ikki qismga ajaratding, har bir qismni o'ziga ko'paytirding, keyin kamini ko'pidan ayirding, qirq qoldi. *Bu:* $(10 - x)^2 - x^2 = 40$;

4- masala: *Agar aytilsa:* sen o'nni ikki qismga ajaratding va birini biriga bo'lding va aksincha hammasining yig'indisi ikki va dirhamning oltidan biri bo'ldi. *Buning qoidasi*: $4\frac{1}{6} = \frac{25}{6}, \frac{6}{25} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}$

5- masala: *Agar aytilsa:* sen o'nni ikki qismga ajratding, keyin har bir qismini o'ziga ko'paytirding, keyin ularni qo'shding va unga qismlari ko'paytishgacha orasidagi ayirmani qo'shding, yig'indi ellik to'rt dirham hosil bo'ldi. Bu: $(10 - x)^2 + x^2 + (10 - x) - x = 54$;

6-masala: *Agar aytilsa*: sen o'nni ikki qismga ajratding va qismlarning birini o'ziga ko'paytirding, bu ular ikkinchisining sakson bir marta olinganiga teng bo'lib qoldi. Bu:$(10 - x)^2 = 81x$;

7- masala: *Agar aytilsa:* sen [$biror$] o'lcham bug'doy yoki arpa olding, har birini o'z narxida, keyin qiymatlarni qo'shding va buning ular narxlari orasidagi farqga va miqdorlari orasidagi [farqga] teng bo'lib chiqdi. Shunda ham sen xohlaganingni, masalan, to'rt yoki olti o'lchamni ol, buning farqi yo'q.

Yechimi: Agar a va b – bug'doy va arpaning miqdorlari, x va y – bug'doy va arpa bir o'lchamlarining narxlari bo'lsa, u holda

$ax + by = a - b + x - y$, masalada $a = 4, b= 6, y = \frac{x}{2}$, Snunda $4x+6\frac{x}{2} = 6-4+x-\frac{x}{2}$, $7x = 2+\frac{x}{2}$, $6\frac{1}{2}x = 2$, $x = \frac{4}{13}$;

8- masala: *Agar aytilsa:* sen o'nni ikki qismga ajratding, keyin ularning birini o'nga va ikkinchisini o'ziga ko'paytirding, shunda ular teng bo'lib qoldi. Bu: $10x = (10-x)^2$,

9- masala: *Xuddi shuningdek, agar aytilsa:* sen o'nni ikki qismga ajratding, keyin ularning birini boshqasiga ko'paytiriding, keyin ko'paytmani qismlarni bir – biriga ko'paytmasdan oldingi oralaridagi ayirmaga bo'lding, bo'linma besh-u chorakka teng bo'ldi. Bu: $\frac{x(10-x)}{10-2x} = 5\frac{1}{4}$,

10-masala: *Agar aytilsa:* sen moldan uning uchdan birini, to'rtdan birini va to'rt dirhamni ayirishdan qolganni o'ziga tengiga ko'paytirding, shunda mol o'n ikki dirham ortig'i bilan tiklandi.

Bu : $\left(x-\frac{x}{3}-\frac{x}{4}-4\right)^2 = x+12$,

11-masala: *Agar aytilsa:* sen odamlar o'rtasida $[bir]$ dirhamni taqsimlading, ularning har biriga narsa tegdi. Keyin ularga $[yana\ bir]$ odam qo'shildi, shunda sen dirhamni ularning hammasiga ulashding va ularning har biriga avvalgi taqsimlashdagida oltidan bir dirham kam tegdi. Bu: $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1} = \frac{1}{6}$,

Yordamchi noma'lum kiritish yo'li bilan yechiladigan misol va masalalar. (8 - 9 sinflar uchun)

Bu usul algebrada masala yoki misol matniga o'zgartirish kiritib, yechimini topishni osonlashtirish sifatida qo'llaniladi.

1) a va b – natural sonlar bo'lganda, 2^a+4^b ifoda sonlar to'plamida nechta aniq kvadratlari mavjud?

Yechimi: $a = 2b+3$ deb belgilab o'rniga qo'ysak:

$2^{2b+3}+4^b = 2^{2b}(2^3+1) = 2^{2b}\cdot 9 = (2^b\cdot 3)^2$ bo'lib, bundan berilgan ifodadagi sonlar to'plamida cheksiz ko'p aniq kvadratlar mavjud.

2) $x(x+y)+\sqrt{x^2+xy+4} = 52$ tenglamani natural sonlardagi yechimini toping.

Ko'rsatma: $\sqrt{x^2+xy+4} = b \geq 0$ belgilashni kiritib berilgan tenglamani

$b^2 + b - 56 = 0$ ko‘rinishda yozish mumkin va yechimi topiladi.

3) Ikki ming o‘n birinchi yilning o‘n birinchi oyining o‘n birinchi sanasini shunday yozilsa: 11 .11.11. yozuvda faqat “1” raqami uchraydi.

Agar so‘ralsaki: bir asr ya’ni 100 yillikni ichida oy, kuni va yilning oxirgi ikkita bir xil raqami yordamida yozish mumkin?

Yechimi: 1.1.11; 2.2.22; 22.2 .22. 3.3 33 ; 4.4.44; 5.5.55; 6.6.66; 7.7.77. 8.8.88;

9.9.99; 10. 10. 10; 11.11.11; 12.12.12;

4) Pifagor uchburchagi qaysi xossasi bilan qiziqarli?
Yana uchta shunday uchburchaklardan misol keltiring.
Yechimi: Pifagor uchburchagi uchun sonlar 3, 4 va 5 yoki 5,12 va 13, yoki 11,

60 va 61.

Bu sonlarni topish uchun, ketma–ket kelgan ikkita natural sonlarni olamiz. Masalan: 1 va 2. a =1+2 = 3; b =(1.2).2 = 4; $s =\sqrt{3^2 + 4^2}$=5.

2 va 3 sonlarini olaylik: a =2+3=5; b=(2.3).2=12; $s = \sqrt{5^2+12^2}$ =13.

5 va 6 sonlarini olaylik: a =5+6=11; b= (5.6).2=60; $s= \sqrt{11^2+60^2} = \sqrt{3721}$ =61.

5) Agar $a^3 + a - 1$ bo‘lsa, $\frac{a^4+a^3+a^2+9}{a^5-a^2-a+9} = 2$ ekanini isbotlang.

Kasrning surati : $(a^4+a^2-a)+(a^3+a-1)+10= a(a^3+a-1)+(a^3+a-1)+10=10.$

Kasrning mahraji: $(a^5+a^3-a^2)$-(a^3+a-1)+5=$a^2(a^3+a-1)$ - (a^3+a-1)+5=5.

6) Agar, $c^2+2(ab-ac-bc)= 0$, $b\neq c$, $a+b\neq c$, bo‘lsa $\frac{a^2+(a-c)^2}{b^2+(b-c)} = \frac{a-c}{b-c}$ ekani isbotlang.

Isboti: Masala shartiga ko‘ra, $a^2 = (a-c)^2 + 2b(a-c)$, $b^2 = (b-c)^2 + 2a(b-c)$. Shuning uchun:

$$\frac{a^2+(a-c)^2}{b^2+(b-c)^2} = \frac{2(a-c)^2+2b(a-c)}{2(b-c)^2+2a(b-c)} = \frac{(a-c)(a+b-c)}{(b-c)(a+b-c)} = \frac{a-c}{b-c}$$

7) 5-$\sqrt{2}$ soni $x^3 + 15\sqrt{2x} + 2\sqrt{2}$ -125 = 0 tenglamaning ildizi bo‘ladimi?

Yechimi: 5= a, $\sqrt{2} = b$ deb belgilasak, berilgan tenglamaning chap tomoni

$(a-b)^3+3ab(a-b)+b^3-a^3=(a-b)(a^2-2ab+b^2+3ab-a^2-b^2-ab)=(a-b)\cdot 0=0$. Bundan 5-$\sqrt{2}$ tenglamaning ildizidir.

8) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ ifodani soddalashtiring.

*Ye*chimiga ko'rsatma: $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}=x$ deb belgilaymiz va $x>0$

sharti bilan har ikki tomonini kvadratga ko'taramiz.

9) $(y^2+5y+1)^2+6(y^2+5y+1)+8=0$ tenglamani yeching.

Yechimi: $y^2+5y+1=x$ deb belgilab, $x^2+6x+8=0$ ko'rinishga keltirib ,

avval x ga nisbatan tenglamani yechib, so'ngra u ni ildizlarini topamiz

$$y_{1,2}=\frac{-7\pm3\sqrt{5}}{2},\quad y_{3,4}=\frac{-9\pm\sqrt{77}}{2}$$

10) $(x^2-2+3x)(x^2-2+9x)+8x^2$ ko'paytuvchilarga ajrating.

Yechimi: $x^2-2+3x=y$ deb belgilab tegishli shakl almashtirishdan

keyin $(x^2-2-7x)(x^2-2+5x)$.

11) $x(x+1)(x+2)(x+3)=24$ tenglamani yeching. Yechimi: $y=x^2+3$belgilashni kiritib, tenglama $(x^2+3x)(x^2+3x+2)=24$ ko'rinishga keltiriladi. $y(y+2)=24, y^2+2y-24=0$. Javob $x=-4$.

12) x va y noldan farqli bo'lgan ixtiyoriy haqiqiy sonlarda

$3\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)-8\left(\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}\right)+10\geq$tengsizlik o'rinli ekanligini isbotlang.

Isboti: $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}$ ifodani u deb belgilasak, u holda $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=u^2-2$ bo'lib berilgan tengsizlik $3u^2-8u+4\geq 0$ ko'rinishga keltiriladi. Hosil qilingan tengsizlikning chap tomoni $\frac{1}{3}<u<2$ shartida noldan kichik, ammo $u=\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}\geq 2$. Demak, tengsizlik o'rinli.

13) $2p^{3k}+4p^k+10$ ifoda p va k natural sonlarning birorta ham qiymatida ketma – ket kelgan natural sonlarning ko'paytmasi bo'lmasligini isbotlang.

Yechimi: Mulohazani soddalashtirish uchun $p^k=a$ deb belgilashni kiritamiz, u holda $2a^3+4a+10$ uchhad hosil bo'ladi, buni $(3a^3+3a+9)-(a-1)a(a-1)+1$ ko'rinishga keltirsak masala sharti bajarilmaydi.

O‘rniga qo‘yish usulining ikkinchi ko‘rinishi - yangi o‘zgaruvchilar kiritish bilan o‘rniga qo‘yish. Bu usulda berilgan misolni yangi o‘zgaruvchilar kiritish yo‘li bilan, yechimini bilgan misol ko‘rinishiga keltirishdir.

14) $\frac{x^2+x-5}{x}+\frac{3x}{x^2+x-5}+4=0$ tenglamani yeching.

$y=\frac{x^2+x-5}{x}$ belgilashni kiritsak $u+\frac{1}{y}+4=0$ yoki $u^2+4u+1=0$ ko‘rishishga keladi. Bunday tenglamani yechishni bilasiz.

15) $(7-x^2)^4+(9-x^2)^4=16$ tenglamani yeching.

$y=8-x^2$ deb belgilasak, berilgan tenglama $(y+1)^4+(y-1)^4=16$

yoki $y^4+6y-7=0$ ko‘rinishga keladi.

Yana bir usul yangi o‘zgaruvchilar sonini oshirish hisoblanadi. Bu usulda berilgan masala yoki misolni soddaroq shaklga keltirishdan iborat bo‘lib ko‘proq parametrik tenglamalar, tengsizliklar, tenglamalar, tengsizliklar sistemasi va boshqa tegishli masala yoki misollarda qo‘llaniladi.Bunday usulni qo‘llash oldingi usullardan murakkabroqdir.

16) $\frac{4n+7}{5}$ ifoda p ning qanday natural qiymatlarida butun son bo‘ladi ?

Yechimi: k, natural p ning qandaydir qiymatlarida butun son bo‘lsin $\frac{4n+7}{5}=k$. Bundan $4p+7=5k$ yoki $4(p+3)=5(k+1)$. Shundan $p+3$, 5 ga bo‘linishi kerak, ammo (4,5) sonlarning EKUBi (4,5) =1 . Demak, $p+3=5r$, bunda $r\in N$, va $p=5r-3$, $r\in N$.

17) $2x+\frac{x-1}{x}-\sqrt{1-\frac{1}{x}}-3\sqrt{x-\frac{1}{x}}=0$ tenglamani musbat ildizlarini

toping.

Yechimi: $y=\sqrt{\frac{x-1}{x}}$ va $z=\sqrt{x+1}$ belgilashlarni kiritsak, berilgan tenglama $y^2-y-3yz+2z^2-2=0$ ko‘rinishga keladi. Bu tenglamani y ga nisbatan kvadrat tenglama sifatida yechib ildizlari topiladi.

Yordamchi noma’lum o‘zgaruvchini kiritish usuli bir jinsli tenglamalarni yechishda o‘ziga xosligi bilan ajralib turadi. Bunda yordamchi noma’lum o‘zgaruvchini ikki marta kiritilishi bo‘lib, birinchisida o‘zgaruvchilarning soni ortishiga olib keladi, ikkinchisida esa noma'lumning qisqarishi va tenglamani ildizini topishga olib keladi.

18) $2(x^2+x+1)^2-7(x-1)^2=13(x^3-1)$ tenglamani yeching.

Yechimi: $x^2+x+1=a$, $x-1=b$, u holda tenglama $2a^2-7b^2=13ab$ *yoki* $2a^2-7b^2-13ab=0$. Tenglamaning ikki tomonini b ga bo'lamiz *($b \neq 0$, aks holda $a = 0$ buning bo'lishi mumkin emas, chunki x^2+x+1 kvadrat uchhad x ning har qanday qiymatida ham nolga teng bo'lmaydi.)* va $\frac{a}{b}=t$ desak, u holda tenglama $2t^2-13t-7=0$ ko'rinishga keladi, uning ildizlari $t_1=-0{,}5$; $t_2=7$.

Bu holda $\frac{x^2+x+1}{x-1}=-0{,}5$ yoki $\frac{x^2+x+1}{x-1}=7$.

Tenglamalarni yechib $x_1=-1$; $x_2=2$, $x_3=2$, $x_4=4$ ildizlarnini topamiz.

Yordamchi noma'lum o'zgaruvchini kiritishning ko'p tarqalgan ko'rinishlaridan biri turli shakldagi sonli ifodalarni soddalashtirish va natijani hisoblash uchun qulay ifoda holatiga keltirishdir. Bunday mulohaza yuritishni umumiy holatlarda qo'llashning ko'rinishi sifatida qaraladi.

19) $4\frac{2}{183}\cdot 6\frac{5}{199}-2\frac{181}{183}\cdot 7\frac{194}{199}-7\frac{5}{199}$ ifodaning qiymatini hisoblang.

Yechimi: $\frac{2}{183}=a$, $\frac{5}{199}=b$ deb belgilasak, ifoda

$(4+a)(6+b)-(3-a)(8-b)-7b$ ko'rinishga keladi. Qavslarni ochib, tegishli hadlarini ixchamlansa $14a$ ifoda hosil bo'ladi.

Bundan ifodaning qiymati $\frac{28}{183}$ kelib chiqadi.

20) $1+2^{3^{1991}}$ ifoda tub sonmi?

Yechimi: 3^{1991} soni 3ga karrali bo'lgani uchun uni $3t$ deb belgilasak, u holda berilgan sonni $2^{3m}+1=(2^m+1)(2^{2m}-2^m+1)$ ko'rinishda yozish mumkin. Bundan har bir ko'paytuvchi 1 dan katta natural son, u holda $2^{3m}+1$ murakkab son bo'ladi.

Demak, $1+2^{3^{1991}}$ murakkab sondir.

Tenglama, tengsizliklarni yechishda va ko'phadlarni ko'paytuvchilarga ajratishda sonlarni harfli parametrlar bilan almashtirish o'ziga xos uslullardan hisoblanadi.

21) $y^4 - 2\sqrt{3}\,y^2 - y + 3 - \sqrt{3} = 0$ tenglamani yeching.

Yechimi: $\sqrt{3} = z$ deb belgilasak, berilgan tenglama

$z^2 - (2y^2 + 1)z + y^4 - y = 0$ ko'rinishga keladi va uni z ga nisbatan kvadrat tenglama sifatida yechiladi va ildizlari topiladi.

22) $x^4 - 12x^2 + 16\sqrt{2}\,x - 12 = 0$ tenglamaning barcha ildizlari yig'indisini toping.

Yechimi: $\sqrt{2} = b$ parametrni kiritsak, u holda berilgan tenglama

$x^4 - 6b^2x^2 + 8b^3x - 3b^4 = 0$ ko'rinishga keladi. Shakl almashtirishlardan keyin $(x - b)^2(x^2 + 2bx - 3b^3) = 0$ ko'rinishga keladi va uning ildizlari $\sqrt{2}$ va $-3\sqrt{2}$ bo'lib, ularning yig'indisi $-2\sqrt{2}$.

Yordamchi noma'lum o'zgaruvchilarni kiritishda masala yoki misolga qo'yilgan talablar asosida qo'llanishidir. Bu usulni qo'llash ko'proq ifodalarni qiymatini hisoblashda, ayniyat va tengsizliklarni isbotlashda masalaga qo'yilgan shart bo'yicha yechimini topishda qulaylik yaratadi. Bunday masala va misollarni yechishning turli usullari mavjud bo'lishi mumkin, shuning bilan birga tegishli o'zgaruvchilarni belgilashda qulay variantlarini tanlash, izlanayotgan yechimni osonlashtirishi uchun jiddiy fikrlashni talab qiladi.

23) $\frac{x+y}{x-y}$ kasrning qiymatini toping, bunda $x^2 + y^2 = 6xy$ va $x > y > 0$.

Yechimi: Berilgan misolni kamida uchta usuldagi yechimini keltiramiz.

1- usul. $x > y > 0$ ekanidan, $x + y > 0$, $x - y > 0$. Masala shartiga ko'ra $x^2 + y^2 = 6xy$ ekanidan $(x+y)^2=8xy$ bundan $x+y = 2\sqrt{xy}$ yoki

$(x - y)^2 = 4\,xy$, $x - y = 2\sqrt{xy}$; Bularni o'rniga qo'ysak: $\frac{x+y}{x-y} = \sqrt{2}$.

2- *usul.* $x > y > 0$ shartidan, $x^2 + y^2 = 6xy$ ifodagi x ni y orqali belgilaymiz va $x = 3y + 2y\sqrt{2}$ natijaga ega bo'lamiz va o'rniga qo'ysak, berilgan kasrning qiymati $\sqrt{2}$ ekanini topamiz.

3- usul. $x > y > 0$ shartidan $\frac{x+y}{x-y} > 0$ Kasrni kvadratga ko'tarsak, natijada $\frac{x^2+y^2+2xy}{x^2+y^2-2xy}$ hosil bo'ladi. $x^2 + y^2 = 6xy$ shartiga ko'ra, berilgan kasrning kvadrati 2, kasrning qiymati esa $\sqrt{2}$.

Kasrdan butun qismni ajratish.

Kasr ratsional ifodali misol va masalalarni yechishda, kasrdan butun qismni ajratish usuli yordam beradi. "Algebraik kasrlar", "Ratsional tenglamlar" mavzulariga oid misollarni yechishda bu usul kengroq imkoniyatga ega.

Misol: $\frac{c^3-8}{c+2}$ kasrda c ning shunday butun qiymatlarini topingki, kasr butun qiymatga ega bo'lsin.

Yechimi: Berilgan kasrni butun qismini ajrtsak, $c^2 - 2c + 4 - \frac{16}{c+2}$, masalada c ning shunday qiymatlarini topish kerakki, bunda $c+2$ soni 16 ning bo'luvchisi bo'lsin.

Mantiqiy masalalar

1.Bir orolda faqat "rostchi"lar [faqat rost gapiriadiganlar] va "yolg'onchi"lar[faqat yolg'on gapiradiganlar] yashaydi. Ulardan uchtasi ikkitadan fikr aytdi:

Birinchisi: "Orolda yashaydigan odamlar soni uchtadan oshmaydi", orolda faqat" yolg'onchilar yashaydi";

Ikkinchisi: "Orolda yashaydiganlar soni to'rttadan oshmaydi", "orol aholisining barchasi ham "yolg'onchi" emas;

Uchinchisi: "Orolda besh kishi yashaydi", "orolda" yolg'onchilar soni uchdan kam emas". Orolda nechta kishi yashaydi va ular orasida nechta" yolg'onchi" bor?

2. Akbarda 20 ta haqiqiy va 21 ta qalbaki tanga bor. Har bir qalbaki tanga haqiqiysidan bir grammga yengil. Akbar bir tangani yo'qotib qo'ydi. Uning ixtiyorida bir pallasi ikkinchi pallasidan necha gramm farq qilishini ko'rsatuvchi ikki pallali tarozi bor. Faqat bir marta tortib ko'rish orqali qanday tanga yo'qolganini aniqlash mumkinmi?

3. Ali va Vali 9x9 o'lchamli katak qog'ozni kataklarini navbat bilan bo'yashyapti. Birinchi Ali burchakda joylashmagan kataklardan birini bo'yadi. Shundan keyin har bir ishtirokchi o'z navbatida bo'yalgan kataklar bilan umumiy tomonga ega bo'lgan kataklardan birini bo'yashga haqli. Birinchi bo'lib burchakdagi

kataklardan birini bo‘yashga muvaffaq bo‘lgan o‘yinchi yutgan hisoblanadi. O‘yinda kim yutadi va u qanday o‘ynashi kerak.

4.Serjantning "chapga" buyrug‘iga safdagi yangi kelgan askarlarninig ayrimlari chapga, ayrimlari o‘ngga, ayrimlari esa orqaga burilgan. Shundan so‘ng serjant ham safning biror joyiga borib turdi. Bunda serjantga har ikki tomondan yuzlanib (serjantga yuzi bilan qarab) turgan askarlar soni teng bo‘lishi mumkinmi?

5.Bir odam ikkinchisiga dedi: "Mening uchta bolam bor. Ularning yoshlari ko‘paytmasi 36 ga, yig‘indisi esa mana u binoning qavatlar soniga teng. Ularning yoshlarini aytib bera olmaysanmi? "Ikkinchi odam "yo‘q" deb javob berdi. Shunda birinchi odam "katta o‘g‘limning ismi Anvar" degan edi, ikkinchi odam unga bolalari yoshini aytdi. Xo‘sh, birinchi kishining bolalari necha yoshda ekan?

Masalalarning javoblari va yechimlari.

1-masalaning javobi:

Birinchi kishi "yolg‘onchi" (agar u rostchi bo‘lsa, u holda ikkichi tasdig‘i yolg‘on bo‘lar edi). Demak, orolda kamida to‘rt kishi yashaydi. Ikkinchi kishi "rostchi", chunki uning ikkinchi tasdig‘i to‘g‘ri. Uning birinchi tasdig‘idan orolda to‘rt kishi yashashini topamiz. U holda uchinchi kishi"yolg‘onchi bo‘ladi va uning ikkinchi tasdig‘idan yolg‘onchilar soni uchtadan kam ekanligi kelib chiqadi.Shunday qilib orolda to‘rt kishi yashaydi va ulardan ikkitasi yolg‘onchi.

2 . Javob: ha.

3. Burchakdagi kataklarga qo‘shni bo‘lgan kataklardan birini kim birinchi bo‘lib bo‘yasa, o‘sha yutqazadi (chunki navbatdagi bo‘yashda uning raqibi burchakni bo‘yashga haqli). Shuning uchun Ali ham, Vali ham burchakdagi kataklarga qo‘shni kataklarni bo‘yamaslikka harakat qiladi. O‘lchamli qog‘ozda 4 ta burchakdagi katak, ularga qo‘shni bo‘lgan 8 ta katak va ulardan tashqari yana 9x9-8-4 69ta katak bor. Ali har doimo shu 69 ta katakdan birini bo‘yaydi. Unda,ko‘pi bilan 35-yurishda Vali burchakka qo‘shni kataklardan birini birinchi bo‘lib bo‘yaydi va yutqazadi. Javob: Ali.

MATEMATIK VIKTORINALAR

Matematikadan sinfdan tashqari mashg‘ulotlarning tayyorgarlik ko‘rish va o‘tkazishga ko‘p vaqt talab qilmaydigan shakllaridan biri viktorinalardir. Tadbirlar darsdan tashqari vaqtlarda, to‘garaklarda, matematik kechalarda ishtirokchilarni kichik guruhlarga bo‘lib, 8 - 10 ta savollardan (osonlaridan 4 - 5 tasi og‘zaki), murakkabroq masala va misollarni kartochka, flipchartlarda yozma ravishda taklif qilish yoki kompyuterda slaydlar tayyorlash, AKT va pedagogik texnologiyalardan foydalanib o'tkazish tavsiya qilinadi. Viktorinalar uchun topshiriqlarni tanlashda quyidagilar taklif qilinadi:

1) Matematikadan sinflar bo'yicha davlat dasturlarda o'tilgan bo'limlarini takrorlashga doir mashqlardan tanlash;
2) Ma'lum mavzuni chuqurroq o'zlashtirish uchun tabaqalashgan holda qiyinroq masala va misollardan tavsiya qilish.
3) Tarixiy masala va misollar, qiziqarli, sofizmga oid topshiriqlardan taklif qilish va b.

Viktorinada sinf o'quvchilarining bilim, ko'nikmalariga mos bo'lishi uchun oson, o'rtacha va qiyinroq mashqlarni tanlash tavsiya qilinadi. Agar savollar, masala va misollar qiyin, tushunarli bo'lmasa, viktorina qiziqarli o'tmaydi hamda tayyorgarlik ko'rilgan vaqt, mashg'ulot samarasiz bo'ladi. O'qituvchi tanlangan savol va mashqlarning murakkabligi, shartlari va javoblarining to'g'riligini nazorat qiladi va har bir savol va mashq uchun ballar belgilab beradi. Viktorinani qiziqarli o'tishi boshlovchi mahoratiga bog'liq bo'lib, faol, nutqi ravon bo'lgan o'quvchilardan bo'lishi, javobni tayyorlaganlarga navbat berishda odil, sezgir bo'lishi, mashg'ulotni samaradorligiga ijobiy tahsir ko'rsatadi.

Quyida umumiy o'rta ta'lim muassasalarida o'tkaziladigan matematik viktorinalarga savol, masala va misollardan tavsiya qilinadi. *(Izoh: mashg'ulotlarga savol, masala va misollardan tanlash o'qituvchi va o'quvchilar ixtiyorida.)*

1.Nega "ALJABR"dan "ALGEBRA" deb ataladi?

2.Al-XORAZMIY nisbasidan "ALGORITM" termini nimani anglatadi?

3. Nil daryosida "Nilomer" degan, ko'p asrlar davomida suv sathini o'lchaydigan asosiy vosita sifatida xizmat qilib kelgan mashhur inshootni yaratgan alloma haqida qanday ma'lumotlarni bilasiz?

4. "Sharq Aristoteli", "Muallim us – soniy" deb qomusiy allomalardan kimni hurmat qilganlar?

5. Birinchi globus yasagan, Tinch va Atlantika okeanlari ortida materik borligini bashorat qilgan mutafakkirni bilasizmi?

5a. Abu Rayhon Beruniyning shahmatga oid qadimgi mashhur bo'lgan masala yechimini o'rganganmisiz?

5b. Beruniy sinuslar va kosinuslar teoremalarini qanday isbotlagan?

5v. Nega G.Sarton XI asrni "Beruniy asri" deb nomlagan?

6. Sharqda "Shayx ur – rais" unvoni berilgan buyuk donishmandning matematika oid ishlaridan namunalaridan o'rgandingizmi?

7. Movarounnahr hukmdori, buyuk olim, astronom va matematik, o'z davri ilm – fanining rivojiga ulkan hissa qo'shgan, Samarqand akademiyasining asoschisi Mirzo Ulug'bekning mashhur asari qanday nomlangan?

8. Mirzo Ulug'bekning ekliptikaning (falak ul – burj) osmon ekvatoriga (muhaddal unnahor) og'ish burchagining miqdorini bunday deydi: "Bizning kuzatishimizcha, eng katta og'ish (ya'ni ekliptikaning osmon ekvatoriga og'ishi) burchagini yigirma uch daraja o'ttiz daqiqa o'n yetti soniya topdik". (Hozirgi belgilanishlarda $\varepsilon = 23^{\circ}30'17''$). Hozirgi zamon hisoblashlar natijasi $\varepsilon = 23^{\circ}30'49'',13$ bo'lsa farqi necha sekund?

9. Mirzo Ulug'bekning yil hisoblashi natijasi bilan hozirgi davrdagi yil hisobi natijasini farqi necha sekund?

10. Samarqand akademiyasida ilmiy faoliyat olib borgan va o'nli kasrlar va ular ustida amallar bajarish qoidalarni ishlab chiqqan olimni bilasizmi?

10 a. O'nlik kasrlarni yozilishi va kasr qismi bo'laklarini qanday atagan?

10b. Yevropada o'nli kasrlar haqida birinchi asar yozgan Gollandiyalik injener Simon Stevinning (1548 –1620) 1585-yili nashr qilingan, o'nli kasr nazariyasi bayon etilgan "O'nlik haqida" kitobi Jamshid Koshiy zamonidan necha yil keyin e'lon qilingan.

10c. O'nli kasrlarning hozirgi ko'rinishda yozilishiga qadar butun qismidan keyin qavs ichida (0) qo'yish odat bo'lgan. Masalan: 3,7 ni 3(0)7 ko'rinishda yoki vertikal chiziq bilan (3|7) ajratilgan.

10d. Butun va kasr qismi oralig'ini , (vergul) bilan ajratishni qaysi olim kiritgan?

O'nli kasrlarning butun va kasr qismi oralig'iga vergul qo'yishni I.Byurge, I.Kepler amaliyotga kiritgan.

11. Jamshid Koshiy "Aylana haqida risola" asarida "π" ning qiymatini hisoblashda ichki va tashqi chizilgan $3x2^{28}$ tomonlik muntazam ko'pburchak perimetrlarini taqqoslab "π" ning son qiymatini qanday aniqlikda hisoblagan?

12. Samarqand akademiyasida ilmiy faoliyat olib borgan qaysi alloma sonlardan ixtiyoriy natural darajali ildiz chiqarish usullarini va binom yoyilmasi koffitsentlarning xossalarini bayon qilgan. Uning bayon qilgan usullari hozirgi vaqtda Ruffin – Gorner sxemasi deb nom olgan usulga o'xshashdir.

13. "π" ning son qiymatini $3\frac{1}{7}$ ga teng deb hisoblagan qadimgi mashhur yunon olimi va injinerining nomini bilasizmi? Arximed.

14. "Eratosfen g'alviri" qanday sonlarni aniqlashda qo'llaniladi?

14a. "Mukammal sonlar" qanday xossaga ega?

14b. "Egizak tub sonlar"ning xossalari-chi?

14v. Golgdbax muammosini qanday ta'riflagan?

15. Yevklidning 5- postulati haqida nimalarni bilasiz?

16. Pifagor teoremasi $c^2 = a^2 + b^2$ ma'nosini tushuntiring?

16a. Pifagor sonlari qanday xossaga ega?

16b.Pifagor teoremasining qanday isbotlarini bilasiz?

17. Qariyb uch ming yildan beri muammo bo'lib kelayotgan qadimgi masalalar: sirkul va chizig'ich yordamida yasashga doir "Burchak triseksiyasi", "Doira kvadraturasi", "Kubni ikkilantirish" masalalarni yechimlari topishga bo'lgan izlanishlar haqida qanday mahumotlarni bilasiz?

18."π" qanday son?

18a. "*e*" sonining xossasi qanday?

19.Trigonometrik funktsiyalarning ko'paytmasi nechaga teng?

19a.Trigonometrik funktsiyalar uchun birlik aylanani taklif etgan mashhur matematikning ismini bilasizmi?

19b. U qaysi asarida birlik aylana xossalarini isbotlagan?

19v. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ tenglik qanday isbotlangan?

20. Og'zaki hisoblashga oid $\frac{10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{365}$ misolining xossalarini bilasizmi?

21. 1001 soni qanday xossaga ega?

22. 2017 yilda yuborilgan telegramma yoki SMS ni 2016 yilda olishi mumkinmi?

23. 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 8 , 9 ga bo'lganda qoldiqda bir chiqadigan eng kichik sonni toping.

24. a) Birlik kasrdan foydalanib, yettita olmani 8 kishiga qanday bo'lish mumkin? Ko'rsatma: $\frac{7}{8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

b) 7ta bir xil olmaning har birini 4dan ortiq bo'lakka bo'lmasdan 12ta bolaga teng bo'lib bersa bo'ladimi?

Yechimi: $\frac{7}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$. Shuning uchun 4ta olmaning har birini 3 ta teng bo'lakka, qolgan 3 ta olmaning har birini 4 ta teng bo'lakka bo'lish kerak.

25. Uch xonali son yozing va yoniga shu sonni yozib olti xonali son hosil qiling. Hosil qilingan sonni 7ga, natijani 11ga, buning natijasini 13ga bo'ling. Qonuniyatni tushuntiring.

26. 102 + 1= 101 ifodada bitta raqamni o'rnini shunday almashtiringki natijada tenglik hosil bo'lsin.

27. $(100-1^2)^2 \cdot (100-2^2)^2 \cdot (100-3^2)^2 ...$ ifodani qiymatini hisoblang.

28. Nuqtalar o'rniga qavs ichida berilgan so'zlardan shunday mos keladiganini qo'ying.

... son kamida ikkita natural bo'luvchiga ega. *(juft, tub, natural, murakkab).*

29. Nuqtalar o'rniga qavs ichida berilgan so'zlardan shunday mos keladiganini qo'ying.

Sondan kasrni topish uchun , sonni shu kasrga ...

(bo'ling, ko'paytiring, kattalashtiring, kamaytiring).

30. Nuqtalar o‘rniga qavs ichida berilgan so‘zlardan shunday mos keladiganini qo‘ying. Cheksiz ko‘p o‘q simmetriyasiga ega bo‘lgan ...

(kvadrat, nur, kesma, aylana)

30a. Nuqtalar o‘rniga qavs ichida berilgan so‘zlardan shunday mos keladiganini qo‘ying. Uchburchakning uchta tomoni bo‘yicha yasash mumkin, agar ... tomoni qolgan ikki tomoni uzunligi yig‘indisidan kichik bo‘lsa.

(bir, katta, kichik, yon tomoni).

30b. Bosh harflar bilan yozilgan: TO‘RT, O‘N SAKKIZ, YUZ so‘zlari bilan bog‘liq bo‘lgan *a) besh, b) o‘nbir, v) o‘ttiz yetti, g) nol, d) bir* so‘zlaridan mosini aniqlang.

30v. Bosh harflar bilan yozilgan: UZUNLIK, YUZA, MASSA so‘zlari bilan bog‘liq bo‘lgan *a) sekund, b)sentner, v) hajm,, g) kattalik, d) metr* so‘zlaridan mosini aniqlang.

31. Agar sinf o‘quvchilarini sport zalidagi har bir skameykaga uch kishidan o‘tqazilsa, beshta skameyka bo‘sh qoladi.Agar ularni har bir skameykaga ikkitadan o‘tqazilsa, u holda hamma skameykalar band bo‘lib, 7 o‘quvchi o‘rinsiz qoladi. Sinfda nechta o‘quvchi va zalda nechta skameyka bo‘lgan?

32. Ko‘p qavatli uyning yettinchi qavatiga chiqadigan zinapoya shu uyning ikkinchi qavatiga chiqadigan zinapoyadan necha marta uzun?

33. “Matematika” darsligi mualliflarining ism va familiyalarini ayting.

34. “Algebra” darsligi mualliflarining ism va familiyalarini ayting.

35. “Geometriya” darsligi mualliflarining ism va familiyalarini ayting.

36. Sinfda “Bilimlar bellashuvi” o‘tkazildi, unda yechish uchun 10 ta masala berildi. Har bir to‘g‘ri yechilgan masala uchun 5 ball beriladi, yechilmagan har bir masala uchun 3 balldan olib tashlash tushuntirildi. Sinfdagi o‘quvchilardan bittasi 34 ball oldi. U nechta masalani yechgan?

37. $|x| > 2x$ tengsizlikni yeching.

38. $x^2 - \sqrt{8}\,x + c = 0$ kvadrat tenglamaning ildizlari to‘g‘ri burchakli uchburchakning katetlarini ifodalovchi son, gipotenuzasi esa ozod had c ga teng. To‘g‘ri burchakli uchburchakning tomonlarini toping.

39. To‘g‘ri burchakli uchburchakning tomonlari butun sonlar bilan ifodalanadi. Uchburchakning tomonlarini ifodalovchi uchala sonning hammasi toq son bo‘la oladimi?

40. Tomonlari 3,4,5 bo'lgan uchburchak qanday ataladi? Xulosa qaysi teoremaga asoslanib chiqarilgan?

41. Ikki sonning eng katta umumiy bo'luvchisi 12 ga teng. Ularning eng kichik umumiy bo'linuvchisi 120. Bu sonlardan biri 24. Ikkinchi sonni toping.

42. "Funksiya" terminini kim kiritgan?

43. Havo qanday bo'lganda samolyot Toshkentdan – Nukusga uchib borib, yana Toshkentga tez qaytib keladi? Shamol bo'lmagandami yoki Toshkentdan Nukusga qarab o'zgarmas kuch bilan shamol esgandami?

44.Maktabda 735 o'quvchi bor. Hech bo'lmaganda 3 o'quvchi o'zlarining tug'ilgan kunini bir kunda nishonlashi mumkinligini isbot qiling.

45. Agar uchburchakning bir burchagi qolgan ikki burchagi yig'indisiga teng bo'lsa, uchburchak to'g'ri burchakli uchburchak bo'lishini isbot qiling.

46. Kvadratning bir tomoni 2 birlik orttirildi, unga qo'shni tomoni esa 2 birlik kamaytirildi. Bunda kvadratning yuzi o'zgaradimi? Perimetrichi?

47. *R* radiusli doiraga to'g'ri to'rtburchak ichki chizilgan, uning tomonlarining o'rtalari ketma – ket tutashtirilgan. Hosil bo'lgan to'rtburchakning perimetrini aniqlang.

48. Ayni bir doira ichiga ikkita teng bo'lmagan, lekin o'xshash uchburchak yasab bo'ladimi?

49. Har qanday toq sonning kvadrati bilan birning ayirmasi hamma vaqt 8 ga bo'linishini isbot qiling.

50. To'rtta ketma – ket sonlar ko'paytmasining bir bilan yig'indisi aniq kvadrat ekanini isbot qiling.

51. Yashikdagi olmadan birinchi kuni jami olmaning yarmini va yarimta olma, ikkinchi kuni qolgan olmalarning yarmini va yarimta olma, uchinchi kuni ham qolgan olmalarning yarmini va yarimta olmani, to'rtinchi va beshinchi kunlari ham shunday holda, oltinchi kuni qolgan olmaning yarmi va yarimta olmadan mahsulot tayyorlashga ishlatilgan bo'lsa, yashikda nechta olma bo'lgan?

52. Yashikda ikki xil navli olmalar aralashtirilib solingan. Olmalarga qaramasdan ixtiyoriy ravishda yashikdan navini tanlanmasdan bir nechta olmalar olingan. Yashikdan olinadigan olmalardan ikkita bir xil navlisi bo'lishi uchun eng kamida nechta olma olishni ayta olasizmi?

53. Yashikda uch xil navli olmalar aralashtirilib solingan. Olmalarga qaramasdan ixtiyoriy ravishda yashikdan navini tanlanmasdan nechta olma olinganda: a)

olmalardan ikkita bir xil navlisi; b) uchta bir xil navlisi bo'lishi uchun eng kamida nechtadan olma olishni ayta olasizmi?

54. Bir yashikdagi limondan birinchi marta yarimini va yarimta limon olindi, keyin qolgan limonlarning yarimi va yarimta limonni olindi, oxiri qolgan limonlarning yarimi va yana yarimta limon olinganda yashikda 31 ta limon qolgan ma'lum bo'ldi. Yashikda necha dona limon bo'lgan?

55. $5n^2 - 5n$ ifoda n ixtiyoriy natural qiymatida 30 ga bo'linishini isbotlang.

56. 91 bilan tugaydigan sonning raqamlarini o'chirilganda butun son marta kamayuvchi barcha natural sonlarni toping.

57. $8x+7y=-3$ tenglamaning natural sonlarda yechimi mavjud emasligini isbotlang.

58. Agar n birdan katta natural bo'lsa $4^n - 3$ soni natural sonning kvadrati bo'lmasligini isbotlang.

59. $\sqrt{17}$ ratsional son emasligini isbotlang.

60. a,b,c butun sonlarning qaysi birida 3 soni $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamaning diskriminanti bo'lmasligini isbotlang.

61. Yig'indisi va ko'paytmasi butun son bo'lishi mumkin bo'ladigan ikkita kasr mavjud emasligini isbotlang.

62. $3x^2 + 4y^2 = 13$ tenglamaning butun sonlarda yechimi yo'qligini isbotlang.

63. Ketma–ket yozilgan bir nechta sonning uchinchisi oldingi ikkita sonning yig'indisiga teng. Ketma-ket oltita sonning yig'indisi, beshinchi sonning 4ga ko'paytirilganiga teng bo'lishini isbotlang.

64. Ketma–ket yozilgan sonlarning yettinchisi ma'lum bo'lsa, dastlabki o'nta sonning yig'indisini topish mumkinmi? (63- masala sharti va ko'rsatmasiga e'tibor qiling.).

65. Ketma – ket yozilgan sonlarning qaysi biri bo'yicha dastlabki 14 ta sonning yig'indisini topish mumkin? dastlabki 18ta? dastlabki 22 ta sonning yig'indisini hisoblash mumkinmi? Mumkin. (63- masala sharti va ko'rsatmasiga e'tibor qiling).

66. Agar ikkinchi son 5 ga va o'n yettinchi son 134 ga teng bo'lsa , dastlabki 15 ta sonning yig'indisini hisoblang. (63- masala sharti va ko'rsatmasiga e'tibor qiling.).

67. $x^3-3x^2+2x-6=0$ tenglamani yeching.

68. $x^2y^2-y^3+xy-x^3$ ifodani qiymatlarini $x=\frac{1}{4}, y=0{,}5$ toping.

69. $8x^3-6x^2+3x-1=0$ tenglamani yeching.

70. n ning barcha natural qiymatlarida n^3-n^2+n-1 ifoda tub son bo'ladimi?

71. $\frac{4}{a+2b}$ ifodani aniqlanish sohasiga tegishli bo'lmagan ortiqcha sonlar juftligini o'chiring: $(3;-5)$; $(4;-2)$; $(-2;7)$ $(2;4)$.

72. Natural ko'rsatkichli darajaga taalluqli misol.

3^{10}, 2^7, $(-4)^6$,$(-7)^5$. ifodadan ortiqchasini o'chiring.

73. $5ab^2$, $-3d\cdot 2c$, $8x^2-xy+y$, m^3 ifodada ko'phad bo'lmaganlarini o'chiring.

74. $9>5$ tengsizlikni har ikki tomonini a^4 ko'paytirilganda $9a^4>5a^4$ tengsizlik o'rinli bo'lishi mumkinmi?

75. $-x\geq|x|$ qanoatlantiruvchi x soni mavjudmi?

76. Agar $s>\frac{1}{s}$ bo'lsa ,u holda s > 1 o'rinlimi?

77. $\sqrt{xy}=xy$ tenglik o'rinli bo'lishi mumkinmi?

78. $|a-b|=|a|-|b|$ tenglik ayniyat bo'lishi mumkinmi?

79. Qavs ichidagi "?" belgisi o'rniga tushurib qoldirilgan birhadni yozing, natijada tenglik o'rinli bo'lsin:

a) $(?)^2\cdot(?)^3=49a^8b^9c^7$;

b) $(?)^3 \cdot (?)^2 = -\frac{1}{2}a^5b^{12}c^8$;

v) $(?)^2 \cdot 12x^6 = 108x^8$;

g) $7x^5y^4 \cdot (?)^2 = 112x^7y^8$;

80. Qavs ichidagi " * " belgisi o'rniga tushurib qoldirilgan birhadni yozing, natijada tenglik o'rinli bo'lsin:

a) $(2y-7)(*-*) = 12y^3 - 42y^2 - 58y + *$;

b) $6c^3 - 15bc^2 - 14bc + * = (2c-5b)(*-*)$;

v) $2424x^3 - * + 56x^2y - * = (* + *)(8x^2 - 11y^2)$;

Viktorinalarning javob va yechimlari

1. Al- Xorazmiyning **"Al- kitob al – muxtasar fi hisob al – jabr val – muqobala"** nomli risola sarlavhasida bo'lib, tez orada aljabr so'zi yangi fanning nomiga aylanib qoladi. Umar Xayyom (1048- 1131yy.) risolalarida "aljabr usuli", "aljabr masalalari" hamda "aljabriyun", ya'ni algebraistlar haqida so'z yuritadi, sababi bu davrga kelib Sharqda o'sha zamon algebrasi shakllanib bo'lgan edi. Xorazmiy risolasining XII asrda bajarilgan lotincha tarjimalarida "aljabr" so'zi "*algebra*" shaklida yozilib, Yevropada ham yangi fanning nomi XIV asrdan boshlab "algebra" deb atala boshlanadi.

O.Fayzullayev "Muhammad Xorazmiy" risolasida "aljabr" so'zi Yevropaga g'arbiy arablar orqali o'tgan. G'arbiy arablar esa "J"ni "G" deb talaffuz qiladilar. Shu yo'sinda "aljabr" so'zini g'arbiy arablar "algabr" deb, Yevropada esa algebra deb yuritiladigan bo'ldi, deb ta'kidlaydi. U Xorazmiy arifmetikasini hind olimlarining ishlariga asoslanganligini e'tirof etgan, lekin algebrasining yangiligi, qator xususiyatlari bilan ajralib turadi.

2. Hisoblash tarixida abatsistlar va algoristlar deb atalgan hisobchilar bo'lgan. Abatsistlar deb abaka taxtasida soqqa bilan hisoblovchilarga aytilgan bo'lsa, ularga qarshi o'laroq algoristlar yozuv vositasida hisoblaganlar. Lekin algorist so'zining o'zagi nimani ifodalashi, binbarin, algoritm, algorifm, algorizm, so'zlarining lug'aviy ma'nosi XIX asrgacha noma'lum edi. 1849-yili sharqshunos J.Reyno bu termin "Al-Xorazmiy" so'zidan kelib chiqqanini aniqladi. "Algoritm"- "Al-Xorazmiy" so'zining lotincha transkriptsiyasi natijasida hosil bo'lgan ekan. Algoritm so'zi dastavval Xorazmiyning lotincha *Algoritmi de numero indorum*

("Algorzmi hind hisobi haqida") deb nomlangan qo'lyozmasining birinchi betidagi so'zlar *Dixit Aigorizmi,*ya'ni "Algorzmi dedi" iborasi bilan boshlangan.

Muhammad Muso al – Xorazmiyning nisbasi Xorazmiy, al-Xorazmiy, lotin traskripsiyasida turlicha shakllarda yozilib va aytilib keldi. Chunonchi, *Algorihtmus, Algroismus, Alchocharithmus, Alhorisus, Alkauresmus.* Bu so'zlardan algoristchilar, algorizm, algorfm yoki algoritm terminlari kelib chiqdi. Bundan tashqari, Muhammad Xorazmiy ayrim adabiyotlarda al-Xuvarizmiy, Xovarizmi, Ben – Muza deb ham yurtiladi.

Algoritm-berilgan ma'lumotlardan izlanayotgan natijaga o'tish jarayonini ko'rsatib beruvchi aniq qoida (ko'rsatma). Qoida algoritm bo'lishi uchun quyidagi uchta xossaga ega bo'lishi zarur: **aniqlik**, ya'ni ixtiyoriylikka o'rin qoldirmaydigan, hammaga tushunarli va tayinlik xossasi; **ommaviylik**, ya'ni berilgan ma'lumotlar ma'lum chegaralarda o'zgarish imkoniyatiga ega bo'lish xossasi; **samaradorlik**, ya'ni izlanayotgan natijaga erishishga yo'nalganlik xossasi. Algoritm tushunchasi bilan bog'liq bo'lgan masalalar oxirgi paytlarda yirik "algoritmlar nazariyasi"ga aylandi. Bunda ehtiyoj elektron hisoblash mashinalari, sonli dasturli boshqariluvchi dastgohlar, sanoat robotlari, avtomatik liniyalar va boshqalarning paydo bo'lishi natijasida vujudga keldi. Sanab o'tilgan hamma hollarda u yoki bu amalni mashinalar kerakli natijaga olib keladigan tartibda bajarishi uchun algoritmlar yaratish talab qilinadi. Ko'pincha, bu algoritmlar tuzilishi bo'yicha haddan tashqari murakkab va bir necha ming amallardan iborat bo'ladi.

3. Ahmad al-Farg'oniyning hayoti va ilmiy hamda amaliy faoliyati to'g'risida ma'lumotlardan 861-yilga mansubi, Abbosiy xalifa Abul Fazl Jahfar al – Mutavakkil (hukmronligi 847 - 861yy.) buyrug'iga binoan Nil daryosida suv sathini o'lchaydigan, suv toshqinini oldindan bashorat qilishga mo'ljallangan inshoot barpo etish bo'lgan. Bu vazifani bajarish uchun uchun Farg'oniy Misrning Qohira yaqinidagi Fustat shahriga keladi va hozirgi kunda "nilomer" deb atalgan qurilma yaratiladi.

4. X asrning qomusiy allomasi Abu Nasr Forobiyni zamondoshlari, "Muallim us – soniy" universal bilimlarga boy bo'lgani bois "Sharq Aristoteli" deb ataganlar.U ko'plab fanlarni ilmiy kashfiyotlar bilan boyitdi, turli mamlakatlar olimlarining falsafiy qarashlarini rivojlantirdi va 160 dan ortiq asar yozdi. Ulardan eng mashhurlari "Mohiyat xususida so'z", "Fanlarning paydo bo'lishi haqida kitob", "Tafakkur mohiyati" va boshqa asarlar hisoblanadi. Forobiy asarlarining asosiy qismi ko'plab Yevropa va sharq tillariga tarjima qilingan va hozirgi kunga qadar chuqur tadqiqotlar mavzusi bo'lib kelmoqda.

5. Ulug' qomusiy alloma Abu Rayhon Beruniyning ilmiy dahosi bilan yaratilgan mislsiz kashfiyotlarga to'liq baho berishning o'zi qiyin. Beruniyning 150 dan ziyod ilmiy ishlaridan bizgacha faqat 31tasi yetib kelganiga qaramasdan, alloma qo'lyozmalarining qo'limizdagi ana shu to'liq bo'lmagan namunalari ham uning naqadar serqirra meros qoldirganidan dalolat beradi. Beruniy dunyo ilm – fanida birinchilardan bo'lib dengizlar nazariyasi va Yerning sharsimon globusini yaratish yuzasidan o'ziga xos yangi g'oyalarni taklif etdi, r radiusini hisoblab chiqdi, vaakum, ya'ni bo'shliq holatini izohlab berdi, Kolumb sayohatidan 500 yil oldin Tinch va Atlantika okeanlari ortida qit'a mavjudligi haqidagi qarashni ilgari surdi, minerallar tasnifi va ularning paydo bo'lish nazariyasini ishlab chiqdi, geodeziya faniga asos soldi. Shuning uchun ham G.Sarton XI asr butun dunyodagi tabiiy fanlar tarixchilari tomonidan "Beruniy asri" deb atalishi bejiz emas...

6. "Islom olamining mashhur faylasufi va qomusiy allomasi hamda insoniyatning eng buyuk mutafakkirlardan biri", "Shayx ur – rais" degan unvonga sazovor bo'lgan Abu Ali ibn Sinoning hayoti va faoliyati avlodlarda alohida g'urur va ehtirom tuyg'ularini uyg'otadi. Ilmiy tadqiqot ishlarini 16 yoshida boshlagan bu ulug' zot o'z umri davomida 450 dan ortiq asar yaratdi. Ularning aksariyati avvalo tibbiyot va falsafa, shuningdek, mantiq, kimyo, fizika, astronomiya, matematika, musiqa, adabiyot va tilshunoslik sohalariga bag'ishlangan...

7. Amir Temurning nabirasi bo'lgan, 40 yil Samarqandda hukmronlik qilgan Mirzo Ulug'bek astronomiya sohasidagi buyuk alloma sifatida shuhrat qozongan va uning nomi haqli ravishda Kopernik, Jordano Bruno, Galiley va boshqa ulug' ilm- fan daholari qatorida tilga olinadi. Mirzo Ulug'bekning eng yirik astronomik asari **"Ziji jadidi Ko'ragoniy"** yoki **"Ulug'bek Ziji"** rasadxonadagi kuzatishlar, tadqiqotlar va hisoblashlar natijasida yaratilgan. "Ziji" forscha "Zik" so'zidan olingan va u "Jadval" ma'nosi ni bildiradi. Mirzo Ulug'bekning XV asrda tuzgan astronomiya jadvalida 1018 ta yulduzning holati va joylashuvi bayon qilingan bo'lib, bu asar astronomik o'lchovlar bo'yicha XVI asr davomida yaratilgan birinchi yangi katolog edi".

10. Mirzo Ulug'bekning safdoshi Al- Koshiy birinchi bo'lib o'nlik kasrlarni ilmiy iste'molga joriy etdi, erkin darajalar ildizlarining izchil yaqinlashib borishi va ularni topish metodlarini ishlab chiqdi. Jamshid al-Koshiyning mashhur asarlaridan biri — **"Miftoh ul-hisob", ("Arifmetika kaliti").** Bu asar o'rta asr elementar matematika qomusi hisoblanadi. 1427-yili Samarqandda yozilgan.

10 a. Koshiy o'nli kasrning xonalarini oltmishli kasrga taqqoslab shunday nomlar bilan ataydi: o'nli daqiqadan bir $\frac{1}{10}$, o'nli soniyadan bir $\frac{1}{10^2}$, o'nli soniyadan bir

$\frac{1}{10^3}$ va hokazo. U o‘nli sanoq sistemasida butun sonlar kabi o‘nli kasrning har bir raqamining qiymati xonada ularning tutgan o‘rni (martabasiga) bog‘liq ekanini tushuntiradi.

11. J.Koshiy **"Risola al-muhitiyya"**, (**"Aylana haqida risola"**) asarida "π" ning qiymatini hisoblashda Arximed usuliga ba'zi o‘zgarishlar kiritgan holda ichki va tashqi chizilgan $3x2^{28}$ tomonlik muntazam ko‘pburchak perimetrlarini taqqoslab "π" ning son qiymatini (3,1415926535897932) hisoblaydi. Matematiklar "π" soni qiymatini katta aniqlik bilan hisoblashga va uning ratsional yoki irratsional son ekanini isbotlashga harakat qildilar. "π" belgisini 1706-yili U.Jons kiritgan. (1767-yili nemis matematigi I.G.Lambert "π" irratsional sonligini, 1882-yili F.Lindeman "π" ning trantsendentligini isbotladi).

Yevropa olimlaridan Fransua Viet 1593-yili (Koshiydan deyarli 150 yil keyin) aylana uzunligining diametriga nisbatining 3 butundan keyingi 9ta raqamdan iborat taqribiy qiymatini (3,1415926535) to‘g‘ri hisoblagan. XVII asrda yashagan matematik Ludolf "π" ni verguldan keyingi 35 raqamgacha hisoblagan.

12. Ali Qushchi "Risolai Muhammadiya" asarida sonlardan ixtiyoriy natural darajali ildiz chiqarish usullarini va binom yoyilmasi koeffisentlarning xossalarini bayon qiladi. Uning bayon qilgan usullari hozirgi vaqtda Ruffin – Gorner sxemasi deb nom olgan usulga o‘xshashdir. Bu asarida Ali Qushchi kvadrat ildizni taqribiy hisoblash usulini (hozirgi belgilashlarda quyidagi formulada) bayon qiladi:

$$\sqrt{A} = \sqrt{n^2 + r} \approx n + \frac{r}{2n+1} \quad \text{yoki} \quad \sqrt{A} \approx n + \frac{A-n^2}{2n+1}.$$

Masalan: $\sqrt{3} \approx 1{,}73205$ hisoblangan.

14 v .Bu masalani tarixi shunday – 1742-yili Peterburg fanlar Akademiyasining a'zosi X.Goldbax mashhur matematik L.Eylerga yozgan xatlarida **"5 dan katta har qanday natural sonni uchta tub sonning yig‘indisi shaklida yozish mumkin. Masalan 15 = 7+5+3"** – degan fikrni bildirgan, ammo isbot qilmadi va matematika fanida Goldbax muammosi (problemasi) degan nom oldi.

14g. Bu muammo qariyb 200 yildan keyin qaysi akademik tomonidan, ma'lum, lekin yetarlicha katta sondagi toq sonni uchta tub sonning yig‘indisi shaklida yozish mumkinligi deyarli to‘la isbot qilindi?

Bu muammo qariyib 200 yilan keyin akademik I.M.Vinogradov tomonidan, ma'lum, lekin yetarlicha katta sondagi toq sonni uchta tub sonning yig'indisi shaklida yozish mumkinligi deyarli to'la isbot qilindi. Bundan, har qanday yetarlicha katta juft sonni to'rtta tub sonning yig'indisi shaklida yozish mumkinligi kelib chiqadi. 16 = 7+5+3+1

1) 6dan 9 000 000gacha natural sonlari to'plami uchun Goldbax problemasi o'rinli ekanligi tajribada sinab ko'rilgan.

2) 9 000 000 dan juda katta chekli sondagi Vinogradov topgan songacha problemaning o'rinlimi yoki yo'qmi ekani hozirgacha to'la isbotlanmagan.

3) Vinogradov sonlaridan boshlab natural sonlarning cheksiz to'plami uchun Golg'dbax problemasi hamma toq sonlar uchun isbotlangan.

3 –a) . 64 sonini uchta tub sonlar yig'indisi ko'rinishida tasvirlash mumkinmi?

Yechimi: Mumkin masalan: 64 = 19+ 43+2

30 b. Yechimi: mos keluvchi javoblardan biri "nol" , sababi 4,18,100 va 0 juft sonlar, 5,11,37,1 toq sonlar.

30 v. Yechimi: mos keluvchi javoblardan *hajm* so'zi mos kelishi mumkin, chunki bosh harflar bilan yozilgan so'zlar - kattaliklarga doir atamalar.

31. Javobi: O'quvchilar 51 kishi, skameykalar 22 dona.

32. Javobi: 6 marta uzun.

36. Javobi: 8 ta masala yechgan.

38. Javobi: $a = b = \sqrt{2}$,$c = 2$.

39. Javobi: Yo'q. Chunki toq sonning kvadrati toq son, ikki katet kvadratlarining yig'indisi juft son, gipotenuzaning kvadrati toq son.

42. Birinchi marta Leybnitsning 1694-yili Gyuygensga yozgan xatida uchraydi. Uni Iogani Bernulli XVII asrda ishlata boshlagan.

43. Shamol bo'lmaganda tez uchadi, chunki shamolning tormozlovchi tahsiri tezlatuvchi ta'siriga qaraganda uzoqroq davom etadi. Haqiqatan, shaharlar orasidagi masofa a km., samolyotning o'z tezligi soatiga ϑ km., shamolning tezligi soatiga m km. va $\vartheta > m > 0$ bo'lsin.

Samolyotning Nukus - Toshkent – Nukusga uchishi uchun ketgan vaqt shamol bo'lganda $\frac{a}{v+m} + \frac{a}{v-m} = \frac{2av}{v^2-m^2}$ ga teng. Shamol bo'lmaganda xuddi shu uchishga ketgan vaqt $\frac{2a}{v}$ yoki $\frac{2av}{v^2}$ ga teng. Ma'lumki, $\frac{2av}{v^2-m^2} > \frac{2av}{v^2}$.

56. Ko'rsatma: izlanayotgan sonlarni u bilan belgilansa, u holda x yuzlik son. Bu holda: $y = 100x + 91$; va $x \cdot n = 100x + 91$, $x \cdot (n - 100) = 91$. yoki

$x \cdot (n - 100) = 7$ bu ifoda to'rtta holda ko'rib chiqiladi va izlangan sonlar topiladi.

Javob: 791,1391,9191 va 91.

57. Yechimi: Faraz qilaylik x_0 va y_0 natural sonlar mavjud bo'lsin, u holda $8x_0 + 7y_0 = -3$ tenglamada $(8x_0 + 7y_0)$ – natural son va u - 3 ga teng, ammo - 3 natural son emas. Faraz noto'g'ri ekan.

58. Yechimi: Faraz qilaylik n birdan katta natural son mavjud va $(4^n - 3)$ aniq kvadrat bo'lsin, ammo $(4^n - 3)$ - toq son, u holda shunday a soni mavjud bo'lib, $4^n - 3 = (2a + 1)^2$ tenglik o'rinli bo'lib,

$4^n - 3 = 4a^2 + 4a + 1$ yoki $4^n - 1 = a(a + 1) + 1$. Ifodani chap tomoni 2 ga karrali , ammo o'ng tomoni esa 2 ga bo'linmaydi. Ziddiyat kelib chiqdi.

60. Yechimi: $b^2 - 4ac = 3$ bo'lsin, u holda $b^2 = 3 + 4ac$ – toq son va $b=2m+1$ $m \in Z$; Bundan: $(2m + 1)^2 = 4 + 4ac$ shakl almashtirishdan keyin $2(m^2 + m - ac) = 1$ ifodaning chap tomoni juft son, o'ng tomonida 1. Demak, qilingan mulohaza noto'g'ri.

61. *Yechimi:* $\frac{m_1}{n_1}$ va $\frac{m_2}{n_2}$ qisqarmas kasrlar bo'lsin, masala shartiga ko'ra:

$\frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2} = p$; $\frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2} = q$, bunda p va q butun sonlar. Bunda:

$\frac{m_1}{n_1}$ va $\frac{m_2}{n_2}$ kasrlar $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning ildizlari bo'lishi kerak, ammo tenglama kasr ildizlari ega emas. Chunki $\frac{m^2}{n^2} - p \cdot \frac{m}{n} + q = 0$ bo'lishi kerak, ammo $\frac{m}{n}$ - qisqarmas kasr bo'lgani uchun $\frac{m^2}{n^2} = pm - qn$, ammo tenglikning chap tomoni kasr va o'ng tomoni butun son. Demak, qilingan mulohaza noto'g'ri, masala sharti isbotlandi.

62. *Yechimi:* x_0 va y_0 sonlar tenglamani qanoatlantiradigan ildizlari bo'lsin. U holda $3(x_0^2 - 1) - 4y_0^2 = 10$ tenglik o'rinli bo'lishi kerak. x_0 toq son bo'lgani

uchun (x_0^2-1) ifodada 4ga bo'linadi, shuning uchun 10 ham 4 ga bo'linishi kerak edi. Qilingan taxmin noto'g'ri. Demak, $3x^2+4y^2=13$ tenglama butun yechimlari mavjud emas.

63. Ko'rsatma: birinchi son a va ikkinchi son b bo'lsa:

$$a+b,\ a+2b,\ 2a+3b,\quad 3a+5b.$$

67. Ko'rsatma: ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish metodini qo'llang. $x^2(x-3)+2(x-3)=0$.

Sonlarning bo'linish xossalariga oid misollar

1. a) a soni 5ga karrali bo'lsa, $3a$ soni 15ga karrali bo'lishini isbotlang.
   b) a va b sonlari c ga bo'linsa, $a-b$ soni c ga bo'linishini isbotlang.
2. a) Agar a soni 4ga bo'linsa, b soni 7 ga bo'linsa $a\cdot b$ 28 ga bo'linishini isbotlang.

   b) Agar a soni 3ga bo'linsa, $2a^2+6a$ 18 ga bo'linishini isbotlang.

3. a) $1^3+2^3+\dots+59^3$ yig'indini 60 ga bo'linishini isbotlang.
   b) $1^3+2^3+\dots+49^3$ yig'indi 50 ga bo'linmasligini isbotlang.
4. n^3-n soni:

   1) ixtiyoriy natural n da 6 ga bo'linishini;

   2) n ning toq qiymatlarida 24 ga bo'linishini isbotlang.

5. n^3+3n^2-n-3 soni:

   1) ixtiyoriy natural n da 3 ga bo'linishini;

   2) n ning toq qiymatlarida 48 ga bo'linishini isbotlang.

6. a) agar n^2-1 soni 2 ga bo'linsa, n^2-1 soni 8 ga bo'linishini;

   b) agar n^3-4n soni 2 ga bo'linsa, n^3-4n soni 48 ga bo'linishini;

   v) agar n^3-9n soni 3 ga bo'linsa, n^3-9n soni 162 ga bo'linishini;

   g) agar n^3-16n soni 16 ga bo'linsa, n^3-16n soni 384 ga

   bo'linishini isbotlang.

7. 1234567 ? sonning shunday oxirgi raqamini topingki, natijada ushbu sonlarga bo'linadigan bo'lsin:

a) 2; b) 3; v) 4; g) 5; d) 8; e) 9; j) 11; z) 25.

8. a) $100^{100} - 1$; b) $10^n + 35$ sonlarni murakkab son ekanligini isbotlang.

9. a) $7^{99} + 3^{44} + 4^{88}$ sonni 10 ga karrali ekanligini isbotlang.

b) $5^{n+2} + 3^{2n+1}$ sonni 4 ga karrali ekanligini isbotlang.

v) $4^{3n+2} + 7 \cdot 3^{3n+1}$ sonni 37 ga karrali ekanligini isbotlang.

10. Tenglamalarni butun sonlardagi yechimini toping.

a) $xy - 3x + y$; b) $x^2 - 3xy + 2y^2 - 5$.

11. O'quvchi $4^{10} - 1$ soni 15 ga bo'linishini isbotladi. Shu qoida asosida:

a) $4^{11} - 1$; b) $4^{12} - 1$; v) $4^{13} - 1$ sonlari ham 15 ga bo'linadi degan xulosa qilish mumkinmi?

12. m ning barcha qiymatlarida $4^{2m} - 1$ soni 15 ga bo'linishini isbotlang.

Geometrik masalalar

1. Uchburchakning og'irlik markazi qanday aniqlanadi?
2. Muntazam uchburchakka ichki va tashqi chizilgan aylanalar radiuslarning nisbatlarini toping.
3. Pifagor uchburchagi qaysi xossasi bilan qiziqarli? Yana uchta shunday xossaga ega uchburchaklardan misol keltiring.
4. Ikkita o'tmas burchakli uchburchaklarining o'tmas burchaklari uchidan medianalar o'tkazilgan bo'lsa, yuzalarining nisbatlarini toping.
5. Portretlar uchun ishlangan to'g'ri to'rtburchakli ramkalarda ichki va tashqi to'rtburchaklar doim o'xshash bo'ladimi?
6. Metalldan ishlangan kubdan tokar eng katta shar yasadi. Sharning og'irligi kattami yoki qirindinimi?
7. Agar uchburchakning tomonlari 2 marta kattalashtirilsa, yuzasi qanday o'zgaradi?
8. Qanday uchburchakda uchta balandliklarining o'rtalari bir to'g'ri chiziqda yotadi?

9. To‘g‘ri burchakli uchburchakning 3 ta tomoni o‘lchamlarini toq bilan ifodalash mumkinmi?
10. Kvadrat va rombning perimetrlari teng bo‘lsa, qaysi figuraning yuzasi katta bo‘ladi?
11. Parallelogram va to‘g‘ri to‘rtburchakning asoslari va perimetrlari teng bo‘lsa qaysi figura katta yuzaga ega?
12. To‘rtburchakning tomonlari 2; 3; 4 va 9 ga teng bo‘lishi mumkinmi?

Geometrik masalalarning yechimlari va ko‘rsatmalari

1. Uchburchak medianalarining kesishgan nuqtasida.
2. Tashqi chizilgan aylana radiusi R_1 va ichki chizilgan aylana radiusi R_2 bo‘lsin. $R_1 = \frac{a}{\sqrt{3}}$ va $R_2 = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ bo‘lsa ularning nisbati $\frac{R_1}{R_2} = 2$ bo‘ladi.
3. Pifagor uchburchagi uchun sonlar 3,4 va 5 yoki 5,12 va 13, yoki 11,60 va 61. Bu sonlarni topish uchun, ketma–ket kelgan ikkita natural sonlarni olamiz.

Masalan: 1 va 2. $a = 1+2 = 3;$ $b = (1\cdot2)\cdot2 = 4;$ $s = \sqrt{3^2+4^2} = 5.$

2 va 3 sonlarini olaylik: $a = 2+3 = 5;$ $b = (2\cdot3)\cdot2 = 12;$ $s = \sqrt{5^2+12^2} = 13.$

5 va 6 sonlarini olaylik: $a = 5+6 = 11;$ $b = (5\cdot6)\cdot2 = 60;$ $s = \sqrt{11^2+60^2} = 61.$

4. $S_1 \div S_2 = 1.$
5. Har doim o‘xshash bo‘lmaydi.
6. $V_{SH} = \frac{\pi D^3}{6}$; $V_k = a^3; a = D;$ $\frac{\pi}{6} > \frac{1}{2};$ Bundan: $V_{SH} > \frac{1}{2}V_k$. Qirindilar: $\frac{1}{2}V_k$ ga teng.
7. Yuzasi 4 marta kattalashadi.
8. To‘g‘ri burchakli uchburchakda.
9. Yo‘q, sababi toq sonning kvadarati ham toq son bo‘ladi va ikkita toq sonning yig‘indisi juft son bo‘lgani uchun.
10. Kvadratning yuzasi katta, sababi kvadratning balandligi rombning balandligidan katta, ya’ni $h < a$, bundan $a^2 > a\odot h$.

Berilgan sonning oxirgi raqamini topishga doir misollar

O‘quvchilarning bilim, ko‘nikmalarini rivojlantirishda berilgan ifoda yoki misol va masalalarda oxirgi raqamini topish, biror songa bo‘linishi, murakkab yoki tub son ekanligini isbotlashga doir mashqlar, o‘quvchilarda qoida yoki, qonuniyatni topish ya’ni “yangilikni kashf”etishda muhim ahamiyatga egadir.

Bunday masalalar guruhini “Natural ko‘rsatkichli daraja” mavzuini o‘tganda o‘quvchilarga tavsiya qilinadi.

1. a) 2^{2017} ; 3^{2017}; 5^{2017}; 7^{2017} sonlarning oxirgi raqamini toping.

b) $1+2^{3^{1991}}$ tub sonmi?

2. Oxirgi raqami a) 3;.b) 8 bilan tugaydigan ikki xonali sonlarning ko‘paytmasining oxirgi raqamini toping.

3. 4^k-4 sonlar orasida qandaydir uchtasi 10 ga karrali ekani ko‘rsating. 4. a) 3^{20} ; b) 27^{42} ; v) 508^{62} sonlarning oxirgi raqamini toping.

5. $2{,}6\cdot(26^n-1)$ ifoda natural son p nning istalgan qiymatlarida butun son bo‘lishini izohlang.

6. a ning ixtiyoriy toq qiymatlarida $(100+a)^5+1$ murakkab son bo‘ladimi?

7. To‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi qog‘oz teng 4 bo‘lakka qirqiladi, so‘ngra har bir bo‘lak yana 4 bo‘lakka qirqiladi va bu ishni 26 marta bajarishdan keyin hosil bo‘lgan bo‘laklardan bittasi olinib, teng 5 guruhga ajratish mumkinligini isbotlang.

8. $7^{99}+3^{44}+4^{88}$ soni 10 ga karrali ekanligini isbotlang.

9. a) Ixtiyoriy n ning natural qiymatlarida $11^{n+2}+12^{2n+1}$ soni

133 ga bo‘linishini isbotlang.

b) k – natural son bo‘lsa, 4^k-4 sonning kamida uchtasi 10 ga

karrali bo‘lishini ko‘rsating.

10. a) 4^{2017} sonning oxirgi raqamini toping.

b) $11^6+14^6+16^6$ yig‘indi qanday raqam bilan tugaydi?

11. 9^{2017} sonning oxirgi raqamini toping.

12. $13\cdot\ldots 27\cdot 29$ o‘nta ko‘paytuvchi ko‘paytmasining oxiri qanday

raqam bilan tugaydi?

13. 7^{43} va 12^{109} sonlarning oxirgi raqamini toping.

14. Quyidagi tasdiqlar to‘g‘rimi?

a) natural sonning kvadrati har qanday raqam bilan tugashi mumkin;

b) natural sonning kubi har qanday raqam bilan tugashi mumkin;

v) natural sonning to‘rtinchi darajasi: 0,1,5,6 raqamlarning faqat bittasi bilan tugashi mumkin;

g) natural sonning beshinchi darajasi sonning o‘zini oxirgi raqami bilan tugashi mumkinmi?

Javoblar va yechimlari

2. Yechimi: Bu masalani taklif qilishdan maqsad o‘quvchilarga sonlarni oxirgi raqamlarni topishga o‘rgatishdir. Masala shartiga ko‘ra o‘quvchi shunday daraja ko‘rsatkichini topishi kerakki, bunda asosidagi raqamlar takrorlanishini ko‘rsatishi yetarli bo‘ladi. Masalan: bu misolda 9 darajada oxirgi raqami asosidagi raqamlar takrorlanadi.

3. Ko‘rsatma: Bu masala o‘quvchilarning e’tiborini 4 ni natural toq sonlardagi darajalarida oxirgi raqami 4 bilan tugashiga, juft sonlarda 6 bilan tugashini tushuntirish yetarli.

4. Ko‘rsatma: O‘quvchilar yechimni topishda turli usullarni taklif qiladilar. Masalan: 3^{20}ni $3^5 \cdot 3^5 \cdot 3^5 \cdot 3^5$ ko‘rinishda tasvirlab, 3^5 oxirgi raqami 3 bilan tugashini ko‘rsatadilar. Endi 3^4 oxirgi raqami 1 ekanini topamiz. Bu javoblarni quyidagicha yozish taklif qilinadi.

$$3^{20} = 3^5 \cdot 3^5 \cdot 3^5 \cdot 3^5$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$3^4$$

$$1$$

Taklif etilgan usuldan o‘xshash misollarda foydalanish taklif qilinadi.

5. Ko‘rsatma va tavsiyalar: Bu misol o‘quvchilariga ma’lum qiyinroq, shuning uchun evristik usullardan ikkitasini qo‘llaymiz.

a) n - natural bo‘lganda 26^n sonning oxirgi raqami 6 bilan tugaydi, $26^n - 1$ ifodaning oxirgi raqami 5.

b) 2,6 sonni oxirgi raqami 5 bilan tugaydigan songa ko‘paytirilsa, butun son hosil bo‘ladi.

Bu misol yechimining tartibi bilan quyidagi shunga o‘xshash misollarni yechamiz.

1 . n oxirgi raqami 6 bilan tugaydigan butun son bo'lsa

n^2+1; n^3-4; $n^{118}+25$ ifodalarni oxirgi raqamini toping.

2 . Shunday sonni topingki uni har qanday natural darajaga ko'targanda ham oxirgi raqami sonning o'ziga teng bo'lsin.

3 . p ning shunday qiymatlarini topingki p^2+1 soni 5 ga qoldiqsiz bo'linsin.

Bular quyidagi masalalarni yechishga tayyorgarlik hisoblanadi.

6. Yechimi: Bu masala shartidagi toq sonlarni o'quvchilar ko'p hollarda natural toq sonlarni tushunadilar. O'qituvchi o'quvchilarning toq sonlar to'g'risidagi tasavvurini kengaytirib, manfiy toq sonlar mavjudligi haqida tushuncha berishi kerak. Buni tushungan o'quvchilar $(100+a)^5+1$ ifodada $a=-99$ yoki $a=-101$ teng bo'lganda murakab son bo'lmasligini ko'rsatadilar.

7. Yechimi: Birinchi qirqishda 4 bo'lak, ikkinchisida $4\cdot4=4^2$, uchinchisida

$4^2\cdot4=4^3$ va 26 kesishgacha. 26 marta kesilganda 4^{26} bo'lak hosil bo'ladi.

Masala shartiga ko'ra $4^{26}-1$ ifoda 5 ga karrali.

8. Yechimi: 7^{99}, 3^{44}, 4^{88} sonlari 3,1 va 6 raqami bilan tugashi ma'lum bo'lsa, ularning yig'indisi 3+1+6 = 10. Demak , $7^{99}+3^{44}+4^{88}$soni 10ga karrali.

10. Yechimi: 14^{2n} soni 6 raqami bilan tugaydi, 11 va 16 sonlarning istalgan darajalarini oxirgi raqami 1 va 6 raqami bilan tugaydi.

Bundan 1+ 6 + 6 = 13. Demak, $11^6+14^6+16^6$ ifodaning oxirgi raqami 3.

13. Yechimi: Ushbu masalani yechimini topishda o'quvchilar ma'lum qiyinchiliklarga duch keladilar. Sababi daraja ko'rsatkichlari tub sonlar bo'lgani uchun, daraja ko'rsatkichlarini bir xil ko'paytuvchilarga ajrata olmaydilar. Bunday masalalarda o'quvchilarga daraja ko'rsatkichlarini 4 ga bo'lib, oxirgi raqamni qoldiqdagi son bilan topish tavsiya qilinadi.

$7^{43}=7^{10\cdot4+3}=7^{10\cdot4}\cdot7^3$; 7^4 ning oxirgi raqami 1 va 7^3 ning oxirgi raqami 3. Demak , 7^{43} sonining oxirgi raqami 3.

$12^{109}=12^{4\cdot27+1}=12^{4\cdot27}\cdot12^1$; 12^4 ning oxirgi raqami 6, 12^1 raqami 2.

Demak, 12^{109} sonining oxirgi raqami 2.

14. **Y**echimi: Bu masalada o'quvchilarga sonlarni oxirgi raqamlarini butun sonli darajaga ko'targanda davrlarda (har 4 davrda) takrorlanishini tushunib olishlarini o'rgatishdir. Masalani yechimini qulayroq tarzda yozish uchun quyidagi jadvalni tuzamiz:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
n^2	1	4	9	6	5	6	9	4	1	0
n^3	1	8	7	4	5	6	3	2	9	0
n^4	1	6	1	6	5	6	1	6	1	0
n^5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Jadvalning birinchi qatorida sonlar bo'lib ularning oxirgi raqamlari natural sonlardir. Ikkinchi qatorda birinchi qatordadagi sonlarning oxirgi raqamlarining kvadratlari bilan tugaydigan, uchinchi qatorda esa oxirgi raqamlarning kublari bilan tugaydigan, to'rtinchi qatorda oxirgi raqamlarning to'rtinchi darjalari bilan tugaydigan raqamlar yozilgan. Beshinchi qatorni to'ldirishda o'quvchilar qonuniyatni ya'ni birinchi darajadagi, birinchi qatordagi raqamlar takrorlaganini aniqlaydilar. Jadvaldagi natijalar har to'rt qatordan keyin takrorlanishini o'zlashtirib oladilar.

Interfaol metodlarda yechimini topishga misollar

Trigonometrik ifodalarning qiymatlarini topishga oid misollar:

1. $\sin\frac{7\pi}{6}\cdot\tan\frac{5\pi}{4}\cdot\cos\frac{5\pi}{3}\cdot\sin\frac{6\pi}{4}\cdot\cos\frac{6\pi}{4}\cdot\tan\frac{7\pi}{6}$ ifodaning qiymatini toping.

2. $\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right)\cdot\cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right)\cdot\tan\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\cdot\sin 7\pi\cdot\cos\frac{7\pi}{6}\cdot\tan\frac{5\pi}{3}$ ifodaning qiymatini toping.

3. $\sin(-7\pi)\cdot 2\cos\left(\frac{31\pi}{3}\right)\cdot\tan\left(\frac{7\pi}{4}\right)\cdot\sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)\cdot\cos\frac{2\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}$ ifodaning qiymatini toping.

4. $\sin(-4\pi)\cdot\cos\left(\frac{11\pi}{2}\right)\cdot\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)\cdot\sin 17\pi\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot\tan\frac{\pi}{6}$ ifodaning qiymatini toping.

5. $\frac{\cos^2 x}{1-\sin x}-\sin(\pi-x)=$ 6. $\frac{\cos^2 x}{1+\sin x}-\sin(1{,}5\pi+x)=$

7. $\frac{\sin^2 x}{1+\cos x}-\sin(1{,}5\pi+x)=$ 8. $\frac{\sin^2 x}{1-\cos x}+\cos(3\pi-x)=$

9. $(1+\tan^2\alpha)\cdot\cos^2\alpha =$ 10. $\sin^2\alpha(1+\cot^2\alpha) =$

11. $\left(1+\tan^2\alpha+\frac{1}{\sin^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha =$

12. $\frac{1+\tan^2\alpha}{1+\cot^2\alpha}-\tan^2\alpha =$

13. $\left(2^{\frac{5}{3}}\cdot3^{-\frac{1}{3}}-3^{\frac{5}{3}}\cdot2^{-\frac{1}{3}}\right)\cdot\sqrt[3]{6} =$ 14. $\left(5^{\frac{1}{4}}\div2^{\frac{3}{4}}-2^{\frac{1}{4}}\div5^{\frac{3}{4}}\right)\cdot\sqrt[4]{1000} =$

15. $\left(2^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}+\left(3^{\sqrt{3}+1}\right)^{(\sqrt{3}-1)} =$ 16. $\left((0,5)^{\frac{1}{5}}\right)^{-5}-(4^{-0,3})^{-\frac{5}{3}} =$

Qo'shimcha mashqlar

1. Nol juft sonmi?

2. $x+\frac{1}{x}=5,2$ tenglamani hisoblashlarni bajarmay yeching.

3. Uchburchakning tomonlari 12 sm., 25sm., 13 sm.ga teng. Hisoblashlarni bajarmay uchburchakning yuzini toping.

4. Qanday uchburchakning uchala balandliklari bir tomonida kesishadi?

5. Uchburchakning uchta tomonida kesishadigan to'g'ri chiziqni qanday o'tkazish mumkin?

6. Segment sektor bo'la oladimi?

7. Yig'indisi, ko'paytmasi va bo'linmasi bir xil bo'lgan ikkita sonni toping.

8. Suv muzlatilganda hajmi $\frac{1}{11}$ qismga ortadi. Muzni eritib suv holiga qaytarilganda avvaligi hajmidan qancha qismga kamayadi?

9. $295\cdot295$ ifodani xotirada qanday hisoblash mumkin? (hisoblash texnikalardan foydalanilmasin)

10. Qaysi kasr katta? $\frac{23}{37}$ yoki $\frac{115}{187}$; $\frac{15}{28}$ yoki $\frac{19}{36}$; $\frac{10}{27}$ yoki $\frac{11}{30}$.

11. $8.9.14+6.12.17+4.18.19=?$

12. $7.64.125 = ?$

13. $x = 37$ da $x^2 - 36x + 63$ ifodani qiymatini toping.

14. $2a^2 + 2v^2$ ifodani kvadratlar yig'indisi shaklida ifodalang.

15. $(1^2 - 100).(2^2 - 100).(3^2 - 100) \ldots$ ko'paytmani qiymatini toping.

16. Silindrik shakldagi bir litrli idish sut bilan to'ldirilgan. Yordamchi idish yoki o'lchov asboblarisiz yarim litr sutni qanday quyib olish mumkin?

17. O'qituvchi o'quvchilarga 12 ta stulni quyidagi tartibda joylashtirishni taklif qildi:

1) Sinf xonasida ikki qatorida 4tadan,bitta qatorida 6tadan stul bo'lishi;

2) Sinf xonasida har bir qatorida 4tadan stul bo'lishi;

3) Sinf xonasining o'rtasida ikkita qolganlari to'rt tomonida teng sonda joylashtirish;

4)10 ta stulni sinf xonasini to'rt tomonida 3tadan joylashtirish.

18. 4 va 5 sonlari orasiga qanday belgi qo'yilsa 4dan katta 5dan kichik son hosil bo'ladi?

19. 22 sonlari orasiga qanday belgi qo'yilsa, $\frac{11}{5}$ soni hosil bo'ladi?

20. **** - *** = 1 yulduzchalar o'rniga tegishli raqamlarni qo'ying, natijada tenglik o'rinli bo'lsin.

21. Noldan boshqa ixtiyoriy songa qoldiqsiz bo'lindigan sonni toping.

22. Shunday ikkita sonni topingki, ularning ko'paytmasi va bo'linmasi 12 ga teng bo'lsin.

23. Uchta shaxmatchi musobaqa turnirida jami 6 ta partiya o'ynashdi. Har bir shaxmatchi necha partiyadan o'ynashgan?

24. Qanday kasr bir xil mahrajli kasrlar $\frac{7}{9}$ dan katta , $\frac{8}{9}$ dan qichik bo'ladi?

25. Ko'paytirish amalini bajarmasdan 78.87 =6846ni noto'g'ri ekanligini isbotlang.

26. To'rtta musbat butun sonlarning yig'indisi yoki ko'paytmasi 8 ga teng. Bu sonlarni toping.

27. To'rtta ketma – ket kelgan natural sonlarning yig'indisi tub son bo'ladimi?

28. $98^2 - 4$ ifoda qiymatini og'zaki hisoblang.

29. 1) a yoki $2a$ kattami? 2) a yoki a^2 kattami?

30. Ikkita qo'shiluvchilarning yig'indisi har bir qo'shiluvchidan kichik bo'lishi mumkinmi?

31. Sonning to'rtinchi darajasi 4 raqami bilan tugaydimi?

32. Ketma- ket kelgan uchta natural sonlar yig'indisi tub son bo'ladimi?

33. Ketma–ket kelgan ikkita juft sonlarning yig'indisi 4 ga bo'linmasligini isbotlang.

34. Istalgan ikkita toq sonlar kvadratlarining ayirmasi 4 ga bo'linishini isbotlang.

35. Istalgan ikkita toq sonlar kvadratlarining yig'indisi 4 ga bo'linmasligini isbotlang.

Javoblar:

1 . Juft son. Nol ikkita 1 va -1 toq sonlar orasida joylashgan.

2 . $x + \frac{1}{x} = 5 + \frac{1}{5}$ bo'lgani uchun $x = 5$.

6 . Sektorning yoyi 180^0ga teng bo'lsa, segment bo'ladi.

7 . $\frac{1}{2}$ va -1.

8 . $\frac{1}{12}$ga ortadi.

9 . 29 . 30 = 870 va 25 ni yozsak 87025 hosil bo'ladi.

10 . Kasrni surat va mahrajini 5 ga ko'paytiramiz; $\frac{1}{2}$ bilan taqqoslaymiz;

$\frac{1}{3}$ bilan taqqoslaymiz;

11 . 3600; 72 qavsdan tashqariga chiqariladi.

12 . 5600; ifodani $7 \cdot 8 \cdot (8 \cdot 125)$ ko'rinishda yoziladi.

13 . 100; ifodani $x \cdot (x - 36) + 63 = 37 \cdot (37 - 36) + 63 = 100$.

14 . $2a^2 + 2v^2 + 2av - 2av = a^2 + 2av + v^2 + a^2 - 2av + v^2 = (a+v)^2 + (a - v)^2$.

15 . 0;

18 . 4,5 vergul

19 . 2,2 vergul

20 . 1000 - 999 = 1

21. Nol soni.

22 . 12 va 1

23 . Har bir shaxmatchi 4 partiyadan

24 . $\frac{7}{8}$ kasr.

25 . 78 va 87 sonlari 3ga qoldiqsiz bo'linadi. Bundan 78.87 ko'paytma 9 ga bo'linadi, ammo 6846 sonining raqamlar yig'indisi 9 ga bo'linmaydi. Demak, tenglik noto'g'ri.

26 . Bu sonlar 1; 1; 2 va 4.

27 . To‘rtta ketma – ket kelgan sonlarning ikkitasi juft, ikkitasi toq sonlar bo‘lib, ikkita juft sonning yig‘indisi juft, ikkita toq sonlarning yig‘indisi ham juft son bo‘lib, to‘rtta sonning yig‘indisi juft son bo‘ladi. Demak, yig‘indi juft son, uning bo‘luvchilari mavjud bo‘lgani uchun murakkab sondir. Masala sharti bo‘yicha yechimi yo‘q.

28 . $98^2 - 4 = (98+2)(98-2) = 100 \cdot 96 = 9600$.

29 . 1) agar $a < 0$ bo‘lsa $2a < a$; 2) agar “a” to‘g‘ri kasr bo‘lsa, u holda $a^2 < a$.

30. Agar qo‘shiluvchilardan bittasi noldan kichik bo‘lsa, masala sharti bajariladi.

31. Ma’lumki, sonning to‘rtinchi darajasi 0, 1, 5 yoki 6 bilan tugaydi, shuning uchun masala sharti bajarilmaydi.

32 . $(a-1) + a + (a+1) = 3a$; Demak, $3a$ murakkab son.

33 . $2p + (2p+2) = 2p+2p+2 = 4p+2$ ifoda 4ga karrali emas.

34. Ma’lumki, $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, shunga ko‘ra: $(2m+1)^2 - (2n+1)^2 =$

$(2t+1+2p+1)\cdot(2t+1-2p-1) = 2(t+p+1)\cdot 2(t-p) = 4(t+p+1)(t-p)$ ifoda

4 ga karrali.

35 . $(2a+1)^2 + (2b+1)^2 = (4a^2 + 4a + 4b^2 + 4b) + 2 = 4(a^2 + a + b^2 + b) + 2;$

$4(a^2 + a + b^2 + b)$ ifoda 4ga karrali, ammo ikkinchi ifoda 2 , 4 ga

bo‘linmaydi.

Matematik sofizmga misollar

O‘quvchilar “Uch marta uch va yetti necha bo‘ladi?”, “ Yarim so‘m besh tiyinga teng”, “Ikki karra ikki – besh!”, “$2 \cdot 3 = 4$”, “Nega bir so‘m kam?” kabi misol va masalalarni “yechim”larini darsdan tashqari yoki to‘garak mashg‘ulotlarida bir – birlari bilan muhokama qiladilar . Mahnoga ega bo‘lmagan bir fikrni shaklan – mantiqiy jihatdan asoslashni nazarda tutib “isbotlash”ga harakat qiladilar. Biron xatoga sabab bo‘ladigan muhokamadan ko‘p hollarda ochiq, noto‘g‘ri xulosa kelib chiqquncha olib borilishi natijasida sofizm hosil bo‘ladi.

Sofizm- grekcha so‘z bo‘lib, o‘zbek tilida hiyla – nayrang yoki jumboq ma’nosini bildiradi. Matematik sofizmlar matematik muhokamalardagi xatolarning ayrim xususiy holidan iboratki, bunda noto‘g‘ri natijaga olib keladigan xato ancha niqoblangan bo'ladi. Sofizmni ochish – muhokamadagi uni isbotlashga yordam beradigan xatoni ko'rsatib berishdan iborat. Xatoni tushunib yetishga ko'p hollarda noto'g'ri muhokamaga haqiqiy muhokamani taqqoslash bilan tushuntiriladi. Matematik sofizmlar asosan so'zlarni o'rinsiz ishlatish yo'li bilan noaniq iboralar yordamida, ko'p hollarda teoremalarning qo'llanish shartlarini "unutish"ga asoslanib, mumkin bo'lmagan amallarni yashirincha bajarilgan hisoblab, belgilangan talablarga rioya qilmay umumlashtirish yo'li bilan, xato muhokamalarni yoki farazlarni geometrik "ayoniylik" yordami bilan niqoblash asosida tuziladi. Matematik sofizmda keltirilayotgan xato qanchalik nozik xarakterda bo'lsa, bu xato haqida maktab, litsey, kollejlarda matematika ta'limida o'rganilgan qoidalar yo'sinida ogohlantirilib qo'yish bilan cheklansa va tashqi ifodasi aniqsizliklar bilan qanchalik niqoblangan bo'lsa, noaniq va chigal bo'ladi. Niqoblash maqsadida odatda sofizmga oid masala tugunlarini murakkablashtirib, chigallashtiriladi, ya'ni fikr shunday ifodalanadiki, uni isbotlashda xatoni izlovchining fikrini chalg'itishga, noto'g'ri mulohaza qilishga sabab bo'ladigan haqiqiy matematik da'volardan foydalanishiga to'g'ri keladi. Bunday masala yoki misollarni darsdan tashqari, to'garak mashg'ulotlarda yechimlarini topishdagi har bir muhokama bosqichi, o'quvchilarning tanqidiy fikrlashga, ma'lum mantiqiy sxemalarni, qoida, teoremalarni tatbiq qilishlari matematikadan bilimlarini rivojlantiradi. O'quvchilar maktablarda sinfdan – sinfga o'tgan sari, ularda matematikadan o'quv fanining mantiqiy tuzilishiga qiziqish osha borgan sari sofizmga oid masalalarni yechimini topishga qiziqish ortib boradi.

Matematikaga oid sofizm masalalarining matnlarini diqqat-e'tibor o'qishga va berilgan ifodalarini yozilishida aniqlik, teoremalarning tatbiq qilinish shartlariga rioya qilinganligi, g'ayri qonuniy umumlashtirishda mumkin bo'lmagan amallar qo'llanilishiga alohida e'tibor berish, muammoni yechimini topishda ilmiy, mantiqiy, metodik yondoshuvni talab qiladi. Bunday yondashuv o'quvchilarning ongi va tafakkurida matematik faktning odatlanilgan tashqi (so'zlar bilan berilgan, simvolik yoki obrazli) ifodasining bu fakt mazmunidan ustun turishi bilan xarakterli bo'lgan formal o'zlashtirishga qarshi qo'yiladi. Sofizmni ifodalovchi ma'nosi z tasdiq idrok qilinishida o'quvchida his – hayajonni kuchayishi sababli matematik muhokama puxtaroq o'zlashtiriladi. Sofizmga oid mashqlarda o'quvchilarning mustaqil muhokamalarida turli xatolarga yo'l qo'yilishi ehtimoli mavjud bo'lib, lekin xàtolar yuz bergan holda tezda uni aniqlash va tushunib olishga imkon beradi. Matematik sofizmga oid masalalar shartini bayon qilishda o'quvchilarning nutqining noto'g'riligi, muhokamaning to'g'ri emasligini rad qilishga nazariy, metodik yondashuv muhim ahamiyatga ega. Matematikadan maqsadli rejalashtirilgan va o'tkazilgan har bir mashg'ulot tarbiyaviy ahamiyatga ega bo'lib, o'quvchilarning yozma, og'zaki nutqlarida o'quv fani terminlarini to'g'ri talaffuz qilish, belgilarini to'g'ri yozish, ma'lum matematik faktlarni nazariy jihatdan tushunib, o'rinli tatbiq etishga o'rgatadi.

Masalan: 1) $\frac{a}{b}$ qanday shart bajarilganda birga teng bo'ladi?

2) $(a-b)^2=(m-n)^2$ tenglikdan $a-b=m-n$ deb xulosa chiqarish mumkinmi?

3) x va u ning barcha qiymatlarida $\sqrt{x}\cdot\sqrt{u}=\sqrt{xu}$ tenglik bajariladimi?

4) x ning har qanday haqiqiy qiymatida $\lg x^2=2\lg x$ ayniyat to'g'rimi?

5) x ning qanday qiymatlarida $\frac{x^3-1}{x-1}, \frac{1}{x^2-1}, \frac{3}{\cos x}, \frac{x}{\lg x}$ ifodalar ma'nosini yo'qotadi?

6) Geometriya kitoblaridan birida "Uchburchakning tomonlaridan biriga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq undan berilgan uchburchakka o'xshash uchburchak ajratadi,", deb yozilgan teoremaning noto'g'riligini aniqlang va to'g'ri ifodalanishini yozing.

7) To'g'ri burchakli uchburchakda katetga o'tkazilgan mediana bissektrisa bilan ustma – ust tushushi mumkinmi?

Nutqning noto'g'riligi matematikani o'rganishni qiyinlashtiribgina qolmay, balki turli xatolarga olib kelishi mumkinligini o'quvchilarga muntazam ravishda o'rgatib borish isbot talab qilmaydi. Masalan: **So'zning ikki xil ma'noli bo'lishi.** Matematikadagi har bir tushuncha o'zining maxsus termini bilan ifodalanadi. Ba'zi hollardagina maxsus termin turli ma'noda ishlatiladi va bu holda, agar terminning ma'nosi iboraning o'zidan ochiq tushunilmasa, u vaqtda shu terminning kerakli joyda qanday ma'noda ishlatilganligini maxsus ko'rsatish kerak bo'ladi. Bir ma'noli bo'lmagan matematik terminlar jumlasiga, masalan: kvadrat (daraja ko'rsatkichi va geometrik shakl), ildiz (tenglamani yechimi ma'nosida yoki radikal so'zining sinonimi sifatida), son (miqdor va tartib sonlar, absrakt va ismli sonlar, aniq va taqribiy sonlar). Misol: Ota va o'g'il bir shaharga ko'chib kelishdi. Otasidan bu shaharda 25 ming aholi yashashini eshitgach, o'g'il shoshilib, endi bu shaharning aholisi 25002 kishi bo'ldi deganida otasi kuldi va o'g'liga nimalarnidir tushuntira boshladi. O'ylab ko'ringchi ota o'g'liga nima degan?

Ikki xil ma'noli jumlada tushunish mumkin bo'lgan ifodani tuzilishi nazarda tutiladi. Misol: **Uch marta uch va yetti necha bo'ladi?** Bu jumlaning ma'nosi ga bir – biridan farqli ikki xil tartibda amallar bajarish mumkin bo'lgan ifoda tuzish mumkin, ya'ni: $3 \cdot 3+7$; yoki $3 \cdot (3+7)$. Jamlovchi ma'nosidagi terminga ajaratuvchilik ma'nosi nazarda tutilsa, tarqatish xatosi sodir bo'ladi.

Misol: **Uchburchakning hamma burchaklari ikki to'g'ri burchakka teng.** Bu misolda "hamma" so'zi "yig'indi" ma'nosi da ishlatilgan.Ammo termin noqulay tanlangan, chunki uni "har biri" ma'nosi da tushunish mumkin. Bu holda "Uchburchakning har bir burchagi ikki to'g'ri burchak yig'indisiga teng"-degan mantiqsiz, bema'no fikrni bildiradi.

Tuzilish xatoga misol: **Uchburchakning hamma burchaklari ikki to'g'ri burchak yig'indisidan kichik.** Misolda oldingi xatoga qarama – qarshi xato ajaratuvchilik ma'nosi da ishlatilgan terminga jamlovchilik ma'nosi berilgan. "Hamma" so'zi "har biri" ma'nosi da ishlatilgan. Lekin tanlangan terminni qulay deb bo'lmaydi, chunki uni "yig'indi" ma'nosida tushunish ham mumkin. Bu hol Yevklid tizimidagi geometriyada ma'nosiz jumlaga aylanadi.

Misol: **Kvadrat so'mlar.**

Ma'lumki, har qanday ikkita tenglikni hadma – had ko'paytirish mumkin. Bu teoremani ushbu *a so'm =100 a* tiyin ; *1 so'm =100* tiyin; ikki tenglikka tatbiq etib, yangi tenglik *a so'm =(100 a ·100)* tiyin yoki *a so'm =10000a* tiyin. Muhokama to'g'rimi?

Misol: **Yarim so'm besh tiyinga teng.**

Ushbu: $\frac{1}{4}$ so'm = 25 tiyin (1) tenglikni to'g'ri ekani shubhasiz. Ammo (1) tenglikning ikkala qismidan kvadrat ildiz chiqarib, $\frac{1}{2}$ so'm = 5 tiyin , (2) tenglikdan ya'ni yarim so'm 5 tiyinga teng. Muhokama to'g'rimi?

Ayrim sofizmlarni isbotlashda, sofizmning bema'ni matnini biror haqiqiy da'vo bilan almashtirishga asoslanadi. Noto'g'ri fikrni haqiqiy fikrdek qilib ko'rsatishga uning ifodalaridagi tashqi o'xshashlikdan foydalanib erishiladi. Bunday almashtirish natijasida soxta da'voning "isboti" to'g'ri isbot shaklini oladi.

Bu tipdagi sofizm, masalani yechishga boshqa usul qo'llash degan niqob ostida yechish usulini o'zgartirishga emas, balki masalaning shartiga ham o'zgartirish kiritishga asoslanib tuzilgan bo'lishi mumkin.

Masala: Ota vafoti oldidan uch o'g'liga merosga qoladigan 17 bosh tuyani vafotidan so'ng o'g'illari o'zaro bo'lib olishlari uchun vasiyatnomasida bunday deyiladi: tuyalarni birortasini so'ymasdan: to'ng'ich o'g'il tuyalarning yarmini, o'rtancha o'g'il uchdan birini, kenja o'g'il to'qqizdan birini olishi yozilgan. Aka – ukalar marhum otaning vasiyatini bajo keltirishlari qiyin bo'lib, biror odamdan maslahat so'ramoqchi bo'lganlarida, bir yo'lovi tuyasiga minib o'tib borardi. Aka-ukalar maslahat so'rashganda tuyasidan tushib merosni ota vasiyatida belgilagan holda to'g'ich o'g'ilga 9 ta, o'rtancha o'g'ilga 6 ta, kenja o'g'ilga 2ta tuyadan taqsim qilib berdi va tuyasiga minib yo'lida davom etdi. O'ylab ko'ring yo'lovchi otaning vasiyatini hech bo'lmasa nazariy jihatdan kasr sonlarda emas, butun sonlarda bu ishni qanday qilib oson hal qildi?

"Nutqdan tashqari" (nutqqa aloqador bo'lmagan), ya'ni tafakkurdagi xatolarni tahlil qilishda shoshib umumlashtirishga asoslangan noto'g'ri isbotlarga doir misol va masalalardan namunalar keltiramiz.

Misol: **Ikki karra ikki – besh!** Muhokamani boshlashga asos qilib ushbu $4 \div 4 = 5 \div 5$ (1) aniq tenglikni olamiz. (1) tenglikni har qaysi qismidan umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarsak, tenglik $4 \cdot (1 \div 1) = 5 \cdot (1 \div 1)$yoki $(2 \cdot 2) \cdot (1 \div 1) = 5 \cdot (1 \div 1)$ (2)ko'rinishga keladi. $(1 \div 1) = 1$ ekanini bilgan holda (2) munosabatdan $(2 \cdot 2) = 5$ tenglikni hosil qilamiz. Muhokama xatosini toping.

Misol: **2·3= 4.** Yuqori sinf o'quvchilaridan bu misolni isbotini ushbu qiziq hunar orqali isbot qilmoqchiman dedi va bir dona gugurt cho'pini oldi va sinfdoshlariga uning fikrini bayon qilishiga diqqat qilishlarini iltimos qildi. U gugurt cho'pini teng ikkiga sindirib, bir marta ikkiga bo'ldik, dedi. Bu yarimta gugurt cho'plaridan birini shunday sindirib, ikkinchi marta 2 ga ega bo'ldik, dedi. Nihoyat, ikkinchi yarim cho'p ustida ham shu ishni bajarib, uchinchi marta 2 hosil qildik, dedi. Demak, ikkilatib uch marta olib, odatdagi o'ylashimizcha olti emas, balki to'rt hosil qildik. O'quvchining muhokamasidagi dovtiradadigan xatoni toping.

Masala: **Nega bir so'm kam?** Do'konda ikki savat nok bo'lib, har bir savatda 150 donadan nok bor. Noklarga quyidagicha narx qo'yilgan: birinchi savatdagi noklar bir so'mga o'n donadan, ikkinchi savatdagi noklar bir so'mga 15 donadan sotilishi kerak. Shunday qilib, birinchi savatdagi nokning hammasi 15 so'mga, ikkinchi savatdagi nokning hammasi 10 so'mga, ikkala savatdagi nokning hammasi esa 25 so'mga sotilishi kerak. Sotuvchi birinchi savatdan o'n dona va ikkinchi savatdan o'n besh dona nok olib, 25 dona nokni 2 so'mdan sotaversa bo'lar ekan, deb o'yladi. Shuning uchun u ikkala savatdagi noklarni aralashtirdi va bu $150 \cdot 2 = 300$ dona nokning 25 donasini 2 so'mdan sotdi. Natijada 25 so'm o'rniga 24 so'm , ya'ni 1 so'm kam pul tushgan. Sotuvchiga yordam bering?

Misol: **Bir o'quvchiga $\sqrt{x}+x=2$ (1) tenglamani yechish taklif qilindi:**

U daftarida quyidagi hisoblashlarni bajardi: $\sqrt{x}=2-x$; $x=4-4x+x^2$; $x^2-5x+4=0$. (2) tenglamani ildizlari $x_1=4$; $x_2=1$. Bajargan shakl o'zgartirishlari va hisoblashlari natijasida tenglamani ildizlarini to'g'ri topganini tekshirish uchun $x_1=4$ qiymatini (1) tenglamaga qo'yib natija **(6 = 2)** bo'lganiga hayron bo'lib qoldi. O'quvchi tenglamani yechishda qanday xatoga yo'l qo'ydi?

Matematikadan navbatdagi to'garak mashg'ulotida a'zolardan: **men 7 = 13 ekanini isbotlayman** , deb ushbu $\frac{x+5}{x-7}-5=\frac{4x-40}{13-x}$ (1) tenglamani yozdi va shakl almashtirishni bajarib $\frac{x+5-5(x-7)}{x-7}=\frac{4x-40}{13-x}$; $-\frac{4x-40}{x-7}=\frac{4x-40}{13-x}$; $\frac{4x-40}{7-x}=\frac{4x-40}{13-x}$ (2) ko'rinishga keltirdi. (2) munosabatdan **7 = 13** degan xulosani chiqaramiz dedi. Siz bu xulosani to'g'ri deb o'ylaysizmi?

Navbatdagi to'garak mashg'uloti boshlanishidan oldin bir o'quvchi doskaga $\frac{\pi}{4}=1$ tenglikni isbotladim deb quyidagi ifodalarni yozib qo'ydi. Mashg'ulot boshlanganda to'garak rahbari o'quvchilarga bajarilgan amallardagi muhokama va xulosadagi xatoni ko'rsatishni so'radi. $1+\sin\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}=\tan\frac{\pi}{4}$, (1). $\sin\frac{\pi}{4}=\cos\frac{\pi}{4}$, $\tan\frac{\pi}{4}=1$, Endi $\tan\frac{\pi}{4}=\frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}}$ munosabatdan foydalanib va maxrajdan qutulib $\cos\frac{\pi}{4}+\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}-\cos^2\frac{\pi}{4}=\sin\frac{\pi}{4}$ tenglikni hosil qilindi. $\cos\frac{\pi}{4}\left(\sin\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}$; (2) munosabatdan $\cos\frac{\pi}{4}=1$ ekani ma'lum. Demak, $\frac{\pi}{4}=2\pi k, k\epsilon z$; o'rinli. Bundan agar $k=0$ bo'lsa $\frac{\pi}{4}=1$ degan da'vo o'rinlimi?

Misol: **Ixtiyoriy olingan *a* soni nolga teng.** *a*- soni noldan farqli haqiqiy son bo'lsin. $x^2-ax=-\frac{1}{3}a^2$ (1) tenglamani haqiqiy sonlar to'plamida yechimini topishda bunday muhokama qilish taklif qilindi. Tenglamani ikkala qismini $-3a$ ga ko'paytirib, $-3ax^2+3a^2x=a^2$, keyin ikkala qismiga x^3-a^3 qo'shing: $x^3-3ax^2+3a^2x-a^3=x^3$, (2) .

(2) tenglamani, ikki son ayirmasining kubi formulasidan foydalanib: $(x-a)^3=x^3$ uchinchi darajali tenglama ko'rinishiga keltirib, ikkala qismidan kub ildiz chiqaring: $x-a=x$; (3). (3) ifodadan $a=0$.

Natija: ixtiyoriy olingan a soni nolga teng ekanini isboti, to'g'rimi? Oliy o'quv yurtlariga kirish uchun matematika kitoblaridagi masalalarni yechimini o'rganayotgan abiturient $\mathbf{3\sqrt{x} + x + 2 = 0}$ tenglamani quyidagicha yechimini topdi: $3\sqrt{x} = -x - 2$ (1); $9x = x^2+4x+4$; $x^2 - 5x + 4 = 0$. $x_1 = 4$; $x_2 = 1$. Tenglamani ildizlarini to'g'ri topganini tekshirmoqchi bo'ldi: $x_1 = 4$da: $3\sqrt{4} + 4 + 2 = 12$, ya'ni $12 = 0$ (?).

$x_2 = 1$da: $3\sqrt{1} + 1 + 2 = 0$. $3+1+2 = 0$, ya'ni $6 = 0$ (?). Qaysi ildizni to'g'ri deb yozishni bilmay hayron. Qanday xatoga yo'l qo'ydi, yordam bering. O'quvchi sinfdoshiga: **agar $a > b$ bo'lsa $a > 2b$ ekanini isbotladim dedi**. Isboti: Ixtiyoriy ikki musbat a va b sonlarni olib va $a > b$ deb faraz qilamiz. Bu tengsizlikning ikkala qismini b ga ko'paytirilsa, $ab > b^2$, yangi tengsizlik hosil bo'ladi. Buning ikkala qismidan a^2 ni ayirsak: $ab - a^2 > b^2 - a^2$ yoki

$a(b - a) > (b - a)(b + a)$ (1). Bu tengsizlikni ikkala qismini $(b - a)$ ga bo'lsak, $a > b + a$, (2). (2) ifodaga $a > b$ tengsizlikni hadma–had qo'shsak: $2a > 2b + a$, (3) hosil bo'ladi. Endi (3) ifodada har ikki qismidan a ni ayirilsa $a > 2b$ isbot bo'ldi. Masalan: $10 > 9$ bo'lsin $a > 2b$ ning isbotidan $10 > 18$ kelib chiqadi, to'g'rimi? deb fikrini tasdiqlamoqchi bo'ldi. O'quvchi isbotida qanday xatoga yo'l qo'ydi?

O'quvchilarda uchraydigan ma'noga ega bo'lmaydigan tipik, sofistik xatolari bo'lishi sabablarini tushuntirish, kelgusida bunga o'xshash xatolarga yo'l qo'ymasliklari uchun o'qituvchi matematikadan ta'lim jarayonida o'rganilgan tushunchalar, qoidalar, teoremalarni takrorlab, sofizm masalalarini ma'lum tip chegarasidagi muhim o'zgaruvchanligini aniqlab, o'quv dasturlariga mos ravishda tanlashlari va yechimlarini turli variantlarda hal etishlariga e'tibor berishi o'quvchilarning mantiqiy tafakkurlarini rivojlantiradi.

Xulosa

Matematika darslari va sinfdan tashqari mashg'ulotlarda qiziqarli, mantiqiy va rivojlantiruvchi masalalarning yechimi yo'llarini izlash o'quvchiga xos individual jarayon bo'lib, u shaxsda iste'dod, tafakkur, tasavvur qilish xususiyatlariga bog'liq. O'quvchilarning bunday masalalarning yechimini topishga ijodiy yondashuvlari, ya'ni tafakkur qilishlari, masalani mazmunini to'liq tushunib olish, uning yechish yo'lini izlash va "yangilik kashf etganday" tahlil qilishdagi mulohazasi har bir o'quvchi uchun biror darajada barqaror bo'ladi. O'quvchilarning mantiqiy, muammoli, rivojlantiruvchi masalalarni yechimini izlashdagi muvaffaqiyatlari juda ko'p omillarga bog'liq bo'lib, bu jarayon iste'dod, ilmiy tafakkur va bilim, ko'nikma hamda malakalarini rivojlanishiga ijobiy ta'sir etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Каримов И.А. Баркамол авлод – Ўзбекистон тараққиётининг пойдевори.- Т., 1997.

2. "Ёш математик қомусий луғати". А. Аъзамов тахрири остида. -Т.,1991.

3. Akmalov A.A. «Matematika o'qitishda tarixiy ma'lumotlardan foydalanish (o'qituvchilar uchun metodik qo'llanma)»- T., Fan, 2005.

4. Akmalov A.A., Eshpulatov N. Matematikadan sinfdan tashqari mashg`ulotlar o'qituvchilar uchun metodik qo'llanma. (5-6 sinflar uchun). -T., 2007.

5. Аҳмедов С. ва б. Беруний асарларида мактаббоп масалалар.- Т.,Ўқитувчи, 1975.

6. Аҳадова М. Ўрта Осиёлик машҳур олимлар ва уларнинг математикага оид ишлари.- Т., Ўқитувчи, 1983.

7. Глейзер Г.И. История математики в школе.- М., Просвещение, 1982.

8. Галицкий М.Л.,Гольдман А.М., Звавич Л.И. Курс алгебры 8-го класса в задачах.- Львов , 1991.

9. Дановская И.В., Хайдаров Б., Ёш билимдонларга.-Т., Қомуслар Бош тахририяти, 1995.

10. Дорофеева А.В. Страниц о истории на уроках математики.- Львов , 1991.

11. Драйвер Р. Нега математика?- Т., Фан, 1989.

12. Миракова Т.Н. Развивающие задачи на уроках математики.- Львов , 1991.

13. Муҳаммад Мусо ал – Хоразмий. Танланган асарлар.- Т., Фан, 1983.

14. Перельман Я.И . Қизиқарли математика. - Т., Ўқитувчи, 2001.

15.Раҳимқориев А.А., Мирзааҳмедов М.А. Математикадан масалалар тўплами; 5- синф учун ўқув қўлланма.- Т., Ўқитувчи, 1998.

16.Сиражиддинов С.Х., Матвиеевская Г.П. Ал-Хорезми выдающихся математик и астроном средновековья.- М., Просвещение, 1983.

17. "Umumta'lim fanlari metodikasi" jurnali 2014 - 2017-yillar sonlari.

Mundarija

Kirish 3

Kompetensiyaviy yondashuv asosida o'quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirishga doir masala va misollar 4

Kvadrat tenglamalarqa misollar 16

Viet teoremasi 20

Kvadrat tenglamalar va uning tarixidan...26

Al-Xorazmiyning "Al- kitob al – muxtasar fi hisob al – jabr

val – muqobala" asaridagi masala va misollardan 34

Yordamchi noma'lum kiritish yo'li bilan yechiladigan

misol va masalalar 38

Matematik viktorinalar 45

Sonlarning bo'linish xossalariga oid misollar..60

Geometrik masalalar 61

Berilgan sonning oxirgi raqamini topishga doir misollar...............................62

Interfaol metodlarda yechimini topishga misollar 66

Qo'shimcha mashqlar 67

Matematik sofizmga misollar 71

Xulosa 78

Foydalanilgan adabiyotlar 79

Muharrir – Baxtiyor KARIM
Texnik muharrir – M.RAHMONOV
Musahhih - Fayzulla AZIZOV

"Adabiyot uchqunlari" nashriyoti
Litsenziya: AI №239 4.07.2013

Terishga berildi: 08.09.2017
Bosishga ruxsat etildi: 29.09.2017
Bichimi: 60x84 1/16 Ofset bosma
Bosma tobog'i: 5,0; Adadi 500; Buyurtma № 25

"A.Records" bosmaxonasida bosildi
Toshkent shahri, Qorasuv ko'chasi, 4

3

2. чет зал
1 - мат фан

9 789943 465879