



Э.Э.Жумаев

# ГЕОМЕТРИЯ МАСАЛАЛАР ТҮПЛАМИ

## І ҚИСМ



СН0300020227

**Жумаев Эркин Эргашевич**

# **ГЕОМЕТРИЯ МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ**

## **I ҚИСМ**

*Ўзбекистан Республикаси Олий ва Ўрта махсус таълим  
вазирлиги Академик лицей талабалари учун ўқув  
қўлланма сифатида нашрга тавсия этган.*

**Тошкент - 2001**

## Аннотация

Мазкур қўлланмада Академик лицейда геометрия фанини ўқитиш жараёнида талабаларни ижодий қобилиятини ривожлантириш, ўзлаштирилиши лозим бўлган билимларнинг хусусиятини ва ҳажмини аниқлаш мақсадида масалалар тузилган бўлиб, дарсликдан олинган билимларни мустақамлашни назарда тутди.

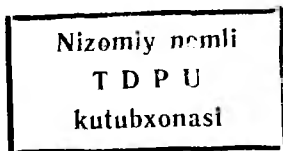
### Такризчилар:

1. Низомий номидаги ТДПУ “математика ва уни ўқитиш методикаси” кафедрасининг доценти, педагогика фанлари доктори М.Тожиев.

2. Термиз ДУ “Геометрия ва дифференциал тенглалар” кафедрасининг доценти, ф-м.ф.н.Г.М.Аллаев.

3. ТТЕСИ Академик лицейининг олий тоифали ўқитувчиси А.Э.Тангиоров ва ф-м. ф.н. Ҳ.Исаев.

**Масъул муҳаррир:** педагогика фанлари номзоди,  
доцент О.Мусурмонов



009343/2

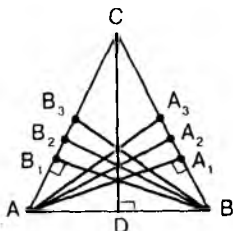
## К и р и ш

Жамиятимизда юз бераётган иқтисодий-ижтимоий ўзгаришлар ҳар бир касб эгасидан “Кадрлар тайёрлаш миллий дастури” ва “Таълим тўғрисида” ги Қонун талаблари асосида иш кўришни тақозо этмоқда. Академик лицей талабалари учун мазкур масалалар тўплами 10 бўлимдан иборат бўлиб, ҳар бўлимда масалаларни ечиш учун фойдаланиш зарур бўлган назарий билимлар келтирилган. Талабалардан уйга берилган вазифаларни бажаришда дарс давомида олган билимларидан маҳорат билан фойдаланишни тақозо этади. Ўқув қўлланмада келтирилган масалани тузишда ва бу масалани ифодаловчи геометрик шаклни барча элементлари орасидаги боғланишни ифодалашга асосланган бўлиб оддийдан мураккабга тамойилларига амал қилади. Ушбу ўқув қўлланма масалалар тузишдаги биринчи тажриба бўлганлиги учун камчиликлардан холи эмас, албатта. Китобхондан ушбу қўлланма тўғрисидаги фикр ва мулоҳазаларини қуйидаги манзилга юборишларини сўраймиз: 733002. Термиз шаҳри Ф. Хўжаев 43уй, ТермизДУ. “Дифференциал тенгламалар ва геометрия” кафедраси. Ушбу қўлланмани ёзишда ўзларининг қимматли маслаҳатларини берган ф-м.ф.доктори О.Холмуҳаммедов, п.ф.д. проф. Т.Тўлаганов, ф-м.ф.н. Т.Собиров ларга миннатдорчилик билдираман.

Муаллифдан

## 1. Тенг ёнли учбурчак

**1) Таъриф.** Агар учбурчакнинг икки томони тенг бўлса, унга тенг ёнли учбурчак деб айтилади.



Агар  $AC=BC$  бўлса,  $\triangle ABC$ -тенг ёнли.  $AB$ -асоси,  $AC$  ва  $BC$  ён томонлари,  $D$ -эса асосининг ўртаси.

### 2) Хоссалари:

- Тенг ёнли учбурчакнинг асосига ёпишган бурчаклари тенг;  $\angle A = \angle B$ ;
- Тенг ёнли учбурчакда  $CD$  медиана, баландлик ва биссектриса вазифасини бажаради;
- Тенг ёнли учбурчакнинг асосига туширилган баландлиги, медианаси ва биссектрисаси устма-уст тушади.

### 3) Белгилари:

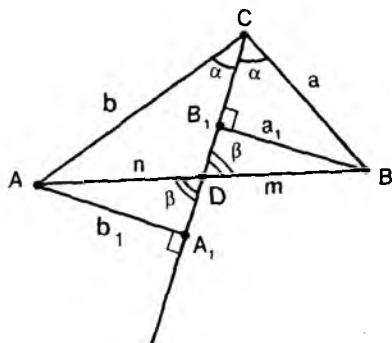
- Агар  $ABC$  учбурчакда  $\angle A = \angle B$  бўлса, унда  $AC=BC$  бўлади;
- Агар  $AA_1=BB_1$  бўлса,  $AC=BC$  бўлади, бу ерда  $AA_1, BB_1$  - учбурчакнинг баландликлари;
- Агар  $AA_2=BB_2$  бўлса,  $AC=BC$  бўлади, бу ерда  $AA_2, BB_2$  - учбурчакнинг медианалари;
- Агар  $AA_3=BB_3$  бўлса,  $AC=BC$  бўлади, бу ерда  $AA_3, BB_3$  - учбурчакнинг биссектрисалари.

### 4) Учбурчак биссектрисасининг хоссалари:

Учбурчак биссектрисаси қарама-қарши томонини колган икки томонига пропорционал бўлган кесмага ажратади.

**Исбот:**  $ABC$  учбурчакнинг биссектрисаси  $CD$ -бўлсин.  $A$  ва  $B$  учларидан  $CD$  га перпендикуляр  $AA_1$  ва  $BB_1$  ни ўтказамиз.  $AC=b$ ,  $BC=a$ ,  $\angle ACD = \angle BCD = \alpha$ ,  $AA_1=b_1$ ,  $BB_1=a_1$ ,  $AD=n$ ,  $BD=m$  деб белгилаб олайлик.  $\angle B_1DB = \angle A_1DA = \beta$  бўлгани

учун  $\triangle ACA_1$  дан  $\sin \alpha = \frac{b_1}{b}$ ,  $\triangle BCB_1$  дан  $\sin \alpha = \frac{a_1}{a}$ , ни топамиз.



Бундан  $\frac{b_1}{b} = \frac{a_1}{a}$  ёки

$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$  бўлади.  $\triangle BDB_1$  дан

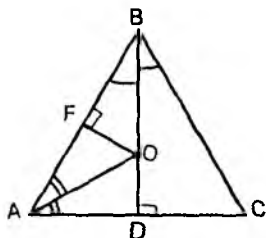
эса  $\sin\beta = \frac{b_1}{n}$ ,  $\triangle ADA_1$  дан

$\sin\beta = \frac{a_1}{m}$  ни топамиз.

Бундан,  $\frac{b_1}{n} = \frac{a_1}{m}$  ёки  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{m}{n}$  бўлади.

Демак  $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$  ёки  $\frac{BC}{AC} = \frac{BD}{AD}$ .

**1-масала.** Тенг ёнли учбурчакнинг биссектрисалари кесишиш нуқтасидан ён томонига айирмаси 4 см га тенг бўлган кесма ажратувчи перпендикуляр ўтказилган. Бу нуқта асосига ўтказилган биссектрисани 5:3 исбатда бўлади. Агар асосига ёпишган бурчаги  $60^\circ$  дан кичик бўлса, учбурчакнинг периметрини топинг.



**Ечиш.** Айтайлик - ABC учбурчакда,  $AB=BC$  бўлсин.  $BD \perp AC$  асосга ўтказилган баландлик.  $AD=DC$  ва  $BD$  - B бурчакнинг биссектрисаси B ва A бурчакларнинг  $BD$  ва  $AO$  биссектрисаларини кесишган нуқтаси O бўлсин.

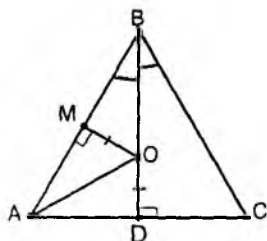
$OF \perp AB$  ни утказамиз,  $F \in AB$ , шартга кўра  $OD \perp AC$ .  $OA$  - биссектриса бўлгани учун  $OF=OD$ ,  $\angle A < 60^\circ$ , унда  $\angle B > 60^\circ$ ;  $\angle OAF < 30^\circ$ ,  $\angle OBF > 30^\circ$ , яъни  $\angle OAF < \angle OBF$ .  $AF = OF \operatorname{ctg} \angle OAD$ ;  $BF = OF \operatorname{ctg} \angle OBF$ ,  $\operatorname{ctg} \angle OAD > \operatorname{ctg} \angle OBF$ . Унда  $AF > BF$ , шартга кўра  $AF - BF = 4$  см. A бурчакнинг  $AO$  биссектрисасининг хоссасига

асосан  $\triangle ABD$  дан  $\frac{BO}{OD} = \frac{AB}{AD}$ . Бундан, агар  $AB > AD$  бўлса,

унда  $BO > OD$  ҳамда  $\frac{BO}{OD} = \frac{5}{3}$ ,  $\frac{AB}{AD} = \frac{5}{3}$   $AB = 5x$ ,  $AD = 3x$

деб белгилайлик.  $AFO$  ва  $AOD$  учбурчакларнинг тенглигидан  $AD = AF = 3x$ ,  $BF = AB - AF = 5x - 3x = 2x$ . Шартга кўра  $AF - BF = 4$  ва  $AF = 3x$ ,  $BF = 2x$  ни ҳисобга олиб  $3x - 2x = 4$ ;  $x = 4$ .  $AB = 4 \cdot 5 = 20$  см,  $AD = 3 \cdot 4 = 12$  см,  $AC = 24$  см.  $ABC$  учбурчакнинг  $P$  периметри куйидагига тенг бўлади:  $P = 20 + 20 + 24 = 64$  см. Жавоб: 64 см.

**2-масала.** Тенг ёнли учбурчақда ён томони ва асосининг йиғиндиси 78 см га тенг. Ён томони ва асосидан тенг узоқликда жойлашган биссектрисада ётувчи нуқта асосига ўтказилган биссектрисани 5:4 нисбатда бўлади. Учбурчакнинг асосини топинг.

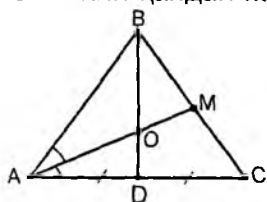


**Ечиш.** Айтайлик,  $ABC$  учбурчақда  $AB = BC$ ,  $AC$  эса асоси бўлсин. Шартга кўра  $AB + AC = 78$  см,  $BD$  биссектрисасини ўтказамиз.  $BD \perp AC$  ва  $AD = DC$ ,  $O \in BD$ .  $OM \perp AB$  ни ўтказамиз.

$\frac{OB}{OD} = \frac{5}{4}$  ва  $OM = OD$  эканлигидан  $OA - BAD$  бурчак биссектрисаси ва  $\frac{OB}{OD} = \frac{AB}{AD} = \frac{5}{4}$

Агар  $AB = 5x$ ,  $AD = 4x$ ,  $AC = 8x$  деб белгиласак,  $5x + 8x = 78$ ,  $x = 6$ ,  $AC = 8 \cdot 6 = 48$  см ни топамиз. Жавоб: 48 см.

**3-масала.** Тенг ёнли учбурчакнинг асосидаги бурчак биссектрисаси асосига ўтказилган медианани 16,5 ва 27,5 смли кесмаларга ажратади. Бу биссектриса ён томонини қандай кесмаларга ажратади?



**Ечиш.** Айтайлик  $ABC$  учбурчақда  $AB = BC$ ,  $AC$ -асоси,  $BD$ -медиана,  $AM$ -биссектриса  $BD$  ни  $O$  нуқтада кесиб ўтсин. Масала шартига кўра  $OD = 16,5$ ,  $OB = 27,5$  см деб олсак,  $BD = OD + OB = 44$  см бўлади.

Биссектриса хоссасига асосан  $\triangle ABD$  дан  $\frac{AB}{AD} = \frac{BO}{DO}$ ;

$$\frac{AB}{AD} = \frac{27,5}{16,5} = \frac{5}{3} \text{ га эга бўламиз.}$$

$AB=5x$ ,  $AD=3x$  деб белгилаб,  $\triangle ABD$  дан  $AB^2 - AD^2 = BD^2$ ;  
 $(5x)^2 - (3x)^2 = 44^2$ ;  $x = 11$ .  $AB = 5 \cdot 11 = 55$  см,  $BC = 55$  см

ни топамиз. Биссектриса хоссасига асосан  $\frac{AB}{AC} = \frac{BM}{CM}$  ни

ёзиб  $CM = y$  деб  $BM = 55 - y$ ,  $\frac{5}{6} = \frac{55 - y}{y}$ ;  $\frac{5}{6} = \frac{55}{y} - 1$ ;

$$\frac{55}{y} = \frac{11}{6}; \quad y = 30; \quad CM = 30 \text{ см, } BM = 55 - 30 = 25 \text{ см ни топамиз.}$$

Жавоб: 30 см, 25 см.

### Машқлар

1. Тенг ёнли учбурчакнинг ён томони 13 см, асосига қарама-қарши бурчагининг биссектрисаси 12 см бўлса, унинг периметрини топинг.

2. Тенг ёнли учбурчакнинг асоси 10 см, унга ўтказилган медианаси 12 см га тенг бўлса, унинг периметрини топинг.

3. Тенг ёнли учбурчакнинг асосидаги бир учидан ўтказилган биссектриса ва баландлик орасидаги бурчак  $30^\circ$  га тенг бўлса, учбурчак бурчакларини топинг.

4. Тенг ёнли учбурчакда асосига ўтказилган баландлик ва асосидаги бурчак биссектрисаси орасидаги бурчак  $55^\circ$  га тенг бўлса, учбурчакнинг бурчакларини топинг.

5. Тенг ёнли учбурчакда қуйидагилар маълум бўлса, унинг периметрини топинг:

а) ён томони 25 см ва унга ўтказилган баландлиги 24 см;

б) асоси 30 см ва ён томонига ўтказилган баландлиги 24 см;

в) ён томонига ўтказилган баландлик уни 18 ва 7 смли кесмаларга ажратади;

г) асоси 30 см ва унга ўтказилган медианаси 20 см;



д) ён томони ва асосига ўтказилган баландликлар 20 см ва 24 см;

е) асосига ёпишган бурчаги  $60^\circ$  кичик бўлиб, биссектрисаси ён томонини 25 ва 30 см кесмаларга ажратади;

ж) ён томонини асосига нисбати 5:6 каби. Асосига ёпишган бурчак биссектрисаси асосига ўтказилган баландликни, айирмаси 4 см бўлган кесмаларга ажратади;

з) ён томони ва асосининг айирмаси 4 см. Биссектриса асосига ўтказилган медианани 5:3 нисбатдаги кесмаларга ажратади;

к) асосига туширилган баландликда ён томон учларидан тенг узоқликда жойлашган нуқта олинган бўлиб, уни 25 ва 7 см кесмаларга ажратади;

м) медианада олинган нуқтадан асосигача 14 см, асосининг учигача бўлган масофа 50 см.

к) биссектрисада ётган нуқтадан ён томонигача бўлган масофа 15 см, учигача бўлган масофа 25 см.

6. Қуйидагиларга кўра тенг ёнли учбурчак ясанг:

а) асосидаги бурчак ва шу бурчак биссектрисаси;

б) асосига туширилган баландлик ва ён томонига ўтказилган медианаси;

в) ён томонига туширилган баландлиги ва асосидаги бурчаги;

7. Қуйидаги элементлар маълум бўлса тенг ёнли учбурчакнинг асосини топинг:

а) периметри 80 см, асосига ўтказилган баландлиги 30 см;

б) асосига ўтказилган баландлиги 32 см, асосигача бўлган масофа 12 см.

в) периметри 128 см, ён томонини асосига бўлган нисбати 5:4 каби;

8. Қуйидагиларга кўра тенг ёнли учбурчакнинг ён томонини топинг:

а) асосига ўтказилган медианаси 32 см, асосидаги бурчак биссектрисаси медианани учидан ҳисоблаганда 20 см масофада кесиб ўтади;

б) периметри 128 см, асосига туширилган баландлиги 32 см;

9. Учбурчакнинг томонлари 25, 25 ва 30 см бўлса, катта томонига ўтказилган биссектрисани ҳисобланг.

10. Тенг ёнли учбурчакнинг перметри 128 см, асосини ён томонига нисбатан 6:5 каби бўлса, асосига ўтказилган баландлигини ҳисобланг.

11. Тенг ёнли учбурчақда медианалар кесишган нуқтадан асосига қарама-қарши учигача бўлган масофа 12 см, асоси 16 смга тенг. Ён томонига ўтказилган медианасини топинг.

12. Тенг ёнли учбурчакнинг ён томони 40 см, асоси 48 см. Асосига ўтказилган медианада ётган нуқтадан асосининг учигача бўлган масофалар тенг бўлса, шу нуқтадан асосигача бўлган масофани топинг.

13. Тенг ёнли учбурчакнинг асосидаги бурчак биссектрисаси асосига ўтказилган баландлиги билан кесишиб, кесишиш нуқтасида уни 10 ва 6 см кесмаларга ажратади. Шу нуқтадан ён томонига ўтказилган перпендикуляр ажратган кесмаларни топинг.

### **Уйга вазифалар**

1. Тенг ёнли учбурчакнинг ён томони 55 см, асоси 66 см га тенг. Асосидаги бурчак биссектрисаси ён томонини қандай узунликдаги кесмаларга ажратади?

2. Асоси ва унга туширилган баландлиги 8:3 нисбатда ва периметри 5 см бўлган тенг ёнли учбурчакнинг асосига ўтказилган медианасини учидан кесишиш нуқтасигача бўлган масофани топинг.

3. Тенг ёнли учбурчакнинг асоси унга туширилган баландлигидан 6 см га кўп, медианалар кесишиш нуқтасидан асосигача бўлган масофа 3 см га тенг бўлса унинг периметрини ҳисобланг.

4. Тенг ёнли учбурчақда асосидаги бурчак биссектрисаси асосига ўтказилган баландлигини 5:3 нисбатда бўлади. Агар тенг ёнли учбурчакнинг периметри 48 см га тенг бўлса унинг баландлигини ҳисобланг.

5. Асоси ва ён томонига ўтказилган баландлиги бўйича тенг ёнли учбурчак ясанг.

6. Ён томони ва унга ўтказилган баландлиги бўйича тенг ёнли учбурчак ясанг.

7. Асосига қарама-қарши бурчаги ва ён томонига ўтказилган биссектрисаси бўйича тенг ёнли учбурчак ясанг.

8. Асосига қарама-қарши бурчаги ва ён томонига ўтказилган баландлиги бўйича учбурчак ясанг.

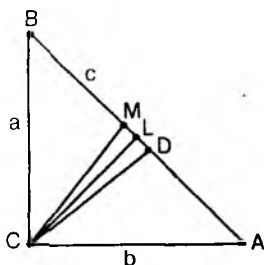
9. Ён томонлари ва унга ўтказилган медианалар ёрдамида учбурчакларнинг тенглигини исботланг.

10. Асосига қарама-қарши бурчаги ва асосининг учларидан ўтказилган биссектрисалар ёрдамида тенг ёнли учбурчакларнинг тенглигини исботланг.

11. Асосига қарама-қарши бурчаги ва ён томонларига ўтказилган баландликлар ёрдамида тенг ёнли учбурчакларнинг тенглигини исботланг.

12. Асоси ва ён томонига ўтказилган баландликлари бўйича тенг ёнли учбурчакларнинг тенглигини исботланг.

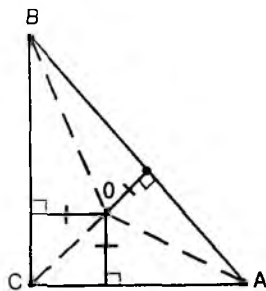
## 2. Тўғри бурчакли учбурчак



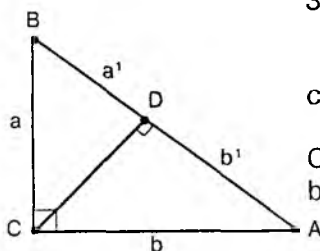
1) Айтайлик ACB-тўғри бурчакли учбурчак бўлсин.  $\angle C=90^\circ$ , AB-гипотенуза, AC ва BC-катетлари,  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ ;  $CD \perp AB$ ,  $CD=h_c$ , M-AB ни ўртаси,  $CM=m_c$ , CL-биссектриса, яъни  $CL=\ell_c$ , L нукта M ва D нукталар орасида ётади.  $\angle MCL = \angle DCL$ ,

$$CM = MA = MB. \quad CM = \frac{1}{2} \cdot AB$$

$$\angle LCD = \frac{1}{2} |\angle A - \angle B|.$$



2) O нукта - AB, AC ва BC томонлардан тенг узоклашган нукта, BO, AO, CO - биссектрисалар.

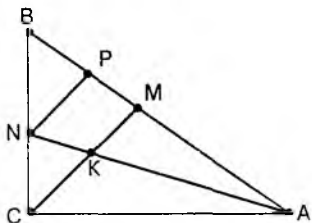


$$3) \sin \alpha = \frac{a}{c}; \cos \alpha = \frac{b}{c}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}. a^2 + b^2 = c^2, \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$CD \perp AB, CD = h_c, AD = b', BD = a'; h^2 = a'b'; a^2 = ca; b^2 = cb'; ch = ab.$$

**1-масала.** Тўғри бурчакли учбурчакнинг катетлари 66 ва 88 см. Катта ўткир бурчак биссектрисаи гипотенузага ўтказилган медианани кесмаларга ажратади. Шу кесмаларни узунлигини топинг.



**Ечиш.** Айтайлик,  $\triangle ACB$  учбурчакда  $\angle C = 90^\circ$  бўлсин, унда  $AC$  ва  $BC$ -катетлар,  $AB$  - гипотенуза бўлади.  $BC = 66$ ,  $AC = 88$  бўлгани учун  $BC < AC$ , унда  $\angle A > \angle B$ .  $\angle A$ ни биссектриса-сини,  $CM$  медианани ўтказамиз ва уларни кесишиш нуқтасини  $K$  билан белгилаймиз.

Маълумки,  $CM = MB = AM$ ,  $CK$  ва  $MK$  - кесмаларни узунлигини топамиз.  $\triangle ACB$  дан  $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ,  $AB = 110$  см,

$$CM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 110 = 55 \text{ см.}$$

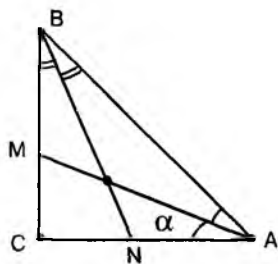
$$\triangle CMA \text{ дан биссектриса хоссасига асосан } \frac{CK}{KM} = \frac{AC}{MA},$$

$$KM = x, CK = 55 \cdot x \text{ деб, } \frac{55-x}{x} = \frac{66}{55} \Leftrightarrow x = 25. KM = 25 \text{ см}$$

$$CK = 55 - 25 = 30 \text{ см. Жавоб: } 25 \text{ см, } 30 \text{ см.}$$

**2-масала.** Тўғри бурчакли учбурчакда ўткир бурчак биссектрисалари мос равишда  $9\sqrt{5}$  ва  $8\sqrt{10}$  см. Учбурчакнинг катетларини топинг.

**Ечиш.** Айтайлик,  $\triangle ABC$  тўғри бурчакли учбурчакда  $BC$ .  $AC$ -катетлар,  $AB$  гипотенуза бўлсин.  $AM$  ва  $BN$  биссектрисаларни ясаймиз.



$l_a = AM = 9\sqrt{5}$ ,  $l_b = BN = 8\sqrt{10}$  см,  $BC = a$ ,  
 $AC = b$ ,  $\angle A = 2\alpha$ ,  $\angle MAC = \alpha$ ,  $\angle B = 90^\circ - 2\alpha$ ,  
 $\angle NBC = 45^\circ - \alpha$ ,  $\triangle MAC$  дан  $b = l_a \cos \alpha$ ,  $\triangle NBC$  дан  $a = l_b \cos(45^\circ - \alpha)$ .

$$\frac{a}{b} = \operatorname{tg} 2\alpha; \quad \frac{a}{b} = \frac{l_b \cos(45^\circ - \alpha)}{l_a \cos \alpha};$$

$$\frac{l_b}{l_a} = \frac{8\sqrt{10}}{9\sqrt{5}} = \frac{8}{9}\sqrt{2}; \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{8}{9}\sqrt{2} \cdot \frac{\cos(45^\circ - \alpha)}{\cos \alpha};$$

$$\operatorname{tg}^2 2\alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2(45^\circ - \alpha)} = \frac{128}{81}; \quad \left( \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \right)^2 \cdot \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{128}{81};$$

$$\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \left( 1 + \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right); \quad \left( 1 + \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$; \quad \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + 2\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2} = \frac{2}{(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2}; \quad \left( \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \right)^2$$

$$\cdot \frac{2}{(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2} = \frac{128}{81}; \quad \left[ \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg} \alpha)} \right]^2 = \frac{64}{81};$$

$$\frac{2\operatorname{tg} \alpha}{(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{8}{9}; \quad \text{Энди } \operatorname{tg} \alpha = y \text{ деб белгиласак,}$$

$$\frac{y}{(1 - y^2)(1 + y)} = \frac{4}{9}; \quad 4(1 - y^2 + y - y^3) = 9y; \quad 4y^3 + 4y^2 + 5y - 4 = 0.$$

$$(2y - 1)(2y^2 + 3y + 4) = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ чунки } 2y^2 + 3y + 4 = 0 \text{ хакикий}$$

илдизга эга эмас.

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{2}{5}; \quad b = \ell_a \cos\alpha;$$

$$b = 9\sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 18 \text{ см.}$$

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}; \quad a = b\operatorname{tg}2\alpha; \quad a = 18 \cdot \frac{4}{3} = 24 \text{ см.}$$

Жавоб: 18 см, 24 см.

### Машклар

1. Қуйидаги элементларига кўра тўғри бурчакли учбурчакнинг периметрини ҳисобланг:

а) гипотенузаси 13 см, катети 12 см ;

б) катет ва гипотенуза 3:5 нисбатда ва иккинчи катети 16 см;

в) катетлар айирмаси 5 см, гипотенузаси 25 см;

г) катети 20, унга ўтказилган медианаси  $5\sqrt{13}$  см;

д) гипотенузага ўтказилган баландлиги 24 см ва уни 9:16 нисбатда кесмаларга ажратади.

е) катет ва гипотенуза 4:5 нисбатда, ўткир бурчак биссектрисаси иккинчи катетни айирмаси 2 см бўлган кесмага ажратади.

2. Тўғри бурчакли учбурчакда қуйидаги элементлар берилган бўлса гипотенузасини топинг:

а) периметри 36 см, катетлар айирмаси 3 см;

б) ўткир бурчак биссектрисаси катетларидан бирини 8 ва 10 см кесмаларга ажратади;

в) тўғри бурчак биссектрисаси гипотенузани 3:4 нисбатда бўлади, периметри 84 см;

г) катетларига ўтказилган медианалар  $\sqrt{52}$  ва  $\sqrt{73}$  см. бўлса.

3. Тўғри бурчакли учбурчакнинг катетлари 15 ва 20 см. Гипотенуза ўтказилган баландлигини топинг.

4. Тўғри бурчакли учбурчақда тўғри бурчак учидан ўтказилган биссектриса ва баландлик орасидаги бурчак  $15^\circ$ га тенг бўлса, учбурчак бурчакларини топинг.

5. Тўғри бурчакли учбурчақда тўғри бурчак учидан баландлик, медиана ва биссектриса ўтказилган. Агар баландлик ва медиана орасидаги бурчак  $30^\circ$  бўлса биссектриса ва баландлик орасидаги бурчакни топинг.

6. Қуйидаги элементларга қўра тўғри бурчакли учбурчак ясанг:

а) гипотенузага ўтказилган баландлиги ва ўткир бурчаги бўйича;

б) гипотенузага ўтказилган медианаси ва ўткир бурчаги бўйича;

в) гипотенуза ва унга ўтказилган баландлик бўйича;

г) битта катет ва гипотенузага ўтказилган баландлиги берилган бўлса.

### Уйга вазифалар

1. Тўғри бурчакли учбурчақда катетлар йигиндиси 35 см, гипотенуза ва унга ўтказилган баландликлар йигиндиси 37 см бўлса, учбурчакнинг гипотенузасини топинг.

2. Тўғри бурчакли учбурчакнинг катети 28 см, ҳар бир катетдан 12 см узоқликда гипотенузасида нуқта олинган бўлса, учбурчакнинг периметрини топинг.

3. Тўғри бурчакли учбурчакларнинг қуйидаги мос элементларига қўра тенглигини исботланг:

а) гипотенузага ўтказилган баландлиги ва медианаси;  
б) тўғри бурчак учидан ўтказилган баландлиги ва биссектрисаси;

в) катет ва унга ўтказилган медианаси;

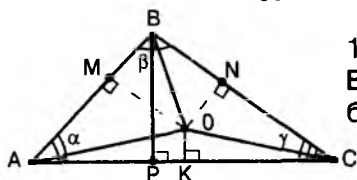
г) катет ва иккинчи катетига ўтказилган медианаси;

д) катет ва иккинчи катетига ўтказилган биссектрисаси;  
ж) ўткир бурчак ва шу бурчак биссектрисаси бўйича.

4. Тўғри бурчакли учбурчакнинг гипотенузасига ўтказилган медиана уни иккита тенг ёнли учбурчакка ажратишини исботланг.

5. Тўғри бурчакли учбурчакнинг катетлари 45 ва 60 см. Биссектрисалар ва медианалар кесишиш нуқтаси орасидаги масофани топинг.

### 3. Турли томонли учбурчак



1. Айтайлик ABC учбурчакда  $AB=c$ ,  $BC=a$ ,  $AC=b$ ,  $\angle A=\alpha$ ,  $\angle B=\beta$ ,  $PC=\varphi$  бўлсин. Маълумки  $\alpha+\beta+\varphi=180^\circ$ .

а) O нукта AB, BC, AC-томонларнинг ўрта перпендикулярларини (медиатрисасини) кесишиш нуктаси бўлсин. Унда  $AM = MB$ ,  $BN = NC$ ,  $CK = AC$  бўлади. Катта томон қаршисида катта бурчак ётади.

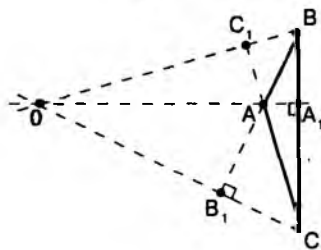
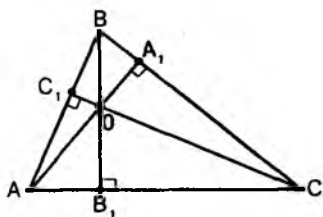
б)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$  (косинуслар теоремаси);

в)  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin(\alpha + \beta)}$  (синуслар теоремаси);

г)  $OM + ON + OK = BP = h_b$ ;

д) Учбурчак баландликлари ётган тўғри чизиклар бир

нуктада кесишади, яъни  $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$ .



$AA_1 = h_a$ ,  $BB_1 = h_b$ ,  $CC_1 = h_c$  - деб белгилайлик, унда

$$h_a = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{2a}, \quad h_b = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{2b},$$

$$h_c = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{2c}, \quad \text{бўлади, бу ерда } p = \frac{a+b+c}{2};$$

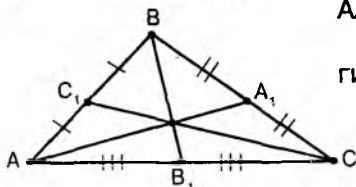
$$b = \frac{\sqrt{x}}{2h_a^2 h_c^2 h_b}, \quad a = \frac{\sqrt{x}}{2h_b^2 h_c^2 h_a}, \quad c = \frac{\sqrt{x}}{2h_a^2 h_b^2 h_c} \text{ ни исботлаш мумкин,}$$



бу ерда  $x = (h_a h_b + h_a h_c + h_b h_c) \cdot (h_a h_b + h_b h_c - h_a h_c) \cdot (h_a h_b + h_a h_c - h_b h_c) \cdot (h_a h_c + h_b h_c - h_a h_b)$ .

д) Учбурчак медианалари бир нуқтада кесишади, яъни

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1.$$



$AA_1 = m_a, BB_1 = m_b, CC_1 = m_c$  деб бел-

гилайлик.  $\frac{AO}{OA_1} = \frac{CO}{OC_1} = \frac{BO}{OB_1} = \frac{2}{1}$ .

$$AO = \frac{2}{3} AA_1, OA_1 = \frac{1}{3} AA_1.$$

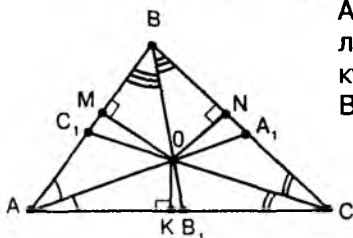
$$m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}; m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}; m_b = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$c^2 = \frac{4}{9} \left[ 2(m_a^2 + m_b^2) - m_c^2 \right], \quad a^2 = \frac{4}{9} \left[ 2(m_b^2 + m_c^2) - m_a^2 \right],$$

$$b^2 = \frac{4}{9} \left[ 2(m_a^2 + m_c^2) - m_b^2 \right].$$

е) Учбурчакда биссектрисалар бир нуқтада кесишади,

яъни  $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1.$



$AA_1 = l_a, BB_1 = l_b, CC_1 = l_c$  деб белгилайлик.  $OM = ON = OK$  - ўрта перпендикулярлар.

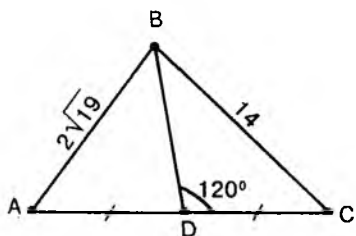
$$BB_1^2 = AB \cdot BC - AB_1 \cdot B_1C$$

$$l_a = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c}, \quad l_b = \frac{2acc \cos \frac{\hat{B}}{2}}{a+c}, \quad l_c = \frac{2abc \cos \frac{\hat{C}}{2}}{a+c}.$$

$$e_a^2 = \frac{4p(p-a)bc}{(b+c)^2}, \quad e_b^2 = \frac{4p(p-b)ac}{(a+c)^2}, \quad e_c^2 = \frac{4p(p-c)ab}{(a+b)^2}$$

**1-масала.** ABC учбурчакда  $AB=2\sqrt{19}$  ва  $BC=14$  см. Агар  $\angle BDC=120^\circ$  бўлса, учбурчакни томонларини топинг, бу ерда BD медиана.

**Ечиш:** BD-умумий томон,  $AD=DC$ ,  $BC>AB$ ,  $\angle ABC=60^\circ$  энди  $AD=DC=x>0$ ,  $BD=y>0$ , деб белгилаймиз.



$$\triangle ADB \text{ дан } AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos 60^\circ,$$

$$x^2 + y^2 - 2xy \cdot \frac{1}{2} = (2\sqrt{19})^2;$$

$$x^2 + y^2 - xy = 76 \quad (1).$$

$$\triangle BDC \text{ дан } DC^2 + BD^2 + 2DC \cdot BD \cdot \cos 120^\circ = BC^2,$$

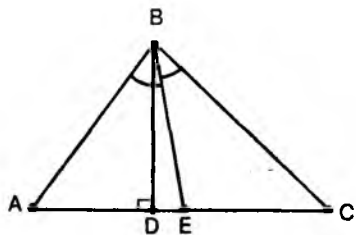
$$x^2 + y^2 - 2xy \left(-\frac{1}{2}\right) = 14^2, \quad x^2 + y^2 + xy = 196 \quad (2).$$

(1), (2)  $\Rightarrow xy=60$  ни топамиз. Бундан  $2x=20$  га эга бўламиз.  $AC=2x$ ,  $AC=20$  см. Жавоб: 20 см.

**2-масала.** ABC учбурчакнинг B учидан баландлик ва биссектриса ўтказилган. Агар баландлик томонни 7 ва 32 см кесмаларга ажратиб биссектриса шу томонни 5:8 нисбатда бўлса, учбурчакнинг баландлигини ва периметрини топинг.

**Ечиш.** Шартга кўра BD - баландлик, BM - биссектриса  $AD=7$  см,  $DC = 32$  см бўлсин.

$$AB < BC, \quad AC=39 \text{ см}, \quad \frac{AB}{BC} = \frac{5}{8} \text{ ни ёза оламиз.}$$



$$5x > 0, \quad BC=8x > 0 \text{ деб олиб } \triangle ABD \text{ дан } BD^2 = AB^2 - AD^2 \text{ ва } \triangle BCD \text{ дан } BD^2 = BC^2 - CD^2 \text{ ни топамиз. Бундан } AB^2 - AD^2 = BC^2 - CD^2 \text{ ва } BC^2 - AB^2 = = BD^2 - AD^2 \text{ эканлигини ҳисобга олиб } (8x)^2 - (5x)^2 = 32^2 - 7^2, \quad 13x - 3x = = 39 - 25; \quad x^2 = 25; \quad x = 5 \text{ га эга бўламиз.}$$

Шундай қилиб  $AB=25$  см,  $BC=40$  см.  
 $P=25+40+39=104$  см.  $BD^2=25^2-7^2=32 \cdot 18=16 \cdot 36$ ;  
 $BD=4 \cdot 6=24$  см ни топамиз. Жавоб: 24 см, 104 см.

### Машқлар

1. Қуйидаги элементларга кура учбурчакнинг периметрини ҳисобланг:

а) томони 35 см, қолган икки томони 8:3 каби ва  $60^\circ$ ли бурчак ҳосил қилса;

б) томони 14 см, қолган икки томон айирмаси 10 см ва  $60^\circ$ ли бурчак ҳосил қилса;

в) баландлиги 72 см ва у томонни 21 ва 30 см кесмаларга ажратса;

г) икки томони ва учинчи томонига ўтказилган медианаси мос равишда 12, 14 ва 7 см бўлса.

2. Қуйидагилар маълум бўлса учбурчак томонларини топинг:

а) периметри 30 см, икки томони 5:3 нисбатда ва  $120^\circ$ ли бурчак ташкил этса;

б) икки томон айирмаси 15 см, учинчи томонига туширилган баландлик уни 7 ва 32 см кесмаларга ажратса;

в) учидан туширилган баландлик  $12\sqrt{3}$  см ва шу бурчакда  $30^\circ$  ва  $45^\circ$  ли бурчак ҳосил қилса;

3. Учбурчакнинг томонлари 13, 14 ва 15 см. 14 см ли томонига туширилган баландлигини топинг.

4. Учбурчакнинг томонлари 14, 18 ва 28 см. Катта томонига ўтказилган медианасини топинг.

5. Учбурчакнинг икки томони 7 ва 3 см. Катта томони каршисидаги бурчак  $120^\circ$  га тенг бўлса, унинг учинчи томонини топинг.

6. Учбурчакнинг томонлари 15, 20 ва 28 см. Катта томонига ўтказилган биссектриса уни қандай кесмаларга ажратади?

7. Учбурчакнинг икки томони 75 ва 78 см, учинчи томонига туширилган баландлиги 72 см. Бу баландлик шу томонини қандай кесмаларга ажратади?

8. Периметри 24 см бўлган учбурчак учларидан томонларига параллел тўғри чизиқлар ўтказилган. Ҳосил бўлган учбурчак периметрини топинг.

9. Куйидагиларга кўра учбурчак ясанг:
- а) икки томони ва учинчи томонига ўтказилган баландлиги;
  - б) икки томони ва учинчи томонига ўтказилган медианаси;
  - в) икки томони ва учинчи бурчак учидан ўтказилган баландлиги;
  - г) икки бурчаги ва учинчи бурчак учидан ўтказилган биссектрисаси.

### Уйга вазифалар

1. Учбурчакнинг томони унга ўтказилган медианадан 4 см ортиқ ва қолган томонлари 28 ва 36 см бўлса, учбурчакнинг периметрини топинг.

2. Асосига туширилган баландлик, асос каршисидаги бурчакни  $20^\circ$  ва  $30^\circ$  бурчакларга ажратади. Асосига ёпишган бурчак биссектрисалари орасидаги бурчакни ҳисобланг.

3. Учбурчакнинг бурчаклари 5:6:7 каби. Катта томонига туширилган баландлик шу томон каршисидаги бурчакни қандай қисмларга ажратади?

4. Учбурчакнинг периметри 45 см, томонлари 4:5:6 нисбатда бўлса, унинг катта томонини топинг.

5. Учбурчакнинг томонлари 30 ва 40 см, учинчи томонига туширилган баландлиги 24 см бўлса, учинчи томонига туширилган медианасини топинг.

6. Учбурчакнинг томонлари 21 ва 24 см, улар орасидаги бурчак эса  $120^\circ$  га тенг бўлса, унинг периметрини ҳисобланг.

7. Икки томони орасидаги бурчак  $60^\circ$  ва улар 5:8 каби бўлиб, учинчи томони 21 см бўлса, унинг периметрини ҳисобланг.

8. Куйидагиларга кўра учбурчак ясанг:

- а) учта медианаси буйича;
- б) томони ва унга ўтказилган медианаси ва баландлиги бўйича.

9. Мос баландликлари тенг бўлган учбурчакларни ўзаро тенглигини исботланг.

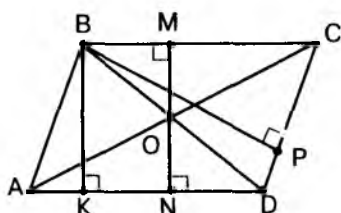
10. Мос медианалари тенг бўлган учбурчакларнинг ўзаро тенглигини исботланг.

11. Куйидагиларга мос элементларига кўра учбурчакларнинг тенглигини исботланг:

- а) икита бурчаги ва учинчи бурчак биссектрисаси;
- б) икки томони ва учинчи томонига ўтказилган баландлиги;
- в) Икки бурчаги ва учинчи бурчак учидан туширилган баландлиги;
- г) Бир учидан чикувчи икки томони ва медианаси;

#### 4. Параллелограмм ва унинг турли кўринишлари

##### 1) Параллелограмм.



AC ABCD параллелограмм бўлсин.  $AB \parallel CD$ ,  $BC \parallel AD$ ,  $BD$  ва  $AC$  диагоналлари,  $O$  - диагоналлار кесишган нуқта,  $MN \perp BC$  ва  $AD$  га перпендикуляр бўлиб  $O$  нуқта орқали ўтади.  $BK$  ва  $DP$  лар  $AD$  ва  $DC$  ларга перпендикуляр бўлиб параллелограммнинг баландликлари бўлади.

$AD=BC=a$ ,  $AB=CD=b$ ,  $AC=d_1$ ,  $BD=d_2$ ,  $BK=h_a$ ,  $DP=h_b$  деб белгиласак.  $d_1^2+d_2^2=2(a^2+b^2)$ ;  $a \cdot h_a = b \cdot h_b$

ABCD параллелограмм

$\Leftrightarrow$

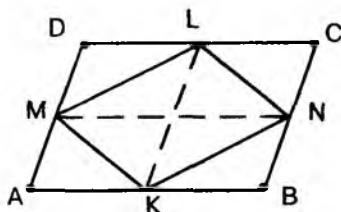
$S_{AOB}=S_{DOC}$  ва  $S_{BOC}=S_{AOD}$

$L, N, K, M$  - лар мос равишда  $DC, CB, AB, AD$  ларнинг ўртаси бўлсин.

ABCD-параллелограмм

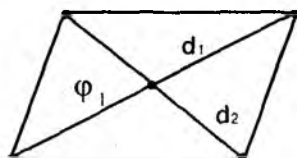
$\Leftrightarrow$

$LK+MN = \frac{1}{2} (AB+BC+CD+AD)$

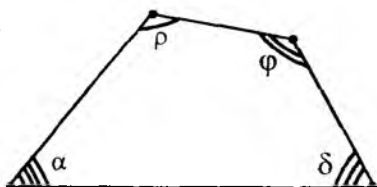


KMLN - параллелограмм.

## 2). Тўртбурчак.

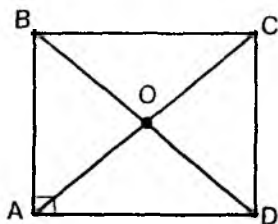


$$S = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \varphi .$$



$$\alpha + \beta + \varphi + \delta = 360^\circ .$$

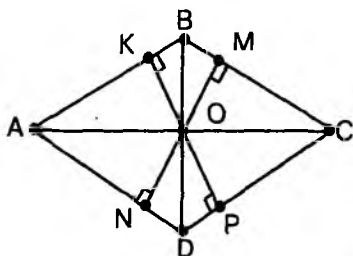
## 3) Тўғри тўртбурчак.



Томонлари  $AB=CD$ ,  $BC=AD$  бўлган  $ABCD$  тўғри тўртбурчак бўлсин.  $BD=AC$  - диагонали;  $O$  - диагоналларининг кесишиш нуқтаси тўғри тўртбурчакнинг барча учларидан тенг узоқлашган нуқта  $OA=OB=OC=OD$ ,  $AB=a$ ,  $BC=b$ ,  $AC=d$  деб белгиласак,  $d^2=a^2+b^2$  ўринли.

$ABCD$  га  $O$  марказли ички айлана чизиш имконияти хар доим бажарилмайди.

## 4) Ромб.



Томонлари  $AB=BC=CD=AD$  бўлган  $ABCD$  ромб бўлсин. Ромбнинг диагоналлари  $AC$  ва  $BD$  бўлиб  $AC \perp BD$ .  $AC$  ва  $BD$  диагоналларининг кесишиш нуқтасини  $O$  десак,  $AB, BC, CD$  ва  $AD$  томонларга туширилган  $OK, OM, OP$  ва  $ON$  перпендикуляр учун  $OK=OM=OP=ON$  тенглик ўринли.

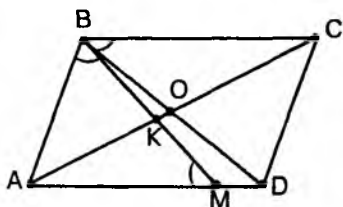
$O$  нуқта ромбнинг томонларидан тенг узоқлашган нуқта.  $AB=a$ ,  $AC=d_1, BD=d_2$ , десак  $d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$   $KP=MN=h$  ромбнинг баландлиги учун  $2ah=d_2 \cdot d_1$  тенглик ўринли

$$\begin{cases} d_1^2 + d_2^2 = 4a^2 \\ d_1 \cdot d_2 = 2ah \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = \sqrt{a(a+h)} + a(a-h) \\ d_2 = \sqrt{a(a+h)} - a(a-h) \end{cases}$$

О марказли ташқи айлана чизиш ҳар доим бажарилмайди.

**1-масала.** ABCD параллелограммда  $\angle B=120^\circ$ , BM - биссектриса AD томонни 24 ва 16 см кесмаларга ажратади. Биссектриса AC диагонални қандай кесмаларга ажратади?

**Ечиш.**  $\angle B=120^\circ$  бўлганда. AC катта диагональ бўлади.

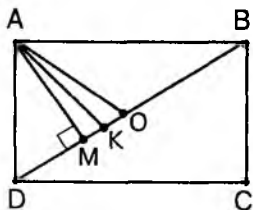


Биссектриса AD ни M нуқтада кесиб ўтсин. Унда  $AM=24$  см,  $MD=16$  см, бўлади.  $\angle CBM = \angle ABM = \angle BMA = 60^\circ$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AB=AM=24$ ,  $BC=AD=40$  см.  $\triangle ABC$  дан  $AC^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ$  га асосан  $AC=56$  см. Биссектриса хосса-сига асосан:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AK}{KC}, \text{ AK} = x \text{ десак, KC} = 56 - x \text{ бўлади. Унда } \frac{24}{40} = \frac{x}{56 - x}$$

бўлиб, бундан  $x = 21$  ни топамиз. Шундай қилиб,  $AK = 21$  см,  $KC = 56 - 21 = 35$  см. Жавоб: 21 см, 35 см.

**2-масала.** ABCD тўғри тўртбурчак берилган. A учидан диагональга туширилган перпендикуляр уни 63 ва 112 см кесмаларга ажратса, шу бурчак биссектриса диагонални қандай кесмаларга ажратади?



**Ечиш.**  $AB > AD$  бўлсин. BD-диагональ, O эса диагональнинг ўртаси.  $AM \perp DB$  ва AK - биссектрисани ўтказамиз.  $DM=63$ ,  $MB=112$  бўлгани учун  $BD=BM+MD=175$ . DM ва BM кесмалар AD ва AB нинг BD даги проекциялари.

$$AD^2 = BD \cdot DM; AD^2 = (5.7.3)^2; AD = 105 \text{ см. } AB^2 = BD \cdot BM; AB^2 = (5.7.4)^2; AB = 140. DK = x \text{ десак } KB = 175 - x \text{ бўлади, AK-A}$$

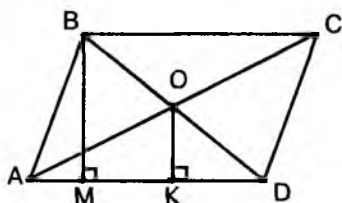
бурчак биссектрисаси бўлгани учун

$$\triangle ABD \text{ дан } \frac{BK}{KD} = \frac{AB}{AD} \quad \text{Бундан } \frac{175 - x}{x} = \frac{140}{105} \quad x=75.$$

Шундай қилиб  $DK=75$ ,  $BK=100$ . Жавоб 75 см, 100 см.

**3-масала.** Ромбнинг ўтмас бурчаги учидан туширилган перпендикуляр томонини айирмаси 11 см га тенг кесмаларга ажратади. Диагоналларнинг кесишиш нуқтасидан томонигача бўлган масофа 12 см бўлса, ромбнинг периметрини топинг.

**Ечиш.** ABCD - ромб берилган бўлиб, O - диагоналлар кесишиш нуқтаси бўлсин.



$\angle B$  ўтмас бўлсин. В ва O нуқтадан AD томонига BM ва OK перпендикулярни ўтказамиз. AM ва MD учун шартга кўра  $MD - MA = 11$ ,  $OK = 12$ ,  $AM = x$  десак,  $MD = x + 11$  ва  $AD = AM + MD = 2x + 11$  бўлади.  $OB = OD$  дан  $MK = KD$ .

$$KD = \frac{1}{2} MD = \frac{1}{2}(x + 11); \quad AK = AD - KD = (2x + 11) - \frac{1}{2}(x + 11) = \frac{1}{2}(3x + 11).$$

$$\angle AOD = 90^\circ \text{ эканлигидан } OK^2 = AK \cdot KD; \quad 12^2 = \frac{1}{2}(3x + 11) \cdot \frac{1}{2}(x + 11).$$

Бундан  $x=7$ ;  $x = -\frac{65}{3}$  (шартни қаноатлиирмайди). Шундай қилиб  $AD=25$ ,  $p = 4 \cdot AD = 100$ . Жавоб: 100 см.

### Машқлар

1. Қуйидаги элементлар маълум бўлса, ромбнинг диагоналларини топинг:

а) диагоналлар кесишган нуқтадан ўтказилган перпендикуляр томонини 16 ва 9 см кесмаларга ажратса;



- б) ўтмас бурчак учидан туширилган перпендикуляр томонини 7 ва 18 см кесмаларга ажратса;
- в) томони  $12\sqrt{3}$ , ўтмас бурчаги  $120^\circ$  бўлса;
- г) томони 25 см, баландлиги 24 см бўлса;
- д) диагоналлар айирмаси 10 см, томони 25 см бўлса;
- е) диагоналлар орасидаги бурчак биссектрисаси томонини 30 ва 40 см бўлган кесмаларга ажратса;
- ж) диагоналлар орасидаги бурчак биссектрисаси томонини 3:4 нисбатда бўлинувчи кесмаларга ажратади ва баландлиги 16,8 см бўлса.

2. Ромбнинг диагоналлари 30 ва 40 см. Унинг периметрини топинг.

3. Агар ромбнинг диагоналлари йиғиндиси 70 см, томони 25 см бўлса, унинг баландлигини топинг.

4. Параллелограммнинг ўткир бурчаги  $60^\circ$ , томонлари 10 ва 16 бўлса унинг кичик диагоналинини топинг.

5. Параллелограммда диагоналлари орасидаги бурчак  $60^\circ$ , диагоналлари 20 ва 12 см бўлса унинг катта томонинини топинг.

6. Параллелограммда диагоналлар орасидаги бурчак  $120^\circ$ , диагоналлари эса 60 ва 32 см бўлса, унинг кичик томонинини топинг.

7. Параллелограммнинг диагоналлари 7 ва 11 см, кичик томони эса 6 см бўлса, иккичи томонинини топинг.

8. Параллелограммнинг катта томонига туширилган баландлиги 24 см бўлиб, уни 7 ва 32 см бўлган кесмаларга ажратади. Параллелограммнинг кичик диагоналинини ва периметринини топинг.

9. Иккита диагонали ва улар орасидаги бурчаги бўйича параллелограмм ясанг.

10. Кичик диагонали ва иккита қўшни бурчаклари бўйича параллелограмм ясанг.

### Ўйга вазифалар

1. Диагоналларининг айирмаси 10 ва томони 25 бўлган ромбнинг баландлигини топинг.

2. Ромбнинг баландлиги ва томонининг айирмаси 1 см, диагоналлари 3:4 нисбатда бўлса, унинг периметринини топинг.

3. Ромбнинг ўтмас бурчак учидан туширилган баландлиги томонини 7 ва 18 см бўлган кесмаларга ажратади. Ромбнинг диагоналини топинг.

4. Диагонали ва баландлиги бўйича ромб ясанг.

5. Диагоналлар йиғиндиси ва томони бўйича ромб ясанг.

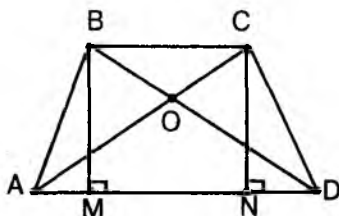
6. Қуйидагиларга кўра параллелограммнинг диагоналларини топинг:

а) томонлари 7 ва 9 см, диагоналлари йиғиндиси 22 см бўлса;

б) томонлари 7 ва 9 см, диагоналлари 4:7 каби бўлса.

7. Параллелограммнинг ўткир бурчаги учидан диагоналига ўтказилган перпендикуляр, уни 18 ва 6 см бўлган кесмаларга ажратади. Агар параллелограмм томонларининг йиғиндиси 48 см бўлса, унинг диагоналларини топинг.

8. Икки диагонали ва ўткир бурчаги бўйича параллелограмм ясанг.



## 5. Трапеция

Айтайлик, ABCD трапеция бўлсин. Бунда BC ва AD-асослари бўлиб  $AD > BC$  бўлсин. AB ва CD ён томонлари. AC ва BD диагоналлари,  $BM = CN$  лар баландликлари. O-диагоналлари кесишган нуқта.

$$\boxed{S_{ABCD} \text{ трапеция}} \Leftrightarrow \boxed{S_{AOB} = S_{DOC}}$$

Кичик асосига ёпишган бурчак ўтмас, катта асосига ёпишган бурчак ўткир бўлади. Агар  $S_{BOC} = a$ ,  $S_{AOD} = b$ , бўлса  $S_{ABCD} = (b-a)^2$  бўлади.

1. Агар  $AB = CD$  ва  $\angle A = \angle D$  бўлса, ABCD га тенг ёнли трапеция дейилади.  $AD = a$ ,  $BC = b$ ,  $CD = AB = c$ ,  $CP = MN = h$  деб белгиласак,

$$QP = \frac{(a+b)}{2}, LE = \frac{(a-b)}{2} \text{ ни ёза оламиз, бу ерда QP ва LE лар}$$

трапециянинг ўрта чизиқлари.

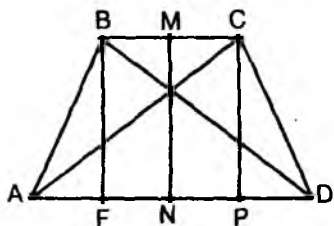
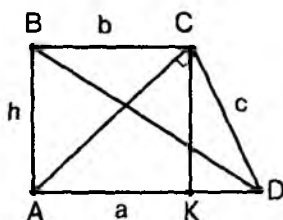
а) агар  $AC \perp CD$  бўлса.  $CK^2 = AK \cdot KD$ .  $h = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - b^2}$  ;

б) агар  $AC \perp CD$  бўлса,  $h = \frac{(a+b)}{2}$  ;

в) агар  $AC$   $A$ -бурчакни биссектрисаси бўлса, унда  $AB = CD = BC$ ;

г) агар  $CA$   $C$ -бурчакни биссектрисаси бўлса, унда  $CD = AB = AD$  бўлади.

2. Агар  $\angle A = 90^\circ$  (ёки  $AB \perp AD$ ) бўлса,  $ABCD$  га тўғри бурчакли трапеция дейилади.



$AB \perp AD$  эканлигидан  $AD > AC$  бўлади.

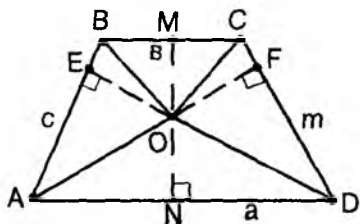
а) агар  $BD$ - $CB$  бурчак биссектрисаси бўлса, унда  $BC = CD$  бўлади, яъни  $b = c$ ;

б) агар  $BD$ - $B$  бурчак биссектрисаси бўлса, унда  $BA = DA$  яъни  $h = a$ ;

в) агар  $CA$  -  $C$  бурчак биссектрисаси бўлса, унда  $CD = AD$  бўлади, яъни  $a = c$ ;

г) агар  $AC$ - $A$  бурчак биссектрисаси бўлса, унда  $AB = BC$  бўлади, яъни  $h = b$ .

3. Айтайлик  $ABCD$  трапецияда  $AD$  ва  $BC$  асослари бўлиб  $AD > BC$  бўлсин. Агар трапеция томонларидан баробар узокликда ётувчи  $O$  нукта мавжуд бўлса,  $AB + CD = AD + BC$  тенглик ўринли бўлади.



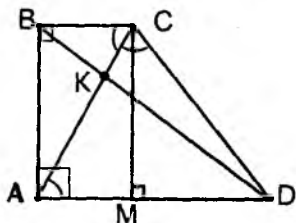
$AO, BO, CO, DO$  лар  $A, B, C$  ва  $D$  бурчакларнинг биссектрисалари бўлганлиги учун

$$\angle ABO + \angle BAO = \frac{1}{2}(\angle B + \angle A) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ,$$

яъни  $\angle BOA = 90^\circ$  шунингдек,  $\angle COD = 90^\circ$  бўлади.  $OF^2 = CF \cdot FD$ ;  
 $OC^2 = CD \cdot CF$ ;  $OD^2 = CD \cdot DF$ ;  $OC^2 + OD^2 = CD^2$

**1-масала.** Тўғри бурчакли трапециянинг диагонали ўтмас бурчакни тенг иккига ва иккинчи диагоналини 2:5 нисбатда бўлади. Агар баландли 24 см бўлса, трапециянинг периметрини топинг.



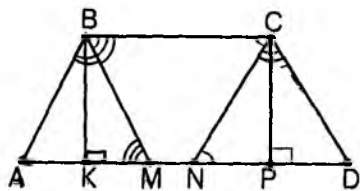
**Ечиш.** Айтайлик ABCD трапеция берилган, AD ва BC лар асослари бўлиб,  $AD > BC$  бўлсин.  $\angle A = \angle B = 90^\circ$ .  $\angle C > 90^\circ$ ,  $\angle D < 90^\circ$ . CA- диагонал C бурчакни тенг иккига бўлса.  $\angle BCA = \angle DCA$  ва  $\angle ACD = \angle CAD$ .

$\angle ACD = \angle CAD$  дан  $CD = AD$  келиб чиқади. CA диагонал BD ни K нуктада кесиб ўтсин.  $BA < CD$  ва  $CD = AD$  эканлигидан  $BA < AD$ , бундан  $BK < BD$  ва  $\frac{BK}{KD} = \frac{2}{5}$ .  $BA = 24$ .  $\triangle BCD$  да СК-

$\triangle BCD$  нинг биссектрисаси бўлгани учун  $\frac{BC}{CD} = \frac{BK}{KD} = \frac{2}{5}$

$BC = 2x$ ,  $CD = 5x$  деб белгилайлик.  $CM \perp AD$  ни ўтказамиз.  $CM = AB = 24$  см,  $MD = 3x$ ,  $\triangle CMD$  дан  $CD^2 - DM^2 = CM^2$  ни тадбиқ қилиб  $x = 6$  (см) ни топамиз.  $p = 24 + 12 \cdot 6 = 96$  см. Жавоб 96 см.

**2-масала.** Тенг ёнли трапецияда ўтмас бурчак биссектрисалари катта асосини 3 та тенг қисмга ажратади. Агар трапециянинг баландлиги  $5\sqrt{3}$  см, асосига ёпишган бурчаклари  $120^\circ$  бўлса, унинг периметрини топинг.

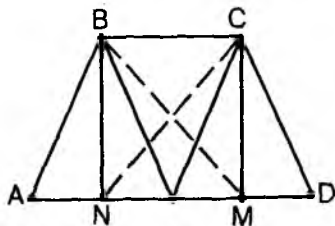


**Ечиш.** Айтайлик ABCD трапецияда AD ва BC асослари бўлиб  $AD > BC$  ва  $AB = CD$  бўлсин.  $BK = CP = h = 5\sqrt{3}$  см.  $\angle B = \angle C = 120^\circ$  BM ва CN лар B ва C бурчакларнинг биссектрисалари бўлгани

учун  $AM = MN = ND$ .  $\angle ABM = \angle MBC$ ;  $\angle ABM = \angle CBM$ . Бундан  $\angle ABM = \angle AMB$  ва  $AB = AM$ .

$$\angle BAM = \angle ABM = \angle AMB = 60^\circ. AB = \frac{BK}{\sin 60^\circ} = 5\sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 10 \text{ см.}$$

$AD = 3AM = 3 \cdot 10 = 30$  (см).  $CN \parallel AB$ ;  $BC = AN = 2AM = 2 \cdot 10 = 20$  (см) периметр  $p = 70$  см.

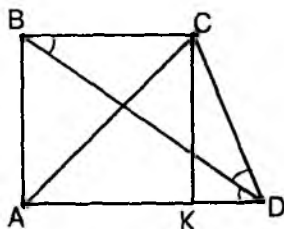


**Иккинчи бир ҳол бўлиши мумкин.**  $CN$  ва  $BM$  лар  $\angle C$  ва  $\angle B$  нинг биссектрисалари.  $AN = NM = MD$ .  $\angle ABM = \angle BAM = \angle BMA = 60^\circ$   $\triangle ABM$ -тенг томонли.  $AN = NM$  дан  $BN$  медианани баландлик бўлишлиги келиб чиқади.  $BN = NM$  дан  $BN$  медианани баландлик бўлишлиги келиб чиқади.

$$BN = 5\sqrt{3} \text{ см; } AB = \frac{BN}{\sin 60^\circ} = \frac{5\sqrt{3} \cdot 2}{\sqrt{3}} = 10 \text{ см. } AB = AM = 10 \text{ см;}$$

$AN = 5$  см;  $AD = 15$  см,  $CN \parallel AB$ ;  $AN = BC = 5$  см. Шундай қилиб  $p = 40$  см. Жавоб: 70 см ёки 40 см.

**3-масала.** Тўғри бурчакли трапециянинг катта диагона­ли ўткир бурчак биссектрисаси бўлади. Трапеция асослари­нинг йиғиндиси 31 см, ён томонлари йиғиндиси 25 см бўлса, унинг асосларини ва баланлигини топинг.



**Ечиш.** Айтайлик,  $ABCD$  нинг асослари  $BC$  ва  $AD$  учун  $BC < AD$  бўлсин.  $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ,  $\angle C > 90^\circ$ ,  $\angle D < 90^\circ$ ,  $AB$  ва  $CD$  ён томонлари ва  $CD > AB$ ,  $BC + AD = 31$  см,  $AB + CD = 25$  см,  $D$  бурчакнинг биссектрисаси  $DB$ ,  $\angle ADB = \angle CDB$ ,

$\angle CBD = \angle BDA$  бўлгани учун  $\angle CBD = \angle CDB$  ва  $BC = CD$   $DC = x$ ,  $CB = x$ ,  $AB = 25 - x$ ,  $AD = 31 - x$  деб белгилаб олиб,  $KD = AD - AK = AD - BC = 31 - x - x = 31 - 2x$ ,  $CK = 25 - x$  ни

ёзамиз.  $\Delta CKD$  дан  $CD^2 = CK^2 + KD^2$  дан фойдаланиб  $x = 13$  ни аниқлаймиз. Шундай қилиб  $AB = 12$  см,  $BC = 13$  см,  $AD = 18$  см ни топамиз. Жавоб: 13 см, 18 см ва 12 см.

### Машқлар

1. Тенг ёнли трапеция учун қуйидагилар маълум бўлса, унинг бурчакларини топинг;

а) ўтмас бурчак биссектрисаси ён томонларининг бирига параллел;

б) диагонали баландлигидан 4 марта катта ва ўткир бурчагини тенг иккига бўлади;

в) диагонал ён томонига перпендикуляр бўлиб ўткир бурчагини тенг иккига бўлади;

г) диагонал ён томонига перпендикуляр бўлиб ўтмас бурчагидан туширилган баландлиги билан  $60^\circ$  ли бурчак ташкил этади.

2. Қуйидаги элементлар бўйича тенг ёнли трапеция ясанг:

а) катта асоси ва ўтмас бурчак диагонали бўйича;

б) кичик асоси ва ўткир бурчак диагонаliga кўра.

3. Тенг ёнли трапециянинг асослари 25 ва 7 см, диагонали эса ён томонига перпендикуляр бўлса, унинг ён томонини топинг.

4. Қуйидаги элементлар берилган бўлса тенг ёнли трапециянинг асосларини топинг:

а) ўрта чизиги 15 см ва асослари 3:2 каби;

б) ён томони ва асослари 5:2:8 нисбатда ва баландлиги 16 см;

в) ён томони, баландлиги ва диагонали 13:12:20 нисбатда, ўрта чизиги эса 32 см.

5. Тенг ёнли трапециянинг қуйидаги элементлари берилган бўлса, унинг периметрини топинг:

а) диагонал, ён томони ва ўрта чизиги 20:13:16 нисбатда, баландлиги эса 24 см;

б) диагонали, ён томони ва асосларининг айирмаси 20:13:10 нисбатда ва баландлиги 24 см;

в) ўткир бурчаги  $60^\circ$ , ўтмас бурчак биссектрисаси кичик асосини тенг иккига, 12 см ли кесмага ажратади;

г) ўтмас бурчаги  $120^\circ$ , ўткир бурчаги биссектрисаси кичик асосини тенг иккита, 12 см ли кесмага ажратади;

д) диагоналлари ўткир бурчак биссектрисаси бўлиб кесишиш нуқтасида 11:15 нисбатда бўлинади ва баландлиги 24 см.

6. Тенг ёнли трапециянинг баландлиги, ён томони ва диагонали мос равишда 12, 15 ва 26 см бўлса, унинг асосларини топинг.

7. Тўғри бурчакли трапециянинг ён томонлари ва диагонали мос равишда 12, 15 ва 20 бўлса, унинг асосларини топинг.

8. Асослари ва катта диагонали мос равишда 7, 16 ва 20 см бўлган тўғри бурчакли трапециянинг ён томонини топинг.

9. Қуйидаги элементларига кўра тўғри бурчакли трапециянинг периметрини топинг:

а) диагонали ўткир бурчагини тенг иккитага бўлади ва ўтмас бурчаги учидан туширилган баландлигини 9 ва 15 см ли кесмаларга ажратади;

б) кичик асоси 30 см ва диагонали ўткир бурчагини тенг иккига бўлади, ўтмас бурчак учидан туширилган баландлигини 5:3 нисбатда бўлади;

в) диагонали ўтмас бурчагини тенг иккитага бўлади ва асослари 6 ва 15 см;

г) диагонали ўткир бурчагини тенг иккига бўлиб, асослари 15 ва 24 см;

д) асосларининг айирмаси 9 см ва кичик диагонали  $12\sqrt{2}$  см бўлиб тўғри бурчагини биссектрисаси бўлади.

10. Трапециянинг асослари 28 ва 11 см, ён томонлари 25 ва 26 см бўлса, унинг баландлигини топинг.

11. Трапециянинг асослари 6 ва 16 см. Ён томонларидан бири 10 см ва катта асоси билан  $60^\circ$  ли бурчак ташкил этади. Трапециянинг диагоналини топинг.

### Уйга вазифалар

1. Тенг ёнли трапециянинг қуйидаги элементларига кўра унинг баландлигини топинг:

а) асослари 25 ва 39 см, диагонали ўткир бурчагини тенг иккига бўлса;

б) диагонал ўтмас бурчагини тенг иккига бўлади ва ўрта чизигини 3 ва 13 см бўлган кесмаларга ажратса.

2. Тенг ёнли трапециянинг қуйидаги элементларига қўра унинг периметрини ҳисобланг:

а) баландлиги 60 см, диагоналлари ўткир бурчакларининг биссектрисалари бўлиб кесишиш нуқтасида 13:5 нисбатда бўлинса;

б) баландлиги 48 см, диагоналлари ўтмас бурчак биссектрисалари бўлиб 3:13 нисбатда бўлинса;

в) диагонали ўткир бурчагини тенг иккига бўлиб ўтмас бурчак учидан туширилган баландлигини 75 ва 21 см ли кесмаларга ажратса.

3. Қуйидаги элементлари бўйича тенг ёнли трапеция ясанг:

а) ўткир бурчаги ва ўтмас бурчак биссектрисаси бўлган диагонали бўйича;

б) ўтмас бурчаги ва ўткир бурчак биссектрисаси бўлган диагонали бўйича.

4. Қуйидаги элементлари бўйича тўғри бурчакли трапеция ясанг:

а) ўтмас бурчаги ва тўғри бурчак биссектрисаси бўлган кичик диагонали;

б) ўтмас бурчаги ва тўғри бурчак биссектрисаси бўлган катта диагонали.

5. Тўғри бурчакли трапециянинг кичик диагонали тўғри бурчак биссектрисаси, асосларининг айирмаси 30 см, ён томонларининг айирмаси 18 см бўлса унинг периметрини топинг.

6. Тўғри бурчакли трапециянинг кичик диагонали ўтмас бурчак биссектрисаси, асослари йиғиндиси 21 см, ён томонлари йиғиндиси 25 см бўлса, унинг баландлиги ва асосларини топинг.

7. Катта диагонали тўғри бурчакли трапециянинг ўткир бурчагини тенг иккига бўлиб, иккинчи диагонаlinesи 13:18 каби кесмаларга ажратади. Агар баландлиги 36 см бўлса, унинг асосларини топинг.

8. Тўғри бурчакли трапециянинг асослари 25 ва 32см, катта диагонали ўткир бурчагини тенг иккига бўлса, унинг периметрини топинг.



9. Тўғри бурчакли трапециянинг ўтмас бурчак биссектрисаси катта асосини 5 ва 15 см ли кесмаларга ажратади. Агар кичик асоси 11 см бўлса, унинг периметрини топинг.

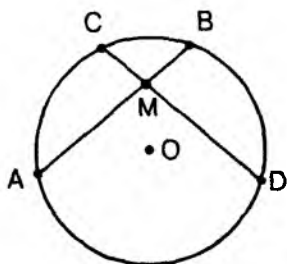
10. Трапециянинг асослари 20 ва 60 см, ён томонлари 13 ва 37 см бўлса, унинг баландлигини топинг.

11. Асослари 3 ва 14 см, диагоналлари 25 ва 26 см бўлган трапециянинг баландлигини топинг.

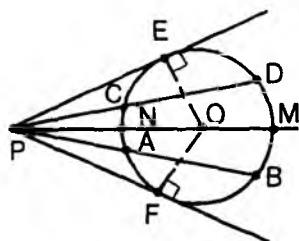
12. Трапециянинг ён томони 10 см ва узунлиги 22 см бўлган катта асоси билан  $60^\circ$  ли бурчак ташкил этади. Агар асослари йиғиндиси 28 см бўлса, унинг иккинчи томонини топинг.

13. Кичик асоси ва ён томони  $120^\circ$  ли бурчак ҳосил қилади ва мос равишда 15 ва 10 см. Агар трапециянинг асослари йиғиндиси 46 см бўлса, унинг иккинчи ён томонини топинг.

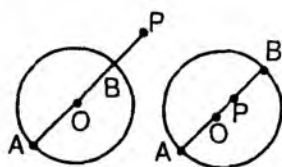
## 6. Айлана ва унинг элементлари



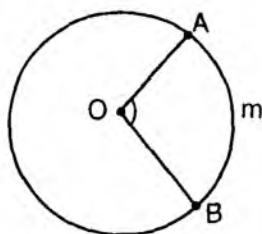
1) О марказли айлана берилган бўлиб, АВ ва CD ватарларининг кесишиш нуқтасини М билан белгиласак.  $AM \cdot MB = CM \cdot MD$  га эга бўламиз. Агар ватарлар кесишса, кесишиш нуқтасидан қандай нисбатда бўли-нишидан қатъий назар ватар кесмаларининг кўпайтмаси ўзгармас сон бўлади.



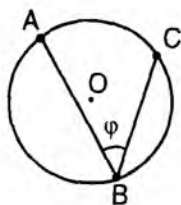
2) Айтайлик О- айлана маркази, Р эса ундан ташқаридаги нуқта бўлсин. РМ, РВ, РD - кесувчи, РF ва РЕ уринмалари ўтказамиз. OF ва OE айлана радиуси,  $EP = FP$ ,  $BP \cdot AP = MP \cdot NP = DP \cdot CP$ ,  $FP$  ва  $AP$ ,  $BP$  кесмалар учун  $FP^2 = BP \cdot AP$  тенглик ўзгармас сон бўлади, яъни уринманинг квадрати кесувчининг ташқи кесмага кўпайтмасига тенг бўлади.



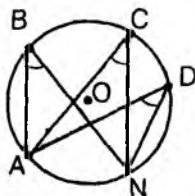
3) Айтайлик,  $O$  - айлана маркази,  $AB$  - диаметр бўлсин. Агар  $P$  нуқта айлана ташқарисида бўлса  $AP > AB$ , агар  $P$  нуқта айлана ичида ётса  $AP < AB$  бўлади.



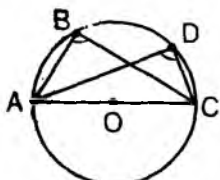
4)  $O$  - айлана марказида,  $A$  ва  $B$  лар айланада ётсин. Унда  $AOB$ -марказий бурчак,  $AB$  ёй  $\cup AmB$ .  $\angle AOB = \cup AB$ , марказий бурчак ўзи тиралган ёй билан ўлчанади.



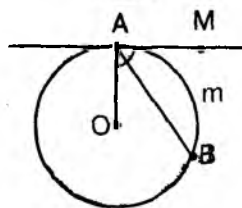
5) а)  $O$  - айлана маркази.  $A$ ,  $B$  ва  $C$  нуқталар айланага тегишли бўлсин. Унда  $\angle ABC$  - ички чизилган бурчак



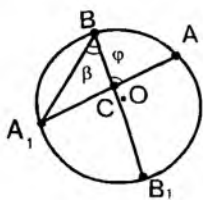
б) айтайлик,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ва  $D$  айланага тегишли бўлсин. Унда  $\angle ABN = \angle ACN = \angle ADN$ , яъни битта ёйга тиралган барча бурчаклар тенг бўлади



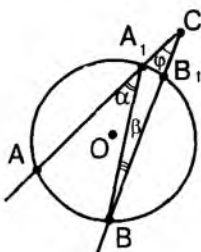
в) айтайлик,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ва  $D$ ,  $O$  марказли айланада ётсин,  $AC$ -диаметрға тиралган ҳар қандай бурчак тўғри бурчак бўлади;



г) айтайлик,  $A$ ,  $B$  нуқталар  $O$  марказли айланага тегишли ва  $AM$  уринма бўлсин. Унда  $\angle MAB = \frac{1}{2} \cdot \cup AmB$ ;

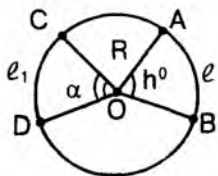


д) агар  $A, B, A_1, B_1$  айланага тегишли бўлиб  $AA_1$  ва  $BB_1$  ватарлар  $C$  нуқтада кесишса  $\varphi = \angle ACB$  бурчак  $\triangle CBA_1$  учбурчакнинг ташқи бурчаги бўлади. Унда  $\varphi = \alpha + \beta$  бу ерда  $\alpha = \angle AA_1B$ ,  $\beta = \angle A_1BB_1$  бўлиб мос равишда  $AB$  ва  $A_1B_1$  ёйларга тиралади;



е) айтайлик  $A_1$  ва  $B_1$  нуқталар  $CA$  ва  $CB$  ларнинг айлана билан кесишган нуқталари бўлсин.  $\alpha = \angle BA_1A$  ва  $\beta = \angle A_1BC$  деб олсак  $\alpha = \varphi + \beta$  ни ҳисобга олиб  $\alpha$  ва  $\beta$  ни мос равишда  $AB$  ва

$A_1B_1$  ёйларига тиралади ва  $\varphi = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{A_1B_1})$  деб ёза оламиз;

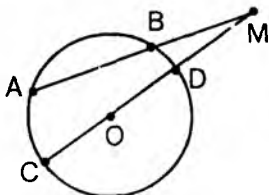


ж) айлана радиуси  $R=OA$ , айлана узун-  
 $C=2\pi R$ .  $l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot n^\circ = \frac{\pi R n}{180^\circ}$ , бу ерда  $l-AB$

ёй узунлиги  $n^\circ$ ли марказий бурчакка тиралади.  $l_1 = \frac{2\pi R}{2\pi\alpha} = R\alpha$ ,  $l_1-CD$  ёй

узунлиги,  $\alpha$  радианли марказий бурчакка тиралади.

**1-масала.** Айлана ташқарисидан ўтказилган кесувчининг ички ва ташқи кесмалари айирмаси 2 см, айланагача бўлган масофа 4 см га тенг. Агар айлана диаметри 32 см бўлса кесувчини узунлигини топинг.

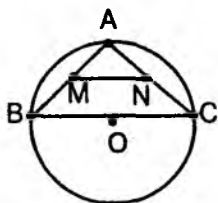


**Ечиш.** Айтайлик айлана ташқарисидаги  $M$  нуқтадан  $AM$  ва  $CM$  кесувчини ўтказайлик.  $CM$  кесувчи  $O$  нуқта орқали ўтади.  $AM$  кесувчининг ички кесмаси  $AB$ , ташқи кесмаси  $BM$  бўлгани учун

AB=BM=2 см. CD - диаметр, DM эса - M нуктадан айлана-гача бўлган масофа.

CD=32 см, DM=4 см, CM=36 см. BM=x десак AB=x+2, AM=2x+2 (x>0) бўлади. Кесувчининг хоссасига асосан  $AM \cdot BM = CM \cdot DM$ , яъни  $(2x+2) \cdot x = 36 \cdot 4$ ;  $X_1 = 8$ ;  $X_2 = -9$  бу масала шартини қаноатлантирмайди. Шундай қилиб  $AM = 2 \cdot 8 + 2 = 18$  см. Жавоб: 18 см.

**2-масала.** Айланага тегишли нуктадан 36 ва 40 см ли ватар ўтказилган. Агар ватарларни тенг иккига бўлувчи нукталар орасидаги масофа 34 см бўлса айлананинг диаметрини топинг.



**Ечиш.** Айтайлик O марказли айлананинг A нуктасидан  $AB=36$  см ва  $AC=40$  см ватар ўтказилган бўлсин. M ва N лар мос равишда ватарларнинг ўртаси бўлсин. Шартга кўра  $MN=34$  см;  $MN \perp BC$  учбурчакнинг ўрта чизиги бўлгани учун  $BC = 2MN = 2 \cdot 34 = 68$ .

$\angle BAC = \alpha$  деб белгилайлик.  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \alpha$ ;  
 $68^2 = 36^2 + 40^2 - 2 \cdot 36 \cdot 40 \cdot \cos \alpha$

Бундан  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$ .  $\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R$ ,  $2R = \frac{68}{0,8} = 85$  см.

Жавоб: 85 см.

**3-масала.** Худди шу масалани  $AB=52$ ,  $BC=60$  см,  $MN=8$  см бўлган ҳол учун ечайлик.

$BC=16$ .  $R = \frac{abc}{4S}$  дан фойдаланамиз, бу ерда R-ташқи

чизилган айлана радиуси; a, b, c - учбурчак томонлари,

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ,  $p = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $p = 64$ ,  $S = 8 \cdot 12 \cdot 4$ .

Шундай қилиб,  $2R=65$ . Жавоб: 65 см.

## Машқлар

1. Айланага тегишли нуқтадан иккита ватар ўтказилган. Улардан бири  $100^\circ$  ли, иккинчиси  $80^\circ$  ли ёйга тиралади. Шу ватарлар орасидаги бурчакни топинг.

2. Ватар  $80^\circ$  ли ёйга тиралади. Шу ватар билан ватар учи орқали ўтувчи уринма орасидаги ўткир бурчакни топинг.

3. Ватар учларидан ўтказилган радиуслар орасидаги бурчак  $40^\circ$  га тенг. Шу ватар билан ватар учидан ўтказилган уринма орасидаги бурчакни топинг.

4. Иккинчи ватарни кесувчи ватар узунлиги 24 см бўлиб уни 10 ва 8 см кесмаларга ажратади. Биринчи ватар кесмаларини узунликларини топинг.

5. Узунлиги 30 см бўлган ватар диаметрга перпендикуляр бўлиб уни айирмаси 40 см бўлган кесмаларга ажратади. Айлана радиусини топинг.

6. Айлана нуқтасидан диаметрга перпендикуляр ўтказилган бўлиб уни 16 ва 9 см ли кесмаларга ажратса, перпендикуляр узунлигини топинг.

7. Айлана нуқтасидан диаметрга перпендикуляр ўтказилган бўлиб уни 4:9 нисбатда бўлади. Агар перпендикулярнинг узунлиги 12 см бўлса, айлана радиусини ҳисобланг.

8. Агар қуйидагилар маълум бўлса, айлана радиусини ҳисобланг:

а) айлана нуқтасидан диаметр учларигача бўлган масофа 16 ва 12 см бўлса;

б) айлана нуқтасидан диаметр учларигача бўлган масофалар нисбати 0,75 га, шу нуқтадан диаметргача бўлган масофа 12 см бўлса;

в) марказдан бир томонда иккита 48 ва 30 см ли ватарлар ўтказилган ва улар орасидаги масофа 13 см бўлса;

г) айлана ташқарисидаги нуқтадан кесувчи ўтказилган бўлиб ички ва ташқи кесмалар 8 ва 15 см. Шу нуқтадан айлана марказигача бўлган масофа 13 см бўлса;

д) айлана ташқарисидаги нуқтадан 32 см ли уринма ўтказилган ва шу нуқтадан айланагача бўлган масофа 24 см бўлса;

е) айлана нуқтасидан узунлиги 12,2 бўлган иккита ватар ўтказилган. Ватарнинг бири  $90^\circ$  ли ёйга тиралган бўлса.

9. Айланада ётган нуқтадан диаметр учларигача бўлган масофалар айирмаси 10 см, айлана радиуси 25 см бўлса, шу нуқтадан диаметргача бўлган масофани топинг.

10. Айланада ётган нуқтадан узунлиги 16 ва 12 см бўлган перпендикуляр ватарлар ўтказилган. Ватарларнинг учлари орасидаги масофани топинг.

11. Айланадан ташқарида олинган нуқтадан узунлиги 12 см бўлган уринма ўтказилган. Агар айлана радиуси 5 см бўлса, олинган нуқтадан айланагача бўлган масофани топинг.

12. Ватар иккинчи ватарни кесиб, уни узунлиги 6 ва 16 см бўлган кесмаларга ажратади ва ўзи 3:2 нисбатда бўлинади. Биринчи ватарни узунлигини топинг.

13. Айланадан ташқарида олинган нуқтадан уринма ва кесувчи чизик ўтказилган. Кесувчи кесмалар 18 ва 50 см. Уринмани узунлигини топинг.

14. Айлана ташқарисидан олинган нуқтадан ўтказилган кесувчининг ташқи қисми 8 см, ички қисми 4 см га тенг. Айлана диаметрини топинг.

15. Айланада ётган нуқтадан ватарлар учларигача масофалар 15 ва 20 см, улар орасидаги бурчак эса  $90^\circ$  га тенг. Шу нуқтадан ватаргача бўлган масофани топинг.

### **Уйга вазифалар**

1. Айлананинг нуқталари уни 3:4:5:6 нисбатдаги қисмларга ажратади. Учлари шу нуқталарда бўлган қаварик тўртбурчакнинг бурчакларини топинг.

2. Айланада ётган нуқтадан узунлиги 5 ва 8 см бўлган ватарлар ўтказилган. Бу ватарлар учлари орасидаги кесма  $120^\circ$  ли ёйга тиралади. Агар кесма ва нуқта айлана марказининг турли томонида ётса шу кесманинг узунлигини топинг.

3. Айлана ватари  $60^\circ$  ёйга тиралади. Агар айлана диаметри 24 см бўлса, ватарни топинг.

4. Айлана ётган нуқтадан узунлиги 10 ва  $5\sqrt{3}$  см бўлган ватарлар ўтказилган. Ватарлар учларини бирлаштурувчи кесма,  $60^\circ$  ли ёйга тиралади. Агар кесма ва нуқта айлана марказидан бир томонда ётса, айлана диаметрини ҳисобланг.

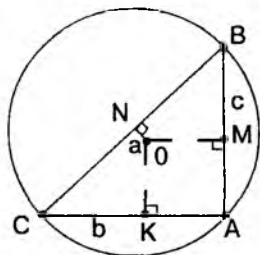
5. Узунлиги 24 см бўлган ватар диаметрга перпендикуляр ва уни айирмаси 7 см га тенг бўлган кесмаларга ажратади. Айлана радиусини ҳисобланг.

6. Айланада ётган нуқтадан диаметрига ўтказилган перпендикуляр уни 9:16 нисбатли кесмаларга ажратади. Айлана диаметри 50 см. Перпендикулярларнинг узунлигини ҳисобланг.

7. Айланада ётган нуқтадан айирмаси 8 см бўлган иккита перпендикуляр ватарлар ўтказилган. Агар айлана радиуси 20 см бўлса, шу ватарларни топинг.

8. Айланадан ташқаридаги нуқтадан ички ва ташқи қисмлари 3:2 каби нисбатда бўлган кесувчи ўтказилган. Агар шу нуқтадан айланагача бўлган масофа 10 см, айлана радиуси 7 см бўлса, шу кесувчининг узунлигини ҳисобланг.

## 7. Айлана ва кўпбурчаклар

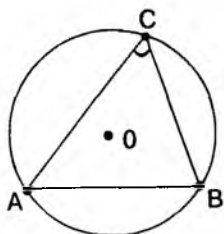


1) **Учбурчакка ташқи чизилган айлана, ABC** - учбурчак;  $a, b, c$  - унинг томонлари узунликлари;  $AB, AC, BC$  томонларига ўтказилган  $OM, ON, OK$  медианалари кесишган нуқтаси (ўрта перпендикулярлар) ёки ташқи чизилган айлана маркази.

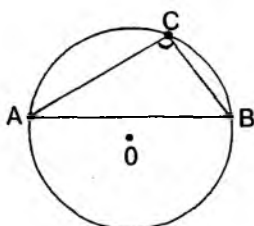
$$OA=OB=OC=R \text{ - айлана радиуси. } R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}}, R = \frac{abc}{4S}$$

бу ерда S-ABC учбурчакнинг юзи.

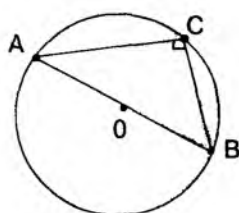
- а) Ўткир бурчакли учбурчак    б) Ўтмас бурчакли учбурчак    в) Тўғри бурчакли учбурчак



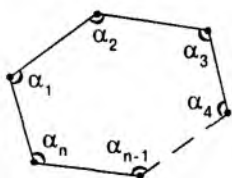
$$\angle C < 90^\circ$$



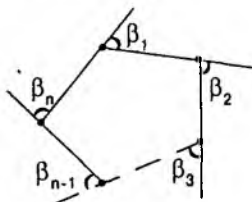
$$\angle C > 90^\circ$$



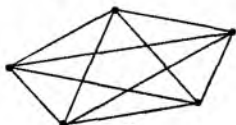
$$\angle C = 90^\circ$$



$n$  - бурчак ички бурчакларининг йиғиндиси  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n = 180^\circ (n-2)$  га тенг

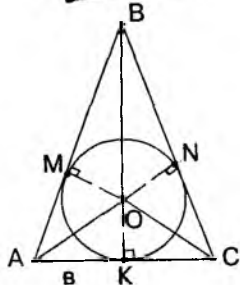


$n$  - бурчак ташқи бурчакларининг йиғиндиси  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_n = 360^\circ$  га тенг



$n$  - бурчак диагоналарининг сони

$$N = \frac{n(n-3)}{2} \text{ га тенг}$$

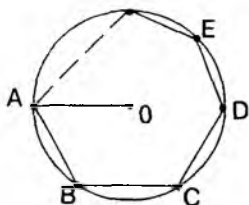


2) **Учбурчакка ички чизилган айлана.** O-A, B ва C бурчакларнинг AO, BO ва CD биссектрисалдарини кесишган нуқтаси. AB, BC ва AC томонларига OM, ON ва OK перпендикулярларни ўтказамиз.  $OM=ON=OK=r$

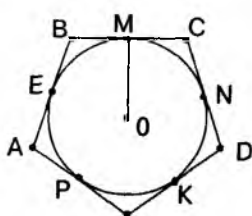


ички чизилган айлана радиуси  $r = \frac{2S}{a+b+c}$ , S-ABC учбурчакнинг юзи.

### 3) Ички ва ташқи чизилган кўпбурчаклар.



а) ички чизилган кўпбурчак (айлана, кўпбурчакка ташқи чизилган). Кўпбурчакнинг барча нуқталари айланада ётади.  $OA=OB=OC=OD=OE=R$  ташқи чизилган айлана радиуси;

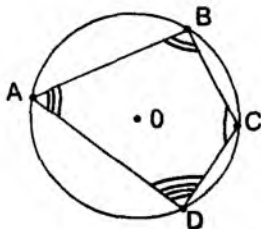


б) ташқи чизилган кўпбурчак (айлана, кўпбурчакка ички чизилган). Барча томонлари айланага уринади. О нуқтадан АВ, ВС, CD, DE томонларга ON, ОК, OF, ОР, ОМ перпендикулярларни ўтказамиз  $ON=OK=OF=OP=OM=r$  ички чизилган радиуси,

$$r = \frac{2S}{P}, \text{ бу ерда } S \text{ ва } P \text{ ташқи}$$

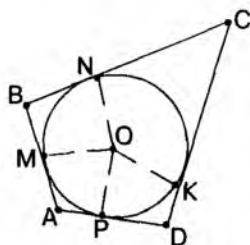
чизилган кўпбурчакнинг юзи ва периметри.

### 4) Ички ва ташқи чизилган тўртбурчаклар.



а) тўртбурчакка ташқи чизилган айлана (тўртбурчак айланага ички чизилган) А, В, С ва D айланада ётсин. ABCD - ички чизилган тўртбурчак.  $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ,  $\angle B + \angle D = 180^\circ$ . Айланага ички чизилган кўпбурчакнинг қарама-қарши бурчаклари йиғиндиси  $180^\circ$  га тенг.

Агар тўртбурчакда қарама-қарши бурчаклари  $180^\circ$  га тенг бўлса, унда тўртбурчакка ташқи айлана чизиш мумкин ёки  $AO \cdot OC = BO \cdot OD$ ,  $DC \cdot AB + AD \cdot BC = DB \cdot AC$ ;



**б) тўртбурчакка ички чизилган айлана.** Айланага ташқи чизилган кўпбурчакнинг қарама-қарши томонлари йиғиндиси тенг унда тўртбурчакка ички айлана чизиш мумкин ёки тўртта биссектриса бир нуқтада кесишади?

Айлана, ABCD  
тўртбурчакка  
ички чизилган



$$BC + AD = BA + CD$$

• ABCD - квадрат



тўртта биссектриса битта  
нуқтада кесишади.

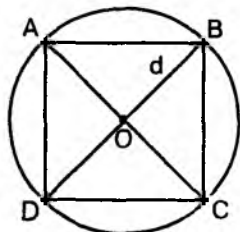
Айлана, ABCD  
Тўртбурчакка ташқи  
чизилган



$$\angle BAD + \angle BCD = \angle CBA + \angle CDA$$



AM · MC = BM · MD,  
M - диагоналлар кесишган  
нуқта

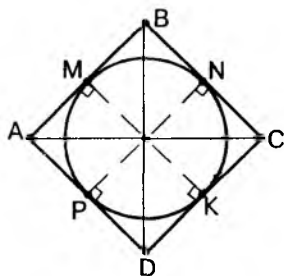


**в) тўғри тўртбурчак ва айлана.** ABCD тўғри тўртбурчак,  $AC = BD = d$  унинг диагонали. O-ташқи чизилган айлана маркази. O-AC ва BD диагоналларининг ўртаси  $AO = OC = OB = OD = R$  ташқи чизилган айлана маркази.

$R = \frac{d}{2}$ . Тўғри тўртбурчакка ҳар доим ташқи айлана

чизиш мумкин. Тўғри тўртбурчакка ҳар доим ички айлана чизиш мумкин эмас.

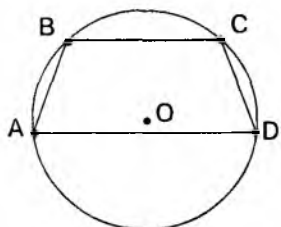
### г) ромб ва айлана



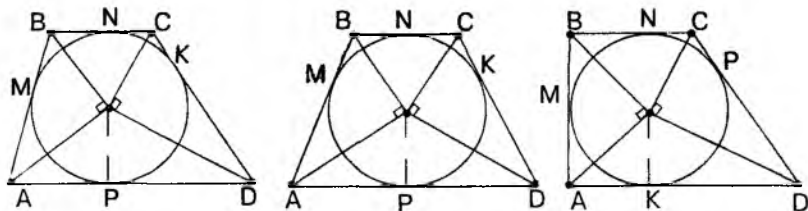
ABCD ромб, AC ва BD диагоналлари перпендикуляр.  $AC \perp BD$ ,  $AC = d_1$ ,  $BD = d_2$ . O диагоналлари кесишган нуқта. OM, ON, OK ва OP ромбнинг томонларига туширилган баландликлар.

$MK = PN = h$  ромбнинг баландлиги.  $OM = ON = OP = OK = r$  - ички чизилган айлана радиуси.  $r = \frac{h}{2}$ .  $\triangle AOD$  дан

$OP^2 = AP \cdot PD$ . Ромбда ҳар доим ички айлана чизиш мумкин. Ромбга ҳар доим ташқи айлана чизиш мумкин эмас;



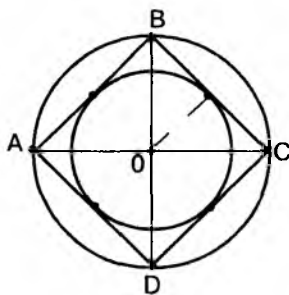
**д) трапеция ва айлана.** ABCD - ички чизилган трапеция. BC ва AD -унинг асослари. O ташқи чизилган айлана маркази. Агар  $AB=BC$  бўлса трапецияга ташқи айлана чизиш мумкин.



ABCD трапеция айланага ташқи чизилган.  $AB \neq CD$ .

Агар  $AD + BC = AB + CD$  бўлса трапецияга ички айлана чизиш мумкин. O - ички чизилган айлана маркази. A, B, C ва D бурчакларнинг биссектрисалари AO, BO, CO ва DO, OM, ON, OK, OP - трапеция томонларига, перпендикулярлар.  $OM = ON = OK = OP = r$  - ички чизилган айлана радиуси.  $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ .  $NP = h$  - трапециянинг баландлиги.

$$r = \frac{h}{2}; \quad OM = \frac{AO \cdot OB}{AB}; \quad OK = \frac{CO \cdot DO}{CD};$$



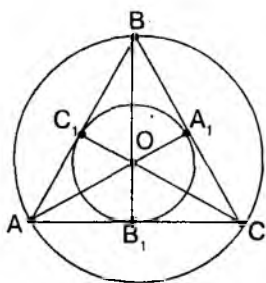
**е) квадрат ва айлана.** ABCD-квадрат,  $AB=a$ , O-квадратнинг диагоналлари кесишиш нуқтаси;  $AO = OB = OC = OD = R$  - ташқи чизилган айлана радиуси:

$$R = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad OM, ON, OP \text{ ва } OK - \text{квадрат-}$$

нинг томонларига ўтказилган перпендикулярлар.  $OM=ON=OP=OK=r$  - ички чизилган айлана радиуси:

$$r = \frac{a}{2}.$$

ABCD квадратга ҳар доим умумий марказлички ва ташқи айланалар чизиш мумкин.



**ж) тенг томонли учбурчак ва айлана.** ABC-тенг томонли учбурчак.  $AB = BC = AC = a$ . O- $AA_1, BB_1, CC_1$  биссектрисалар ёки медианалар ёки баландликлар кесишган нуқта.  $OA=OB=OC=R$  - ташқи чизилган

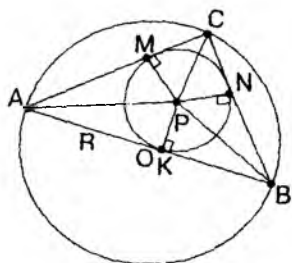
$$\text{айлана радиуси: } R = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$OA_1=OB_1=OC_1=r$  ички чизилган айлана радиуси:

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}; \quad R=2r.$$

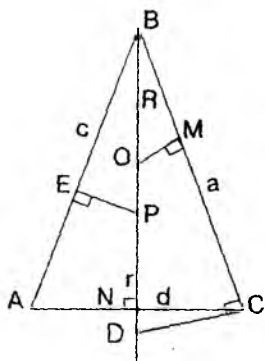
**з) Тўғри бурчакли учбурчак ва айлана.**

ABC-тўғри бурчакли учбурчак.  $AB=c$  - гипотенуза,  $AC=b, BC=a$  - катетлари. O-ташқи чизилган айлана маркази,



$R = \frac{c}{2}$ . O - гипотенуза ўртаси. P - ички  
 чизилган айлана маркази, r - ички  
 чизилган айлана радиуси:  $r = \frac{a+b-c}{r}$ .

**1-масала.** Асоси a га, ён томони b га тенг бўлган тенг ёнли учбурчак берилган. Ички ва ташқи чизилган айлана радиусларини ва асосига ўтказилган баландлигини топинг.



**Ечиш.** Айтайлик, ABC - учбурчакда  $AB=BC$  бўлсин. Шартга кўра  $AB=BC=b$  ва  $AC=a$ , AC-асосига туширилган баландлик. BD, BC ён томонининг ўртаси M, O, OM ва BD ўрта перпендикулярларининг кесишиш нуқтаси. O  $B = OC = R$  ташқи чизилган айлана радиуси, P нуқта ABC ва BAC бурчакларининг BD ва AD биссектрисалар кесишган нуқта PE-AB томонга ўтказилган баландлик.  $BD=PE=r$  - ички чизилган айлана радиуси. BD ни

ташқи чизилган айланани N нуқтада кесгунча давом эттирамиз. BN-ташқи чизилган айлана диаметри.  $\angle BCN = 90^\circ$  бундан BCN учбурчак тўғри бурчакли. CD-BN диаметрға пер-

пендикуляр.  $BD=h$ .  $DC = \frac{a}{2}$ ;

$AN = 2R - h$ ;  $BP = h - r$ .  $\triangle ABD$  дан  $h^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ .  $\triangle BCN$

дан  $BC^2 = BD \cdot DN$ ,  $BC^2 = BN \cdot BD$  ёки  $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = h(2R-h)$  ва

$b^2 = 2Rh$ . AP - ABD учбурчакда A бурчак биссектрисаси

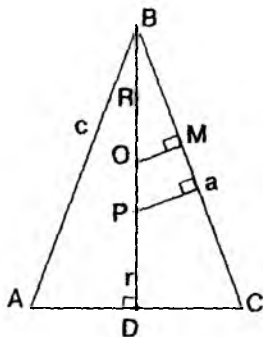
бўлгани учун  $\frac{AB}{AD} = \frac{BP}{PD}$  ёки

$$b: \frac{a}{2} = \frac{h-r}{r}; \quad \frac{2b}{a} = \frac{h}{r} - 1; \quad r = \frac{a}{2b+a} h$$

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{4b^2 - a^2}; \quad R = \frac{b^2}{2h} = \frac{b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}};$$

$$r = \frac{a}{2b+a} \cdot \frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{2b-a}{2b+a}};$$

**2-масала.** Тенг ёнли учбурчакка ташқи чизилган айлана радиуси  $R$  ички чизилган айлана радиуси  $r$  бўлса, унинг томонларини топинг.



**Ечиш.** Айтайлик,  $ABC$  учбурчакда  $AB=BC$ ,  $AC$  - асоси бўлсин.  $AB=b$ ,  $AC=a$ ,  $BD$  - асосига туширилган баландлик,  $BD=h$  ташқи чизилган айлана маркази  $O$ , ички чизилган айлана марказини  $P$  - билан белгилайлик.  $OA=OB=OC=R$ ,  $PD=PK=r$

$$\begin{cases} \frac{a^2}{2} = h(2R-h) \\ b^2 = 2Rh & \text{уч номаълумли учта} \\ \frac{h-r}{r} = \frac{b}{a} \end{cases}$$

тенглама системасини тузамиз.

$$= \frac{(h-r)^2}{r^2} = \frac{2R}{2R-h}; \text{ содда}$$

$$\left[ \frac{h-r}{r} \right]^2 = \left[ \frac{b}{\frac{a}{2}} \right]^2 \Leftrightarrow$$

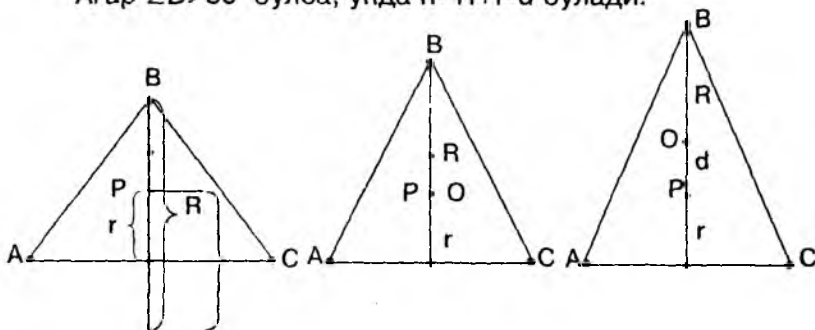
алмаштиришларни бажариб  $h^2 - 2(R+r)h + r^2 + 4Rr = 0$  ни ҳосил қиламиз.

$h=R+r\pm\sqrt{(R+r)^2-r^2-4Rr}=R+r\pm\sqrt{R(R-2r)}\sqrt{R(R-2r)}=d$  деб белгиласак  $h=R+r\pm d$  бу ерда  $d$  - O ва P марказлар орасидаги масофа, яъни  $OP=d$ .

Агар  $\angle B < 60^\circ$  бўлса, унда  $h=R+r+d$ .

Агар  $\angle B = 60^\circ$  бўлса, унда  $h=R+r$  ( $d=0$  ёки  $R=2r$ ).

Агар  $\angle B > 60^\circ$  бўлса, унда  $h=R+r-d$  бўлади.



$\angle B > 60^\circ$

$h=R+r-d$

a ва b томонларни R ва r орқали қуйидагига ифодалаш

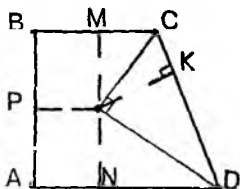
мумкин:

$$1) \frac{a}{2} = \sqrt{(h2R-h)}, \quad a=2\sqrt{(R+r+d)(R-(r+d))}=2\sqrt{R^2-(r+d)^2}$$

$$2) b = \sqrt{2Rh} = \sqrt{2R(R+r+d)} \quad \text{бу ерда } d = \sqrt{R(R-2r)}$$

**3-масала.** Тўғри бурчакли трапецияга ички чизилган айлана марказидан катта ён томони учларигача бўлган масофалар 15 ва 20 см бўлса, трапециянинг периметрини топинг.

**Ечиш.** Айтайлик ABCD трапецияда AD ва BC асослари бўлиб  $AD > BC$  бўлсин.  $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ; ён томонлари CD ва AB,  $CD > AB$ . Трапецияга O марказли айлана ички чизилган ва  $OC = 15$  см,  $OD = 20$  см, CO ва DOлар ўз навбатида C ва D бурчакларнинг биссектрисалари.



$$\angle C + \angle D = 180^\circ \quad \angle OCD + \angle CDO = 90^\circ;$$

$\angle COD = 90^\circ$  COD учбурчак тўғри бурчакли AD, BC, CD ва AB томонларига мос равишда ON, OM, OK ва OP перпендикулярларни ўтказамиз.

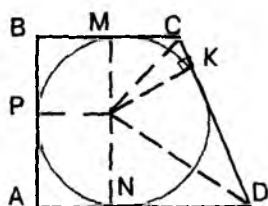
Ички чизилган айлананинг трапецияга уриниш нуқта-лари N, M, K ва P.  $ON=OM=OK=OR$  эса унинг радиуси.  $\triangle OCD$  дан  $CD^2=OD^2+OC^2$ .

$$CD=(15^2+20^2)^{1/2}=25\text{см. } OK=\frac{OC \cdot OD}{CD}; OK=\frac{15 \cdot 20}{25} = 12.$$

$$MN=2OM=24 \text{ см.}$$

$$AB=MN=24\text{см. } AB+CD=AD + BC. \text{ Бундан } p = 2(AB+CD)= \\ = 2 \cdot 49=98 \text{ см.}$$

**4-масала.** Тўғри бурчакли трапецияга ички чизилган айлананинг уриниш нуқтаси катта ён томонини 9 ва 16 см бўлган кесмаларга ажратади. Айлана марказидан шу кесмалар учларигача бўлган масофани ва трапециянинг асосларини топинг.



**Ечиш.** Айтайлик, ABCD трапецияда BC ва AD асослари бўлиб  $AD > BC$  бўлсин.  $\angle A = \angle B=90^\circ$ ; AB ва CD ён томонлари ва  $CD > AB$ . Трапецияга O марказли айлана ички чизилган. CD, BC AD ва AB томонларига мос OK, OM, ON ва OP перпендикулярларни ўтказамиз.

K, M, N ва P айланани шу томонлар билан уриниш нуқталари.  $CK = 9$  см.  $DK = 16$  см,  $OK = OM = ON = OP$  айлана радиуси C ва D бурчакларнинг биссектрисалари CO ва DO.  $\angle C + \angle D = 180^\circ$   $\angle DCO + \angle CDO = 90^\circ$ ,  $\angle COD = 90^\circ$ ,  $\triangle COD$  - тўғри бурчакли учбурчак.

$CD = CK + KD = 25$  см.  $\triangle COD$  дан  $OC^2 = CD \cdot CK$ ;  $OC = 15$  см.  $OD^2 = CD \cdot KD$ ;  $OD = 20$  см;  $OK^2 = CK \cdot KD$ ;  $OK = 12$  см,  $CK = MC = 9$  см.  $ND = KD = 16$  см,  $BM = AN = OP = ON = OM - OK = 2$  см.  $BC = BM + MC = 21$  см.  $AD = AN + ND = 28$  см.

Жавоб: 28 см, 21 см, 12 см

### Машқлар

1. Тенг томонли учбурчакка ташқи чизилган айлана радиуси  $6\sqrt{3}$  см бўлса, унинг периметрини топинг.

2. Периметри  $24\sqrt{3}$  см бўлган тенг томонли учбурчакка ички чизилган айлана радиусини топинг.



3. Тенг ёнли учбурчакнинг ён томони 40см, асоси эса 48 см, шу учбурчакка ташқи чизилган айлана радиусини топинг.

4. Тенг ёнли учбурчакнинг асосига туширилган баландлиги 16 см, шу учбурчакка ички чизилган айлана радиуси 6 см бўлса, унинг периметрини юпинг.

5. Тўғри бурчакли учбурчакнинг катетлари 3:4 нисбатда, периметри эса 72 см бўлса, унга ташқи чизилган айлана радиусини топинг.

6. Тўғри бурчакли учбурчакнинг периметри 48 см, гипотенузаси эса 20 смга тенг бўлса, унга чизилган ички айлана радиусини топинг.

7. Тўғри бурчакли учбурчакнинг катетларидан бири 12 см, унга ички чизилган айлана радиуси 4 см га тенг бўлса, ташқи чизилган айлана радиусини топинг.

8. Учбурчакнинг томонлари 15, 26 ва 37 см бўлса, унга ички чизилган айлана радиусини топинг.

9. Учбурчакнинг томонлари 30, 26 ва 8 см га тенг бўлса, унга ташқи чизилган айлана радиусини топинг.

10. Ромбнинг диагоналлари 40 ва 30 см бўлса, унга ички чизилган айлана радиусини топинг.

11. Ромбнинг диагоналлари 3:4 нисбатда, томони эса 25 см бўлса, ички чизилган айлана радиусини топинг.

12. Тўғри тўртбурчакка ташқи чизилган айлана радиуси 10 см бўлиб, периметри 56 см бўлса, унинг томонларини топинг.

13. Тенг ёнли трапециянинг баландлиги ва диагонали мос равишда 24 ва 40 см. Агар диагонали ён томонига перпендикуляр бўлса трапецияга ташқи чизилган айлана радиусини топинг.

14. Тенг ёнли трапецияга ички чизилган айлана радиуси 12 см, ён томони эса 25 см бўлса, унинг асосларини топинг.

15. Тўғри бурчакли трапецияга ички чизилган айлана радиуси 12см, асослари айирмаси эса 7 см га тенг бўлса, унинг асосларини топинг.

### **Уйга вазифалар**

1. Тенг томонли учбурчакнинг баландлиги 12 см бўлса, унга ташқи ва ички чизилган айлана радиусларини топинг.

2. Тенг ёнли учбурчакка ички чизилган айлананинг уриниш нуқтаси ён томонини асосининг учидан ҳисоблаганда 24 ва 16 см ли кесмаларга ажратса шу айлана радиусини топинг.

3. Тўғри бурчакли учбурчакка ички чизилган айлананинг уриниш нуқтаси гипотенузани 12 ва 8 см бўлган кесмаларга ажратса шу айлананинг диаметрини ҳисобланг.

4. Учбурчакнинг ён томонлари 78 ва 120 см, асосига ўтказилган баландлиги эса 72 см бўлса, унга ташқи чизилган айлана радиусини ҳисобланг.

5. Ромбга ички чизилган айлананинг уриниш нуқтаси унинг томонини 16 ва 9 см бўлган кесмаларга ажратса шу айлананинг диаметрини ҳисобланг.

6. Тўғри тўртбурчак томонларининг айирмаси 7 см, тўғри бурчак биссектриса эса диагоналини 3:4 нисбатда бўлади. Ташқи чизилган айлана радиусини топинг.

7. Тенг ёнли трапециянинг периметри 100 см, кичик асоси 18 см бўлса, ички чизилган айлана радиусини ҳисобланг.

8. Трапецияга айлана ички чизилган бўлиб уриниш нуқталари ён томонларини 9 ва 16 см ҳамда 4:9 нисбатда бўлади. Трапециянинг асосларини топинг.

9. Тўғри бурчакли трапециянинг катта асоси учлари ички чизилган ийлана марказидан 15 в а 20 см масофада бўлса, унинг периметрини топинг.

## **8. Фигураларнинг ўхшашлиги**

### **1. Учбурчакларнинг ўхшаш бўлишлик белгилари:**

1) Агар бир учбурчакнинг иккита бурчаги иккинчи учбурчакнинг иккита бурчагига мос равишда тенг бўлса, бундай учбурчаклар ўхшаш бўлади;

2) Агар бир учбурчакнинг икки томони иккинчи учбурчакнинг икки томонига мос равишда пропорционал бўлса ва бир томонига ёпишган бурчаклари тенг бўлган учбурчаклар ўхшаш бўлади;

3) Агар бир учбурчакнинг уч томони иккинчи учбурчакнинг уч томонига мос равишда пропорционал бўлса, бундай учбурчаклар ўхшаш бўлади.

## 2. Тенг ёнли учбурчакларнинг ўхшашлиши:

1) агар иккита тенг ёнли учбурчакларда асосига қарама-қарши бурчаклар тенг бўлса, унда бундай учбурчаклар ўхшаш бўлади;

2) агар иккита тенг ёнли учбурчакларда асосига ёпишган учбурчаклари тенг бўлса, унда учбурчаклар ўхшаш бўлади.

## 3. Тўғри бурчакли учбурчакларнинг ўхшашлиги:

1) агар иккита тўғри бурчакли учбурчакларда биттадан тенг уткир бурчаклари бўлса, унда бу учбурчаклар ўхшаш бўлади;

2) агар иккита тўғри бурчакли учбурчакларда бирининг катетлари иккинчисининг катетларига мос равишда пропорционал бўлса, унда бундай учбурчаклар ўхшаш бўлади.

3) Агар иккита тўғри бурчакли учбурчаклар учун бирининг гипотенузаси ва битта катети иккинчисининг гипотенузаси ва битта катетига пропорционал бўлса, унда бундай учбурчаклар ўхшаш бўлади.

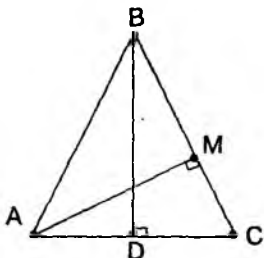
Тўғри бурчакли учбурчакнинг катети гипотенуза ва шу катетининг гипотенузадаги проекциясининг ўрта пропорционали бўлади.

Тўғри бурчакли учбурчакнинг баландлиги катетларининг гипотенузадаги проекцияларининг ўрта пропорционали бўлади.

## 4. Параллел тўғри чизикларнинг хоссаси.

Бурчакнинг томонларини кесувчи параллел чизиклар унинг томонларида пропорционал кесмалар ажратади.

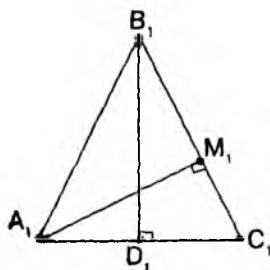
**1-масала.** Тенг ёнли учбурчакнинг ён томони ва периметри мос равишда 25 ва 80 см. Ён томонига туширилган баландлиги 48 см га тенг, унга ўхшаш бўлган учбурчакнинг периметрини ҳисобланг.



**Ечиш.** Айтайлик, ABC учбурчакда  $AB=BC$ , AC-асоси бўлсин.  $AB=25$ .  $2AB+AC=80$  см.  $AC=80-2\cdot 25=30$  (см). BD - асосига туширилган баландлиги.

$AD = \frac{1}{2} \cdot AC$ ,  $AD = 15$  (см).  $\triangle ABD$ дан

$BD^2 = AB^2 - AD^2$  яъни  $BD=20$  (см).



$\Delta A_1B_1C_1 \sim ABC$ . Унда  $A_1B_1 = B_1C_1$ ,  $A_1C_1$  асоси.  $B_1D_1 \perp A_1C_1$  га перпендикуляр.  $A_1M_1 = 48$  см.  $AM \perp BC$  ни ўтказамиз.

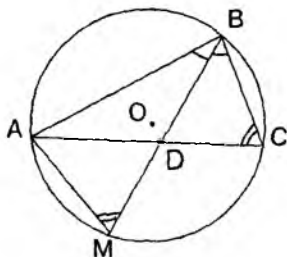
$$AM \cdot BC = BD \cdot AC, AM = \frac{20 \cdot 30}{25} = 24 \text{ (см)}.$$

$$\frac{AM}{A_1M_1} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{P}{P_1} = \frac{AM}{A_1M_1} = \frac{1}{2}; P_1 = 2P = 2 \cdot 80 = 160. \text{ Жавоб: } 160 \text{ см.}$$

**2-масала.** ABC учбурчакда BD биссектриса ўтказилган.  $BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot DC$  тенгликни ўринли эканлигини исботланг.

**Исбот.** Айтайлик ABC учбурчакда BD биссектриса AC томонни AD ва DC кесмаларга ажратсин.  $BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot DC$  эканлигини исботлаймиз.



ABC учбурчакка ташқи айлана чизамиз. BD ни айлана билан M нуқтада кесишгунча давом эттираемиз. Кесишувчи ватарнинг кесмалари тўғрисида хоссага асосан  $BD \cdot DM = AD \cdot DC$  га эга бўламиз:  $DM = BM \cdot BD$ .  $BD(BM - BD) = AD \cdot DC$ . Бундан  $BD^2 = BD \cdot BM - DC \cdot AD$ .  $\angle ABM = \angle CBD$ ,  $\angle BCA = \angle AMB$ . ABM ва BDC учбурчакларнинг ўхшашлигидан

$$\frac{BM}{BC} = \frac{AB}{BD} \quad \text{Бундан } BD \cdot BM = AB \cdot BC.$$

Шундай қилиб  $BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot DC$ .

### Машқлар

1. Бир учбурчакнинг томонлари 5:4:6 нисбатда, иккинчисининг 25, 20 ва 30 см бўлса улар ўхшашми?
2. Бир учбурчакнинг икки томони 15 ва 24 см бўлиб  $45^\circ$  ни ташқил этади. иккинчи учбурчакнинг икки томони мос

равишда 5:8 нисбатда бўлиб тўғри бурчакнинг ярмини ташкил этади. Бу учбурчаклар ўхшашми?

3. Тўғри бурчакли учбурчакнинг бурчакларидан бири  $54^\circ$ , иккинчи тўғри бурчакли учбурчак ўткир бурчаклар айирмаси  $18^\circ$  бўлса, улар ўхшашми?

4. Тенг ёнли учбурчакнинг асосига қарши бурчаги  $30^\circ$ , иккинчи тенг ёнли учбурчакнинг асосига ёпишган бурчаклари  $75^\circ$  бўлса, улар ўхшашми?

5. Бир тўғри бурчакли учбурчакнинг катетлари 15 ва 20 см, иккинчи тўғри бурчакли учбурчакнинг гипотенузаси ва унга ўтказилган баландлиги мос равишда 75 ва 36 см бўлса, улар ўхшашми?

6. Бир тўғри бурчакли учбурчакнинг катети ва гипотенузаси мос равишда 12 ва 15 см, иккинчи тўғри бурчакли учбурчакнинг гипотенузасига ўтказилган баландлиги ва катети мос равишда 12 ва 25 см бўлса, улар ўхшашми?

7. Бир тенг ёнли учбурчакнинг ён томони ва асоси 15 ва 18 см га тенг, иккинчи тенг ёнли учбурчакнинг асоси ва унга ўтказилган медианаси 54 ва 36 см бўлса, улар ўхшашми?

8. Ромбнинг диагонали унинг томонига тенг. Иккинчи ромбнинг томони диагонали билан  $30^\circ$  ли бурчак ташкил этади. Бу ромблар ўхшаш бўладими?

9. Бир тўғри тўртбурчакнинг диагонали бурчагини 1:2 нисбатда бўлади, иккинчи тўғри тўртбурчакнинг томони ва диагонали 12 ва 24 см бўлса, бу тўғри тўртбурчаклар ўхшашми?

10. Тенг ёнли учбурчакнинг асосига ёпишган бурчаги  $72^\circ$ . Шу бурчак биссектрисаси берилган учбурчакдан унга ўхшаш бўлган ўткир бурчакли учбурчак ажратишини исботланг.

11. Тўғри бурчакли учбурчакда гипотенузага ўтказилган баландлик уни иккита ўхшаш учбурчакка ажратишини исботланг?

12. Ўхшаш учбурчакларда барча мос чизиқли элементларини нисбатини тенг эканлигини исботланг?

### Ўйга вазифалар

1. Учбурчакнинг томонлари 6, 7 ва 8 см. Шу учбурчакка ўхшаш периметри 84 см бўлган учбурчакнинг томонларини толинг.

2. Убурчакнинг томонлари 8, 13 ва 15 см. Шу учбурчакка ўхшаш энг катта ва энг кичик томонлари айирмаси 21 см бўлган учбурчакнинг томонларини топинг.

3. Тўғри бурчакли учбурчакнинг гипотенузаси ва катети мос равишда 25 ва 15 см. Унга ўхшаш гипотенузасига ўтказилган медианаси 25 см бўлган учбурчакнинг катетларини топинг.

4. Ромбнинг диагоналлари 6 ва 8 см. Унга ўхшаш баландлиги 48 см бўлган ромбнинг периметрини ҳисобланг.

5. Тўғри тўртбурчакнинг томони ва диагонали 8 ва 10 см. Кичик томони 24 см бўлган ўхшаш тўғри тўртбурчакнинг периметрини ҳисобланг.

6. Учбурчакнинг томонлари 5 ва 8 см, улар орасидаги бурчак  $60^\circ$ . Унга ўхшаш периметри 60 см бўлган учбурчакнинг томонларини топинг.

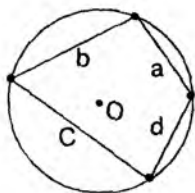
7. Мос диагоналлари нисбати тенг бўлган икки ромбнинг ўхшашлигини исботланг.

8. Мос баландлик ва томонларининг нисбати тенг бўлган ромбнинг ўхшашлигини исботланг.

9. Иккита тўғри бурчакли учбурчакда мос катетлари нисбати тенг бўлса, уларни ўхшашлигини исботланг.

10. Мос катет ва гипотенузасининг нисбатлари тенг бўлган тўғри бурчакли учбурчакнинг ўхшашлигини исботланг.

11. Иккита тўғри бурчакли трапецияда ўтмас бурчаклари тенг, диагонали эса шу бурчакнинг биссектрисаси бўлса, уларнинг ўхшашлигини исботланг.



## 9. Фигуранинг юзи

$$1. S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}, \text{ бу ерда } p = \frac{a+b+c+d}{2} \text{ ярим периметри.}$$

## 2. Тўғри тўртбурчакнинг юзи.

$S = a \cdot b$ , бунда  $a$  ва  $b$  тўғри тўртбурчакнинг томонлари.

$$S = \frac{1}{2} d^2, \text{ бунда } d - \text{ тўғри тўртбурчакнинг диагонали.}$$

### 3. Параллелограммнинг юзи.

$S=ah$ , бунда  $a$ -унинг томони,  $h$ -шу томонига ўтказилган баландлиги.  $S=ab \cdot \sin \alpha$ , бунда  $a$ ,  $b$ -параллелограммнинг томонлари,  $\alpha$ -улар орасидаги бурчак.

### 4. Учбурчакнинг юзи.

$S=\frac{1}{2} a \cdot h$ , бунда  $a$  - унинг томони,  $h$ -томонига ўтказилган баландлиги.

$S=\frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha$ , бунда  $a$ ,  $b$ - учбурчакнинг томонлари  $\alpha$  - эса шу томонлари орасидаги бурчак.

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , бунда  $a$ ,  $b$  ва  $c$  - учбурчакнинг томонлари,  $p=\frac{a+b+c}{2}$  - ярим периметри.

### 5. Трапециянинг юзи.

$S=\frac{(a+b)}{2} \cdot h$  бунда  $a$ ,  $b$  - трапециянинг асослари,  $h$  - унинг баландлиги.

### 6. Ўхшаш фигуралар юзаларининг нисбати мос чизикли элементлари нисбатининг квадрати каби бўлади.

$\frac{S_1}{S_2} = k^2$ , бунда  $S_1$ ,  $S_2$  - иккита ўхшаш фигуранинг юзалари,  $k$ -эса ўхшашлик коэффициенти.

### 7. Доиранинг юзи.

$S_{\text{доира}} = \pi R^2$ , бунда  $R$  - доира радиуси.

### 8. Қўшимча формулалар.

а) ромбнинг юзи:  $S=\frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$  бунда  $d_1$ ,  $d_2$  ромбнинг диагоналлари;

б) тенг томонли учбурчакнинг юзи:  $8 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ , бунда  $a$  - учбурчакнинг томони;

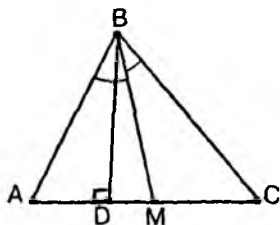
в) квадратнинг юзи:  $S = a^2$ , бунда  $a$  - квадратнинг томони.

г) доиравий секторнинг юзи:

$$S = \frac{nR^2}{360} \cdot n, \text{ бунда } n - n^\circ \text{ ли марказий бурчак.}$$

$$S = \frac{nR^2}{2n} = \frac{R^2\alpha}{2} \text{ бунда } \alpha, \alpha - \text{ радианли марказий бурчак.}$$

**1-масала.** Учбурчакнинг ён томонлари 25 ва 40 см га тенг, асосига утказилган баландлиги 24 см. Асосига ўтказилган биссектриса ажратган учбурчакларнинг юзларини топинг.



**Ечиш:** ABC-учбурчакда  $AB=25$  см,  $BC=40$  см,  $BD \perp AC$  бўлиб  $BD=24$  см ва  $AB < BC$ ,  $AD < DC$  бўлсин.

$\triangle ABD$  дан  $AD^2 = AB^2 - BD^2$ ,  $AD = 7$  см.

$\triangle BDC$  дан  $CD^2 = BC^2 - BD^2$ ,  $CD = 32$  см

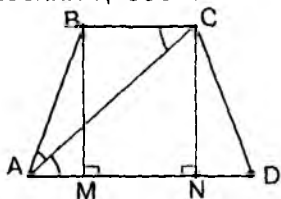
$\Rightarrow AC = 39$  см.  $BM$ - биссектрисани ўтказамиз

$$\text{ва } \frac{AM}{MC} = \frac{AB}{BC} = 25:40 \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{5}{8}; \quad AM = 5x,$$

$MC = 8x$  деб белгилаб,  $5x + 8x = 39$ ,  $x = 3$  ни топамиз.

$AM = 15$  см,  $MC = 24$  см.  $S_{\triangle ABM} = 180$  см<sup>2</sup>.  $S_{\triangle BMC} = 288$  см<sup>2</sup>.

**2-масала.** Тенг ёнли трапециянинг асослари айирмаси 14 см. Диагонали эса ўткир бурчак биссектрисаси бўлади. Агар трапециянинг периметри 114 см бўлса, унинг юзини ҳисобланг.



**Ечиш:** ABCD - трапецияда  $AD$  ва  $BC$  асослари бўлиб  $AD > BC$  бўлсин.  $AD - BC = 14$  см.  $AB = CD$ ,  $\angle A$  ўткир  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 114$  см.  $AC$ -биссектриса  $\angle BAC = \angle CAD$  ва  $\angle BCA = \angle CAD$ . Бундан  $\angle BAC = \angle BCA$  ва  $AB = BC$ ,  $BM \perp AD$ ,



CN  $\perp$  AD ни ўтказамиз. BC=MN; AM=ND. Энди AB=BC=CD = x десак AD =114-3x.

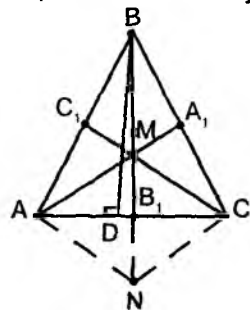
$$\text{Унда } AM=ND = \frac{1}{2}(AD-MN) = \frac{1}{2}(AD-BC) = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7 \text{ см.}$$

$$AM = \frac{1}{2}(114-3x-x) = 57-2x; 57-2x=7; x=25; AB=25 \text{ см } \triangle ABM$$

дан  $BM^2 = AM^2 - AM^2$ ;  $BM=24 \text{ см. } AD=39 \text{ см}$  ёки  $AD=114-3 \cdot 25 = 39 \text{ см.}$

$$S = \frac{BC+AD}{2} \cdot BM = 768 \text{ см}^2 \quad \text{Жавоб: } 768 \text{ см}^2.$$

**3-масала.** Учбурчакнинг медианалари мос равишда 24, 30 ва 18 см бўлса, унинг юзини ҳисобланг.



**Ечиш:** Айтайлик, ABC учбурчакда  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  - медиана бўлсин, яъни  $AA_1=24 \text{ см}$ ,  $BB_1=30 \text{ см}$ ,  $CC_1=18 \text{ см}$ . M - медианалар кесишган нукта бўлса

$$AM = \frac{2}{3} \cdot 24 = 16 \text{ см}, \quad CM = \frac{2}{3} \cdot 18 = 12 \text{ см},$$

$$MB = \frac{1}{3} \cdot 30 = 10 \text{ см. } MB_1 \text{ ни } B_1N \text{ масофада}$$

давом эттираемиз, бунда  $MB_1=B_1N=10 \text{ см}$ ,  $MN=20 \text{ см}$ .  $AB_1=B_1C$  ва  $MB_1=B_1N_1$  шунинг учун  $AMCN$ -параллелограмм, бунда AC ва MN-параллелограммнинг диагоналлари, AM ва MC унинг томонлари.

$2(AM^2+MC^2)=AC^2+MN^2$   $AC^2=400 \text{ см}$ ,  $AC=20 \text{ см}$ . Герон формуласидан фойдаланиб AMC - учбурчакнинг юзини топамиз.

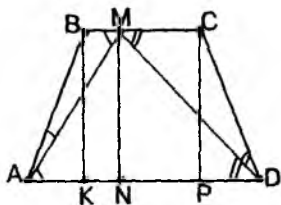
$$S_{\triangle ABC} = 96 \text{ см}^2, \quad BD \perp AC, \quad MK \perp AC \text{ ни ясаб, } \frac{BD}{MK} = \frac{BB_1}{MB_1} = \frac{3}{1}$$

ни топамиз.

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMC}} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot BD}{\frac{1}{2} AC \cdot MK} = \frac{BD}{MK} = 3 \text{ см} \quad S_{\triangle ABC} = 3 \cdot 96 = 288 (\text{см}^2)$$

Жавоб: 288 см<sup>2</sup>.

**4-масала.** Ён томонлари ва баландлиги мос равишда 25, 30 ва 24 см бўлган трапеция бурилган. Ўткир бурчак биссектрисалар иккинчи асосида ётувчи нуқтада кесишади. Трапециянинг юзини ҳисобланг.



**Ечиш.** ABCD- трапецияда AD ва BC-асослари бўлиб  $BC < AD$  бўлсин.  $AB = 25$  см,  $CD = 30$  см.  $MN \perp AD$ ,  $BK \perp AD$ ,  $CP \perp AD$  ни ўтказамиз.  $BK = CP = 24$  см. AM ва DM биссектрисаларни ясаймиз.  $\angle BAM = \angle MAD$ ;  $\angle BMA = \angle MAD$ . Бундан,  $\angle BAM = \angle BMA$  ва  $AB = BM = 25$  см

Шунга ўхшаш  $CD = MC = 30$ .  $\triangle BAK$  дан  $AK^2 = AB^2 - BK^2$ ; яъни  $AK = 7$  см.  $\triangle CPD$  дан  $PD^2 = CD^2 - CP^2$ ; яъни  $PD = 18$  см.

$BC = 55$  см.  $AD = 80$  см. Бундан  $S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BK = 1620$  (см<sup>2</sup>).  
Жавоб: 1620 см<sup>2</sup>.

### Машқлар.

**1-масала.** Агар тенг ёнли учбурчакнинг қуйидаги элементлари берилган бўлса, унинг юзини топинг:

а) ён томони 25 см, асосига ўтказилган баландлиги 20 см;

б) асоси 30 см, ён томонига ўтказилган баландлиги 24 см;

в) ён томонига ўтказилган баландлиги уни асосига қарши учидан ҳисобланганда 7 ва 18 бўлган кесмаларга ажратса;

г) периметри 80 см, ён томони 25 см;

д) периметри 80 см, асоси 30 см;

е) ён томони ва асоси 5:6 нисбатда, асосига ўтказилган баландлиги 24 см;

ж) асоси ва унга ўтказилган баландлиги 3:2 нисбатда, ён томони эса 24 см.

**2-масала.** Тўғри бурчакли учбурчакнинг қуйидаги элементлари маълум бўлса, унинг юзини ҳисобланг :

а) гипотенузага ўтказилган баландлиги уни 16 ва 9 см бўлган кесмаларга ажратади;

б) гипотенузаси 25 см, катетлари 3:4 нисбатда;

в) гипотенуза ва катет 5:4 нисбатда, иккинчи катети 15 см;

- г) гипотенузаси 10 см, катетлари айирмаси 2 см;
- д) тўғри бурчак биссектрисаси гипотенузани 15 ва 20 см бўлган кесмаларга ажратади.

**3-масала.** Учбурчакнинг куйидаги элементларига кўра юзасини ҳисобланг:

- а) томонлари 13, 14 ва 15 см га тенг;
- б) икки томони 25 ва 40 см га, учинчи томонига ўтказилган баландлиги 24 см га тенг;
- в) икки томони 5:8 нисбатда, учинчи томонига ўтказилган баландлиги уни 7 ва 32 см бўлган кесмаларга ажратади.

**4-масала.** Параллелограммнинг юзини топинг, агар:

- а) томонлари 12 ва 8 см, улар орасидаги бурчаги  $30^\circ$ ;
- б) диагоналлари 15 ва 20 см, улар орасидаги бурчак  $30^\circ$ ;
- в) баландликлари 12 ва 15 см, томонлари орасидаги бурчак  $30^\circ$ ;
- г) томонлари 12 ва 15 см, баландликлари орасидаги бурчак  $30^\circ$

**5-масала.** Ромбнинг юзини ҳисобланг, агар:

- а) диагоналлари 3:4 каби, томони 25 см;
- б) диагоналлари айирмаси 10 см, томони 25 см.
- в) диагоналлар кесишган нуқтадан томонига ўтказилган перпендикуляр уни 9 ва 16 см бўлган кесамаларга ажратади;
- г) ўтмас бурчак учидан ўтказилган баландлик томонини 7 ва 18 бўлган кесмаларга ажратади;
- д) диагоналлар йиғиндиси 34 см, томони эса 13 см;
- е) баландлиги 24 см, диагоналлари 3:4 нисбатда;
- ж) томони 25 см, диагоналлар айирмаси 10 см.

**6-масала.** Тўғри тўртбурчакнинг юзини ҳисобланг, агар:

- а) учидан диагоналига ўтказилган перпендикуляр уни 9 ва 16 см бўлган кесмаларга ажратса;
- б) бурчак биссектрисаси диагоналини 20 ва 15 см бўлган кесмаларга ажратса;
- в) биссектриса томонини 12 ва 8 см бўлган кесмаларга ажратса;
- г) биссектриса томонини 1:3 нисбатда бўлиб, диагонали 20 см бўлса;
- д) томонлари айирмаси 7 см, диагонали эса 13 см;
- е) томонлари 3:4 нисбатда, диагонали эса 15 см;

ж) периметри 70 см, учидан диагоналгача бўлган масофа 8 см.

**7-масала.** Тенг ёнли трапециянинг қуйидаги элементларига кўра унинг юзини топинг:

а) асослари 50 ва 14 см, диагонали 40 см;

б) асослари 39 ва 15 см, диагоналлари ён томонига перпендикуляр.

**8-масала.** Тўғри бурчакли трапециянинг юзини ҳисобланг, агар:

а) ён томонлари 4:5 каби, асосларининг айирмаси 18 см, кичик диагонали 26 см бўлса;

б) асослари 15 ва 33 см, диагонали эса ўткир бурчагининг биссектрисаси бўлса.

### Уйга вазифалар

1. Агар тенг ёнли учбурчакнинг қуйидаги элементлари берилган бўлса, унинг юзини топинг:

а) ён томонига ўтказилган баландлиги уни айирмаси 11 см бўлган кесмаларга ажратади. Ён томонини асосига нисбати 5:6 каби;

б) ён томонига ўтказилган баландлиги 24 см, ён томонини асосига нисбати 5:6 каби;

в) асосига ва ён томонига ўтказилган баландликлар айирмаси 4 см, ён юмонини асосига нисбати 5:6 каби;

г) асосига ва ён томонига ўтказилган баландликлар айирмаси 4 см бўлиб ён томонини асосига нисбати 5:6 каби.

2. Ромбнинг ўтмас бурчаги учидан ўтказилган баландлик томонини 7 ва 18 см бўлган кесмаларга ажратади. Шу баландлик ажратган қисмларининг юзасини топинг.

3. Ромбнинг диагоналлари 3:4 нисбатда бўлиб периметри 100 см бўлса, унинг юзини топинг.

4. Тўғри бурчакли трапециянинг кичик диагонали тўғри бурчагининг биссектрисаси бўлади. Асосларининг айирмаси 30 см. Агар ён томонлар айирмаси 18 см бўлса трапециянинг юзини ҳисобланг.

5. Трапециянинг асослари 60 ва 20 см, ён томонлари эса 13 ва 37 см. Трапециянинг юзини ҳисобланг.

6. Трапециянинг асослари 8 ва 42 см, диагоналлари эса 30 ва 40 см бўлса, унинг юзини ҳисобланг.

7. Тенг учбурчакларда мос баландликларини тенглигини исботланг.

8. Икки учбурчак учун мос баландликлар тенг бўлса, уларнинг тенглигини исботланг.

9. Тенг учбурчакларда мос медианаларни тенглигини исботланг.

10. Икки учбурчак учун мос медианалар тенг бўлса, уларни тенглигини исботланг.

11. Тенг учбурчакларда мос биссектрисаларни тенг эканлигини исботланг.

12. ABC учбурчакда  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  кесмалар O нуқтада кесишиб  $\frac{AO}{OA_1} = \frac{BO}{OB_1} = \frac{CO}{OC_1} = \lambda$  тенглик ўринли бўлса,  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ -кесмаларни медиана эканлигини исботланг.

13. ABC учбурчак  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  баландликлар O-нуқтада кесишиб  $\frac{AO}{OA_1} = \frac{BO}{OB_1} = \frac{CO}{OC_1} = \lambda$  тенглик ўринли бўлса, учбурчакнинг бурчакларини топинг.

14. AB ва CD кесмалар M нуқтада кесишиб  $AM \cdot MB = CM \cdot MD$  бўлса, A, B, C, D нуқталарни бир айланада ётишини исботланг.

15. ABC учбурчакда  $m_c$  - медиана, ABC учбурчакда  $m_c$  - медиана бўлиб  $AC = A_1C_1$ ,  $BC = B_1C_1$  ва  $L_c = L_{c_1}$  бўлса  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  эканлигини исботланг.

16. ABC учбурчакда  $L_c$  - биссектриса  $A_1B_1C_1$  учбурчакда  $L_{c_1}$ -биссектриса бўлиб  $AC = A_1C_1$ ,  $BC = B_1C_1$  ва  $L_c = L_{c_1}$  бўлса,  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  эканлигини исботланг.

17. ABC учбурчакда  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ -медианалар O нуқтада кесишиб  $\frac{AO}{OA_1} = \frac{BO}{OB_1} = \frac{CO}{OC_1} = 2$  эканлигини исботланг.

18. ABC учбурчакда  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  - биссектрисалар кесишган нуқта O бўлса  $\frac{CO}{OC_1} = \frac{a+b}{c}$ ,  $\frac{AO}{OA_1} = \frac{b+c}{a}$ ,  $\frac{BO}{OB_1} = \frac{a+c}{b}$  эканлигини исботланг, бу ер a, b, c - лар учбурчакнинг томонлари.

19. ABC учбурчакда  $AA_1, BB_1, CC_1$  - баландликлар кесишган нуқтасини  $O$  десак

$$\frac{CO}{OC_1} = \frac{\cos \hat{C}}{\cos \hat{B} \cos \hat{A}}, \quad \frac{BO}{OB_1} = \frac{\cos \hat{B}}{\cos \hat{A} \cos \hat{C}}, \quad \frac{AO}{OA_1} = \frac{\cos \hat{A}}{\cos \hat{C} \cos \hat{B}}$$

эканлигини исботланг.

20. ABCD тўртбурчакда  $M \in AB, N \in BC, K \in CD, L \in AD$  бўлиб,  $AM=MB, BN=NC, CK=KD, AL=LD$  бўлса, қуйидагиларни исботланг:

а) MNKL-тўртбурчак параллелограмм.

$$\text{б) MNKL-ромб} \Leftrightarrow \begin{cases} AC=BD \\ \uparrow \\ KL \perp LN \end{cases}$$

$$\text{в) MNKL-тўғри тўртбурчак} \Leftrightarrow \begin{cases} AC \perp BD \\ \uparrow \\ KM = LN \end{cases}$$

$$\text{г) MNKL-квадрат} \Leftrightarrow \begin{cases} AC=BD \text{ ва } AC \perp BD \\ \uparrow \\ KM = LN \text{ ва } KM \perp LN \end{cases}$$

$$\text{д) } S_{MNKL} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABCD}$$

$$\text{е) } AC^2 + BD^2 = 2(MK^2 + NT^2)$$

## 10. Координаталар, векторлар, геометрик алмаштиришлар.

1. Учлари  $A(x_1, y_1)$  ва  $B(x_2, y_2)$  нуқталарда бўлган жинсли

стерженнинг оғирлик маркази  $M_0(x_0, y_0)$  нуқта  $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ,

$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$  деб топилади.

2.  $A_1(x_1, y_1)$  ва  $A_2(x_2, y_2)$  нуқталар орасидаги  $d$ -масофа  $d^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$  га тенг.

3. Радиуси  $R$  га, маркази  $A(a, b)$  нуқтада бўлган айлана тенгламаси  $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$  бўлади.

4. Тўғри чизикнинг умумий тенгламаси:  $ax+by+c=0$ , бу ерда  $a$  ва  $b$  лар бир вақтда нолга тенг бўлмайдиган сонлар,  $c$  эса ихтиёрий сон.

5. Тўғри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгламаси:  $y=kx+l$ ,

бунда  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \alpha$ ;  $l = -\frac{c}{b}$ ,  $k = -\frac{a}{b}$  бўлиб тўғри чизик-

нинг бурчак коэффициенти дейилади.

6. Турли  $A(x_1, y_1)$  ва  $B(x_2, y_2)$  нуқталардан ўтувчи тўғри чизик тенгламаси:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \quad \text{бўлади.}$$

7.  $A(x_1, y_1)$  нуқтадан ўтувчи  $a(a_1, a_2)$  йўналтирувчи векторига эга бўлган тўғри чизик тенгламаси

$$\frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{a_2} \quad \text{бўлади.}$$

8.  $ax+by+c=0$  тўғри чизик учун  $\vec{a}(-b, a)$  вектори йўналтирувчи вектор (коллениар) бўлади.  $\vec{b}(a, b)$  эса  $\vec{a}(-b, a)$  векторига перпендикуляр бўлади.

9. Координата ўқларини йўналиши ўзгармаган ҳолда  $A(x, y)$  ни  $A'(x', y')$  нуқтага кўчиришни  $x'=x+a$ ,  $y'=y+b$  билан бажариш мумкин.

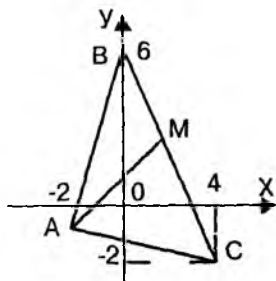
10.  $\lambda$  ва  $\mu$  ҳақиқий сони ва коллениар бўлмаган  $a, b$  - векторлари учун  $\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$  тенгликни ёзиш мумкин.

11.  $\vec{a}$  ва  $\vec{b}$  векторларнинг скаляр кўпайтмаси  $a \cdot b = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$  бу ерда  $\alpha = (\vec{a}, \vec{b})$

а) агар  $a(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$  ва  $b(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$  бўлса  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$  ўринли бўлади. Бундан қуйидаги хулоса келиб чиқади:

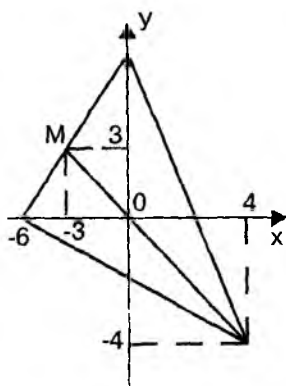
$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \text{ёки} \quad \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0.$$

б) агар  $\vec{a}(a_1, a_2)$  ва  $\vec{b}(b_1, b_2)$  векторлар учун  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \lambda$  бўлса  $\vec{a}$  ва  $\vec{b}$  лар коллениар бўлади.



**1-масала.** Учбурчакнинг учлари  $A(-2; -1), B(0; 6), C(4; -2)$  бўлса  $AM$  медианасини узунлигини топинг.  $M_0(x_0, y_0)$  нукта  $BC$  нинг ўртаси бўлгани учун  $x_0=2, y_0=2$  бўлади. Шундай қилиб  $d=|AM| = \sqrt{(-2-2)^2 + (-1-2)^2} = 5$  бўлади.

**2-масала.** Учбурчакнинг учлари  $A(4; -4), B(-6; 0), C(0; 6)$  бўлса, унинг томонларини ва  $AM$  медианасини тенгламасини тузинг.



**Ечиш.**  $M_0(x_0, y_0)$  нукта  $BC$  нинг ўртаси бўлганлиги учун  $x_0=-3, y_0=3$  бўлади.

Шундай қилиб  $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$  формула-

дан

$$AB: \frac{x-4}{-10} = \frac{y+4}{4} \Leftrightarrow 2x+5y+12=0$$

$$BC: \frac{x+6}{6} = \frac{y}{6} \Rightarrow x-y+6=0; \quad AC: \frac{x-4}{-4} = \frac{y+4}{10}$$

$$\Leftrightarrow 5x+2y-12=0 \quad AM: \frac{x-4}{-7} = \frac{y+4}{7} \Leftrightarrow x+y=0 \text{ ни топамиз.}$$

### Машқлар

1. Абсциссалар ўқида  $(2, 3)$  ва  $(1, -2)$  нукталардан тенг узокликда ётган нуктани топинг.

2.  $(2; -1)$  ва  $(-1; 3)$  нукталардан ўтувчи тўғри чизик тенгламасини тузинг.

3.  $2x-y=0$  ва  $x+y=3$  тўғри чизикларнинг кесишиш нуктасини координаталарини топинг.

4.  $x^2+y^2=1$  айланани  $x+y=3$  тўғри чизик билан кесишган нукталарини топинг.

5.  $(-1; 2)$  марказли  $(2; -2)$  нуктадан ўтувчи айлана тенгламасини тузинг.



6. Учлари  $A(-1;-2)$ ,  $B(2;-5)$ ,  $C(1;-2)$ ,  $D(-2;1)$  нуқтада бўлган тўртбурчакни параллелограмм эканлигини исботланг.
7. Параллелограммнинг учлари  $A(1;3)$ ,  $B(2;0)$ ,  $C(-1;-3)$ ,  $D(x_0, y_0)$  бўлса  $x_0$ ,  $y_0$  ни топинг.
8. Параллел кўчиришда  $(-1;1)$  нуқта  $(2;3)$  нуқтага ўтса,  $(1;-2)$  нуқта қайси нуқтага ўтади?
9.  $A(0;1)$ ,  $B(1;0)$ ,  $C(1;2)$ ,  $D(2;1)$  нуқталар берилган.  $AB$  ва  $CD$  векторларни тенглигини исботланг.
10. Учбурчакнинг  $A(-2;1)$ ,  $B(-2;4)$ ,  $C(2;1)$  учлари бўлса, унинг бурчак косинусларини топинг.
11.  $\vec{a}(3;4)$  ва  $\vec{b}(x;6)$  векторлар  $x$  нинг қандай қийматларида перпендикуляр бўлади?
12.  $a(1;-1)$  ва  $b(-2;y)$  векторлар. Унинг қандай қийматларида коллениар бўлади:
13. Агар  $\vec{a}(2;-1)$  ва  $\vec{b}(-1;2)$  бўлса,  $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ ,  $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$ ,  $\vec{p}=2\vec{a}-\vec{b}$ ,  $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}$  векторларни топинг.

### Уйга вазифалар

1. Учлари  $A(-2;4)$ ,  $B(2;1)$ ,  $C(-2;-2)$  нуқталарда бўлган учбурчакнинг периметрини топинг.
2. Учлари  $A(2;1)$ ,  $B(-2;4)$ ,  $C(-2;-2)$  нуқталарда бўлган учбурчакнинг тўғри бурчакли эканлигини исботланг.
3. Агар учбурчак томонларининг ўртаси  $A_1(-1;3)$ ,  $B_1(0;-1)$ ,  $C_1(1; 2)$  бўлса, унинг учларини координаталарини топинг.
4. Тўртбурчакнинг учлари  $A(-1;1)$ ,  $B(3;3)$ ,  $C(3;-3)$ ,  $D(1;-3)$  бўлса унинг ромб эканлигини исботланг.
5.  $x^2+y^2+2x+4y-4=0$  айланани радиуси ва марказини топинг.
6. Учбурчакнинг томонлари:  $x-2y+3=0$ ,  $4x+y-15=0$ ,  $3x+5y+20=0$  медианалари кесишган нуқтасини топинг.
7.  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 8$ ,  $\varphi = 120^\circ = (\vec{a}, \vec{b})$  бўлса  $\vec{a}$  ва  $\vec{b}$  ни скаляр кўпайтмасини топинг.
8.  $\vec{a}(0;2)$  ва  $\vec{b}(3;6)$  векторларнинг скаляр кўпайтмасини топинг.
9. Векторлардан фойдаланиб ромбни диагоналлари перпендикуляр эканлигини исботланг.

## Жавоблар

### 1. Тенг ёнли учбурчак

<b>Машқлар.</b>	<b>Уйга вазифа</b>
1. 36 см,	1. 30 см, 25 см,
2. 36 см,	2. $10\frac{2}{3}$ см,
3. $80^\circ:80^\circ:20^\circ$	3. 54 см,
4. $70^\circ; 70^\circ; 40^\circ$	4. 12 см.
5 а) 80 см, б) 80 см,	
в) 80 см, г) 80 см,	
д) 80 см, е) 176 см,	
ж) 64 см, з) 64 см,	
к) 128 см, м) 256 см,	
н) 128 см,	
7. а) 30 см, б) 48 см,	
в) 48 см.	
8. а) 20 см, б) 48 см,	
9. 20 см,	
10. 32 см,	
11. 15 см,	

### 2. Тўғри бурчакли учбурчак

<b>Машқлар.</b>	<b>Уйга вазифа</b>
1. а) 30 см, б) 48 см,	1. 25 см,
в) 60 см, г) 60 см,	2. 84 см,
д) 120 см, е) 72 см,	3. 5 см.
2. а) 15 см, б) 30 см,	
в) 35 см.	
3. 12 см.	
4. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ,	
5. $15^\circ$ .	

### 3. Турли томонли учбурчак

Машқлар.	Уйга вазифа.
1. а) 90 см, б) 36 см, в) 204 см, г) 48 см, 2. а) 6 см, 10 см, 14 см, б) 25 см, 39 см, 40 см, в) 24 см, $12\sqrt{6}$ , $12(1+\sqrt{3})$ см. 3. 12 см. 4. 8 см. 5. 5 см. 6. 12 см, 16 см. 7. 30 см, 21 см. 8. 48 см.	1. 96 см. 2. $65^\circ 3.30'$ , $40^\circ$ 4. 18 см. 5. 25 см. 6. 84 см. 7. 60 см.

### 4. Параллелограмм ва унинг турли кўринишлари.

Машқлар.	Уйга вазифа.
1. а) 30 см, 40 см. б) 30 см, 40 см, в) $12\sqrt{3}$ , 36 см г) 30 см, 40 см. д) 30 см, 40 см, е) 84 см, 112 см, ж) 21 см, 28 см. 2. 100 см. 7. 7 см. 3. 24 см. 8. 40 см, 128 см. 4. 42 см. 5. 14 см. 6. 26 см,	1. 24 см. 2. 100 см. 3. 30 см, 40 см, 6. а) 14 см, 8 см. б) 14 см, 8 см. 7. 24 см, 42 см.

## 5. Трапеция

Машқлар.	Уйга вазифа.
1. а) $60^\circ$ , $120^\circ$ б) $60^\circ$ , $120^\circ$ . в) $60^\circ$ , $120^\circ$ . г) $60^\circ$ , $120^\circ$	1. а) 24 см. б) 24 см.
3. 15 см.	2. а) 560 см. б) 168 см.
4. а) 12 см, 18 см. б) 8 см, 32 см. в) 22 см, 42 см.	в) 456 см.
5. а) 116 см. б) 88 см. в) 30 см. г) 42 см. д) 156 см.	5. 112 см.
6. 3 см, 17 см.	6. 12 см, 8 см, 13 см.
7. 7 см, 16 см.	7. 39 см, 54 см.
8. 12 см, 15 см.	8. 106 см.
9. а) 132 см. б) 132 см. в) 48 см. г) 66 см. д) 60 см.	9. 58 см.
10. 24 см	10. 12 см.
11. 14 см, 14 см.	11. 24 см.
	12. 7 см.
	13. 14 см.

## 6. Айлана ва унинг элементлари

Машқлар.	Уйга вазифа.
1. $90^\circ$	2. 7 см.
2. $40^\circ$	3. 12 см.
3. $20^\circ$	4. 70 см.
4. 4 см, 20 см.	5. 12,5 см.
5. 25 см	6. 24 см.
6. 12 см.	7. 24 см, 32 см.
7. 24 см,	8. 20 см.
8. а) 10 см, б) 12,5 см, в) 25 см, г) 7 см,	
д) $9\frac{1}{3}$ см, е) 12 см,	
9. 24 см. 10. 20 см, 12. 20 см, 13. 30 см, 14. 32 см, 15. 12 см.	

## 7. Кўпбурчак ва айлана

<b>Машқлар.</b>	<b>Уйга вазифа.</b>
1. 54 см.	1. 8 см, 4 см.
2. 4 см.	2. 12 см.
3. 25 см.	3. 8 см.
4. 64 см	4. 64 см
5. 15 см.	5. 24 см.
6. 4 см.	6. 17,5 см.
7. 10 см.	7. 12 см.
8. 4 см.	8. 34 см, 17 см.
9. 4 см.	9. 98 см.
10. 12 см.	
11. 12 см.	
12. 12 см, 16 см.	
13. 25 см.	
14. 18 см, 32 см.	
15. 21 см, 28 см.	

## 8. Фигураларнинг ўхшашлиги

<b>Машқлар.</b>	<b>Уйга вазифа.</b>
1. 24 см, 28 см, 32	
2. 24 см, 39 см, 45 21см.	
3. 40 см, 30 см.	
4. 200 см.	
5. 112 см.	
6. 15 см, 24 см.	

## 9. Фигураларнинг юзи

### Машқлар.

- а)  $300 \text{ см}^2$  б)  $300 \text{ см}^2$   
в)  $300 \text{ см}^2$  г)  $300 \text{ см}^2$   
д)  $300 \text{ см}^2$  е)  $432 \text{ см}^2$   
ж)  $300 \text{ см}^2$ .
- а)  $150 \text{ см}^2$  б)  $150 \text{ см}^2$   
в)  $150 \text{ см}^2$  г)  $24 \text{ см}^2$   
д)  $294 \text{ см}^2$ .
- а)  $84 \text{ см}^2$  б)  $468 \text{ см}^2$   
в)  $468 \text{ см}^2$ .
- а)  $48 \text{ см}^2$  б)  $75 \text{ см}^2$   
в)  $360 \text{ см}^2$  г)  $90 \text{ см}^2$ .
- а)  $600 \text{ см}^2$  б)  $600 \text{ см}^2$   
в)  $600 \text{ см}^2$  г)  $600 \text{ см}^2$   
д)  $120 \text{ см}^2$  е)  $600 \text{ см}^2$   
ж)  $600 \text{ см}^2$ .
- а)  $300 \text{ см}^2$  б)  $388 \text{ см}^2$   
в)  $160 \text{ см}^2$  г)  $192 \text{ см}^2$   
д)  $60 \text{ см}^2$  е)  $108 \text{ см}^2$   
ж)  $300 \text{ см}^2$ .
- а)  $768 \text{ см}^2$  б)  $486 \text{ см}^2$ .
- а)  $456 \text{ см}^2$  б)  $228 \text{ см}^2$

### Уйга вазифа.

- а), б), в), г) -  $300 \text{ см}^2$ .
- $84 \text{ см}^2$ ,  $516 \text{ см}^2$ .
- $600 \text{ см}^2$ .
- $496 \text{ см}^2$ .
- $480 \text{ см}^2$ .
- $600 \text{ см}^2$ .

## Фойдаланилган адабиётлар рўйхати:

1. Готман Э.Г., Скопец З.А. Задача одна - решения разные. К.: Рад.шк., 1988.171 с.
2. Нестеренко Ю.В., Олехник С.Н., Потапов М.К. Задачи вступительных экзаменов по математике. М.: Наука, 1986. 512 с.
3. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии. Ч. 1. М.: Наука, 1986. 272 с.
4. Шарыгин И.Ф. Задачи по геометрии (планиметрия). М.: Наука, 1986.224 с.
5. Погорелов А.В. Геометрия /учебник для 7-11 классов средней школы, 2-е издание. - М.: Просвещение, 1991. - 383 с.
6. Академик лицейлар учун чуқурлаштирилган ўқув дастури /Геометрия. Т., 1999.-11 б.
7. Фуломов С., Назиров Э., Халилов Н. Ўқув адабиётини яратиш ва уни баҳолаш мезонлари. Тошкент 1998. ЎАЖБНТ маркази. 42 бет.
8. Жумаев Э.Э. Развитие творческого мышления учащихся в процессе составления задач. Депон. ГРНТБ украины, 20 с.
9. Жумаев Э.Э., Михайловский В.И. Геометрия. Киев, 1997, 58 с.
10. Жумаев Э.Э. Развитие творческого мышления учащихся в процессе решения геометрических задач. Автореф. Киев, 1997, 19 с.
11. Аллаев Г.М., Жумаев Э.Э. Геометрия (методические указания к решению геометрических задач). Термез, 2000, 58 с.

## Мундарижа

1.Кириш.....	3
2.Тенг ёнли учбурчак.....	4-10
3.Тўғри бурчакли учбурчак .....	10-15
4.Турли томонли учбурчак .....	15-20
5. Параллелограмм ва унинг турли кўринишлари .....	20-28
6.Трапеция.....	28-30
7.Айлана ва унинг элементлари .....	32-38
8.Айлана ва кўпбурчаклар .....	38-49
9.Фигураларнинг ўхшашлиги .....	49-52
10.Фигуранинг юзи .....	53-61
11.Координаталар, векторлар, геометрик алмаштиришлар.....	61-64
12.Жавоблар .....	65-69
13.Фойдаланилган адабиётлар рўйхати .....	70



Э.Э.Жумаев

**Геометрия масалалар тўплами**  
**I қисм**

Ўзбекистан Республикаси Олий ва Ўрта махсус таълим вазирлиги Академик лицей талабалари учун ўқув қўлланма сифатида нашрга тавсия этган.

Босишга рухсат этилди 28.09.2000 й.  
Буюртма №53. Адади 1000. Босма табоғи 4,5.  
ФТДК ДИТАФ босмахонасида чоп этилди.  
Тошкент, Олмазор 171-уй.