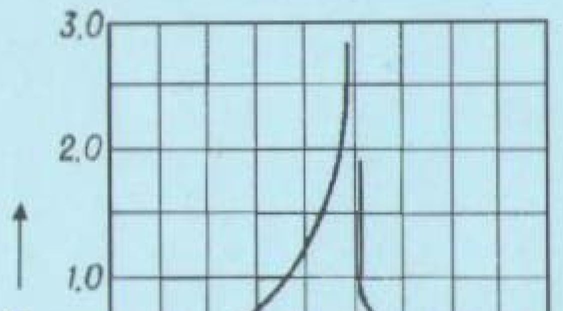
P.X. MUSAYEV

STATISTIK FIZIKA VA TERMODINAMIKA

$$\overline{F}=\frac{1}{z}\int F(q,p)\,e^{-\frac{H(q,p)}{\theta}}(dq)(dp)$$



"IQTISOD – MOLIYA"

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

P.X. MUSAYEV

STATISTIK FIZIKA VA TERMODINAMIKA

O‘zbekiston Respublikasi oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi tomonidan darslik sifatida tavsiya etilgan

TOSHKENT
«IQTISOD-MOLIYA»
2008

22.317

Taqrizchilar: ***M.Yu.Rasulova*** - fizika-matematika fanlari doktori, O'zR FA YaFI etakchi ilmıy xodimi
R. M. Ibodov - fizıka-matematika fanları doktori, professor
D.R. Juraev - fizika-matematika fanlari doktorı, professor

M90 Musayev P.X.
Statistik fizika va termodinamika Darslik /P.X. Musayev; O'zR oıly va o'rta-maxsus ta'lim vazirligi. –Toshkent: «Iqtisod-moliya», 2008. -256 b.

Ushbu darslikda klassik statistik fizikaning asosiy vazifasini talqın etısh uchun konfiguratsıyali - ko'p o'lchamlı muhit tushunchasi, ehtimoliyat nazariyasidan asosiy ma'lumotlar berildi. Gıbbs metodiga asoslangan statistik taqsımot ko'rinishları, ularning klassık bir atomli ideal gazga tatbıqlari yorıtıldı. Shuningdek, termodinamikani statistik asoslashga bag'ıshlangan alohida bob yozildi. Kvant statistik fizikasını talqın etish uchun zarur bo'lgan kvant mexanikasidan ma'lumotlar berılib, Gibbs taqsimotlari kvant tizımlar uchun umumlashtirildi, u orqali Boze – Eynshteyn va Fermi – Dirak taqsımotları keltirib chiqarildi.

Muvozanatsiz holatlar statıstık fızikaga doir ma'lumotlar yorıtıldikı, ushbu bo'lımdagı ma'lumotlardan nafaqat bakalavr, balkı nazarıy fizika va qattiq jism fizikasi bilan shug'ullanuvchı magistrlar ham foydalanıshlari mumkın. Har bır bobnıng oxirida yorıtılgan mavzuları mustahkamlashga doir masalalar va ularnıng namunaviy yechimları berılgan.

BBK 22.317я7

ISBN 978-9943-13-069-2

So'zboshi

«Statistik fizika va termodinamika» darsligining asosiy vazifasi universitet va pedagogika institutlari bakalavriat va magistratura bosqichida ta'lim oluvchi talabalarga chuqur va mustahkam darajada makrotizimlarning termodinamik va statistik asosiy qonuniyatlarini yetkazishdan iboratdir. Shuning bilan birga, talaba olgan bilimlarini amaliyotda qo'llay bilish darajasiga erishishi lozimligi nazarda tutildi. Bu darslik tushunarli tilda, shuning bilan birga, statistik qonuniyatlarni to'g'ri va to'la bayon etishni talab etadi.

Ma'lumki, «Statistik fizika» nazariy fizikaning asosiy tarkibiy qismlaridan biri bo'lib, juda ko'plab zarralardan tashkil topgan tizimlar xususiyatlarini o'rganish bilan shug'ullanadi. Statistik fizika makrotizimlarni o'rganishda ularni tashkil etgan zarralar xususiyatiga asoslanadi. U jism zarralarining xususiyatlariga asoslangan holda jismlarning makroskopik xususiyatlarini keltirib chiqaradiki, bu makro xususiyatlarni, ya'ni ularga tegishli bo'lgan makroskopik parametrlarni bevosita o'lchash imkonini beradi.

Mazkur darslikka jahonda bu sohada erishilgan yutuqlarni e'tiborga olgan holda muvozanatli tizimlar statistik fizikasi va termodinamikasining asosiy fundamental qonuniyatlari, tushunchalari kiritildi. Darslikda fenomenologik termodinamika yoritilishi bilan bir qatorda uning statistik fizika nuqtai nazaridan asosi ham berilgan va u orqali statistik fizika va termodinamika qonunlarining uzviy ravishda bog'liqligi hamda ularning o'zaro bir-birini to'ldirishi ko'rsatilgan. Darslik uch bo'limni – klassik statistik fizika va termodinamika, kvant statistik fizika hamda nomuvozanat holatlar statistik fizikasini o'z ichiga oladi. Eng muhimi "Universitet ta'limi uchun fizika va astronomiya mutaxassisliklari bo'yicha o'quv dasturlari" (Toshkent,"Universitet", 1996) tarkibiga kiritilgan "statistik fizika va termodinamika" dasturiga to'la amal qilindi va unda qayd etilgan asosiy mavzular darslikda yoritildi. Shuning bilan bir qatorda, ushbu darslik O'zR OO'MTV ning "Termodinamika va statistik fizika" fanidan 2006 yil 26 iyulda tasdiqlangan dasturi bilan (Ro'yxat № BD 5440100-3.14) muvofiqlashtirildi.

Ushbu darslik ham shu paytgacha chop etilgan darsliklar qatoridan munosib o'rin egallaydi degan umiddaman.

Muallif

Statistik fizika predmeti va uning vazifasi

Statistik fizika nazariy fizikaning asosiy tarkibiy qismlaridan biri bo'lib, juda ko'plab zarralardan tashkil topgan fizik tizimlar (makrotizimlar) xususiyatlarini o'rganish bilan shug'ullanadi. Makrotizim deyilganda, odatda, undagi zarralar soni $N_A=6{,}02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$ Avogadro sonidan kam bo'lmagan tizim tushuniladi. Makrotizimlar xususiyatlarini o'rganish bilan nazariy fizikaning bo'limlari termodinamika va nazariy mexanika ham shug'ullanadi. Termodinamika va nazariy mexanika makrotizimlarni tutash muhit deb qaraydi. Statistik fizika esa makrotizimlarni o'rganishda ularni tashkil etgan zarralar xususiyatiga asoslanadi. Statistik fizika jism zarralarining xususiyatlariga asoslangan holda ularning makroskopik xususiyatlarini keltirib chiqaradiki, bu makroxususiyatlarni, ya'ni ularga tegishli bo'lgan makroskopik kattaliklarni bevosita o'lchash yoki hissiyotimiz bilan sezishimiz mumkin bo'lsin.

Ma'lumki, alohida elementar zarralarning va ularning kombinatsiyasidan tashkil topgan atom va molekulalarning xususiyatlari kvant mexanikasida o'rganiladi. Statistik fizika esa xususiyatlari allaqachon o'rganilgan zarralardan tashkil topgan makrotizimlar xususiyatini aniqlash bilan shug'ullanadi.

1901 yilda Gibbs tomonidan muvozanat holatdagi har qanday makrotizimni o'rganish uchun yaroqli bo'lgan ancha umumlashtirilgan va hozirgi zamon talablariga javob beradigan klassik statistik uslub yaratildi. Statistik fizika fani taraqqiyotining so'ngi bosqichi kvant nazariyasining yaratilishi bilan bog'liq.

Makrotizimlardagi fizik hodisalarni ifodalashda statistik fizikada ikki xil model qo'llaniladi. Bular klassik va kvant statistikasidir. Tizim klassik statistik fizika bilan ifodalanganda, uni tashkil etuvchi zarralar klassik mexanika qonunlariga bo'ysunadi deb hisoblanadi. Kvant statistikasida esa zarralarning harakati kvant mexanikasi qonunlari bilan ifodalanadi. Ma'lumki, klassik mexanika kvant mexanikasining xususiy holidir. Shuning uchun klassik statistika kvant statistikasining Plank doimiysi $h \to 0$ bo'lgandagi chegara holidir. Binobarin, klassik va kvant statistikalarini birgalikda, parallel talqin etish ancha qulay bo'lib, ko'pchilik hozirgi zamon darsliklarida shunday qilinadi.

Lekin biz mahalliy sharoitga moslashgan holda, aniqrog‘i pedagogik nuqtai nazardan, dastlab klassik statistik fizikani, undan so‘ng kvant statistik fizika asoslarini bayon etamiz. Statistik fizika asosan vaqt o‘tishi bilan holati o‘zgarmaydigan tizimlarning fizik xossalarini o‘rganish bilan shug‘ullanadi. Vaqtga bog‘liq ravishda holati o‘zgaradigan tizimlarni o‘rganish bilan muvozanatsiz holatlar statistik fizikasi, boshqacha qilib aytganda, fizik kinetika shug‘ullanadi.

«Statistik fizika» kursining ahamiyati osha borganligi sababli mazkur fanga tegishli bo‘lgan darslikka talab osha bormoqda. Lekin juda yuqori talablarga javob beradigan darslik yaratishning o‘zi mushkul vazifadir. Ushbu dasrlikni yaratishdan asosiy maqsad fizika va unga qardosh bo‘lgan ixtisosliklar bo‘yicha ta’lim oluvchi bakalavriat va magistratura bosqichidagi va shu sohada faoliyat ko‘rsatayotgan ko‘p sonli o‘qituvchilar talabini qondirishdir.

1-bob. KONFIGURATSIYALI MUHIT VA EHTIMOLIYAT NAZARIYASINING ASOSIY TUSHUNCHALARI

1.1-§. Konfiguratsiyali muhit. Liuvill teoremasi

Statistik fizikada konfiguratsiyali muhit (ko'p o'lchamli muhit) tushunchasi keng qo'llaniladi. s - ta erkinlik darajasiga ega bo'lgan tizim uchun konfiguratsiyali muhit (Г-muhit) deyilganda 2s ta o'lchovga ega bo'lgan abstrakt muhit tushuniladi.

Makrotizimning bir-biriga bog'liq bo'lmagan barcha koordinatalari to'plamiga uning s - erkinlik darajasining soni deyiladi. Г- muhitning o'lchov o'qlari bo'yicha s - ta q_i - umumlashtirilgan koordinata va s ta r_i- umumlashtirilgan impuls joylashgan bo'ladi. Tizim holati shu 2s-ta koordinata va unga qo'shma bo'lgan impulslar orqali to'la va bir qiymatli ravishda aniqlanadi. Tizim dinamikasi N(q,p) - Gamilton funksiyasi orqali to'la tavsiflanadi. Tizimni tashkil etgan zarralar Gamilton tenglamalariga bo'ysunadi, ya'ni:

$$\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H(q,p)}{\partial p_i}; \qquad \dot{p}_i = -\frac{\partial H(q,p)}{\partial q_i} \qquad (1.1)$$

Bu erda $\dot{q}_i$ va $\dot{p}_i$ - lar, mos ravishda, koordinata va impuls i-nchi komponentining o'zgarish tezligi (i=1,2,3,...,s).

Ushbu tenglamalar tizimining yechimini konfiguratsiyali nuqta bilan ifodalash mumkin. Boshqacha qilib aytganda, konfiguratsiyali muhitda tizimning mexanik holati konfiguratsiyali nuqta bilan ifodalanadi. Tizim harakat qilgan vaqtda 2s o'lchovli muhitda konfiguratsiyali nuqta bir o'lchamli egri chiziq (konfiguratsiyali trayektoriya) chizadi. (1.1) - differentsial tenglamalar yechimi yagona bo'lganligi uchun konfiguratsiyali nuqta trayektoriyasi o'zaro kesishmaydi. Konfiguratsiyali trayektoriyaning parametrik tenglamalari

$$q_i = q_i\left(t, q_i^0, p_i^0\right); \qquad p_i = p_i(t, q_i^0, p_i^0)$$

ko'rinishga ega. q_i^0 va p_i^0, mos ravishda, koordinata va impulslarning boshlang'ich qiymatlaridir.

Agar tizim konservativ va yopiq bo'lsa, ya'ni uning energiyasi harakat integrali bo'lsa, u holda

$$H\,(q, p) = E = const.$$

Bunday holga to'g'ri keluvchi konfiguratsiyali trayektoriya (2s-1) o'lchovga ega bo'lgan giperyuzada joylashgan bo'ladi. Γ-muhitning elementar hajmi deb

$$d\Gamma = dq_1 dq_2 ... dq_S dp_1 dp_2 ... dp_S = (dq)(dp) \qquad (1.2)$$

ifodasiga aytamiz.

Ayrim hollarda bitta zarra koordinatalari va impulslariga to'g'ri keluvchi konfiguratsiyali muhitni (μ-muhitni) qabul qiladilar. Bunday holda N zarrali ideal gaz holati μ muhitda N ta konfiguratsiyali nuqta orqali ifodalanadi. Bir atomli ideal gaz uchun μ-muhit olti o'lchamli bo'ladi va bunday μ-muhitning elementar hajmini (Dekart koordinat tizimida)

$$d\mu = dx\,dy\,dz\,dp_x dp_y dp_z = d\vec{r} \cdot d\vec{p}$$

deb olish mumkin.

Statistik fizika metodlarini asoslamoq uchun vaqt o'tishi bilan bitta konfiguratsiyali nuqta harakatini tekshirish o'rniga aynan bir xil bo'lgan N ta tizimning harakatini tekshiraylik. Ansambl deb ataluvchi bu to'plamga Γ-muhitda N ta konfiguratsiyali nuqta to'g'ri keladi. Vaqt o'tishi bilan har bir konfiguratsiyali nuqta o'zining trayektoriyasi bo'yicha siljiydi.

Agar N yetarli darajada katta desak, u holda zichlik yoki taqsimot funksiyasi haqidagi tushunchani kiritish mumkin:

$$\rho(q, p, t) = \frac{\Delta N}{\Delta\Gamma} \qquad (1.3)$$

Bu yerda ΔN - konfiguratsiyali muhitning $\Delta\Gamma$ kichik hajmiga to'g'ri keluvchi konfiguratsiyali nuqtalar soni.

Taqsimot funksiyasining normallashtirish sharti quyidagicha:

$$\int \rho(q,p,t)d\Gamma = \int dN = N \qquad (1.4)$$

Boshqacha qilib aytganda, ansambl bu ma'lum bir vaqtda faqat q_t va p_t qiymatlari bilan farq qiluvchi juda ko'plab aynan bir xil bo'lgan fizik tizimlar to'plami demakdir. Masalan, biror idish ichida gaz xususiyatlari o'rganilayotgan bo'lsin, juda ko'plab shunaqa gazli idish mavjud, deb tasavvur qilishimiz lozim; ulardagi zarralar soni bir xil bo'lishi kerak va bu tizimlarning barchasi (ansambl) termostatga joylashtirilgan deb hisoblaymiz. Ma'lumki, ansamblning konfiguratsiyali nuqtalari trayektoriyalari o'zaro kesishmaydi. Agar ular kesishganda edi, ma'lum bir holatda bo'lgan mexanik tizim turlicha harakatda bo'lar edi, ya'ni Gamilton tenglamalari yechimlarining yagonaligi bajarilmasdi. Ansambl konfiguratsiyali nuqtalarining harakati quyida isbot qilinadigan Liuvill teoremasiga bo'ysunadi.

Berilgan ansambl uchun konfiguratsiyali nuqtalar o'z-o'zidan yo'q ham, bor ham bo'lmaganligi tufayli taqsimot funksiyasi Г-muhitda tegishli uzluksizlik tenglamasiga bo'ysunadi.

Ma'lumki, jismlarning saqlanish qonuni (real uch o'lchamli muhit uchun)*)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{v}) = 0 \qquad (1.5)$$

uzluksizlik tenglamasi orqali ifodalanadi.

Bu yerda $\rho(x,y,z,t)$ va $\vec{v}(x,y,z,t)$, mos ravishda, jismning t vaqt uchun x,y,z nuqtadagi zichligi va tezligi. Uzluksizlik tenglamasini

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v}\, grad\rho + \rho \cdot div\, \vec{v} = 0 \qquad (1.5a)$$

ko'rinishida ham yozish mumkin. Yoki, agar muhitda harakat qilayotgan zarra bilan bog'liq bo'lgan zichlikning o'zgarish tezligini qabul qilsak, ya'ni

*) В И Смирнов, Курс высшей математики, Т II, IV том, 114-§ М, 1958г

$$\frac{d\rho}{dt}=\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{v}\cdot grad\rho$$

ekanligini hisobga olsak,

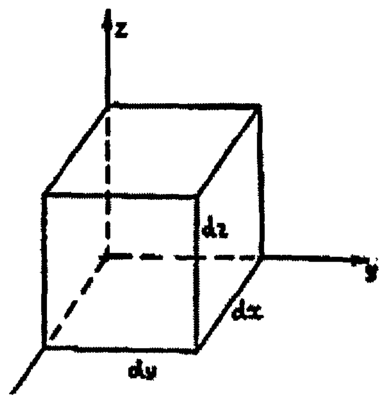
$$\frac{d\rho}{dt}+\rho\, div\,\vec{v}=0 \qquad (1.5b)$$

bo'ladi. (1.5b) tenglamani hosil qilishda *dxdydz* kub hajmcha ichidagi jism balansi, ya'ni bu kubning parallel qarama-qarshi tomonlaridan keluvchi va undan chiquvchi jism miqdorlari hisobga olingan (1-chizma).

Agar xuddi yuqoridagidek mulohaza yuritsak, 2s o'lchamli Γ-muhitda harakat qiluvchi konfiguratsiyali nuqtalar uchun

$$\frac{\partial\rho(q,p,t)}{\partial t}+Div(\rho\vec{V})=0 \qquad (1.6)$$

ko'rinishidagi tenglama hosil qilish mumkin. ρ(q,p,t) ko'p o'lchamli muhit uchun konfiguratsiyali nuqtalarning taqsimot funksiyasi. $\vec{V}$ - 2s o'lchamli "tezlik" vektori, uning komponentlari



1-chizma. Uch o'lchamli Dekart koordinat sistemasi uchun *dV=dxdydz*

$$\dot{q}_1,\dot{q}_2,\dot{q}_3,\cdots,\dot{q}_s,\dot{p}_1,\dot{p}_2,\dot{p}_3,\cdots,\dot{p}_s$$

bo'ladi. Yoki (1.5b) o'rniga:

$$\frac{d\rho(q,p,t)}{dt}+\rho\cdot Div\vec{V}=0 \qquad (1.7)$$

Bu yerda *dρ/dt* - harakat qiluvchi konfiguratsiyali nuqta yaqinida $\rho(q,p,t)$ ning o'zgarish tezligi. Ikkinchi tomondan, *dρ/dt* vaqt bo'yicha ρ dan to'la hosila bo'lganligi tufayli (1.6) uzluksizlik tenglamasini bevosita quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\sum_{i=1}^{s}\left\{\frac{\partial}{\partial q_i}(\rho\cdot\dot{q}_i)+\frac{\partial}{\partial p_i}(\rho\cdot\dot{p}_i)\right\}=0$$

yoki

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{\partial\rho}{\partial q_i}\dot{q}_i+\frac{\partial\rho}{\partial p_i}\dot{p}_i\right)+\rho\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{\partial\dot{q}_i}{\partial q_i}+\frac{\partial\dot{p}_i}{\partial p_i}\right)=0$$

(1.1) - harakat tenglamasiga asosan ushbu munosabatdagi so'nggi had va unga muvofiq bo'lgan (1.7)-dagi $Div\vec{V}$ nolga aylanadi:

$$Div\vec{V}=\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{\partial\dot{q}_i}{\partial q_i}+\frac{\partial\dot{p}_i}{\partial p_i}\right)=\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial q_i\partial p_i}-\frac{\partial^2 H}{\partial p_i\partial q_i}\right)=0 \qquad (1.8)$$

(1.8) tenglamasi Γ-muhitda konfiguratsiyali nuqtalar qisilmaydigan suyuqlik kabi harakat qilishini anglatadi. Va biz taqsimot funksiyasi uchun quyidagi tenglamani-Liuvill tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+[\rho,H]=0, \qquad (1.9)$$

bu yerda:

$$[\rho,H]=\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{\partial\rho}{\partial q_i}\frac{\partial H}{\partial p_i}-\frac{\partial\rho}{\partial p_i}\frac{\partial H}{\partial q_i}\right) \qquad (1.10)$$

H -tizimning Gamilton funksiyasi, [ρ,H] - Puasson qavsi. (1.7) tenglamasi

$$\frac{d\rho}{dt}=0 \qquad (1.11)$$

tenglamasiga ekvivalent ekanligi ko'rinib turibdi. (1.11)-tenglamasi ehtimoliyat zichligining saqlanish qonunini yoki Liuvill teoremasining matematik ko'rinishdagi ifodasini anglatadi. (1.8) va (1.3)-ifodalaridan shunday xulosaga kelamizki, berilgan ΔN konfiguratsiyali nuqtaga ega bo'lgan $\Delta\Gamma$ hajm, konfiguratsiyali nuqtalar harakatda bo'lganda ham saqlanadi. (1.8) va (1.7) -lardan konfiguratsiyali nuqtalar zichligi $\rho(q,p,t)$ doimiy saqlanishini koʻrish mumkin. Yuqorida isbotlangan ekvivalent xulosalar Liuvill teoremasini tashkil etadi. Umuman olganda, (1.9) – xususiy hosilali tenglama ρ - ehtimoliyat zichligini aniqlab beradi. Ammo ushbu tenglama yechimini topish, (1.1) – harakat tenglamasining yechimini topishga ekvivalentdir. Chunki (1.9)-ga mos keluvchi Lagranj tenglamalari harakat tenglamalari demakdir. Lekin shunga qaramasdan, (1.11)-tenglamasi ρ-taqsimot funksiyasi uchun yagona tenglamadir va undan kurs davomida koʻp maqsadda foydalanamiz.

1.2-§. Ehtimoliyat nazariyasining elementlari

Statistik fizika ehtimoliyat nazariyasining uslub va matematik apparatidan keng foydalanadi. Boshqacha qilib aytganda, statistik fizikaning matematik asosini ehtimoliyat nazariyasi tashkil etadi. Bu yerda murakkab hodisalarning sodir boʻlish ehtimoliyatini bilish lozim boʻladi. Shuning uchun dastlab oddiy hodisalarning sodir boʻlish ehtimoliyatini diskret va uzluksiz oʻzgaruvchilar qabul qilishi mumkin boʻlgan kattaliklarda koʻrib chiqaylik.

Aytaylik, X kattaligi koʻplab oʻtkazilgan tajribalar natijasida $x_1, x_2, \ldots, x_n$ diskret qiymatlarni qabul qilsin. Berilgan tajriba vaqtida $X=x_i$ boʻlish ehtimoliyati

$$W(x_i) = \frac{n(x_i)}{N} \tag{2.1}$$

boʻladi. Bunda N - barcha tajribalar soni; $n(x_i)$ - kerakli hodisa uchratilgandagi tajribalar soni. Bundan ehtimoliyatni normallashtirish sharti kelib chiqadi:

$$\sum_i W(x_i) = 1 \tag{2.2}$$

chunki

$$\sum_i n(x_i) = N.$$

Agar X kattaligi x - ning uzluksiz qiymatlarini qabul qilsa, u holda X ning $x \sim x + dx$ oraligʻida boʻlish ehtimoliyati (masalan, ideal gaz molekulalari tezligining $v \sim v+dv$ oraligʻida boʻlish ehtimoliyati)

$$\widetilde{W}(x, x+dx) = \frac{\widetilde{n}(x, x+dx)}{N} \tag{2.3}$$

bo'ladi. $\widetilde{n}$(x, x+dx) - bu yerda X ning x~x+dx oralig'ida sodir bo'lgan tajribalar soni. Ma'lumki, $\widetilde{n}$ (x, x+dx) cheksiz kichik dx oraliqqa proporsional va uni n(x)dx deb olish mumkin: Shuning uchun

$$\widetilde{W}(x, x+dx) = \frac{n(x)dx}{N} = w(x)dx \tag{2.4}$$

Bu yerda $w(x)$ ifodasi X ning x qiymatiga ega bo'lish ehtimoliyatining zichligi (taqsimot funksiyasi). (2.2) - dagi normallashtirish sharti kabi, bu holda ehtimoliyat zichligi uchun normallashtirish sharti

$$\int w(x)dx = 1 \tag{2.5}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

1.3-§. Ehtimoliyatlarni qo'shish va ko'paytirish. Statistik bog'liq emaslik

Biz yuqorida qayd qilganimizdek, ehtimoliyat nazariyasining asosiy vazifasi oddiy hodisa ehtimoliyatini bilgan holda murakkab hodisa ehtimoliyatini topishdir.

Oddiylik uchun V hajmda joylashgan kichik zarrani tekshiraylik. Bu zarraga kattaligi va yo'nalishi turlicha bo'lgan turtki berilib turgan bo'lsin. Agar unga tashqi maydonlar ta'siri bo'lmasa, muhit bir jinsli bo'lganligi tufayli zarraning v hajmida kuzatilish ehtimoliyati

$$W = v/V$$

bo'ladi. Shu zarrani V hajmining qolgan boshqa qismida kuzatish ehtimoliyati esa quyidagicha:

$$W_1=(V-v)/V = 1 - v/V$$

Binobarin,

$$W + W_1 = 1.$$

Agar X kattaligi $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_i, \ldots$ va Y esa $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_j, \ldots$ diskret qiymatlarni olish imkoniyatiga ega bo'lsa, bir vaqtning o'zida $X = x_i$ va $Y = y_j$ bo'lish ehtimoliyati tubandagicha bo'ladi:

$$W(x_i, y_j) = \frac{n(x_i, y_j)}{N} \tag{3.1}$$

Bu murakkab ehtimoliyatning normallashtirish sharti:

$$\sum_{i,j} W(x_i, y_j) = 1$$

Agar X va Y lar uzluksiz o'zgarsa, ehtimoliyat zichligi va uning normallashtirish sharti, mos ravishda,

$$W(x, y) = \frac{n(x, y)}{N}; \qquad \int\int w(x, y)dxdy = 1 \tag{3.2}$$

ko'rinishlarga ega bo'ladi.

$x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_k \ldots$ diskret qiymatlarni olishi mumkin bo'lgan X ning x_i yoki x_k qiymatiga ega bo'lish ehtimoliyati:

$$W(x_i, x_k) = \frac{n(x_i) + n(x_k)}{N} = W(x_i) + W(x_k) \tag{3.3}$$

ya'ni oddiy ehtimoliyatlar yig'indisiga teng.

Masalan, hajmi V bo'lgan idishda ikki xil suyuqlik berilgan bo'lsin. V hajmdan v hajmchani ajratib olamiz. Ana shu hajmchada birinchi suyuqlikning bitta molekulasi bo'lish ehtimoliyati $W_1(v)=1/2$, ikkinchi suyuqlikning bitta molekulasi bo'lish ehtimoliyati $W_2(v)=1/2$ bo'lsin. U holda aralashma bitta molekulasining v hajmchada bo'lish ehtimoliyati

$$W(v) = W_1(v) + W_2(v) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

bo'ladi.

Shuningdek, uzluksiz o'zgaruvchi X ning x_a va x_b oralig'idagi qiymatiga ega bo'lish ehtimoliyati tubandagicha:

$$W(x_a\ dan\ x_b\ gacha) = \int_{x_a}^{x_b} w(x)dx \qquad (3.4)$$

Ehtimoliyatlarni qo'shish teoremasi X ning x_i va Y ning ixtiyoriy qiymatiga ega bo'lish ehtimoliyatini topishga imkon beradi; ushbu diskret va uzluksiz o'zgaruvchi kattaliklar uchun, mos ravishda:

$$W(x_i) = \sum_j W(x_i, y_j)\ ; \qquad W(x) = \int w(x,y)dy \qquad (3.5)$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Agar X= x_i ga bog'liq bo'lgan hodisaning paydo bo'lishi Y= y_i ga bog'liq bo'lgan hodisaga dahli bo'lmasa, bunday hodisalar bir-biriga statistik bog'liq bo'lmagan hodisalar deyiladi. U holda X= x_i va Y= y_i bo'lishining ehtimoliyati

$$W(x_i, y_j) = W_1(x_i) \cdot W_2(y_j) \qquad (3.6)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Agar X va Y lar uzluksiz o'zgarsa, quyidagi hosil bo'ladi:

$$w(x,y) = w_1(x)w_2(y) \qquad (3.7)$$

Bu yerda: $w(x,y)$, $w_1(x)$, $w_2(y)$ - ehtimoliyat zichliklari.

Masalan, V - hajmda ikkita o'zaro tasir qilmaydigan zarra harakat qilayotgan bo'lsin. Ularni bir vaqtning o'zida v hajmchada uchratish ehtimoliyati:

$$W = \frac{v}{V} \cdot \frac{v}{V} = \left(\frac{v}{V}\right)^2$$

MUSAYEV PO'LAT XOLIQOVICH

1937 yilda Samarqand shahrida tug'ilgan, yoshlik yillari Mavlono Orif Deggaroniyning qishlog'i Hazorada o'tgan. 1960 yilda Samarqand davlat universistetini tugatib, shundan ikki yilini Rossiyaning Gorkiy davlat universitetida o'qigan. 1960–1967 yillar O'zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi fizika–texnika institutida ilmiy xodim va Rossiya Fanlar Akademiyasi fizika–texnika institutining aspiranti.

Fizika–matematika fanlari doktori (1991), professor (1995). Samarqand davlat universiteti dotsenti (1967–1984), Navoiy konchilik instituti kafedra mudiri (1984–1991), Buxoro davlat universiteti o'quv ishlari, ilmiy ishlar prorektori (1992–1998) lavozimlarida ishlagan. 1 ixtiro muallifi, 3 fan nomzodiga ilmiy rahbar, 140 dan ziyod ilmiy ishlar muallifi.

Hozir O'zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi Buxoro ilmiy markazining yetakchi ilmiy xodimi va Muvofiqlashtiruvchi ilmiy kengashining a'zosi.

Professor P.X. Musayev maktab o'qituvchi va o'quvchilari o'rtasida fizika va matematika fanlarini ommaviylashtirish sohasida faol ishlamoqda.

ISBN 978-9943-13-069-2